

Lichttechnisches Institut

Karlsruher Institut für Technologie
Prof. Dr. rer. nat. Uli Lemmer /
Dipl.-Ing. Jens Czolk /
Dipl.-Phys. Manuel Reinhard
Engesserstraße 13
76131 Karlsruhe

Festkörperelektronik

0. Übungsblatt
19. April 2012

Wiederholung von mathematischen und physikalischen Grundlagen

Die folgenden Aufgaben sollen umreißen, welches mathematische Handwerkszeug für die Festkörperelektronik notwendig sein wird. Die Aufgaben dienen nur als Beispiel. Sie werden in den Übungen *nicht* besprochen. Wenn Sie größere Probleme mit diesen haben, sollten Sie sich die entsprechenden Kapitel der Mathematikvorlesungen, der Wahrscheinlichkeitstheorie oder der Felder und Wellen nochmals anschauen.

-5. Differentialrechnung

- Was bezeichnet man als partielle Ableitung?
- Welche mathematische Operation wird durch den Ausdruck $\partial/\partial x$, welche durch den Ausdruck d/dx dargestellt?
- Berechnen Sie: $\frac{d}{dx} \exp(-jkx)$, $\frac{d}{dx} \frac{\exp(-jkx)}{x}$, $\frac{\partial}{\partial y} \exp(-j(k_x x + k_y y + k_z z))$ und $\frac{\partial^2}{\partial z^2} \exp(-j(k_x x + k_y y + k_z z))$. x , y und z seien Variable, j die imaginäre Einheit, die k_n s sind Konstanten)

-4. Differentialoperatoren und Elektrostatik

- Erläutern Sie die Begriffe Gradient, Divergenz und Rotation.
- Welche mathematische Bedeutung hat es, dass zu einem Vektorfeld ein Potential existiert? Welche physikalischen Größen können durch solche Vektorfelder beschrieben werden und welche Eigenschaften folgen daraus?
- Wie unterscheiden sich Potential und potentielle Energie?
- Wie lauten die beiden MAXWELL-Gleichungen, die für die Behandlung statischer elektrischer Felder eine Rolle spielen. Was sagen diese aus?
- Wie folgt aus den Ausdrücken der Teilaufgabe -4d) und der Definition des elektrischen Potentials die POISSON-Gleichung?
- Was kann man mit der POISSON-Gleichung anfangen?

-3. Elektrodynamik und ebene Wellen

- Schreiben Sie die allgemeinen MAXWELL-Gleichungen fürs Vakuum auf und erörtern Sie ihre Bedeutung.

- b) Leiten Sie aus den MAXWELL-Gleichungen eine Wellengleichungen für das elektrische oder magnetische Feld her.

Hinweis: Gehen Sie davon aus, dass keine Raumladungen existieren und die Leitfähigkeit Null ist. Benutzen sie ferner $\nabla \times (\nabla \times \vec{A}) = \nabla(\nabla \vec{A}) - (\nabla \nabla) \vec{A}$.

- c) Wie verändern sich die MAXWELL-Gleichungen, wenn man die Ausbreitung von Feldern in Materie betrachtet? Welche weiteren Gleichungen sind dann nötig?
- d) Lösungen welcher Form hat die Wellengleichung im Vakuum?
- e) Erläutern Sie anhand der Wellengleichung, was Linearität bedeutet.
- f) Erläutern Sie in Zusammenhang mit einer ebenen Welle die Begriffe Kreisfrequenz, Wellenvektor, Phase und Amplitude.
- g) Wie berechnet man die Intensität einer ebenen Welle?

-2. Integrale

- a) Welche Lösungsstrategien zur Berechnung von Integralen kennen Sie? Nennen Sie Beispiele für Klassen von Funktionen, für die diese anwendbar sind.

- b) Berechnen Sie:

- $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-ax^2} dx = ?$
- $\int_{-\infty}^{+\infty} xe^{-ax^2} dx = ?$

a sei dabei eine beliebige Konstante.

-1. Folgen und Reihen

- a) Drücken Sie $\sin x$ und $\cos x$ mit Hilfe der EULER-Gleichung durch komplexe e-Funktionen aus.
- b) Was versteht man unter einem vollständigen, orthonormierten Satz von Funktionen?
- c) Zeigen Sie, dass die Funktionen $s(t) = \sin(2\pi/T \cdot kt)$, wobei $k = 1, 2, \dots$ gelten soll, im Bereich $[0 \dots T]$ orthogonal sind.
- d) Gegeben sei die Funktion:

$$s(t) = \begin{cases} 1 & : 0 \leq t < \pi \\ -1 & : \pi \leq t \leq 2\pi \end{cases}$$

Bestimmen Sie die Koeffizienten einer Fourierreihenentwicklung mit den komplexen Exponentialfunktionen $\exp(j2\pi/T \cdot kt)$ im Gebiet $[0 \dots T]$ mit $T = 2\pi$.

0. Differentialgleichungen

- a) Welche Angaben benötigen Sie zum Lösen einer Differentialgleichung (DGL) erster (zweiter) Ordnung?
- b) Was ist eine lineare Differentialgleichung? Was bedeutet im Zusammenhang mit DGLen der Zusatz homogen bzw. inhomogen? Was ist eine partielle DGL? Nennen Sie für alle vorgenannten Begriffe Beispiele.