

Lichttechnisches Institut

Karlsruher Institut für Technologie

Prof. Dr. rer. nat. Uli Lemmer

M. Sc. Nico Bolse

M. Sc. Manuel Koppitz

Engesserstraße 13

76131 Karlsruhe

Festkörperelektronik

3. Tutorium

Tutorien 08. - 12. Juni 2015

1. Leuchtende Quantenpunkte

In der Nanotechnologie spielen Quantenpunkte eine wachsende Rolle. Mathematisch gesehen entsprechen diese Punkte einem 3-dimensionalen Potentialtopf. Betrachten Sie einen würfelförmigen Quantenpunkt der Kantenlänge L .

- a) Zeigen Sie, daß der Betrag des Wellenvektors $|\vec{k}|$ eines Elektrons im Quantenpunkt nur diskrete Werte annehmen kann und berechnen Sie diese. Nehmen Sie zur Vereinfachung des Problems außerhalb des Quantenpunktes ein Potential $V = \infty$ an (d.h. das Elektron kann den Quantenpunkt nicht verlassen).
- b) Zeigen Sie mit Hilfe der zeitunabhängigen (stationären) Schrödingergleichung $-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi = W\psi$, dass gilt: $W(|\vec{k}|) = \frac{\hbar^2(k_x^2+k_y^2+k_z^2)}{2m}$.
- c) Bestimmen Sie die Quantenzahlen zur Energie $W = \frac{3\hbar^2\pi^2}{mL^2}$. Lassen sich die Quantenzahlen eindeutig bestimmen?
- d) Bestimmen Sie die Wellenfunktionen $\psi_{x,n_x}, \psi_{y,n_y}, \psi_{z,n_z}$ und ψ_n . Bestimmen Sie die Amplitude der Wellenfunktion so, dass gilt $\int_{-\infty}^{+\infty} \psi^*\psi dx = 1$. Hinweis: Sie erleichtern sich die Rechnung, wenn Sie hier die komplexen e-Funktionen in Sinus-Funktionen wandeln.
- e) Berechnen Sie die Erwartungswerte $\hat{x}, \hat{p}_x$ zu ψ_{x,n_x} .
- f) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass sich ein Elektron in einem würfelförmigen Raumbereich in der Mitte des Quantenpunkts befindet, dessen Volumen einem 27stel des gesamten Quantenpunkts entspricht?
- g) Beim Übergang eines Elektrons aus dem Zustand $n^* = (2, 1, 1)$ in den Zustand $n = (1, 1, 1)$ werde die frei werdende Energie in Form von infrarotem Licht emittiert. Die Quantenpunkte emittieren infrarotes Licht der Wellenlänge $\lambda = 3\mu\text{m}$. Welche Kantenlänge L haben die Quantenpunkte?

2. Überlagerte Zustände

Betrachtet werden die beiden energetisch niedrigsten Zustände in einem unendlich hohen Potentialtopf.

- a) Geben Sie diese beiden zeitabhängigen Zustände $\psi_1(x, t)$ und $\psi_2(x, t)$ explizit an.
- b) Wie lautet der Zustand $\psi(x, t)$, der sich zu gleichen Teilen aus den beiden Zuständen ψ_1 und ψ_2 zusammensetzt?
- c) Bestimmen Sie mit Hilfe der zeitabhängigen SG den Orts-Erwartungswert $\langle x \rangle(t)$.