

Lichttechnisches Institut

Karlsruher Institut für Technologie

Prof. Dr. rer. nat. Uli Lemmer

M.Sc. Nico Bolse

M.Sc. Manuel Koppitz

Engesserstraße 13

76131 Karlsruhe

Festkörperelektronik

2. Tutorium

Besprechung:

Tutorien 18.-22. Mai 2015

1. Streuung an Elektronen

- a) Sie wollen mittels eines Streuexperiments nachprüfen, ob sich Elektronen wirklich wie im Bohrschen Atommodell vorausgesagt auf Kreisbahnen um den Kern bewegen. Um eine vernünftige Auflösung zu erhalten, müssen Sie Strahlung verwenden, deren Wellenlänge höchstens $1/20$ der aufzulösenden Strukturgröße beträgt. Strahlung welcher Frequenz benötigen Sie mindestens, wenn Sie ein Wasserstoffatom im Grundzustand vermessen wollen? Der Bohrsche Radius beträgt $a_0 = 5,3 \cdot 10^{-1} \text{ \AA}$.
- b) Berechnen Sie die Energie eines Photons der Mess-Strahlung aus dem letzten Aufgabenteil. Vergleichen Sie die erhaltene Energie mit der Ionisierungsenergie von Wasserstoff und erläutern Sie, was das für das im letzten Aufgabenteil vorgestellte Experiment bedeutet.
- c) Wie muss man vorgehen, um trotzdem Ergebnisse mit der vorgestellten Messung zu erhalten?

2. Quantenmechanisches Messen beim unendlichen Potentialtopf

In einem unendlich hohen Potentialtopf der Breite a (Potential $V(x) = 0$ zwischen $x = 0$ und $x = a$ ($a > 0$) und $V(x) = \infty$ sonst) befindet sich ein Elektron im ersten angeregten Zustand.

- a) Leiten Sie den Ausdruck für die möglichen Werte der Energie der Elektronen im Topf her. Welche Energie wird man an dem System messen?
- b) Nun wird eine Ortsmessung durchgeführt. Rechnen Sie die Wahrscheinlichkeit aus, das Elektron entweder zwischen $a/6$ und $2a/6$ oder zwischen $4a/6$ und $5a/6$ zu finden.
- c) Nun wird in die Mitte des Topfs eine dünne Zwischenwand eingefügt, die das Elektron nicht durchtunneln kann. Das Elektron befinde sich in dem rechten der beiden Töpfe. Wie sieht die (normierte) Wellenfunktion des Elektrons im niedrigsten Eigenzustand nach dem Einschieben der Trennwand aus?

3. Variationsrechnung am dreieckigen Potential

An der Grenzschicht von zwei Halbleitermaterialien kann man interessante Effekte beobachten, die in Heterostruktur-Bauelementen ausgenutzt werden. Zum Beispiel ist bei

geschickter Wahl der Materialien die Elektronenbeweglichkeit nahe der Grenzfläche zwischen diesen höher als im Inneren des Materials. Damit können zum Beispiel schnelle Transistoren verwirklicht werden. Ein sehr gutes Modell für die Begebenheiten an einer solchen Grenzfläche stellt das trianguläre Potential dar. Im Eindimensionalen wollen wir vereinfacht annehmen, dass sich bei $x \leq 0$ eine unendlich hohe Barriere befindet. Für Orte $x > 0$ nehmen wir einen linearen Verlauf des Potentials $V(x) = e_0 F x$ mit konstantem F an.

- a) Zeichnen Sie den Potentialverlauf!
- b) Stellen Sie die Schrödinger-Gleichung für das stationäre Problem auf!
- c) In vielen Fällen interessiert man sich besonders für den niedrigsten Energiezustand W_0 eines Systems. Dieser kann mit der Methode der Variationsrechnung approximiert werden. Dazu geht man wie folgt vor:
 - i. Durch Vorwissen oder geschicktes Raten stellt man eine Testfunktion $\psi(x, \alpha)$ auf, die von einem Parameter α abhängt.
 - ii. Nun berechnet man den Erwartungswert der Energie $\langle W(\alpha) \rangle$.
 - iii. Abschließend bedient man sich der Tatsache, dass physikalische Systeme ihre Energie minimieren. Da wir in unsere Testfunktion einen Parameter α eingebracht haben, können wir nun eine Minimumsuche bezüglich dieses Parameters durchführen. Damit erhalten wir eine Näherungslösung für die Nullpunktsenergie.

Nehmen Sie eine Testfunktion $\psi(x, \alpha) = A x e^{-\alpha x}$ an. Berechnen Sie zunächst die Normierungskonstante A über die Normierungsbedingung.

- d) Errechnen Sie nun den Erwartungswert für die Energie $\langle W(\alpha) \rangle$ in Abhängigkeit von α .
- e) Bestimmen Sie das α , das den Energie-Erwartungswert minimiert und daraus die Wellenfunktion.