

Lichttechnisches Institut

Karlsruher Institut für Technologie
 Prof. Dr. rer. nat. Uli Lemmer /
 Dipl.-Phys. Manuel Reinhard /
 Dipl.-Ing. Jens Czolk
 Engesserstraße 13
 76131 Karlsruhe

Festkörperelektronik

5. Übungsblatt
 15. Juni 2012
 Besprechung:
 Übung 22. Juni 2012
 Tutorien 25.6 - 29.6.2012

34. Bloch-Oszillationen (Ü - V8)

Das Leitungsband in Silizium lässt sich im Bereich $[-\frac{\pi}{a}, \frac{\pi}{a}]$ in der Kristallrichtung (100) (zwischen Γ - und X-Punkt) näherungsweise durch das Potential $W(k) = \frac{\Delta W}{2}(1 + \cos ka)$ mit $\Delta W = 2 \text{ eV}$ beschreiben.

- Berechnen Sie die Geschwindigkeit v und die effektive Masse m_{eff} des Elektrons bei $k = 0$, $k = \frac{\pi}{a}$ und $k = \frac{\pi}{2a}$ im angegebenen Kristallpotential. (★★)
- Skizzieren Sie $W(k)$, $v(k)$ und $m_{\text{eff}}(k)$. (★)
- Nun werde ein elektrisches Feld angelegt, das auf die Elektronen eine Kraft F ausübt. Zeigen Sie, dass hiernach die Elektronen-Geschwindigkeit und der Elektronen-Ort zeitlich oszillieren (Bloch-Oszillationen). (★★)
- Warum fließt dann ein Strom bei angelegtem elektrischen Feld? Berechnen Sie dazu aus der Beweglichkeit $\mu = 1300 \text{ cm}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$ der Elektronen in Silizium die mittlere Streuzzeit τ , verwenden Sie als Abschätzung für die effektive Masse der Elektronen den Wert $0.32 m_0$. Vergleichen Sie diese Streuzzeit mit einer Bloch-Oszillations-Periode für eine Feldstärke von 10^6 V/m . (★★)

Benutzen Sie:

$$v = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial W}{\partial k}, \quad \frac{1}{m_{\text{eff}}} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 W}{\partial k^2}, \quad \mu = \frac{e\tau}{m_{\text{eff}}}$$

Die Gitterkonstante beträgt $a_{\text{Si}} = 5.43 \text{ \AA}$.

35. Die Bandstruktur II (T - V7/8)

- Bei der Betrachtung der realen Bandstruktur in der Abbildung 1 fällt auf, dass das Valenzband aus mehreren, energetische nahe beieinander liegenden Bändern besteht. Versuchen Sie, die Ursache dieser Aufspaltung des Valenzbandes zu recherchieren. (★★★)
- Was ist der Gunn-Effekt? Erläutern Sie diesen anhand des Banddiagramms in Abbildung 1(b) mit Hilfe der effektiven Massen. (★★)
- Zeigen Sie, dass volle Bänder keinen Beitrag zum Gesamtstrom in einem Halbleiter liefern. (★★)

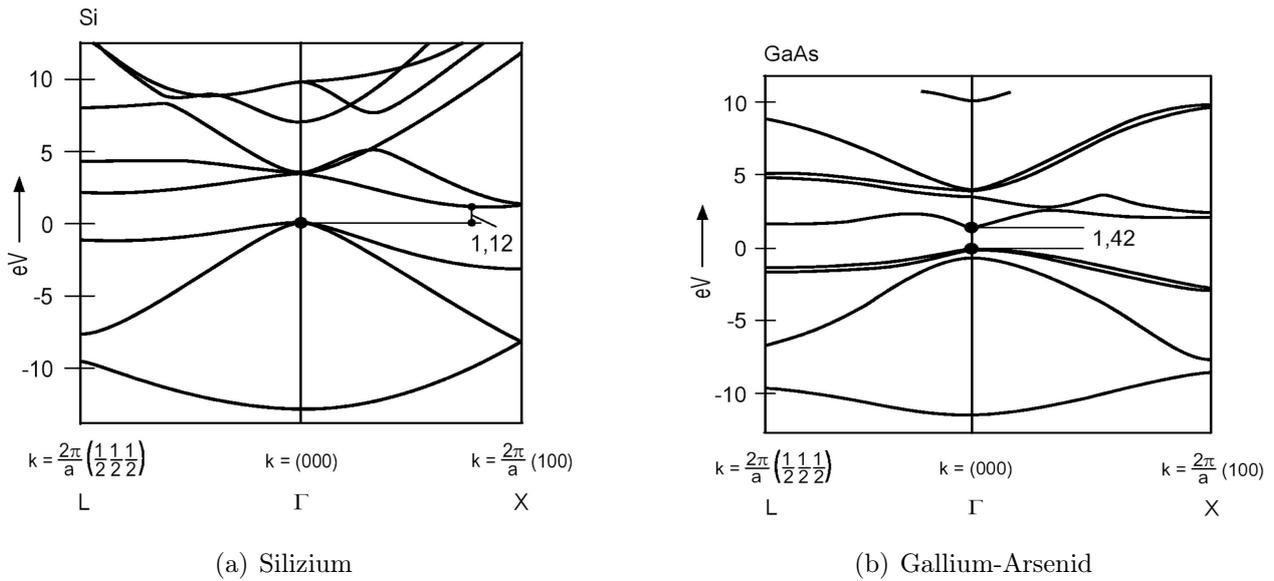


Abb. 1: Reale Bandstrukturen von Silizium und Gallium-Arsenid.

36. **Kronig-Penney-Modell (Ü/S - V8)**

Bisher haben wir nur qualitative Aussagen über das Entstehen der Bandstruktur gemacht. Eine Möglichkeit, quantitative Aussagen zu machen, bietet das Kronig-Penney-Modell. Hier wird das periodische Potential im eindimensionalen Kristall durch ein Rechteckprofil angenähert (Abbildung 2).

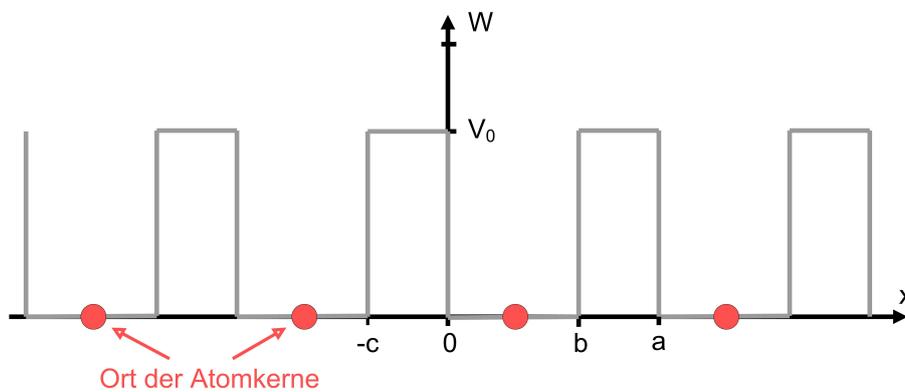


Abb. 2: Potentialverlauf im Kronig-Penney-Modell

- a) Geben Sie den Ansatz für ein Elektron als Blochwelle im Kristall an. Welche Eigenschaften haben die Bestandteile des Bloch-Ansatzes? (★)
- b) Nun betrachten Sie eine Einheitszelle des Kristalls ($-c \leq x \leq b$). Setzen Sie den Ansatz aus a) für die beiden Bereiche konstanten Potentials in die Schrödingergleichung ein. Leiten Sie ab, vereinfachen Sie die Gleichung und führen Sie die Abkürzungen $\kappa_1 = \sqrt{(2mW/\hbar^2)}$ und $\kappa_2 = \sqrt{(2m(V_0 - W)/\hbar^2)}$ ein. (★★)
- c) Finden Sie in den beiden Gebieten Lösungsansätze für die Differentialgleichungen. (★★★)

- d) Stellen Sie die Gleichungen zur Bestimmung der in den im letzten Aufgabenteil gefundenen Lösungen auftretenden Konstanten mit Hilfe der Stetigkeitsbedingungen und der Periodizität der Bloch-Funktionen auf. (★★)
- e) Das aus den Randbedingungen folgende Gleichungssystem ist wie üblich nur lösbar, falls seine Determinante Δ verschwindet. In diesem Fall ergibt sich:

$$\Delta = j8\kappa_1\kappa_2 e^{jk} \left(\cos(ka) - \frac{\kappa_2^2 - \kappa_1^2}{2\kappa_1\kappa_2} \sinh(\kappa_2 c) \sin(\kappa_1 b) - \cosh(\kappa_2 c) \cos(\kappa_1 b) \right)$$

Werten Sie die Bedingung $\Delta = 0$ aus, indem Sie nach k auflösen und zusätzlich für κ_1 und κ_2 die mit V_0 erweiterten Ausdrücke $\kappa_1 = \sqrt{\left(\frac{2mV_0}{\hbar^2} \frac{W}{V_0}\right)}$ und $\kappa_2 = \sqrt{\left(\frac{2mV_0}{\hbar^2} \left(1 - \frac{W}{V_0}\right)\right)}$ einsetzen. Sie sollten am Ende eine Gleichung der Form $k = \frac{1}{a} \arccos\left(L\left(\frac{W}{V_0}\right)\right)$ erhalten, wobei L eine Funktion ist. (★★)

- f) In Abbildung 3 ist die Funktion $L\left(\frac{W}{V_0}\right)$ für ein Verhältnis der Längen c und b von $c/b = 0.1$ und für $\frac{2mV_0 b^2}{4\hbar^2} = 36$ (hiermit wird die Höhe des Potentials V_0 festgelegt) aufgetragen. Beachten Sie, dass nicht L über W/V_0 aufgetragen ist, sondern W/V_0 über L . Mit Hilfe des Ergebnisses aus dem letzten Aufgabenteil können Sie nun in der Abbildung die Bildung von Bändern und Bandlücken visualisieren. (★★★)

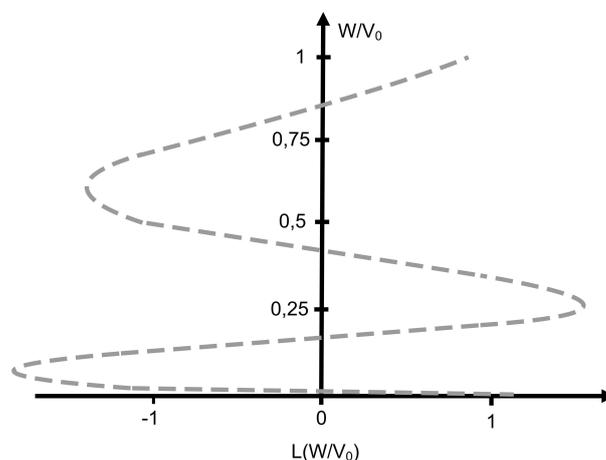


Abb. 3: Zeichnerische Lösung zum Kronig-Penney-Modell

37. Leitfähigkeit (T - V8)

- a) Wie ist die Leitfähigkeit definiert? Welche Faktoren bestimmen die Leitfähigkeit im Halbleiter und wie kann man diese beeinflussen? (★)
- b) In eine organische Dünnschicht-LED werden über 2 Metallkontakte Elektronen bzw. Löcher injiziert. Die Dicke der organischen Schicht ist typischer Weise ca. 200 nm. Nehmen Sie an, dass Elektronen und Löcher die gleiche Mobilität von

$\mu = 10^{-3} \text{ cm}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$ besitzen und etwa in der Mitte der Schicht unter Abstrahlung von Licht rekombinieren. Wie lange dauert es demnach, bis die ersten Ladungsträger nach dem Einschalten der Spannung $U=6 \text{ V}$ die Rekombinationszone erreicht haben? (★★)

- c) Ist diese organische LED damit für Daten Übertragungen im GBit-Bereich durch aktive Modulation geeignet? (★★)
- d) Die Beweglichkeit der Elektronen in einem Film aus dem organischen Halbleitermaterial PFO ist abhängig vom angelegten Feld über:

$$\mu(E) = \mu_0 \exp(\alpha\sqrt{E}) \quad (1)$$

Hier ist $\mu_0 = 4,3 \cdot 10^{-5} \text{ cm}^2/\text{Vs}$ und $\alpha = 3,48 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{1/2}/\text{V}^{1/2}$. Nun werden an einen 100 nm dicken Film 5 V Spannung angelegt. Wie groß müsste die Ladungsträgerdichte sein, damit die Stromdichte erreicht wird, die in einem ebenso dicken Siliziumplättchen bei gleicher Spannung mit einer Elektronen-Konzentration von 10^{16} cm^{-3} (Löcher sind vernachlässigbar) fließt ($\mu_n = 1500 \text{ cm}^2/\text{Vs}$, $\mu_p = 500 \text{ cm}^2/\text{Vs}$)? (★★)

38. **Messung der Leitfähigkeit (T - V8)** Sie halten einen Galliumarsenid-Wafer in der Hand (giftig! Handschuhe anziehen!). Dummerweise ist das Etikett auf der Verpackung nicht mehr lesbar, d.h. Sie können keine Aussage über die Dichte der zum Strom beitragenden Elektronen machen (der Anteil der Löcher zum Strom kann vernachlässigt werden). Sie wissen aber, dass die Mobilität von Elektronen in Galliumarsenid $\mu_e = 8500 \text{ cm}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$ beträgt.

- a) Wie können Sie mit einer SMU (Source-Meter-Unit) zum Vermessen von Strom-Spannungs-Kennlinien die Dichte der am Ladungstransport teilnehmenden Elektronen bestimmen? (★)
- b) Was sind Widerstand, spezifischer Widerstand, Leitwert und spezifischer Leitwert und wie hängen sie zusammen? Geben Sie die Bereiche an, in denen der spezifische Leitwert (oder der spezifische Widerstand) für Metalle, Halbleiter und Isolatoren üblicherweise liegen. (★)
- c) Finden Sie heraus, was der Flächenwiderstand einer Schicht ist und wie dieser mit dem Widerstand sowie dem spezifischen Widerstand zusammenhängt. (★)
- d) Warum ist der Widerstand einer quadratischen leitenden Fläche immer gleich? (★★)
- e) Informieren Sie sich, wie eine Vier-Punkt-Messung zur Bestimmung des Flächenwiderstands eines Halbleiters durchgeführt wird. Skizzieren Sie den Aufbau. Welche Vorteile hat eine solche Messung gegenüber der Messung mit einer SMU oder einem Multimeter? (★)
- f) Eine weitere gebräuchliche Messmethode für Flächenwiderstände ist die van-der-Pauw-Methode. Beschreiben Sie auch diese kurz und nennen Sie Vorteile dieser Methode. (★★)