

Lichttechnisches Institut

Karlsruher Institut für Technologie

Prof. Dr. rer. nat. Uli Lemmer

M. Sc. Nico Bolse

M. Sc. Manuel Koppitz

Engesserstraße 13

76131 Karlsruhe

Festkörperelektronik

6. Tutorium

Besprechung:

Tutorien 6. - 10 Juli 2015

1. Fermi-Verteilung

- Skizzieren Sie die Fermiverteilung für $T_1 = 200$ K, $T_2 = 300$ K und $T_3 = 400$ K.
- Wie groß ist bei einer Temperatur von $T = 250$ K die Besetzungswahrscheinlichkeit eines Zustands, der $\Delta W = 1$ meV über der Fermienergie liegt?
- Wie groß ist die Besetzungswahrscheinlichkeit eines Zustands, der um $k_B T$ über der Fermienergie liegt?
- Wie groß ist die Besetzungswahrscheinlichkeit eines Zustands am absoluten Temperaturnullpunkt, d.h. bei $T = 0$ K, der $\Delta W = 1$ meV über der Fermienergie liegt?
- Erklären Sie mit Hilfe der erhaltenen Ergebnisse, wann die Boltzmann-Verteilung die Fermi-Verteilung ausreichend gut approximiert!

2. Zustandsdichte im unendlichen Potentialtopf

Gegeben sei ein 1-dimensionaler mit N Elektronen „gefüllter“ unendlicher Potentialtopf der Breite L . Die Temperatur betrage 0 K, die Anzahl N kann als gerade angenommen werden.

- Zeigen Sie, dass sich die Fermi-Energie (hier: die Energie des energetisch höchsten Elektrons), mit $W_F = \frac{\hbar^2}{2m} \cdot \left(\frac{N}{4L}\right)^2$ angeben lässt (Zur Erinnerung: $\hbar = \frac{h}{2\pi}$).
- Geben Sie die Gesamtenergie W_{total} aller Elektronen im ∞ -Potentialtopf an. Vereinfachen Sie das Ergebnis für große N (also $N \rightarrow \infty$). Benutzen Sie

$$\sum_{n=1}^{N/2} n^2 = \frac{1}{6}(N/2)(N/2 + 1)(N + 1) \xrightarrow{N \rightarrow \infty} \frac{1}{3}(N/2)^3$$

- Zeigen Sie, dass sich die mittlere Energie pro Elektron als $\frac{1}{3}W_F$ schreiben lässt.
- Berechnen Sie die Zustandsdichte $D(W) = \frac{dn}{dW}$ für die niedrigen Energieniveaus des unendlichen Potentialtopfs. Gehen Sie von einem „breiten“ Potentialtopf aus, so dass Sie eine quasikontinuierliche Folge der Energieniveaus annehmen können.

3. Fermi-Energie in Kupfer

- Wie groß ist die Dichte der Leitungselektronen in Kupfer wenn die Größe der Elementarzelle des fcc-Gitters $V_{\text{EZ}} = (0,36 \text{ nm})^3$ ist und vier Kupferatome mit je einem Leitungselektron pro Elementarzelle vorhanden sind?

- b) Berechnen Sie die Energie des höchsten besetzten Zustands in einem Kupferwürfel mit 1 mm Kantenlänge bei $T = 0$ K. Rechnen Sie in Parabelnäherung und unter Annahme periodischer Randbedingungen $\psi(x + L) = \psi(x)$. Für die Masse der Elektronen gelte $m_{\text{eff}} = m$.