

Einleitung Festkörperelektronik / Grundlagen der Quantenmechanik

Einleitende Vorlesung / 1. Übung Festkörperelektronik

Lichttechnisches Institut (LTI)

Sommersemester 2015

Nico Bolse, Manuel Koppitz



Vorlesungsbetreuung

■ Nico Bolse

- LTI, Geb. 30.34, R014
- 0721 / 608 - 44055
- nico.bolse@kit.edu



■ Manuel Koppitz

- LTI, Geb. 30.34, R125
- 0721 / 608 - 41669
- manuel.koppitz@kit.edu



Vorlesung: Festkörperelektronik

■ Dozent:

- Prof. Uli Lemmer
- Lichttechnisches Institut (LTI), Geb. 30.34, Raum 222
- Tel: 0721 / 608 – 42530
- E-Mail: uli.lemmer@kit.edu
- URL: www.lti.kit.edu

■ Alle Materialien zur Veranstaltung:

- URL: ilias.studium.kit.edu
- Einmalige Registrierung mit Passwort: FE_ist_to!!

■ Prüfung: schriftlich, 2 Stunden

■ Vorkenntnisse: HM I-III, Physik A+B, Felder und Wellen

Terminplanung

Tag/Monat	April	Mai	Juni	Juli
1		Tag der Arbeit		
2				
3	Karfreitag		Ausgabe T3	U5, Ausgabe U6/T6
4		Tut-Woche 1	Fronleichnam	
5			Brückentag	
6	Ostermontag			Tut-Woche 6
7		V3		
8		V4	Tut-Woche 3	
9				V12
10				U6, Ausgabe U7/T7
11			V8	
12			V9, Ausgabe U4/T4	
13	Beginn VLZ, Ausgabe U1	Ausgabe U3/T2		Tut-Woche 7
14		Christi Himmelfahrt		
15		Brückentag	Tut-Woche 4	
16	U1			V13
17				U7
18		Tut-Woche 2		
19			U4	
20				
21		V5		
22		U3		
23	V1			
24	V2, Ausgabe U2			
25		Pfingstmontag	V10, IF	
26			V11, Ausgabe U5/T5	
27				
28		V6		
29		V7	Tut-Woche 5	
30	U2, Ausgabe T1			
31				

Wochenende
Feiertag
Vorlesung
Übung
Tutorium
IF: Institutsführung
Brückentag

Ausgabe: Ü/T wird in ILIAS veröffentlicht

Stand: 09.04.2015

alle Donnerstagstermine finden von 11.30 - 13.00 Uhr im MTI-Hörsaal (Geb. 30.33) statt
alle Freitagstermine finden von 11.30 - 13.00 Uhr im NTI-Hörsaal (Geb. 30.10) statt

Klausur

- Klausurtermin: 01.09.2015, 11:00 – 13:00 Uhr
- Klausurdauer: 120 Minuten
- Klausuranmeldung:
 - Für ETEC's: online im QISPOS (noch nicht freigeschaltet)
 - Für MWT'ler: online für Kombiprüfung PB/FE anmelden und dann unbedingt eine E-Mail mit Anmeldewunsch an die Übungsleiter der Veranstaltung schicken, für die ihr die Klausur in diesem Semester schreiben wollt
- Hilfsmittel: nicht-programmierbarer Taschenrechner, 1 DIN-A4 Blatt handschriftlicher Notizen (doppelseitig), Tabelle mit physikalischen Konstanten und Integralen (wird mit Klausur ausgeteilt)

Ablauf für Übung und Tutorien

- Übungsblätter und Tutoriumsaufgaben ab dem Ausgabetermin (siehe Terminplanung) in ILIAS:

Erreichbar über die FE-Seite: http://www.lti.kit.edu/4668_6616.php

Unter LVNr.: 23704

Bzw. direkt: https://ilias.studium.kit.edu/goto_produktiv_crs_411809.html

Passwort: FE_ist_to!!

- Getrennte Aufgabenblätter für Übung und Tutorium
- Musterlösungen nach Besprechung zeitnah in ILIAS
- Fragestunde zur Klausurvorbereitung (Termin ausstehend)

Übungsblätter rechnen ist die beste Klausurvorbereitung!

Tutorien

Zeit	Montag	Dienstag	Mittwoch	Donnerstag	Freitag
08:00-09:30	Tut 1: Geb.30.34/R119	Tut 7: Geb.30.34/R119 Tut 8: Geb.50.41/R-133		Tut 16: Geb.30.34/R119	Tut 18: Geb.30.34/R119
09:45-11:15	Tut 2: Geb.30.34/R119 Tut 3: Geb.50.41/R-109 Tut 4: Geb.50.41/R-108	Tut 9: Geb.30.34/R119			Tut 19: Geb.30.34/R119
11:30-13:00					
14:00-15:30	Tut 5: Geb.30.34/R119	Tut 10: Geb.30.34/R119	Tut 12: Geb.30.34/R119 Tut 13: Geb.50.41/R-109	Tut 17: Geb.30.34/R119	
15:45-17:15	Tut 6: Geb.30.34/R119	Tut 11: Geb.30.34/R119	Tut 14: Geb.30.34/R119 Tut 15: Geb.30.22/Kl.HS-A		Tut 20: Geb.30.34/R119

Tutoriumswochen:

4. – 8. Mai 2015

18. – 22. Mai 2015

8. – 12. Juni 2015

15. - 19. Juni 2015

29. Juni – 3. Juli 2015

6. – 10. Juli 2015

13. -17. Juli 2015

Anmeldung für Tutorien

- Anmeldung unter <http://www.lti.kit.edu/6028.php>

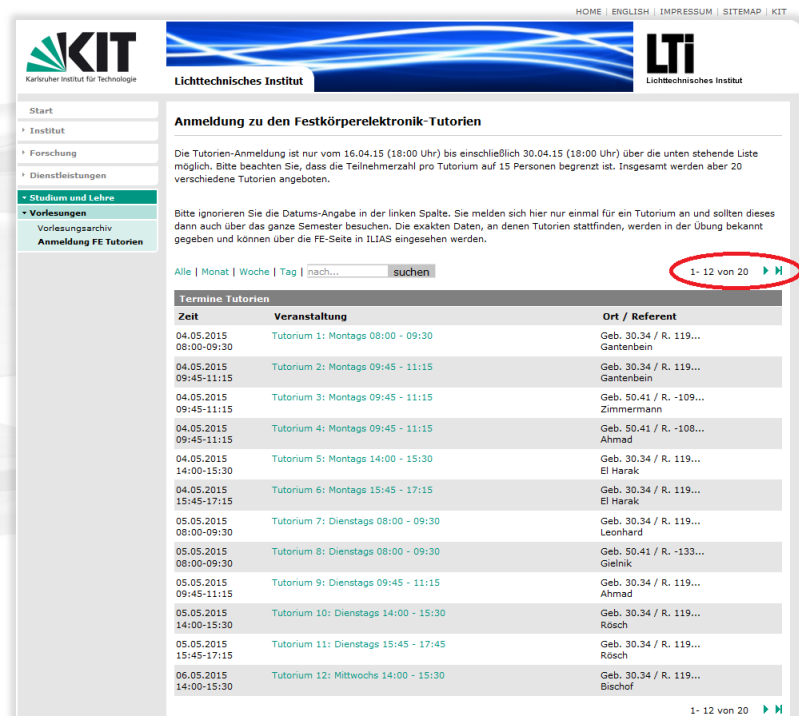
Freischaltung: **16.04.2015, 18:00 Uhr** - 30.04.2015, 18:00 Uhr

- Max. 15 Teilnehmer pro Tutorium, 20 Tutorien zur Wahl

- Tutoriumswochen:

- 4. – 8. Mai 2015
- 18. – 22. Mai 2015
- 8. – 12. Juni 2015
- 15. - 19. Juni 2015
- 29. Juni – 3. Juli 2015
- 6. – 10. Juli 2015
- 13. -17. Juli 2015

- Nur für 1 Tutorium anmelden



Anmeldung zu den Festkörperelektronik-Tutorien

Die Tutorien-Anmeldung ist nur vom 16.04.15 (18:00 Uhr) bis einschließlich 30.04.15 (18:00 Uhr) über die unten stehende Liste möglich. Bitte beachten Sie, dass die Teilnehmerzahl pro Tutorium auf 15 Personen begrenzt ist. Insgesamt werden aber 20 verschiedene Tutorien angeboten.

Bitte ignorieren Sie die Datums-Angabe in der linken Spalte. Sie melden sich hier nur einmal für ein Tutorium an und sollten dieses dann auch über das ganze Semester besuchen. Die exakten Daten, an denen Tutorien stattfinden, werden in der Übung bekannt gegeben und können über die FE-Seite in ILIAS eingesehen werden.

Alle | Monat | Woche | Tag | nach... suchen

Zeit	Veranstaltung	Ort / Referent
04.05.2015 08:00-09:30	Tutorium 1: Montags 08:00 - 09:30	Geb. 30.34 / R. 119... Gantenbein
04.05.2015 09:45-11:15	Tutorium 2: Montags 09:45 - 11:15	Geb. 30.34 / R. 119... Gantenbein
04.05.2015 09:45-11:15	Tutorium 3: Montags 09:45 - 11:15	Geb. 50.41 / R. -109... Zimmermann
04.05.2015 09:45-11:15	Tutorium 4: Montags 09:45 - 11:15	Geb. 50.41 / R. -108... Ahmad
04.05.2015 14:00-15:30	Tutorium 5: Montags 14:00 - 15:30	Geb. 30.34 / R. 119... El Harak
04.05.2015 15:45-17:15	Tutorium 6: Montags 15:45 - 17:15	Geb. 30.34 / R. 119... El Harak
05.05.2015 08:00-09:30	Tutorium 7: Dienstags 08:00 - 09:30	Geb. 30.34 / R. 119... Leonhard
05.05.2015 08:00-09:30	Tutorium 8: Dienstags 08:00 - 09:30	Geb. 50.41 / R. -133... Gielink
05.05.2015 09:45-11:15	Tutorium 9: Dienstags 09:45 - 11:15	Geb. 30.34 / R. 119... Ahmad
05.05.2015 14:00-15:30	Tutorium 10: Dienstags 14:00 - 15:30	Geb. 30.34 / R. 119... Rösch
05.05.2015 15:45-17:15	Tutorium 11: Dienstags 15:45 - 17:45	Geb. 30.34 / R. 119... Rösch
06.05.2015 14:00-15:30	Tutorium 12: Mittwochs 14:00 - 15:30	Geb. 30.34 / R. 119... Bischof

1-12 von 20

Literaturempfehlungen

- Folien
- Skript Festkörperelektronik (Download über ILIAS)
- Skript Elektrophysik (Prof. W. Heering, Download über ILIAS)
- Quantenmechanik
 - Feynman Vorlesungen über Physik (Feynman, Leighton, Sands)
 - Physikalische Chemie (P.W. Atkins)
 - Experimentalphysik III (W. Demtröder)
- Halbleiter:
 - Festkörperphysik, Einführung in die Grundlagen (Ibach, Lüth)
 - Advanced Semiconductor Fundamentals (Robert F. Pierret)
 - Semiconductor Device Fundamentals (R.F. Pierret, deckt auch HLB ab)
- Zahlreiche weitere Empfehlungen in ILIAS

Online-Ressourcen

■ Quantenmechanik

- <http://www.kfunigraz.ac.at/imawww/vqm/german/qm-online.html>
- <http://www.falstad.com/mathphysics.html>

■ Halbleiterbauelemente

- Homepage von Prof. Bart Zeghbroeck, University of Colorado, USA
 - <http://ecee.colorado.edu/~bart/book/book/index.html>



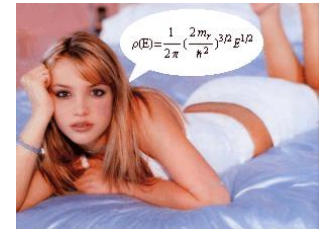
- Online-Material an der Universität Kiel (Prof. Föll)
 - http://www.tf.uni-kiel.de/matwis/amat/semi_en/index.html

Online-Ressourcen

■ Halbleiterbauelemente

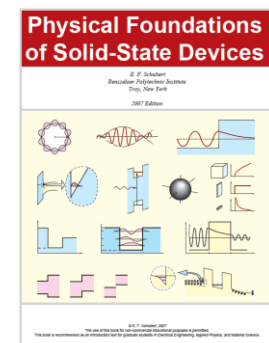
- Britney Spears, is one of the most popular singers of all time ... less attention has been paid to her ability as a semiconductor physicist. Marvel at her incredible physical talents, as we remedy this.

■ <http://www.britneyspears.ac/>



- Prof. E.F. Schubert: Physical Foundations of Solid-State Devices

■ Verfügbar in ILIAS



Einbettung ins Studium

Materialwissenschaftliche/
bauelementorientierte Vorlesungen:

Physik A, B



Festkörperelektronik



Passive Bauelemente
Halbleiterbauelemente



Studienmodelle

Festkörperelektronik ist auch ...

...angewandte HM/WT/KAIT.

...eine Mischung aus F&W
und Hochfrequenztechnik mit
Materiewellen.

Was bringt mir die Festkörperelektronik?

Grundlagen der Quantenmechanik



Verständnis der
festkörperphysikalischen Vorgänge
in elektronischen Bauelementen und
Werkstoffen der Elektrotechnik



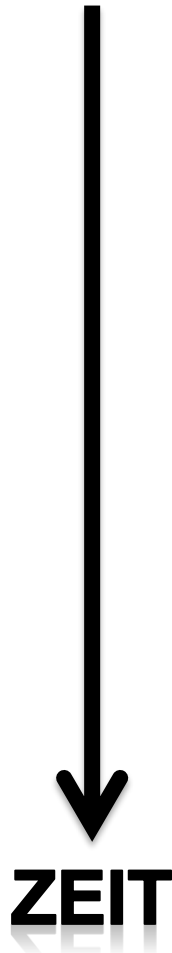
Grundlagen der Halbleiterbauelemente

Was bringt mir die
Schrödinger-
Gleichung?

Was ist ein Leitungsband?

Wie funktioniert eine pn-
Diode?

Inhalte der Vorlesung



1. Grundlagen der Quantenmechanik
2. Elektronische Zustände
3. Vom Wasserstoffatom zum Periodensystem der Elemente
4. Elektronen in Kristallen
5. Halbleiter
6. Quantenstatistik für Ladungsträger
7. Dotierte Halbleiter
8. Halbleiter im Nichtgleichgewicht
9. Der pn-Übergang

Inhalte der 1. Übung / des 1. Tutoriums

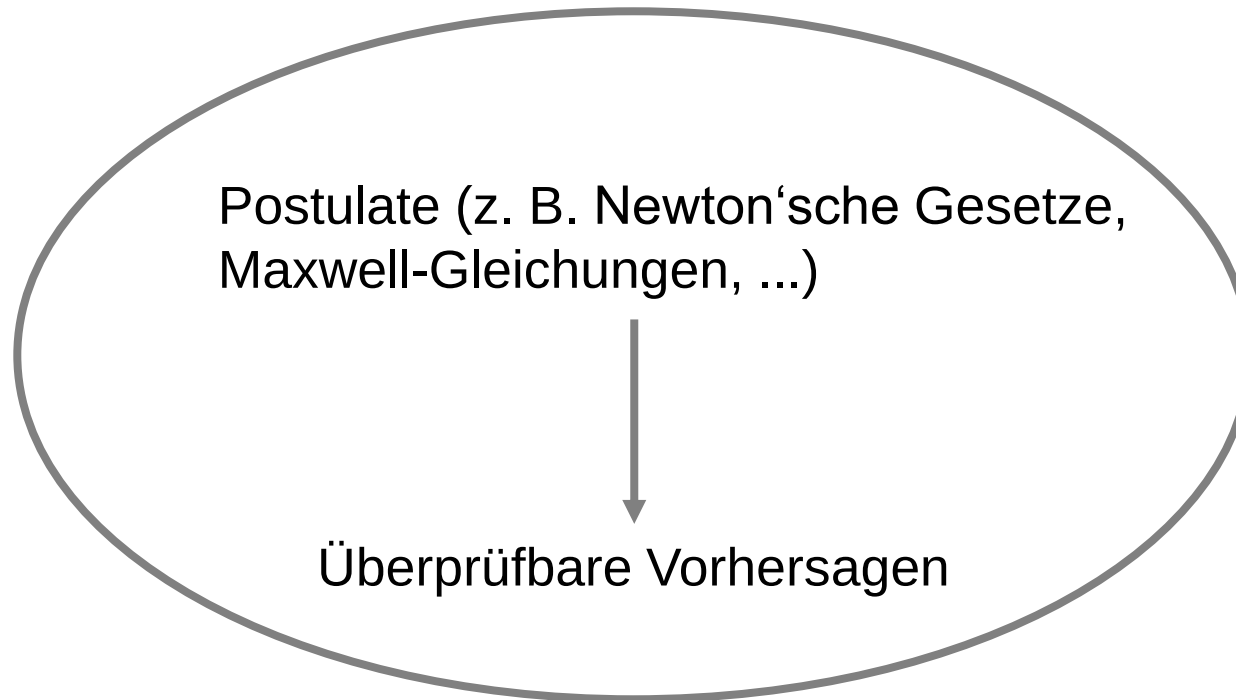
1 Grundlagen der Quantenmechanik

- 1.1 Einleitung (VL 1)
- 1.2 Historisches (VL 1)
- 1.3 Die Schrödingergleichung (VL 1-2)
- 1.4 Das freie quantenmechanische Elektron (VL 2)
- 1.5 Quantenmechanische Erwartungswerte

Ü/T-Blatt 1



Klassik vs. Quantenmechanik



 : Gültigkeitsbereich (z. B. $v \ll c$ für die Newton'sche Mechanik)

Quantenmechanik, insbesondere zur Beschreibung atomarer Vorgänge

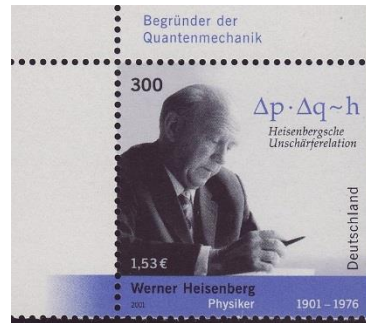
Einführung von $h \approx 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ (*Planck'sches Wirkungsquantum*)

Klassik vs. Quantenmechanik

- Alternative Betrachtungen in der Quantenmechanik am Beispiel eines Teilchens
 - Ein Teilchen wird durch eine komplexwertige Wellenfunktion beschrieben
 - Die Wellenfunktion ist nicht observabel, aber das Betragsquadrat der Wellenfunktion ist proportional zur Aufenthaltswahrscheinlichkeitsdichte des Teilchens und ist messbar
 - Die zeitliche Entwicklung der Wellenfunktion wird durch die Schrödingergleichung beschrieben
 - Es gibt physikalische Eigenschaften des Teilchens, die sich nicht gleichzeitig beliebig genau bestimmen lassen

A1 Unschärferelation

- a) Erläutern Sie den Begriff der *Unschärferelation*.



Bildquelle: wikimedia.org, 22.04.2014

- Allgemein:
 - Gleichzeitige beliebig genaue Messung zweier komplementärer Observablen unmöglich

- Orts-Impuls-Unschärfe:

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$$

- Energie-Zeit-Unschärfe:

$$\Delta W \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$$

- Orts-Wellenzahl-Unschärfe:

$$\Delta x \Delta k \geq \frac{1}{2}$$

A1 Unschärferelation

- b) Mit Hilfe einer neuen Torlinientechnik können beim Fußball die Geschwindigkeit und Position des Balls gleichzeitig gemessen werden. Die Geschwindigkeit des Balls ($m = 0,5 \text{ kg}$) kann dabei sogar auf $0,001 \text{ m/s}$ genau bestimmt werden. Führt die Unschärferelation zu einer Einschränkung der Messgenauigkeit bei der Ortsbestimmung des Balls?



$$m = 0,5 \text{ kg}$$

$$\Delta v = 0,001 \text{ m/s}$$

$$\Delta p = 0,0005 \text{ kgm/s}$$

$$\Delta x \geq \frac{\hbar}{2 \cdot \Delta p} = 1,055 \cdot 10^{-31} \text{ m}$$

Welle-Teilchen-Dualismus

- Neben der Unschärfe ein weiteres Phänomen der Quantenmechanik
- Klassisch:
 - Teilchenphänomene vs. Wellenphänomene
- Quantenmechanik:
 - Teilchen verhalten sich wie Wellen
 - Wellen verhalten sich wie Teilchen



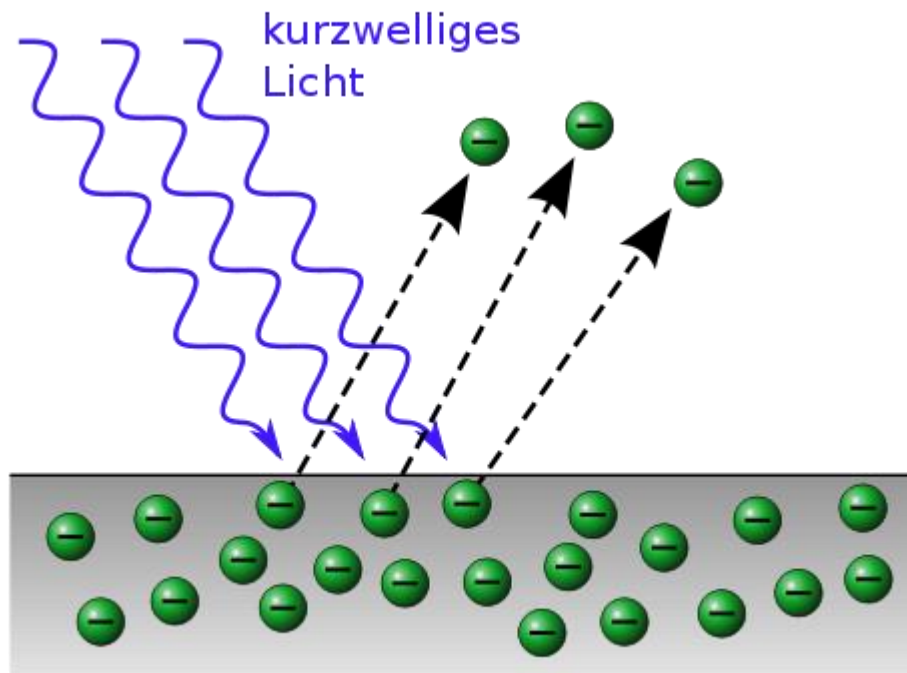
Welle-Teilchen-Dualismus

- de Broglie Beziehung (1924): $p = \hbar k = \frac{h}{\lambda}$



Photoeffekt

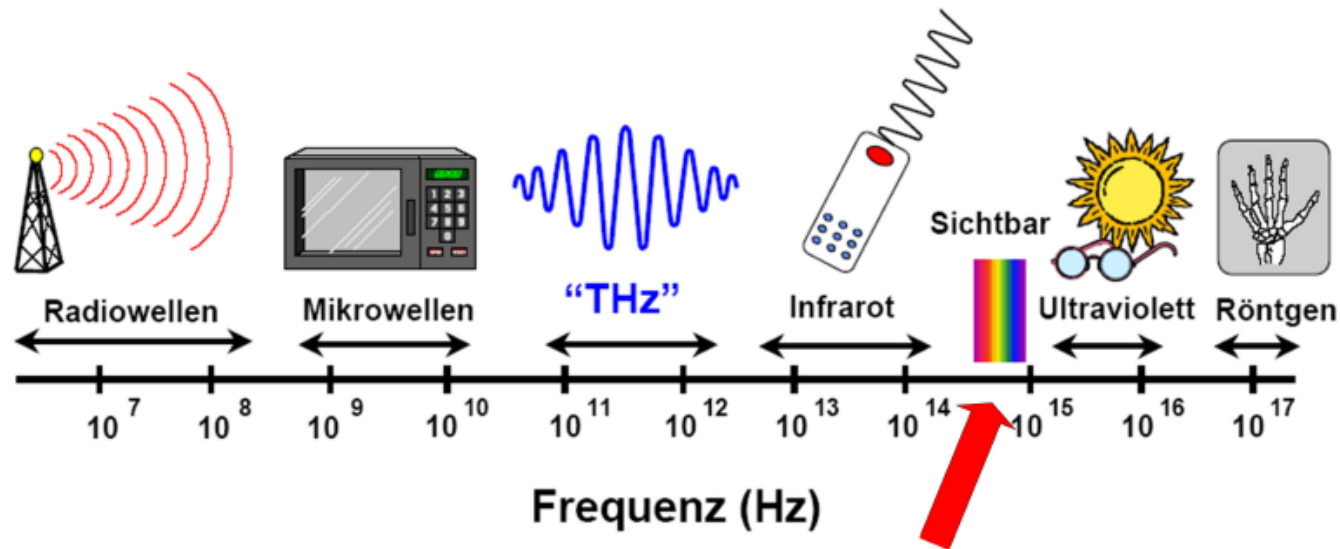
- Beispiel für den Teilchencharakter von Materie



Bildquelle: wikipedia.org, 13.04.2015

A2 Photoeffekt

- a) In welchem Wellenlängenbereich liegt der sichtbare Teil des Spektrums elektromagnetischer Strahlung?



Etwa von 400 nm ($7,5 \cdot 10^{14}$ Hz, Violett) bis 800 nm ($3,75 \cdot 10^{14}$ Hz, Rot)

A2 Photoeffekt

- b) Wie groß sind die Frequenzen (in Hertz) und Energiequanten (in Elektronenvolt bzw. Joule) einer Rundfunkwelle ($\lambda = 1000 \text{ m}$), einer UKW-Welle ($\lambda = 3 \text{ m}$) und weicher Röntgenstrahlung ($\lambda = 10^{-8} \text{ m}$)?

- Allgemein

- Frequenz: $f = \frac{c}{\lambda}$

Energie: $W = hf$

Division mit Elementarladung e

- Rundfunkwelle

- Frequenz: 300 kHz

Energie: $1,99 \cdot 10^{-28} \text{ J} = 1,24 \cdot 10^{-9} \text{ eV}$

- UKW-Welle

- Frequenz: 100 MHz

Energie: $6,63 \cdot 10^{-26} \text{ J} = 4,14 \cdot 10^{-7} \text{ eV}$

- Weiche Röntgenstrahlung

- Frequenz: $3 \cdot 10^{16} \text{ Hz}$

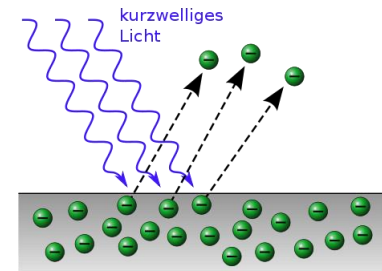
Energie: $1,99 \cdot 10^{-17} \text{ J} = 124,21 \text{ eV}$

A2 Photoeffekt

- c₁) Eine Photozelle enthält eine Kaliumkathode ($W_a = 2,25 \text{ eV}$). Berechnen Sie die Grenzfrequenz für das Auftreten des Photoeffekts.

- Grenzbedingung:

$$W_{\text{Photon}} = W_a \quad \rightarrow \quad hf = h \frac{c}{\lambda} = W_a$$



Bildquelle: wikipedia.org, 13.04.2015

- Grenzfrequenz:

$$f = \frac{W_a}{h} = 5,44 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

entspricht einer Wellenlänge von $\lambda = 551,5 \text{ nm}$

A2 Photoeffekt

- c₂) Welche Geschwindigkeit haben die schnellsten Elektronen bei Beleuchtung mit UV-Licht ($\lambda = 100 \text{ nm}$)? Wird die Geschwindigkeit bei Strahlung mit halber Wellenlänge doppelt so groß?

- Energieerhaltung bei Beleuchtung:

$$W_{\text{Photon}} = W_a + W_{\text{kin, Elektron}} = W_a + \frac{1}{2} m_e v_{\text{max}}^2$$

→

$$v_{\text{max}} = \sqrt{\frac{2}{m_e} \left(h \frac{c}{\lambda} - W_a \right)}$$
$$= 1,89 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

- Halbe Wellenlänge: $v_{\text{max},2} = 2,82 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

→ keine Verdopplung der Geschwindigkeit, da nichtlinearer Zusammenhang

A2 Photoeffekt

- d) Wie groß muss die angelegte Spannung U sein, damit die aus einer Magnesium-Kathode ($W_a = 3,7 \text{ eV}$) durch Licht mit der Wellenlänge $\lambda = 302 \text{ nm}$ herausgeschlagenen Elektronen gerade nicht die Anode erreichen?

- Grenzbedingung:

$$W_{pot} = W_{kin} \quad \rightarrow \quad eU = W_{Photon} - W_a$$

- Berechnung der Spannung:

$$U = \frac{h \frac{c}{\lambda} - W_a}{e} = 0,41 \text{ V}$$

A2 Photoeffekt

- e) Zur richtigen Belichtung eines Film mit Silberkörnern benötigt man bei $\lambda = 550 \text{ nm}$ etwa 10^{-6} J/m^2 . Wie viele Photonen sind für 1 mm^2 lichtempfindliche Fläche nötig?
- Berechnung der Photonenenergie:

$$W_{\text{Photon}} = hf = h \frac{c}{\lambda} = 3,61 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

- Berechnung der notwendigen Anzahl an Photonen:

$$n \cdot W_{\text{Photon}} = S \cdot A$$

→

$$n = S \cdot \frac{A}{W_{\text{Photon}}} = 2,77 \cdot 10^6 \text{ Photonen}$$

Historisches zur Quantenmechanik: Interferenz

Interferenz ist ein typisches Wellenphänomen. Experimente hierzu können z.B. in der Badewanne erfolgen.

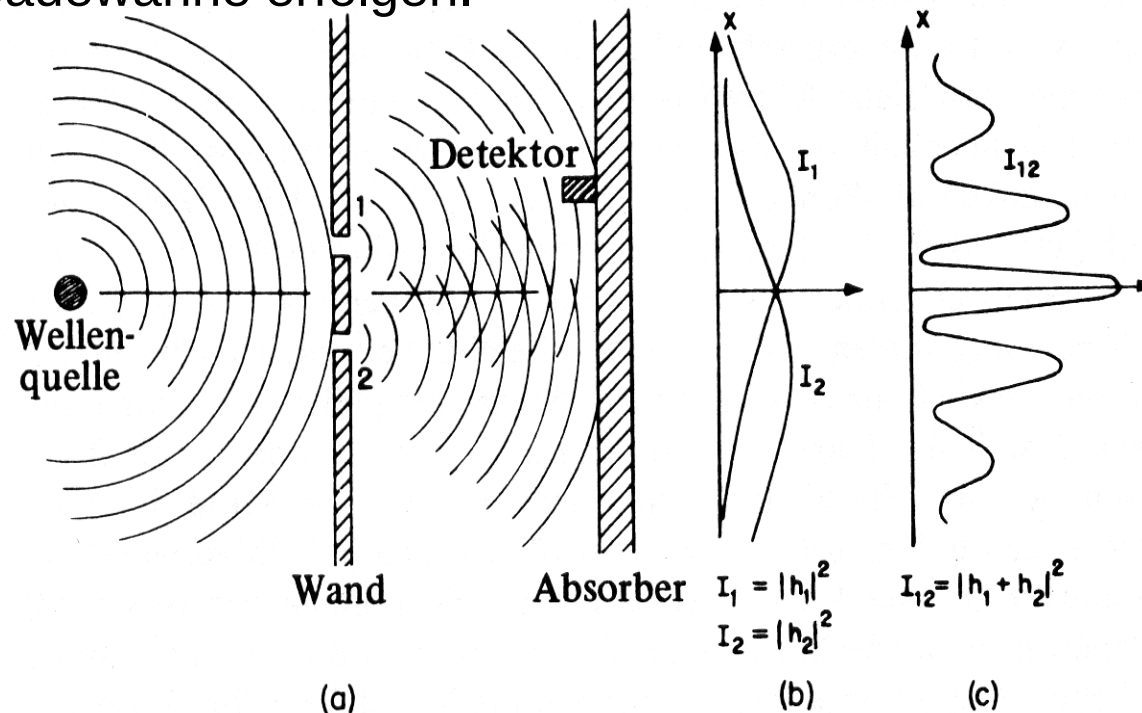


Fig. 1–2. Interferenzexperiment mit Wasserwellen.

Quelle: Feynman Lectures

Viele Interferenzphänomene sind auch im Bereich der Optik bekannt. Hier kommt es zu einer Überlagerung von elektromagnetischen Wellen.

Historisches zur Quantenmechanik: Interferenz

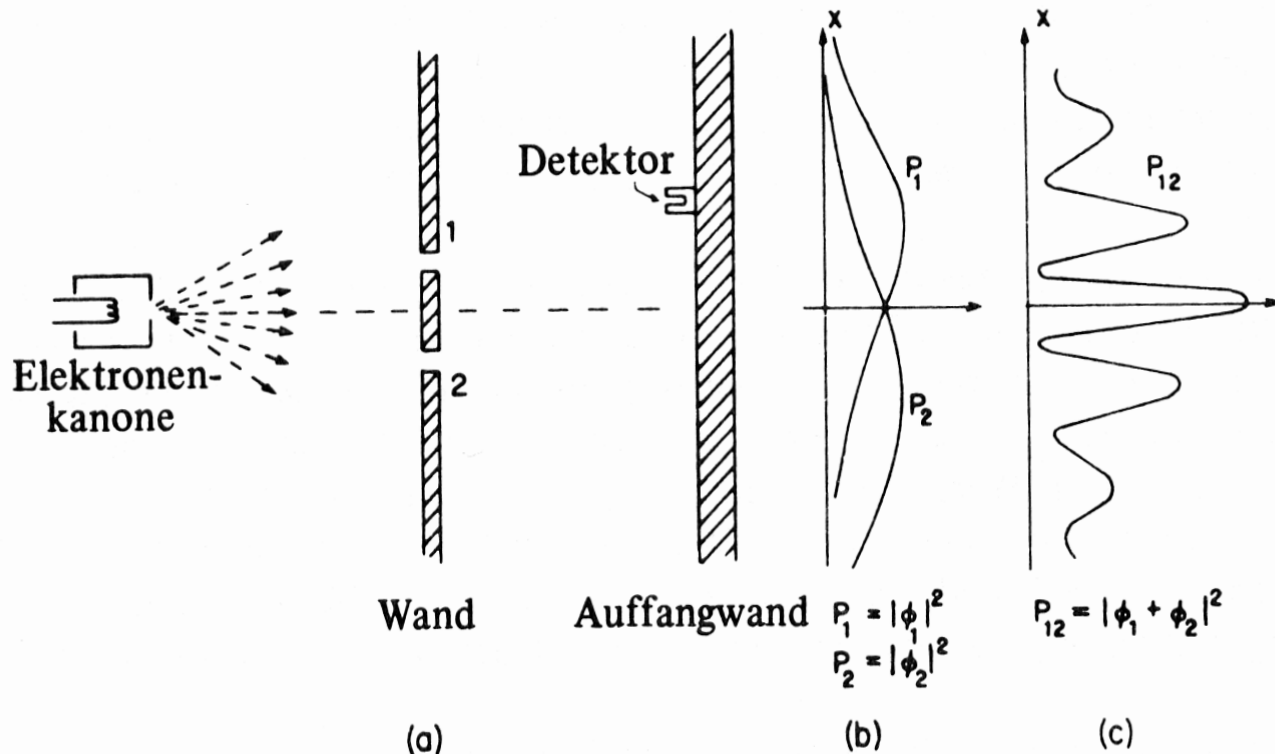
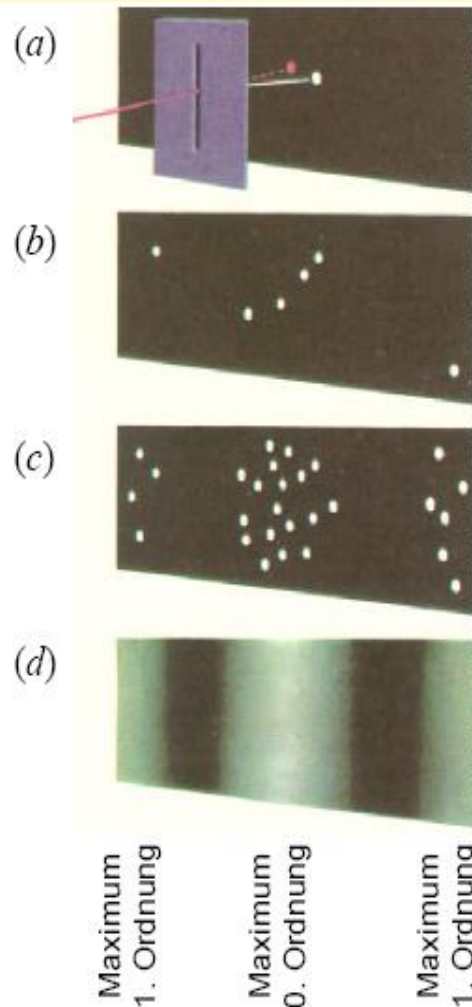


Fig. 1–3. Interferenzexperiment mit Elektronen.

Quelle: Feynman Lectures

Mit einem ähnlichen Experiment konnten Davisson und Germer 1927 erstmals die Interferenz von Elektronen nachweisen. Teilchen treten auch als Felder (Wellen) auf.

Teilchen als Wellen



Beugung im Teilchenbild.

(a) Die Flugbahn des einzelnen Teilchens weicht von der geraden Richtung ab.

(b) Die Auftreffpunkte mehrerer Teilchen sind scheinbar regellos verteilt.

(c) Häufung an bestimmten Stellen.

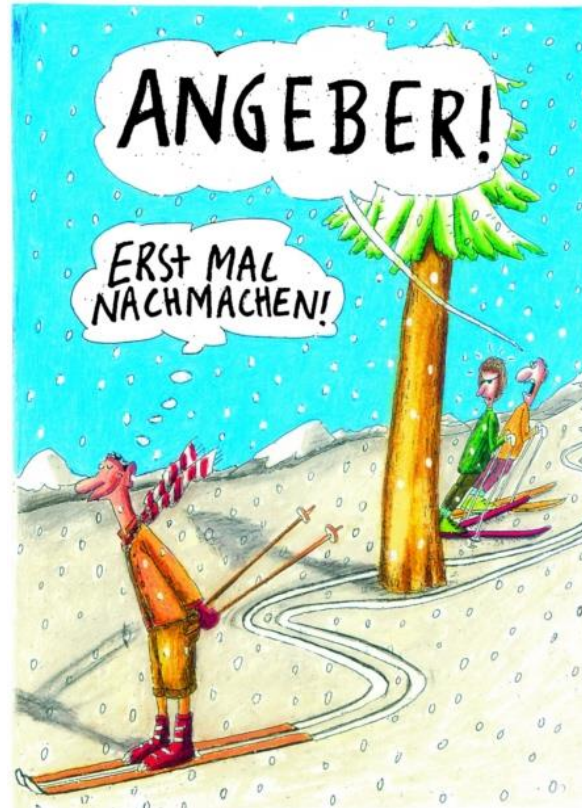
(d) Gesamtes Erscheinungsbild.

➤ Flugbahn des einzelnen Teilchens nicht bekannt

➤ Wahrscheinlichkeitsaussagen

Quelle: H. Leipner, U Halle

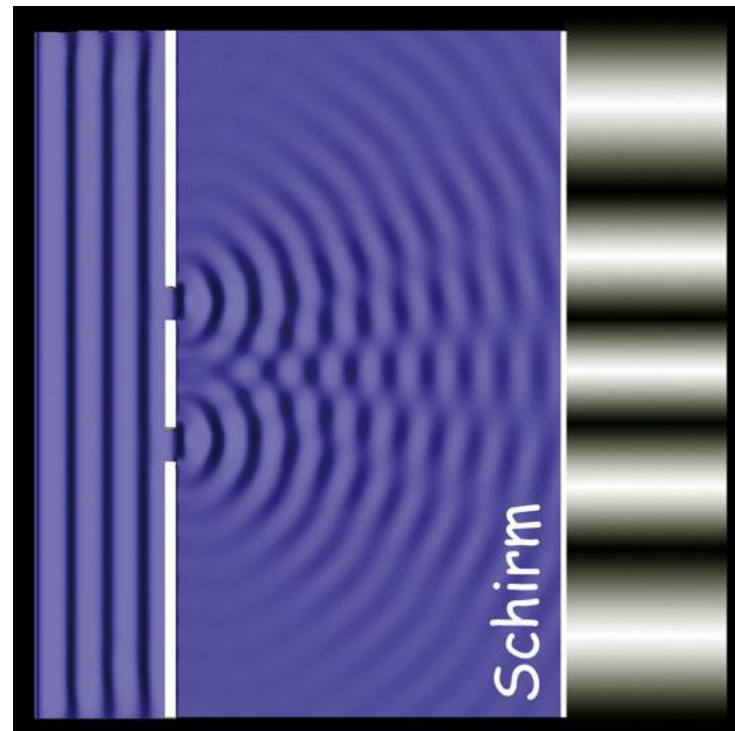
A3 Doppelspalt-Experiment



Quelle: <http://www.oberstufenphysik.de/graph/doppelspaltskifahrer.jpg>, 22.04.2014, 16:00

A3 a) Doppelspalt-Experiment

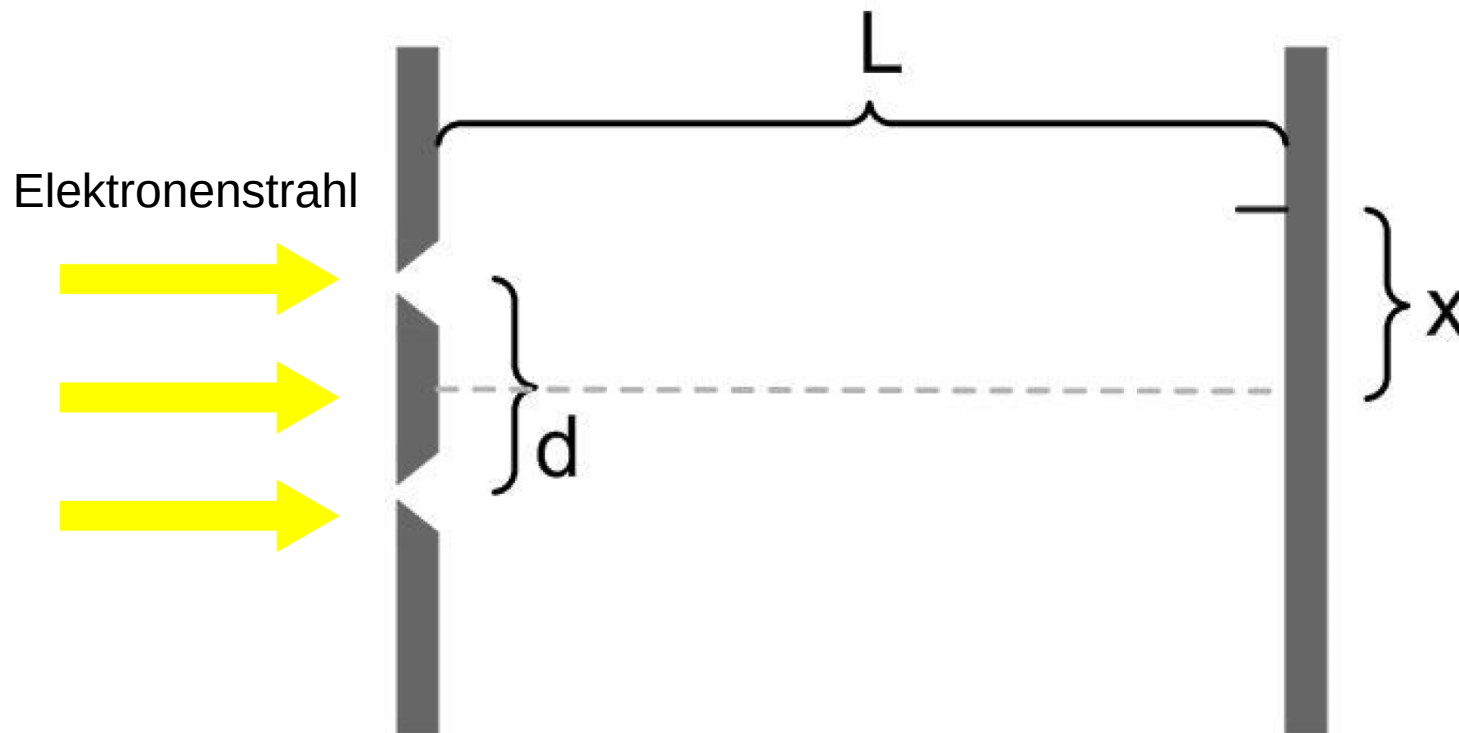
- Alternative Betrachtungsweise: Huygens-Prinzip



Quelle: <http://www.oebv.at/sixcms/media.php/229/26-10.jpg> (22.04.2014, 10:35)

A3 a) Doppelspalt-Experiment

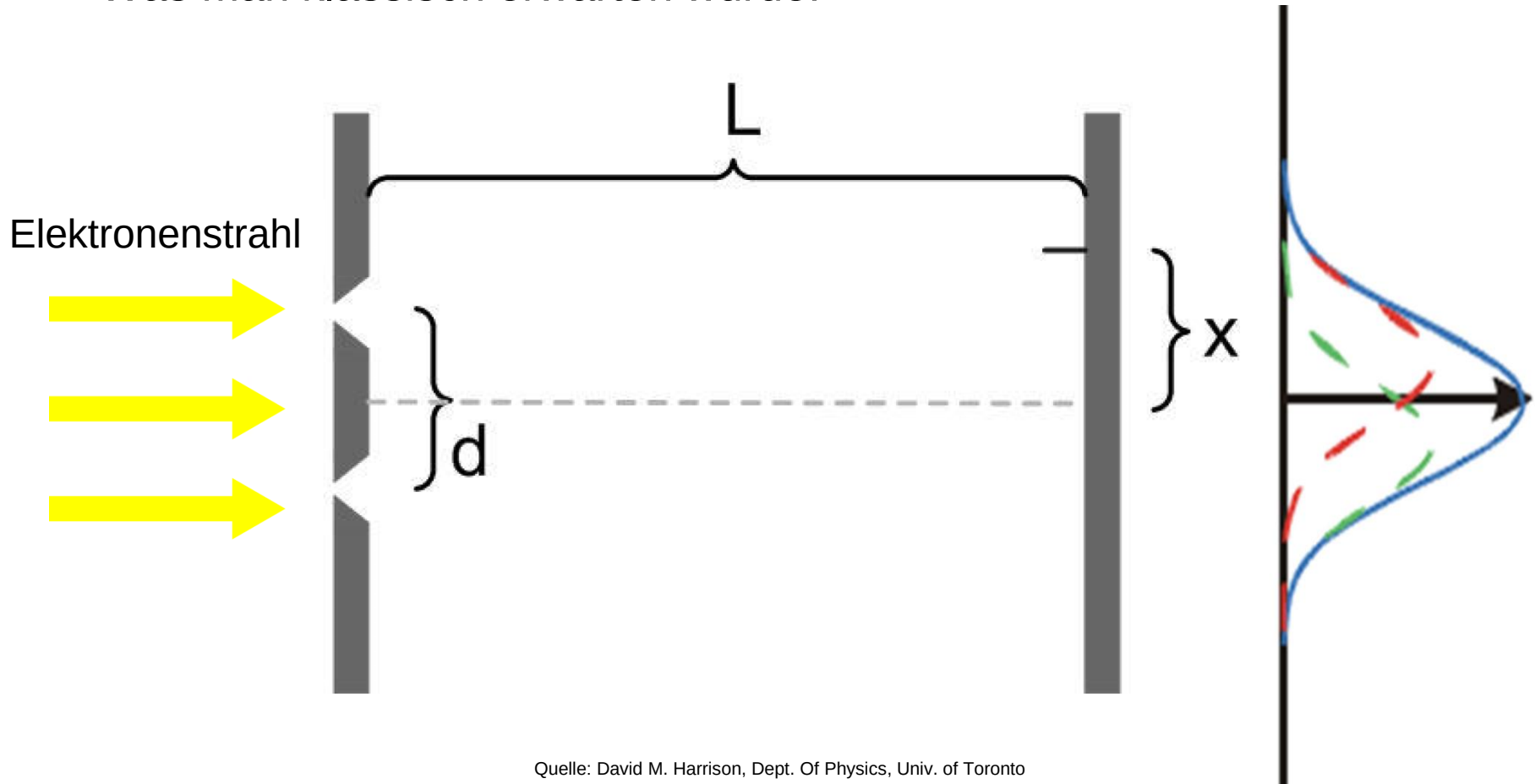
■ Versuchsaufbau



Quelle: David M. Harrison, Dept. Of Physics, Univ. of Toronto

A3 a) Doppelspalt-Experiment

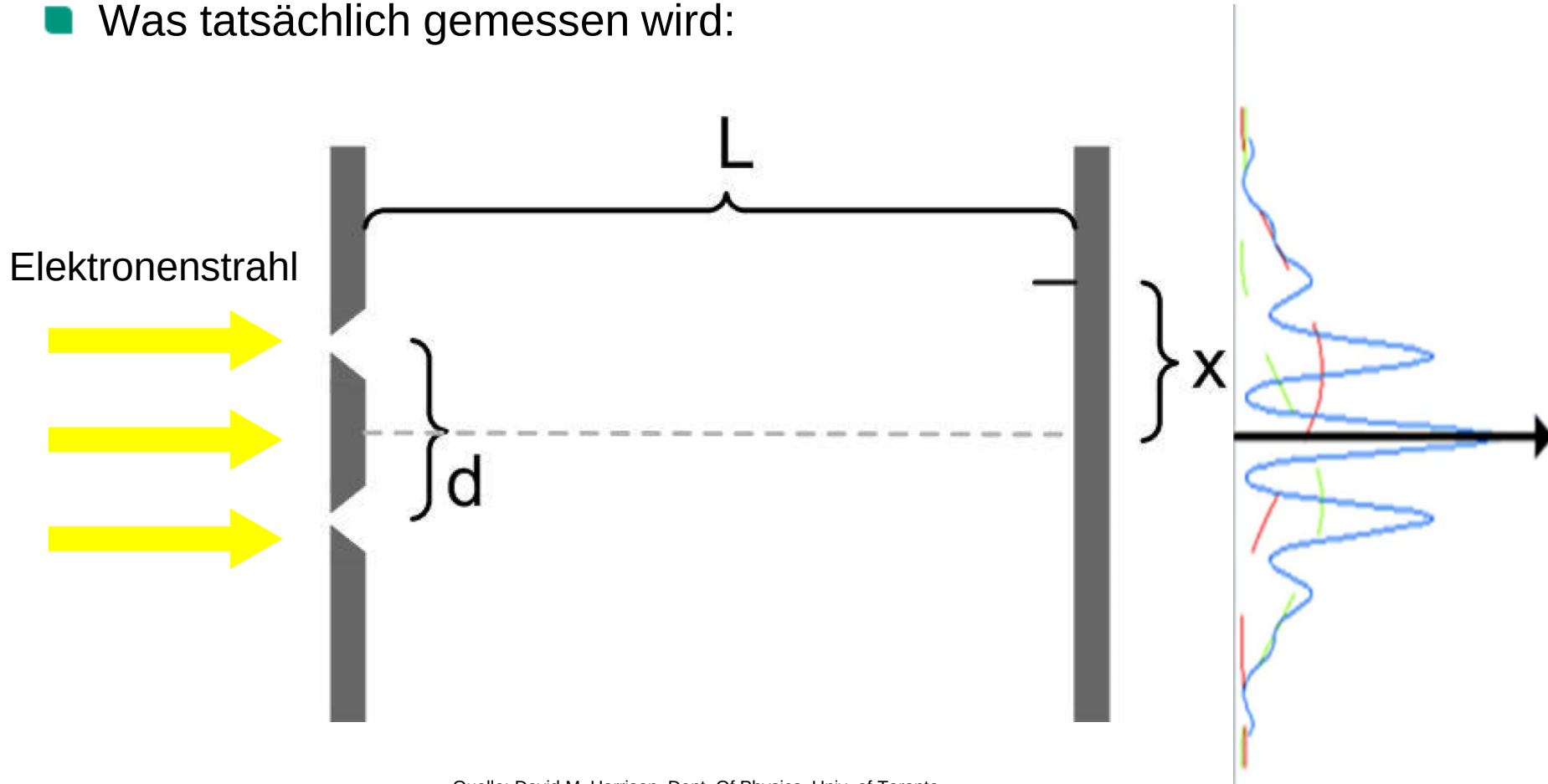
- Was man klassisch erwarten würde:



Quelle: David M. Harrison, Dept. Of Physics, Univ. of Toronto

A3 a) Doppelspalt-Experiment

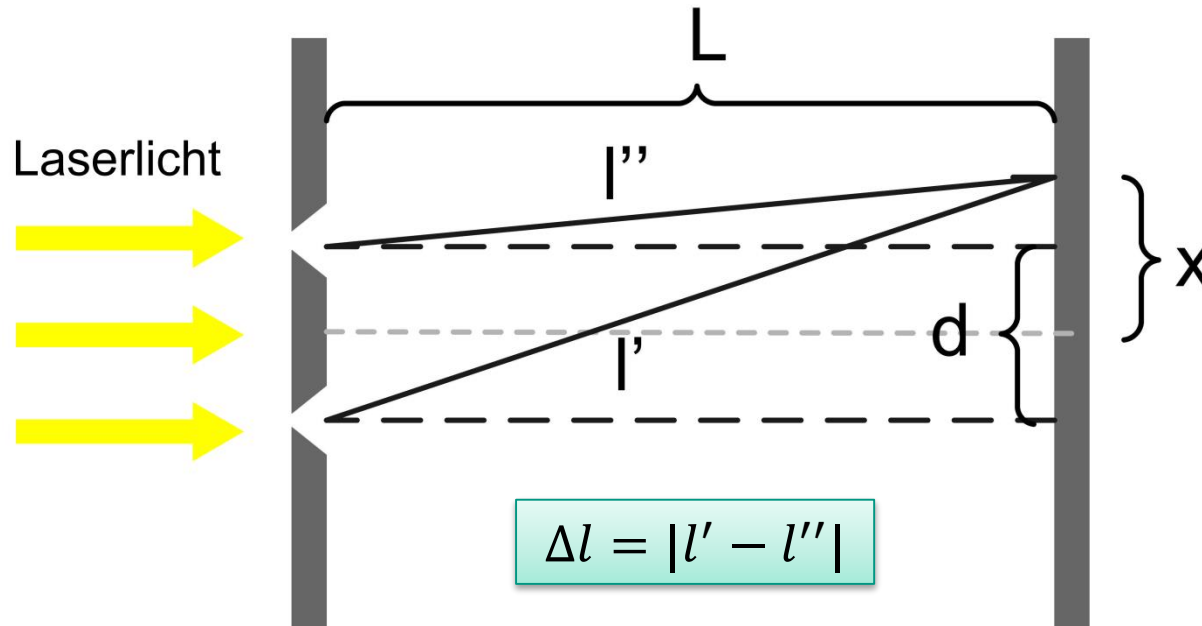
■ Was tatsächlich gemessen wird:



Quelle: David M. Harrison, Dept. Of Physics, Univ. of Toronto

A3 a) Doppelspalt-Experiment

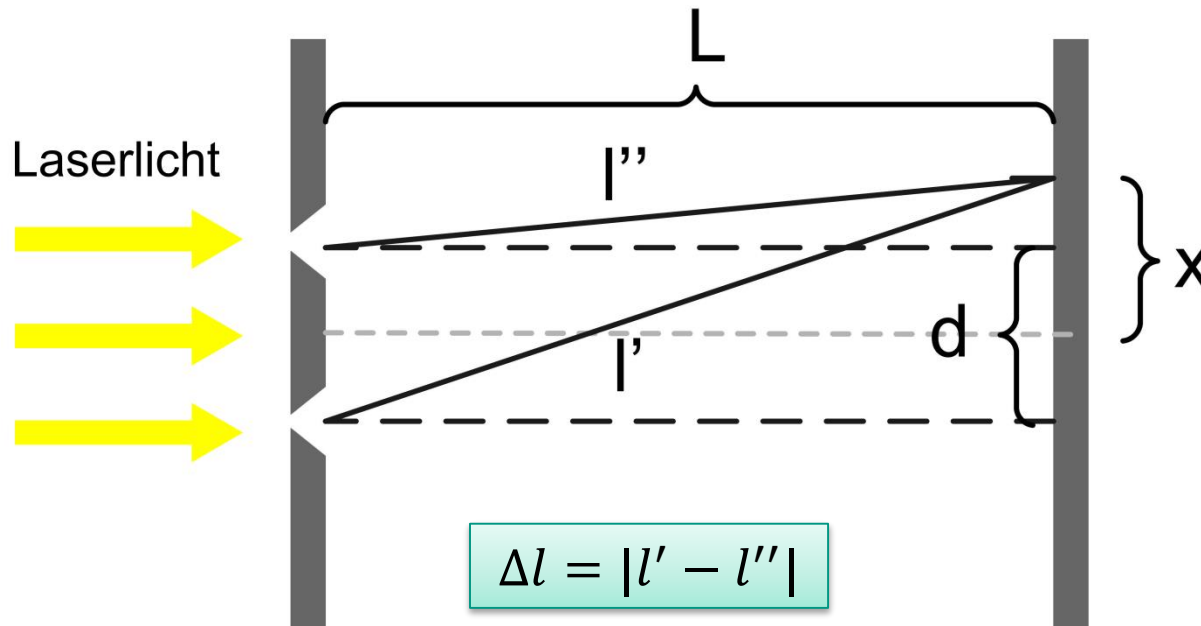
Zur einfacheren Vorstellung trifft in der Aufgabe monochromatisches Laserlicht auf den Doppelspalt. Gemäß dem Doppelspaltexperiment würde ein Elektronenstrahl zum selben Ergebnis führen.



- Maximum: Konstruktive Interferenz $\rightarrow \Delta l = n\lambda/2$ mit $n=0,2,4,\dots$
- Minimum: Destruktive Interferenz $\rightarrow \Delta l = n\lambda/2$ mit $n=1,3,5,\dots$
- <http://www.ub.edu/javaoptics/applets/YoungEn.html>

A3 b) Doppelspalt-Experiment

Welchen Abstand x haben benachbarte Maxima auf dem Schirm?



■ Lösungsansatz 1: mathematisch

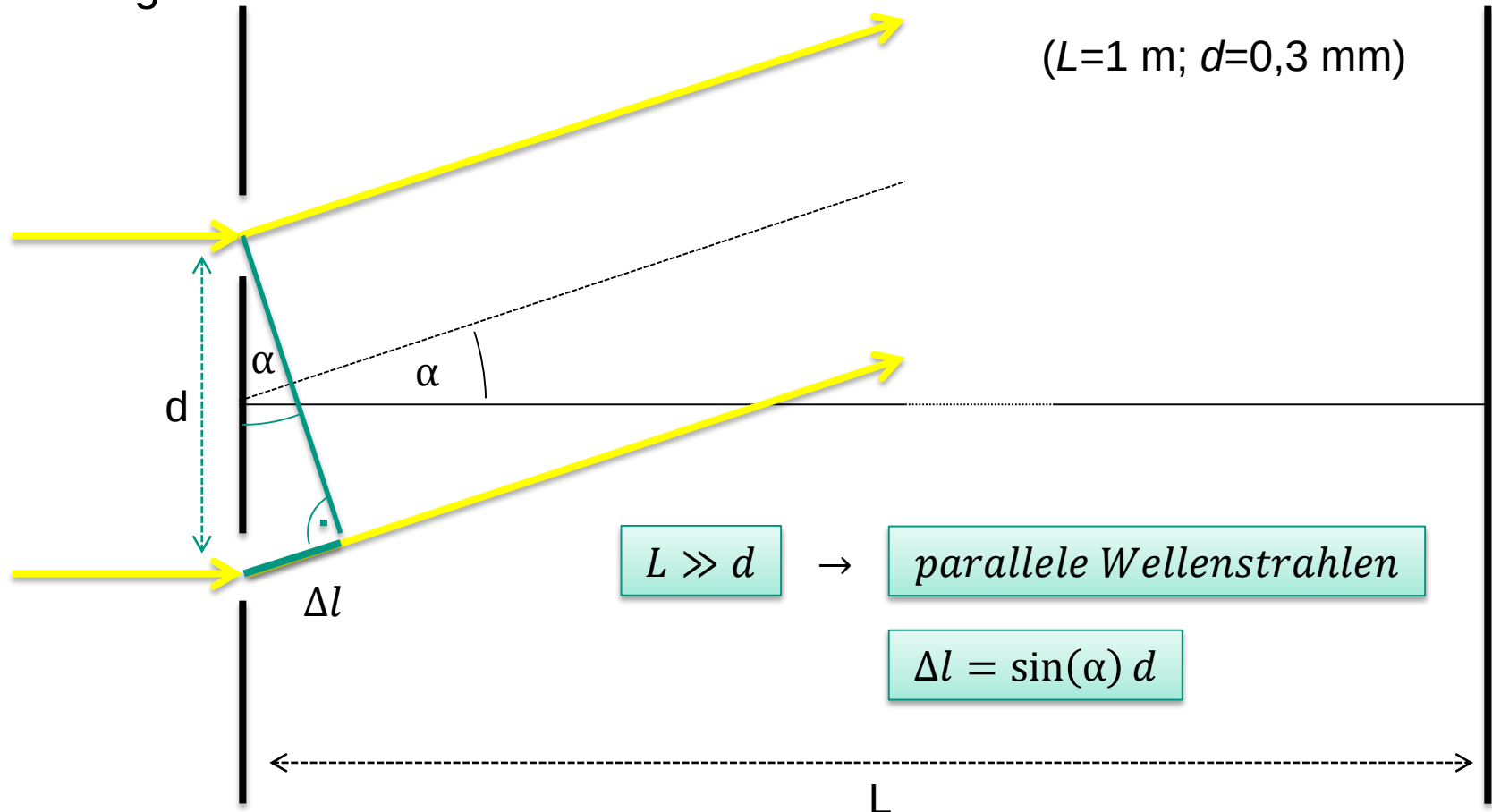
$$l' = \sqrt{L^2 + (x + d/2)^2}$$

$$l'' = \sqrt{L^2 + (x - d/2)^2}$$

→ Ausführlicher Lösungsweg in der Musterlösung

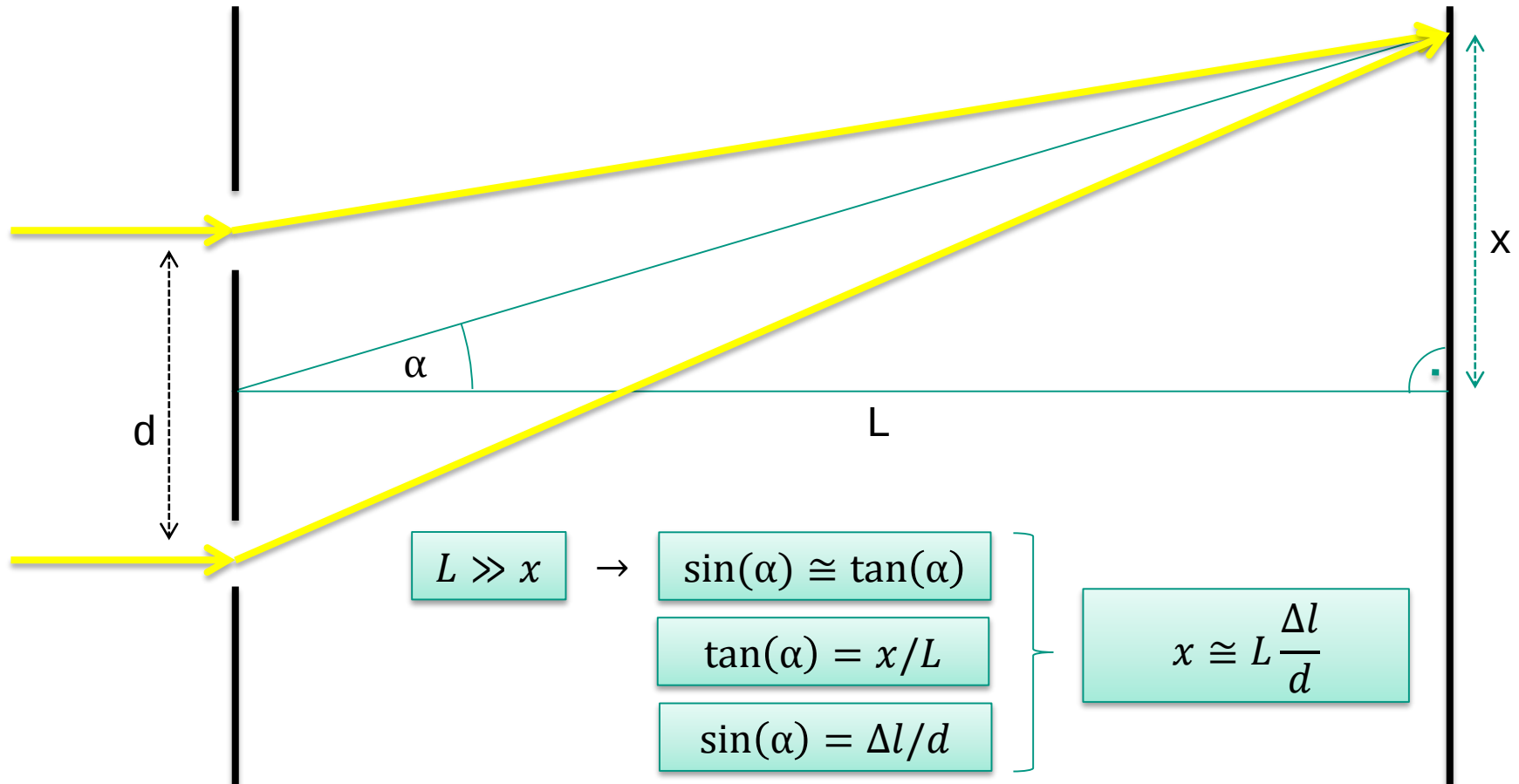
A3 b) Doppelspalt-Experiment

- Lösungsansatz 2: geometrisch
- Näherung 1:



A3 b) Doppelspalt-Experiment

■ Näherung 2:



A3 b) Doppelspalt-Experiment

■ Mit $x \cong L \frac{\Delta l}{d}$ und $\Delta l = n\lambda$ mit $n=0,1,2,\dots$ ergeben sich für die

x-Werte der Maxima n-ter Ordnung:

$$\rightarrow x(n) \cong L \frac{n\lambda}{d}$$

■ Damit berechnet sich der Abstand zwischen zwei Maxima zu:

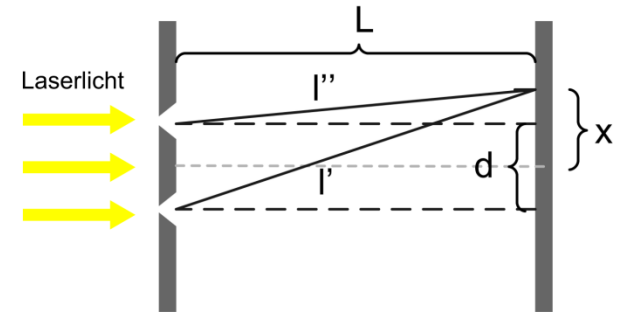
$$\Delta x = L \frac{(n+1)\lambda}{d} - L \frac{n\lambda}{d} = L \frac{\lambda}{d}$$

Mit $L = 1,00 \text{ m}$; $\lambda = 633 \text{ nm}$ und $d = 0,3 \text{ mm}$ ergibt sich:

$$\Delta x = 2,11 \text{ mm}$$

A3 c) Doppelspalt-Experiment

Nun fällt Licht eines anderen Lasers auf die gleiche Anordnung, wobei die beiden Maxima 2. Ordnung einen Abstand von 6,8 mm besitzen. Berechnen Sie die Wellenlänge des einfallenden Lichtes.



- x-Wert eines Maximums 2. Ordnung aus Aufgabenstellung:

$$\rightarrow x(2) = \frac{6,8}{2} \text{ mm} = 3,4 \text{ mm}$$

- Auflösen der Formel aus der letzten Teilaufgabe nach λ :

$$\rightarrow \lambda \cong \frac{x(n)d}{nL}$$

Mit $L=1 \text{ m}$, $d=0,3 \text{ mm}$, $n=2$ und $x(2)=3,4 \text{ mm}$ ergibt sich:

$$\rightarrow \lambda \cong 510 \text{ nm}$$

Wie beschreiben wir den Welle-Teilchen-Dualismus mathematisch?

- Ziel: Beschreibung der Dynamik eines quantenmechanischen Zustandes
- Zustandsbegriff:
 - *Zustand* eines Systems: Minimaler Satz von physikalischen Größen, aus dem sich die maximale Information ableiten lässt.
- Änderung eines Zustandes:
 - eindeutige Vorhersage über den Zustand zum Zeitpunkt t aus der Kenntnis des Zustandes zum Zeitpunkt t_0 .
- Mathematisch ausgedrückt:

$$\frac{dZ(t)}{dt} = F[Z(t)]$$

- Zeitliche Änderung des Zustandes wird beschrieben durch Differentialgleichung 1. Ordnung (Evolutionsgleichung)

1. Postulat der Quantenmechanik:

Der quantenmechanische Zustand eines Teilchens der Masse m , das sich in einem Kraftfeld mit dem Potential $V(x,t)$ befindet, lässt sich als komplexwertige Funktion $\psi(x,t)$ des Ortes und der Zeit beschreiben. Seine Zeitentwicklung gehorcht der zeitabhängigen **Schrödingergleichung**:



Erwin Schrödinger
(1887-1961)

$$j\hbar \frac{\partial \psi(x,t)}{\partial t} = \left\{ -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + V(x,t) \right\} \psi(x,t)$$

mit $\hbar = h/2\pi = 1.055 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$; $j^2 = -1$

$\psi(x,t)$ heißt **Wellenfunktion** des Teilchen

Die Wellenfunktion $\Psi(x,t)$

...und was bringt uns jetzt die Wellenfunktion ????

2. Postulat der Quantenmechanik:

Die Wellenfunktion ist nicht observabel (=keine Messgröße);
ihr Absolutquadrat

$$\rho(x,t) = |\psi(x,t)|^2 = \psi^*(x,t)\psi(x,t)$$

ist proportional zur Dichte der Aufenthaltswahrscheinlichkeit des Teilchens
im Raum.

... nehmen wir als Messgröße den Ort:

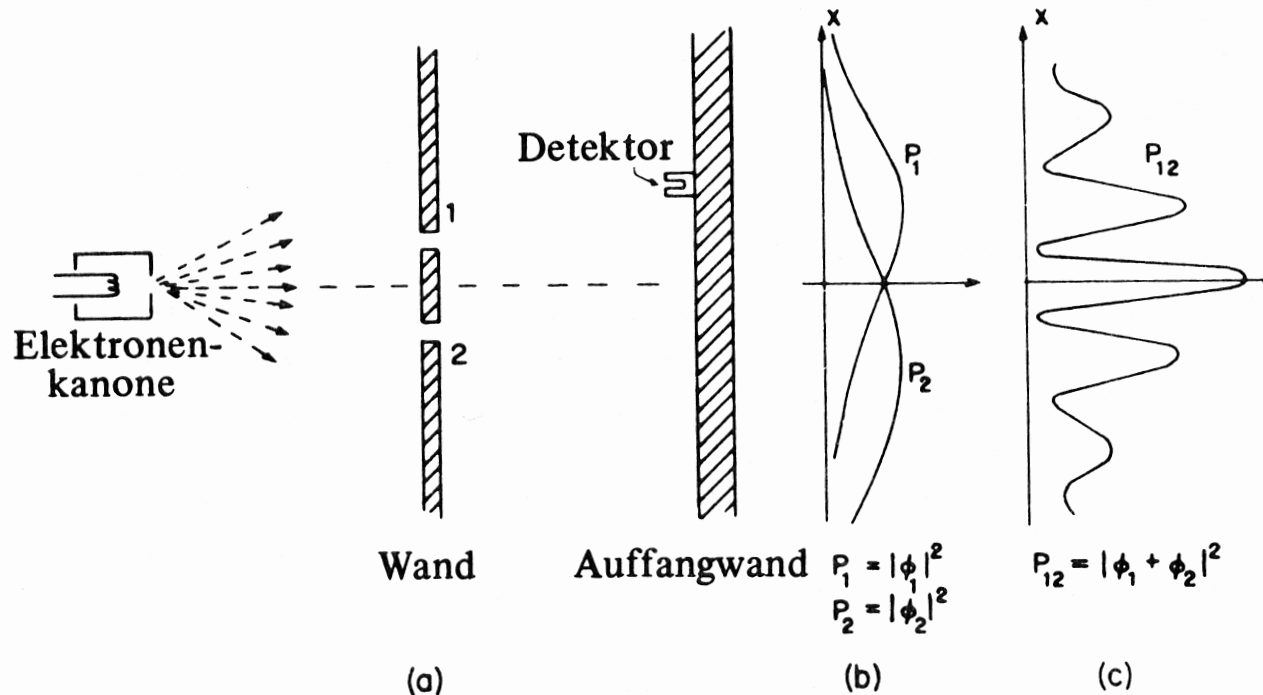


Fig. 1–3. Interferenzexperiment mit Elektronen.

... aha, $\Psi(x,t)$ regelt also z. B. das Entstehen von Elektronen-Interferenzmustern

$\rho(x,t)$ ist messbar, $\Psi(x,t)$ selbst aber NICHT !

A4 a) Schrödingergleichung

- Wellengleichung für das elektrische Feld

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E(x, t)}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 E(x, t)}{\partial x^2}$$

- Schrödingergleichung für ein verschwindendes Potential

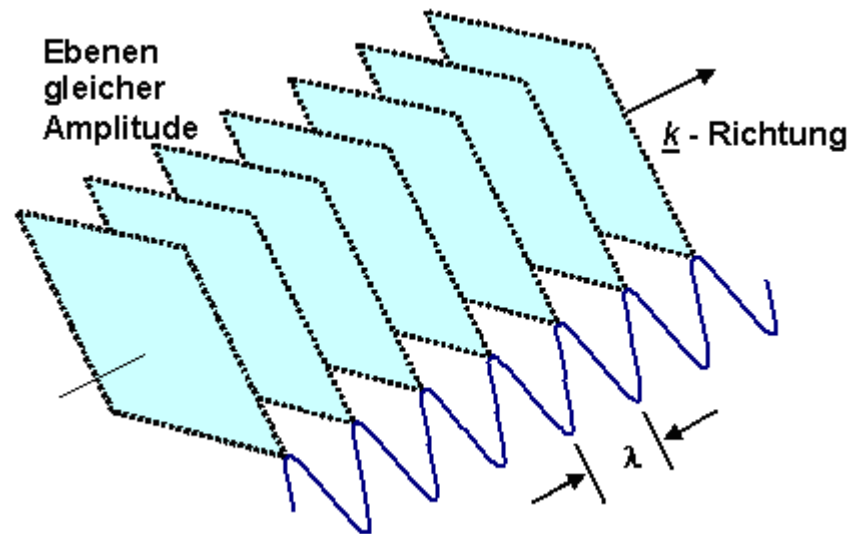
$$j\hbar \frac{\partial \psi(x, t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi(x, t)}{\partial x^2}$$

- Vergleich:

- Wellengleichung hat die Zeit in der zweiten Ableitung
- Beide Gleichungen durch ebene Wellen lösbar
- Komplexe Lösungsansätze für beide Gleichungen
 - Für Wellengleichung nur Rechentrick, um Aussage als Messgröße zu erhalten
 - Für Schrödingergleichung gelten echt komplexe Funktionen

A4 b) Schrödingergleichung

- Ansatz: ebene Welle
- Wellenfronten senkrecht zur Ausbreitungsrichtung
- Teilchen vollständig delokalisiert
- Beschreibung: $\psi(x, t) = Ae^{j(kx - \omega t)}$



Quelle: [Uni Kiel, 15.04.2015](#)

A4 b) Schrödingergleichung

- Ebene Welle:

$$\psi(x, t) = Ae^{j(kx - \omega t)}$$

- Schrödingergleichung für zeitlich konstantes Potential:

$$j\hbar \frac{\partial \psi(x, t)}{\partial t} = \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + V(x) \right) \psi(x, t)$$

- Lösung, falls:

$$\hbar\omega = \left(\frac{\hbar^2 k^2}{2m} + V(x) \right)$$

- Klassischer Vergleich:

$$W = (W_{kin} + W_{pot})$$

A4 c) Schrödingergleichung

- Ansatz: Superposition ebener Wellen

$$\psi(x, t) = a\psi_1(x, t) + b\psi_2(x, t)$$

$$\psi_1(x, t) = A_1 e^{j(k_x x - \omega t)}$$

$$\psi_2(x, t) = A_2 e^{j(k_x x - \omega t)}$$

- Einsetzen in Schrödingergleichung

- Linearität der Differentialoperatoren d/dt und d^2/dx^2 verwenden
- $\psi_1(x, t)$ und $\psi_2(x, t)$ per Definition Lösungen der SGL

$$j\hbar \frac{\partial \psi(x, t)}{\partial t} = a j\hbar \frac{\partial \psi_1(x, t)}{\partial t} + b j\hbar \frac{\partial \psi_2(x, t)}{\partial t}$$

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + V(x) \right) \psi(x, t) = a \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + V(x) \right) \psi_1(x, t) + b \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + V(x) \right) \psi_2(x, t)$$

Lernziele der 1. Übung

- Bedeutung und Anwendung der Heisenbergschen Unschärferelation
- Vertrautheit mit dem Welle-Teilchen-Dualismus
 - Verstehen des Photoeffekts und grundlegende Berechnungen
 - Grundlegende Berechnungen am Doppelspalt und Transfer des Gelernten auf ähnliche Konstrukte wie optische Gitter
- Vertrautheit mit der Schrödingergleichung und deren Lösung

- Lernziele des 1. Tutoriums: Vertrautheit mit der GAUSS-Funktion, Wellenpakete, Dispersion

Ankündigungen

- Tutorien zur 1. Übung: 4. – 8. Mai 2015
 - Lösungen zur 1. Übung: 16. April 2015 (nach der Übung) in ILIAS
 - Lösungen zum 1. Tutorium: 8. Mai 2015 in ILIAS
-

- Nächste Übung (Ü2): 30. April 2015
- Nächste Tutorien (zur Ü2): 18. – 22. Mai 2015