

Einleitung Festkörperelektronik / Grundlagen der Quantenmechanik

Einleitende Vorlesung / 1. Übung Festkörperelektronik

Lichttechnisches Institut (LTI)

Sommersemester 2015

Nico Bolse, Manuel Koppitz



Vorlesungsbetreuung

■ Manuel Koppitz

- LTI, Geb. 30.34, R125
- 0721 / 608 - 41669
- manuel.koppitz@kit.edu



■ Noah Strobel

- LTI, InnovationLab Heidelberg
- 06221 / 54 19140
- noah.strobel@kit.edu



Vorlesung: Festkörperelektronik

■ Dozent:

- Prof. Uli Lemmer
- Lichttechnisches Institut (LTI), Geb. 30.34, Raum 222
- Tel: 0721 / 608 – 42530
- E-Mail: uli.lemmer@kit.edu
- URL: www.lti.kit.edu

■ Alle Materialien zur Veranstaltung:

- URL: ilias.studium.kit.edu
- Einmalige Registrierung mit Passwort: FE_ist_to!!

■ Prüfung: schriftlich, 2 Stunden

■ Vorkenntnisse: HM I-III, Physik A+B, Felder und Wellen

Terminplanung

Tag/Monat	April	Mai	Juni	Juli				
1		1. Mai Feiertag		Ü5 Ausgabe Ü6/T6	Wochenende			
2		Ausgabe Ü2/T2	V5		Feiertag			
3			V6		Vorlesung			
4					Übung			
5		Christi Himmelfahrt			Tutorium			
6		Brückentag	Tut-Woche 3		IF: Institutsführung			
7				V11	Brückentag			
8				Ü6 Ausgabe Ü7/T7	Ausgabe: Ü/T wird in ILIAS veröffentlicht			
9		Tut-Woche 1	V7					
10			Ü3 Ausgabe Ü4/T4					
11				Tut-Woche 6	Stand: 18.04.2016			
12		V4						
13		Ü2						
14				V12				
15		Pfingsten						
16		Pfingstmontag	V8					
17								
18	VL-Beginn			Tut-Woche 7				
19								
20			Tut-Woche 4					
21	V1 Ausgabe Ü1/T1			V13				
22	V2			Ü7				
23		Ausgabe Ü3/T3	V9 anssl. Institutsführung	VL-Ende				
24			Ü4 Ausgabe Ü5/T5					
25								
26		Fronleichnam						
27		Brückentag	Tut-Woch 5					
28	V3							
29	Ü1							
30		Tut-Woche 2	V10					
31								

alle Donnerstagstermine finden von 11.30 - 13.00 Uhr im MTI-Hörsaal (Geb. 30.33) statt
 alle Freitagstermine finden von 11.30 - 13.00 Uhr im NTI-Hörsaal (Geb. 30.10) statt

Klausur

- Klausurtermin: 22.09.2016, 14:00 – 16:00 Uhr
- Klausurdauer: 120 Minuten
- Klausuranmeldung:
 - tba
- Hilfsmittel: nicht-programmierbarer Taschenrechner, 1 DIN-A4 Blatt handschriftlicher Notizen (doppelseitig), Tabelle mit physikalischen Konstanten und Integralen (wird mit Klausur ausgeteilt)

Ablauf für Übung und Tutorien

- Übungsblätter und Tutoriumsaufgaben ab dem Ausgabetermin (siehe Terminplanung) in ILIAS:

Erreichbar über die FE-Seite: http://www.lti.kit.edu/4668_7141.php

Unter LVNr.: 23704

Oder direkt: https://ilias.studium.kit.edu/goto_produkativ_crs_546326.html

Passwort: FE_ist_to!!

- Getrennte Aufgabenblätter für Übung und Tutorium
- Musterlösungen nach Besprechung zeitnah in ILIAS
- Fragestunde zur Klausurvorbereitung (Termin ausstehend)

Übungsblätter rechnen ist die beste Klausurvorbereitung!

Tutorien

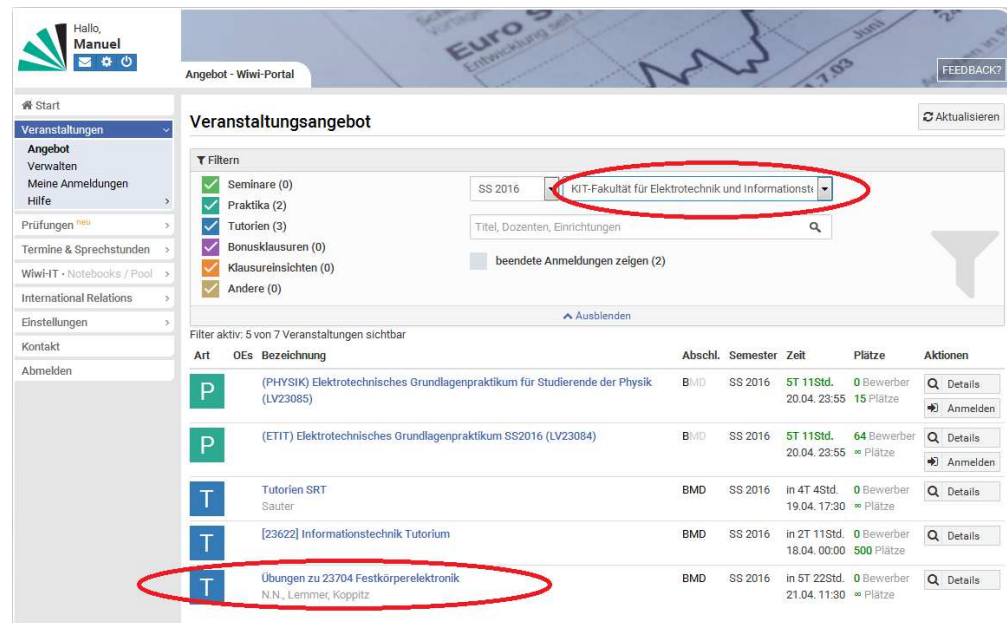
Zeit	Montag	Dienstag	Mittwoch	Donnerstag	Freitag
08:00-09:30					
09:45-11:15	Tut 1: Geb.30.34/R119 Tut 2: Geb.50.41/R-109 Tut 3: Geb.50.41/R-108	Tut 8: Geb.30.34/R119			
11:30-13:00					
14:00-15:30	Tut 4: Geb.30.34/R119 Tut 5: Geb.50.41/R-109	Tut 9: Geb.30.34/R119 Tut 10: Geb.50.31/R106	Tut 13: Geb.30.34/R119 Tut 14: Geb.50.41/R-109	Tut 17: Geb.30.34/R119 Tut 18: Geb.50.41/R-109 Nur am 12.05.2016: Tut 18: Geb.10.81 HS62 (R153)	
15:45-17:15	Tut 6: Geb.30.34/R119 Tut 7: Geb.50.41/R-109	Tut 11: Geb.30.34/R119 Tut 12: Geb.50.41/R-134	Tut 15: Geb.30.34/R119 Tut 16: Geb.30.22/ <u>KI.HS-A</u>		

Tutoriumswochen:

9. – 13. Mai 2016 30. Mai – 3. Juni 2016 6. – 10. Juni 2016 20. – 24. Juni 2016 27. Juni – 1. Juli 2016 11. – 15. Juli 2016 18. – 22. Juli 2016

Anmeldung für Tutorien

- Anmeldung unter <https://portal.wiwi.kit.edu/YouSubscribe/>
- Anmeldezeitraum: **21.04.2016 11:30 – 02.05.2016 8:00**
- Zuteilung per ILIAS
- Tutoriumswochen:
 - 9. – 13. Mai 2016
 - 30. Mai – 3. Juni 2016
 - 6. – 10. Juni 2016
 - 20. - 24. Juni 2016
 - 27. Juni – 1. Juli 2016
 - 11. – 15. Juli 2016
 - 18. - 22. Juli 2016



Hallo, Manuel

Angebot - WiWi-Portal

Veranstaltungsangebot

Filtern

Seminare (0) SS 2016 KIT-Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik

Praktika (2)

Tutorien (3)

Bonusklausuren (0)

Klausureinsichten (0)

Andere (0)

Titel, Dozenten, Einrichtungen

beendete Anmeldungen zeigen (2)

Ausblenden

Filter aktiv: 5 von 7 Veranstaltungen sichtbar

Art	OEs	Bezeichnung	Abschl.	Semester	Zeit	Plätze	Aktionen
P		(PHYSIK) Elektrotechnisches Grundlagenpraktikum für Studierende der Physik (LV23085)	BMD	SS 2016	5T 11Std. 20.04. 23:55	0 Bewerber 15 Plätze	Details Anmelden
P		(ETIT) Elektrotechnisches Grundlagenpraktikum SS2016 (LV23084)	BMD	SS 2016	5T 11Std. 20.04. 23:55	64 Bewerber Plätze	Details Anmelden
T		Tutorien SRT Sauter	BMD	SS 2016	in 4T 4Std. 19.04. 17:30	0 Bewerber Plätze	Details
T		[23622] Informationstechnik Tutorium	BMD	SS 2016	in 2T 11Std. 18.04. 00:00	0 Bewerber 500 Plätze	Details
T		Übungen zu 23704 Festkörperelektronik N.N., Lemmer, Koppitz	BMD	SS 2016	in 5T 22Std. 21.04. 11:30	0 Bewerber Plätze	Details

Literaturempfehlungen

- Folien
- Skript Festkörperelektronik (Download über ILIAS)
- Skript Elektrophysik (Prof. W. Heering, Download über ILIAS)
- Quantenmechanik
 - Feynman Vorlesungen über Physik (Feynman, Leighton, Sands)
 - Physikalische Chemie (P.W. Atkins)
 - Experimentalphysik III (W. Demtröder)
- Halbleiter:
 - Festkörperphysik, Einführung in die Grundlagen (Ibach, Lüth)
 - Advanced Semiconductor Fundamentals (Robert F. Pierret)
 - Semiconductor Device Fundamentals (R.F. Pierret, deckt auch HLB ab)
- Zahlreiche weitere Empfehlungen in ILIAS

Online-Ressourcen

■ Quantenmechanik

- <http://www.kfunigraz.ac.at/imawww/vqm/german/qm-online.html>
- <http://www.falstad.com/mathphysics.html>

■ Halbleiterbauelemente

- Homepage von Prof. Bart Zeghbroeck, University of Colorado, USA
 - <http://ecee.colorado.edu/~bart/book/book/index.html>



■ Online-Material an der Universität Kiel (Prof. Föll)

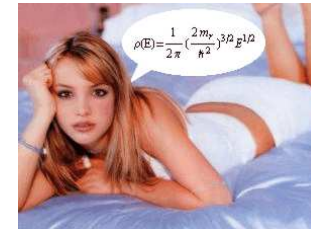
- http://www.tf.uni-kiel.de/matwis/amat/semi_en/index.html

Online-Ressourcen

■ Halbleiterbauelemente

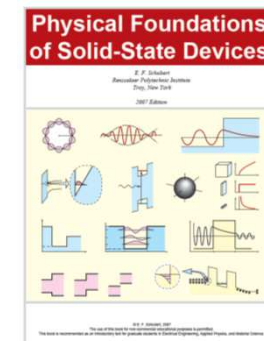
- Britney Spears, is one of the most popular singers of all time ... less attention has been paid to her ability as a semiconductor physicist. Marvel at her incredible physical talents, as we remedy this.

- <http://www.britneyspears.ac/>



- Prof. E.F. Schubert: Physical Foundations of Solid-State Devices

- Verfügbar in ILIAS



Einbettung ins Studium

Materialwissenschaftliche/
bauelementorientierte Vorlesungen:

Physik A, B



Festkörperelektronik



Passive Bauelemente
Halbleiterbauelemente



Studienmodelle

Festkörperelektronik ist auch ...

...angewandte HM/WT/KAIT.

...eine Mischung aus F&W
und Hochfrequenztechnik mit
Materiewellen.

Was bringt mir die Festkörperelektronik?

Grundlagen der Quantenmechanik



Verständnis der
festkörperphysikalischen Vorgänge
in elektronischen Bauelementen und
Werkstoffen der Elektrotechnik



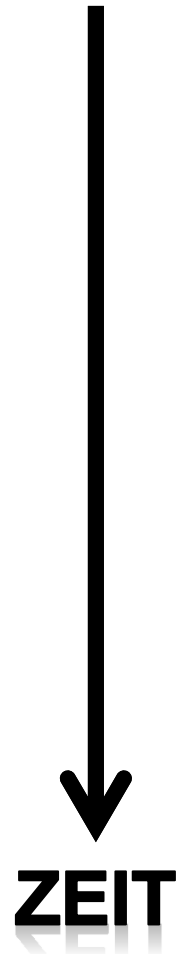
Grundlagen der Halbleiterbauelemente

Was bringt mir die
Schrödinger-
Gleichung?

Was ist ein Leitungsband?

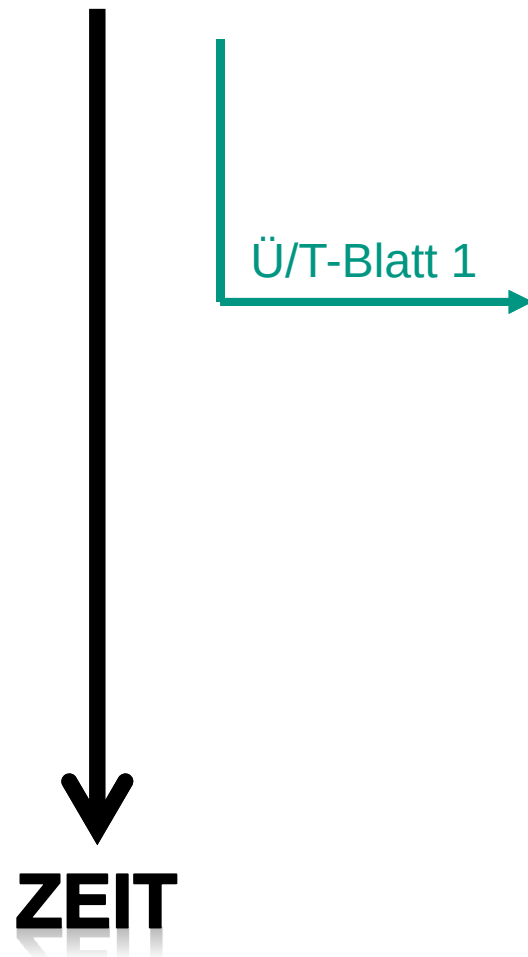
Wie funktioniert eine pn-
Diode?

Inhalte der Vorlesung



1. Grundlagen der Quantenmechanik
2. Elektronische Zustände
3. Vom Wasserstoffatom zum Periodensystem der Elemente
4. Elektronen in Kristallen
5. Halbleiter
6. Quantenstatistik für Ladungsträger
7. Dotierte Halbleiter
8. Halbleiter im Nichtgleichgewicht
9. Der pn-Übergang

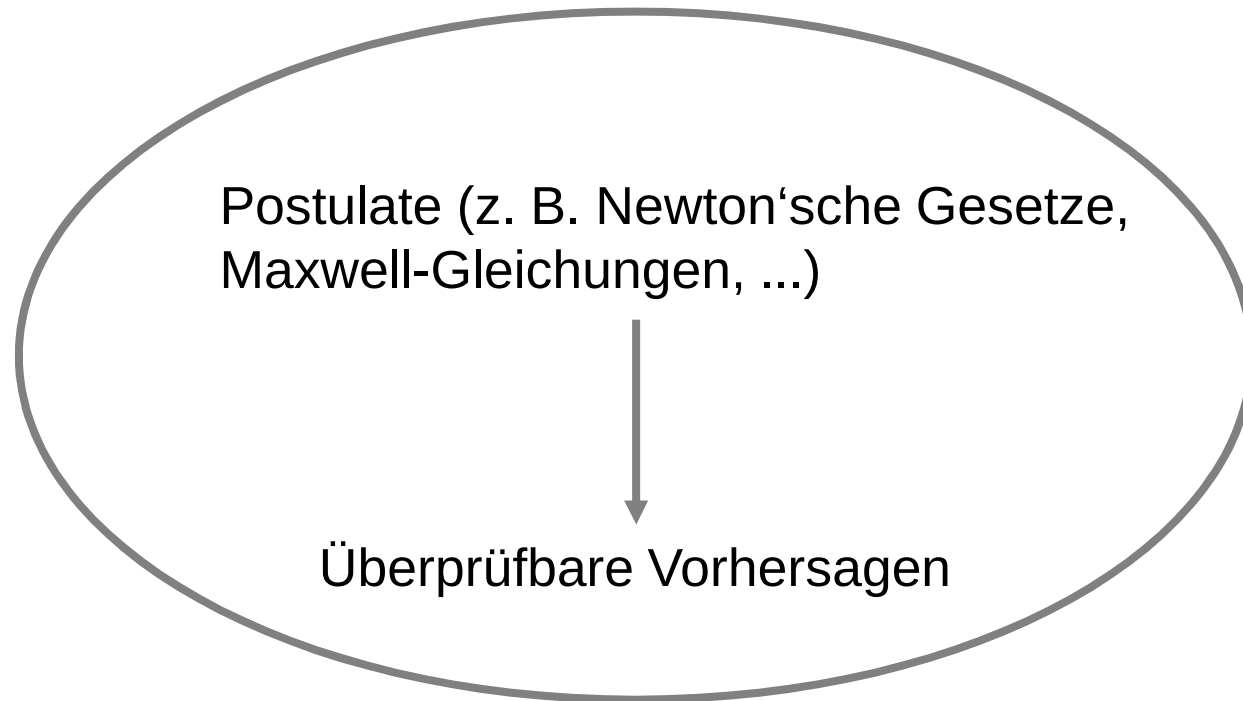
Inhalte der 1. Übung / des 1. Tutoriums



1 Grundlagen der Quantenmechanik

- 1.1 Einleitung (VL 1)
- 1.2 Historisches (VL 1)
- 1.3 Die Schrödingergleichung (VL 1-2)
- 1.4 Das freie quantenmechanische Elektron (VL 2)
- 1.5 Quantenmechanische Erwartungswerte

Klassik vs. Quantenmechanik



 : Gültigkeitsbereich (z. B. $v \ll c$ für die Newton'sche Mechanik)

Quantenmechanik, insbesondere zur Beschreibung atomarer Vorgänge

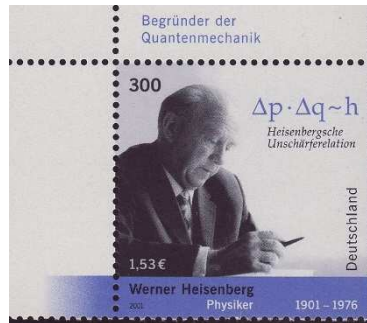
Einführung von $h \approx 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ (*Planck'sches Wirkungsquantum*)

Klassik vs. Quantenmechanik

- Alternative Betrachtungen in der Quantenmechanik am Beispiel eines Teilchens
 - Ein Teilchen wird durch eine komplexwertige Wellenfunktion beschrieben
 - Die Wellenfunktion ist nicht observabel, aber das Betragsquadrat der Wellenfunktion ist proportional zur Aufenthaltswahrscheinlichkeitsdichte des Teilchens und ist messbar
 - Die zeitliche Entwicklung der Wellenfunktion wird durch die Schrödingergleichung beschrieben
 - Es gibt physikalische Eigenschaften des Teilchens, die sich nicht gleichzeitig beliebig genau bestimmen lassen

A1 Unschärferelation

- a) Erläutern Sie den Begriff der *Unschärferelation*.



Bildquelle: wikimedia.org, 22.04.2014

- Allgemein:
 - Gleichzeitige beliebig genaue Messung zweier komplementärer Observablen unmöglich
- Orts-Impuls-Unschärfe: $\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$
- Energie-Zeit-Unschärfe: $\Delta W \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$
- Orts-Wellenzahl-Unschärfe: $\Delta x \Delta k \geq \frac{1}{2}$

A1 Unschärferelation

- b) Mit Hilfe einer neuen Torlinientechnik können beim Fußball die Geschwindigkeit und Position des Balls gleichzeitig gemessen werden. Die Geschwindigkeit des Balls ($m = 0,5 \text{ kg}$) kann dabei sogar auf $0,001 \text{ m/s}$ genau bestimmt werden. Führt die Unschärferelation zu einer Einschränkung der Messgenauigkeit bei der Ortsbestimmung des Balls?



$$m = 0,5 \text{ kg}$$

$$\Delta v = 0,001 \text{ m/s}$$

$$\Delta p = 0,0005 \text{ kgm/s}$$

$$\Delta x \geq \frac{\hbar}{2 \cdot \Delta p} = 1,055 \cdot 10^{-31} \text{ m}$$

Welle-Teilchen-Dualismus

- Neben der Unschärfe ein weiteres Phänomen der Quantenmechanik
- Klassisch:
 - Teilchenphänomene vs. Wellenphänomene
- Quantenmechanik:
 - Teilchen verhalten sich wie Wellen
 - Wellen verhalten sich wie Teilchen



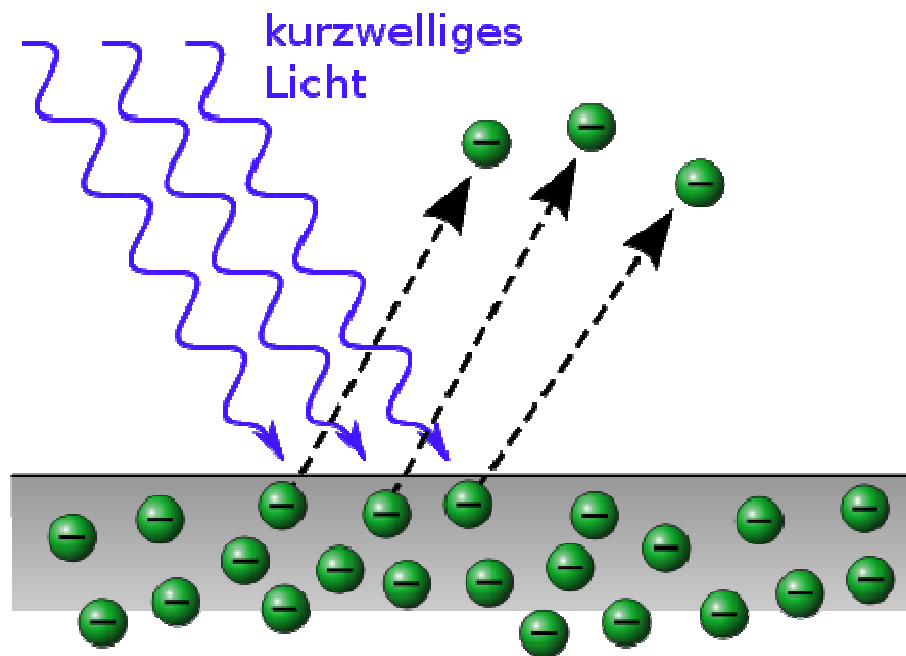
Welle-Teilchen-Dualismus

- de Broglie Beziehung (1924): $p = \hbar k = \frac{h}{\lambda}$



Photoeffekt

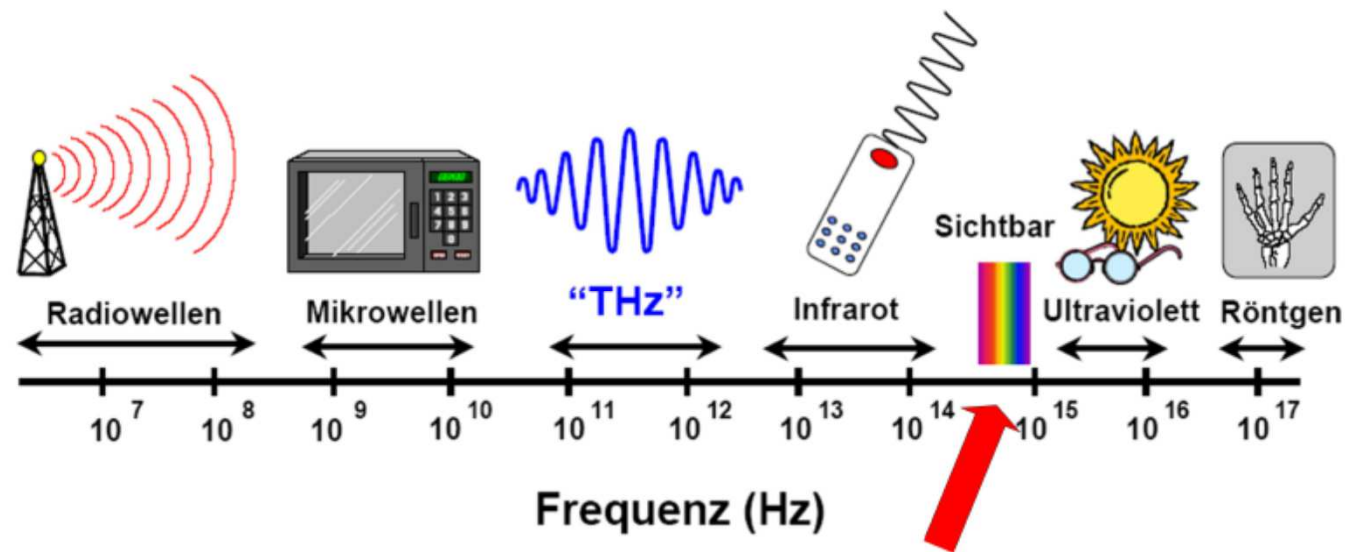
- Beispiel für den Teilchencharakter von Materie



Bildquelle: wikipedia.org, 13.04.2015

A2 Photoeffekt

- a) In welchem Wellenlängenbereich liegt der sichtbare Teil des Spektrums elektromagnetischer Strahlung?



Etwa von 400 nm ($7,5 \cdot 10^{14}$ Hz, Violett) bis 800 nm ($3,75 \cdot 10^{14}$ Hz, Rot)

A2 Photoeffekt

- b) Wie groß sind die Frequenzen (in Hertz) und Energiequanten (in Elektronenvolt bzw. Joule) einer Rundfunkwelle ($\lambda = 1000 \text{ m}$), einer UKW-Welle ($\lambda = 3 \text{ m}$) und weicher Röntgenstrahlung ($\lambda = 10^{-8} \text{ m}$)?

- Allgemein

- Frequenz: $f = \frac{c}{\lambda}$

- Energie: $W = hf$

- Rundfunkwelle

- Frequenz: 300 kHz

- Energie: $1,99 \cdot 10^{-28} \text{ J} = 1,24 \cdot 10^{-9} \text{ eV}$

Division mit Elementarladung e

- UKW-Welle

- Frequenz: 100 MHz

- Energie: $6,63 \cdot 10^{-26} \text{ J} = 4,14 \cdot 10^{-7} \text{ eV}$

- Weiche Röntgenstrahlung

- Frequenz: $3 \cdot 10^{16} \text{ Hz}$

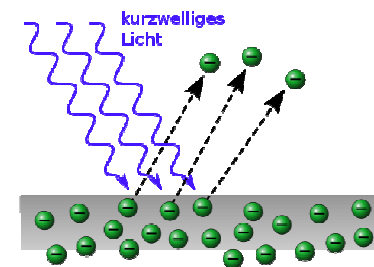
- Energie: $1,99 \cdot 10^{-17} \text{ J} = 124,21 \text{ eV}$

A2 Photoeffekt

- c₁) Eine Photozelle enthält eine Kaliumkathode ($W_a = 2,25 \text{ eV}$). Berechnen Sie die Grenzfrequenz für das Auftreten des Photoeffekts.

- Grenzbedingung:

$$W_{\text{Photon}} = W_a \quad \rightarrow \quad hf = h \frac{c}{\lambda} = W_a$$



Bildquelle: wikipedia.org, 13.04.2015

- Grenzfrequenz:

$$f = \frac{W_a}{h} = 5,44 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

entspricht einer Wellenlänge von $\lambda = 551,5 \text{ nm}$

A2 Photoeffekt

- c₂) Welche Geschwindigkeit haben die schnellsten Elektronen bei Beleuchtung mit UV-Licht ($\lambda = 100 \text{ nm}$)? Wird die Geschwindigkeit bei Strahlung mit halber Wellenlänge doppelt so groß?

- Energieerhaltung bei Beleuchtung:

$$W_{\text{Photon}} = W_a + W_{\text{kin, Elektron}} = W_a + \frac{1}{2} m_e v_{\text{max}}^2 \quad \rightarrow \quad v_{\text{max}} = \sqrt{\frac{2}{m_e} \left(h \frac{c}{\lambda} - W_a \right)}$$
$$= 1,89 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

- Halbe Wellenlänge: $v_{\text{max},2} = 2,82 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

→ keine Verdopplung der Geschwindigkeit, da nichtlinearer Zusammenhang

A2 Photoeffekt

- d) Wie groß muss die angelegte Spannung U sein, damit die aus einer Magnesium-Kathode ($W_a = 3,7 \text{ eV}$) durch Licht mit der Wellenlänge $\lambda = 302 \text{ nm}$ herausgeschlagenen Elektronen gerade nicht die Anode erreichen?

- Grenzbedingung:

$$W_{pot} = W_{kin} \quad \rightarrow \quad eU = W_{Photon} - W_a$$

- Berechnung der Spannung:

$$U = \frac{h \frac{c}{\lambda} - W_a}{e} = 0,41 \text{ V}$$

A2 Photoeffekt

- e) Zur richtigen Belichtung eines Film mit Silberkörnern benötigt man bei $\lambda = 550 \text{ nm}$ etwa 10^{-6} J/m^2 . Wie viele Photonen sind für 1 mm^2 lichtempfindliche Fläche nötig?

- Berechnung der Photonenenergie:

$$W_{\text{Photon}} = hf = h \frac{c}{\lambda} = 3,61 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

- Berechnung der notwendigen Anzahl an Photonen:

$$n \cdot W_{\text{Photon}} = S \cdot A \quad \rightarrow \quad n = S \cdot \frac{A}{W_{\text{Photon}}} = 2,77 \cdot 10^6 \text{ Photonen}$$

Historisches zur Quantenmechanik: Interferenz

Interferenz ist ein typisches Wellenphänomen. Experimente hierzu können z.B. in der Badewanne erfolgen.

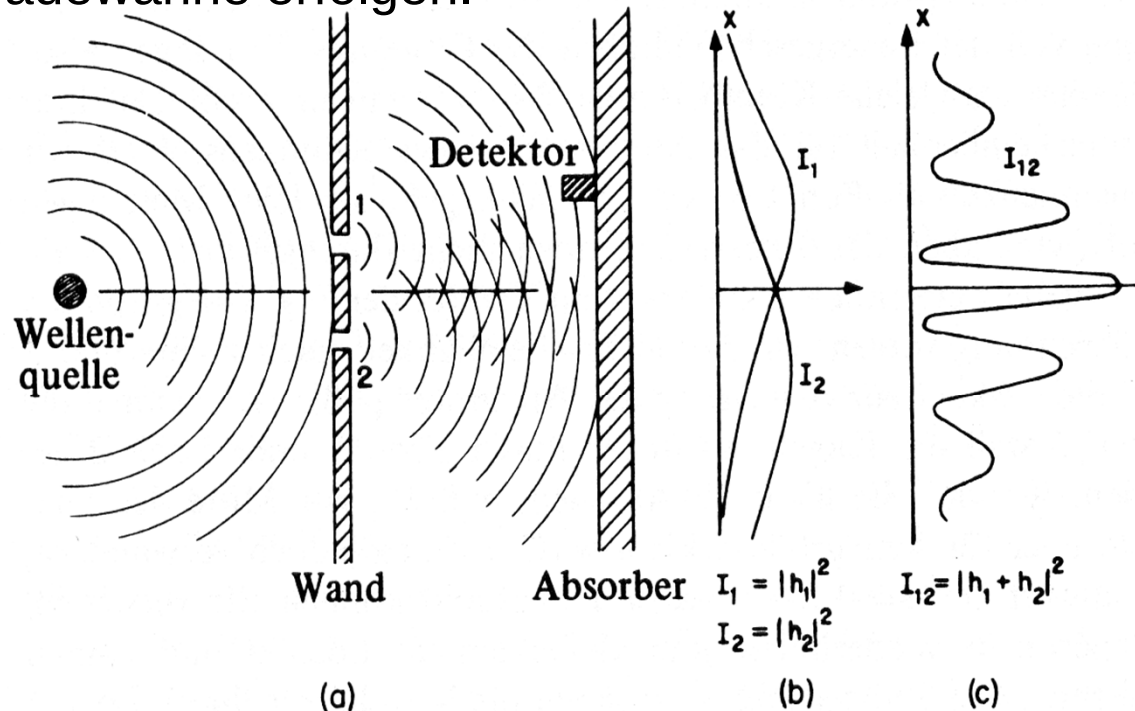


Fig. 1–2. Interferenzexperiment mit Wasserwellen.

Quelle: Feynman Lectures

Viele Interferenzphänomene sind auch im Bereich der Optik bekannt. Hier kommt es zu einer Überlagerung von elektromagnetischen Wellen.

Historisches zur Quantenmechanik: Interferenz

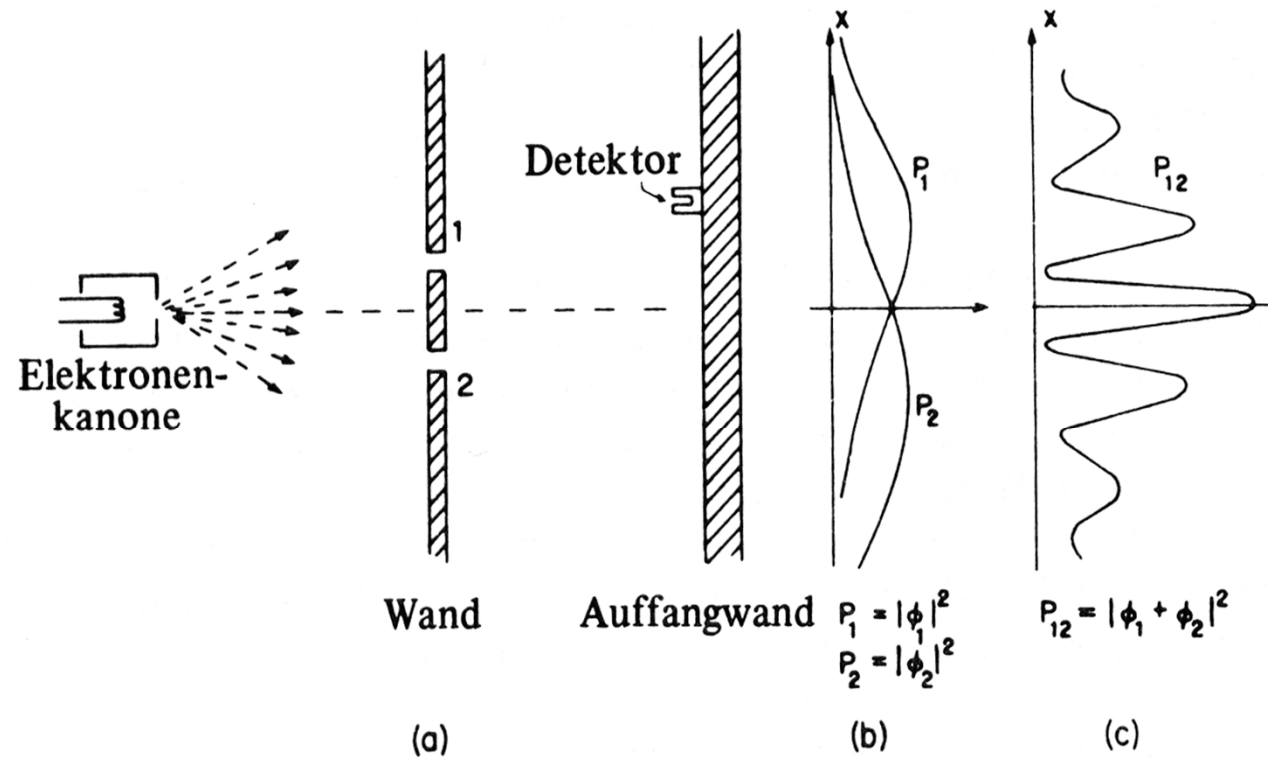
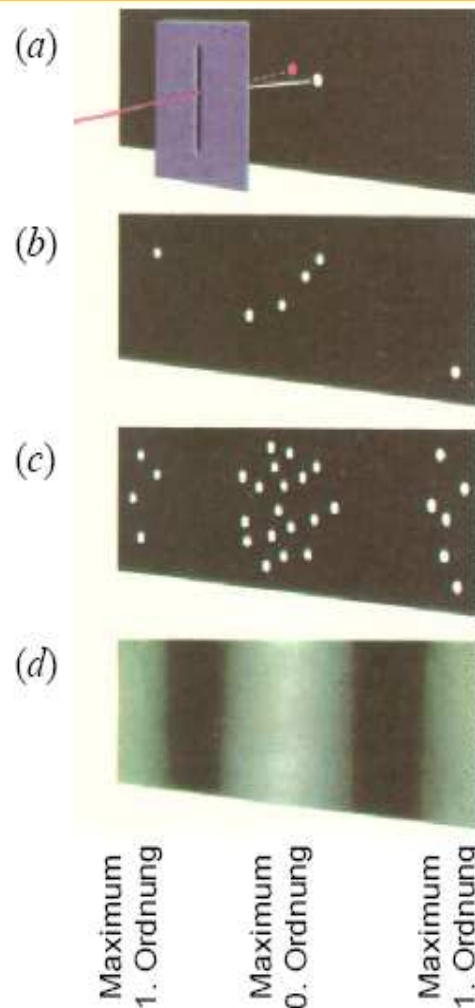


Fig. 1–3. Interferenzexperiment mit Elektronen.

Quelle: Feynman Lectures

Mit einem ähnlichen Experiment konnten Davisson und Germer 1927 erstmals die Interferenz von Elektronen nachweisen. Teilchen treten auch als Felder (Wellen) auf.

Teilchen als Wellen



Beugung im Teilchenbild.

(a) Die Flugbahn des einzelnen Teilchens weicht von der geraden Richtung ab.

(b) Die Auftreffpunkte mehrerer Teilchen sind scheinbar regellos verteilt.

(c) Häufung an bestimmten Stellen.

(d) Gesamtes Erscheinungsbild.

- Flugbahn des einzelnen Teilchens nicht bekannt
- Wahrscheinlichkeitsaussagen

Quelle: H. Leipner, U Halle

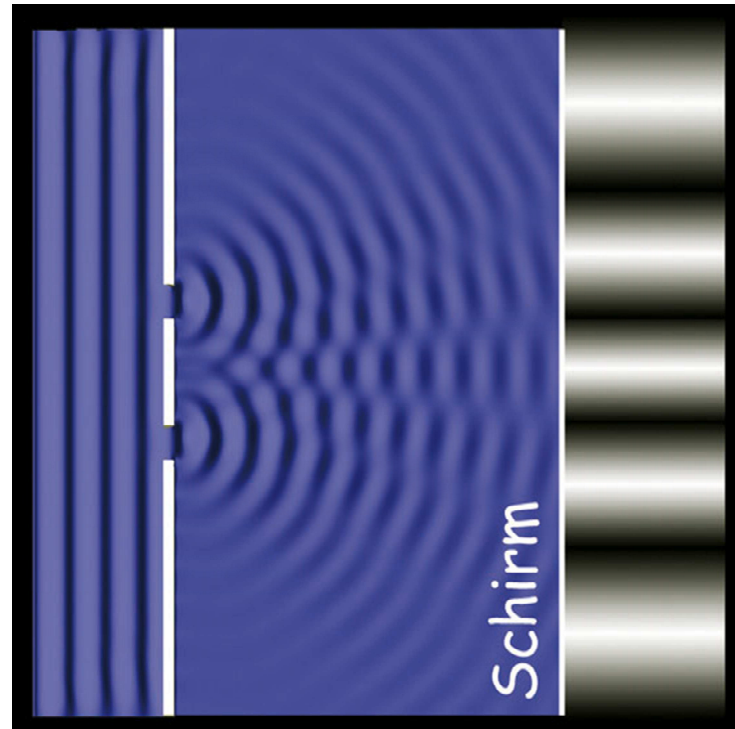
A3 Doppelspalt-Experiment



Quelle: <http://www.oberstufenphysik.de/graph/doppelspaltskifahrer.jpg>, 22.04.2014, 16:00

A3 a) Doppelspalt-Experiment

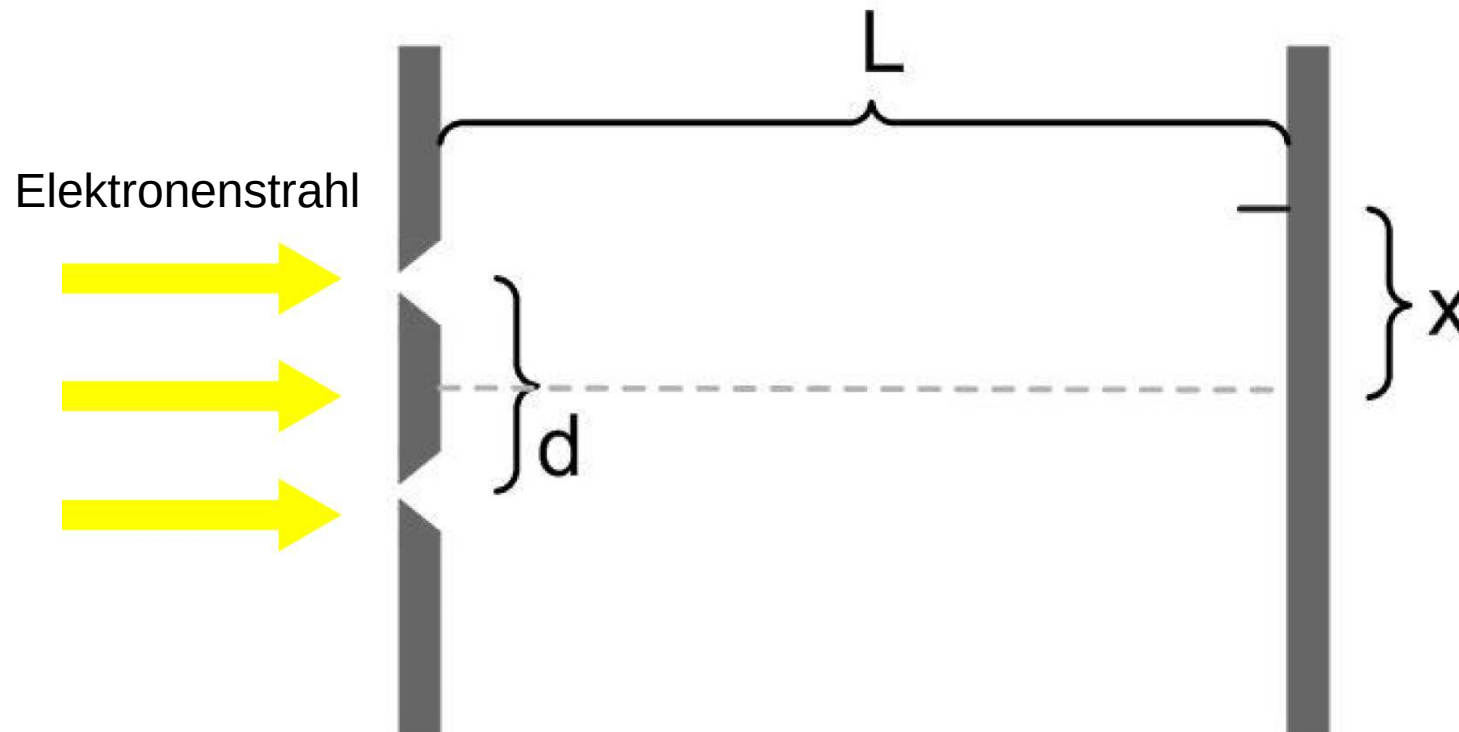
- Alternative Betrachtungsweise: Huygens-Prinzip



Quelle: <http://www.oebv.at/sixcms/media.php/229/26-10.jpg> (22.04.2014, 10:35)

A3 a) Doppelspalt-Experiment

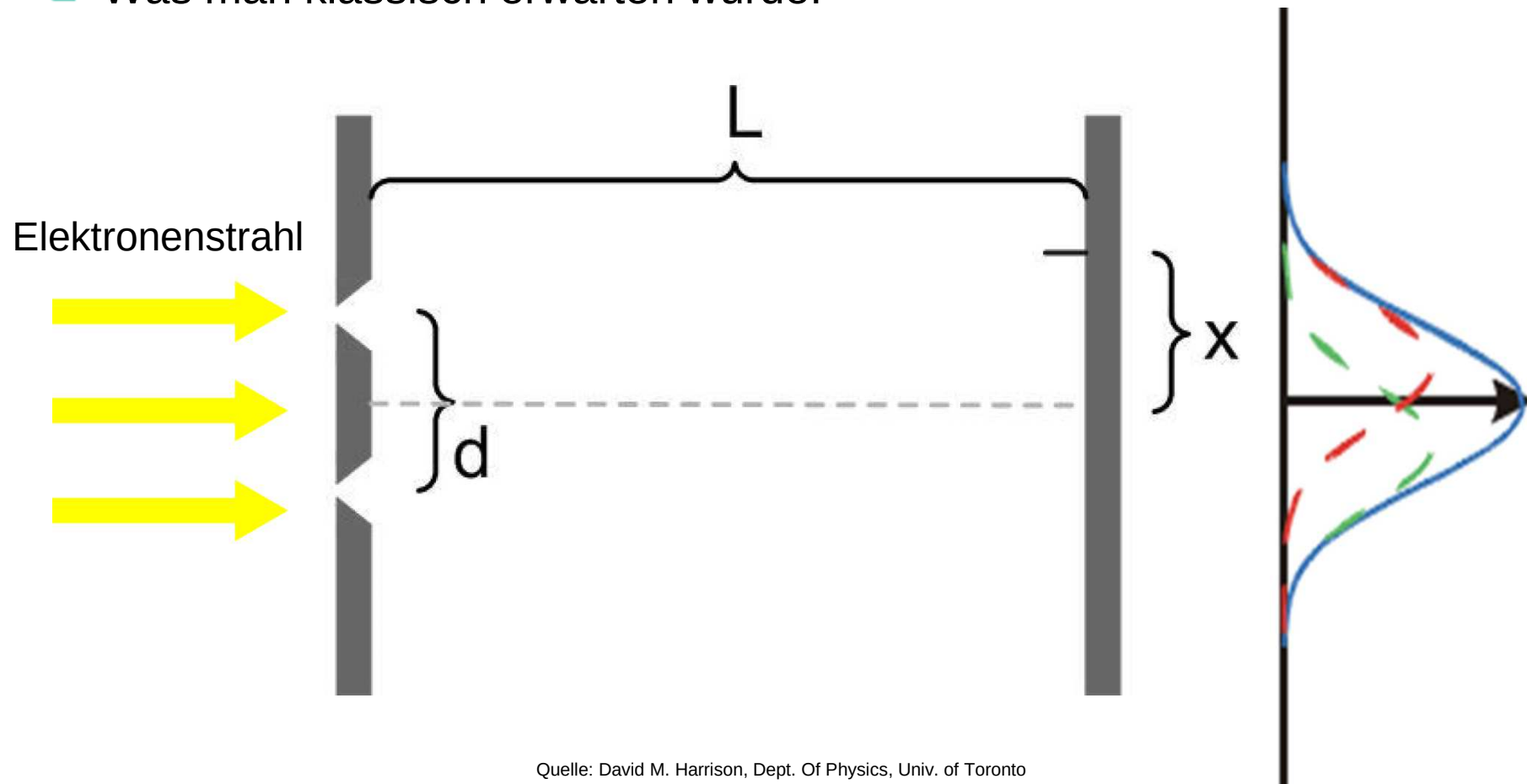
■ Versuchsaufbau



Quelle: David M. Harrison, Dept. Of Physics, Univ. of Toronto

A3 a) Doppelspalt-Experiment

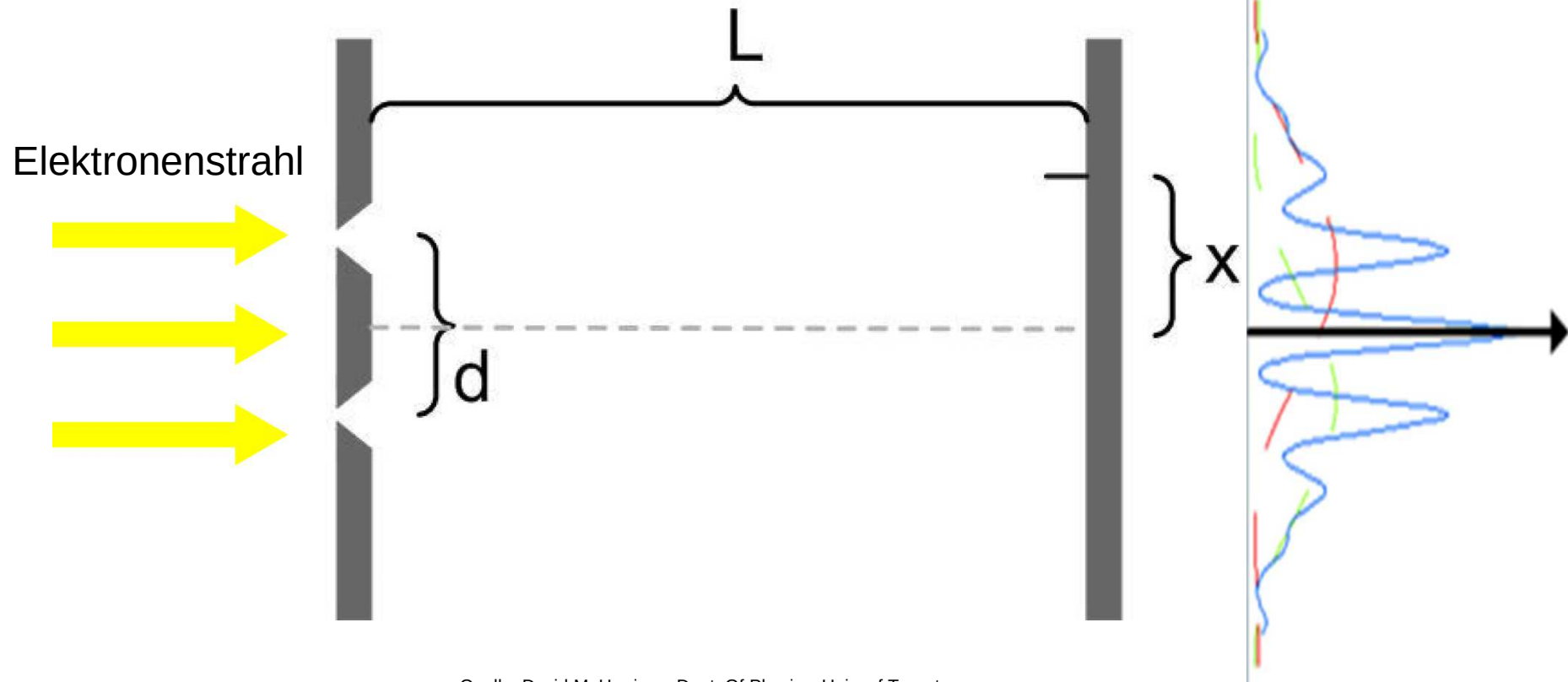
- Was man klassisch erwarten würde:



Quelle: David M. Harrison, Dept. Of Physics, Univ. of Toronto

A3 a) Doppelspalt-Experiment

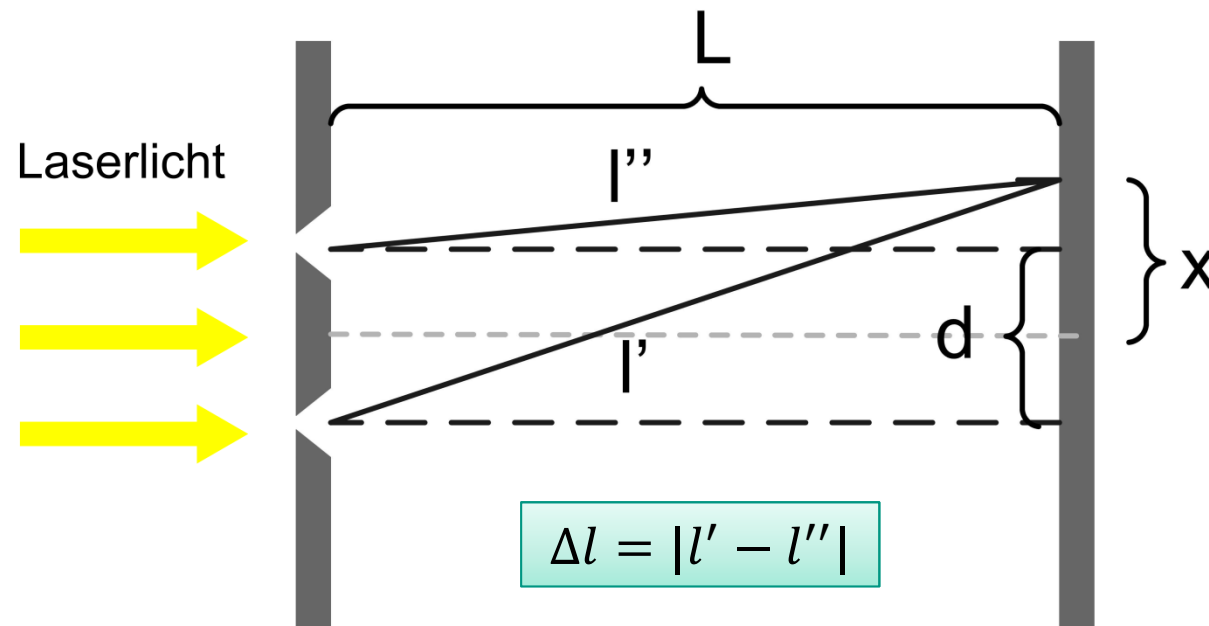
- Was tatsächlich gemessen wird:



Quelle: David M. Harrison, Dept. Of Physics, Univ. of Toronto

A3 a) Doppelspalt-Experiment

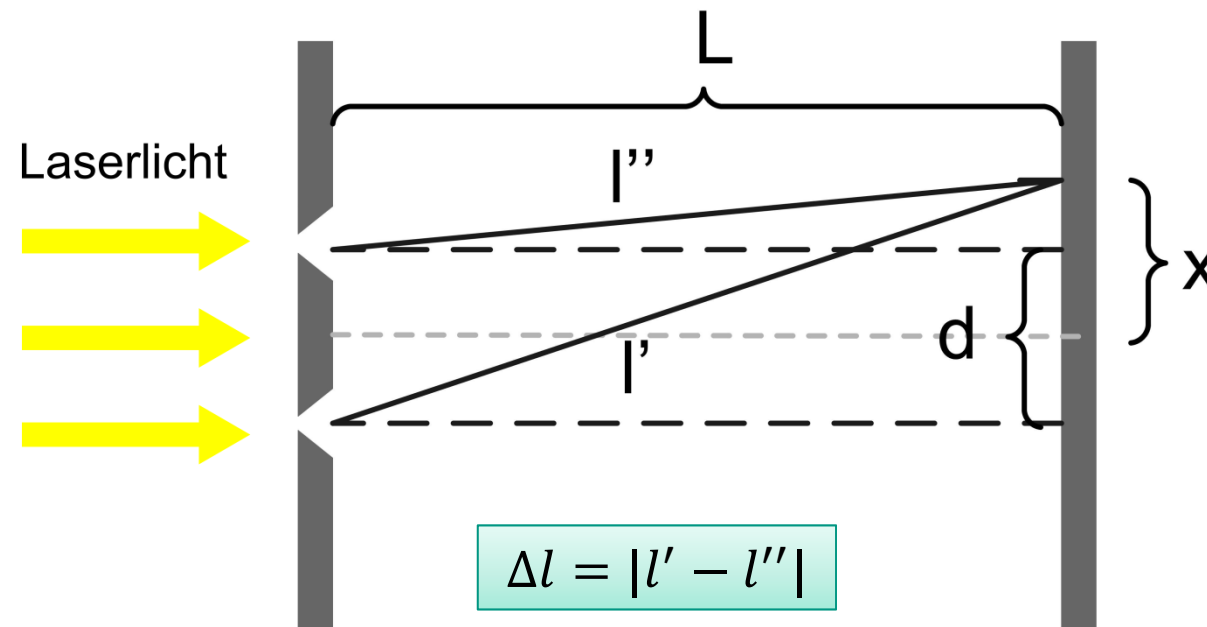
Zur einfacheren Vorstellung trifft in der Aufgabe monochromatisches Laserlicht auf den Doppelspalt. Gemäß dem Doppelspaltexperiment würde ein Elektronenstrahl zum selben Ergebnis führen.



- Maximum: Konstruktive Interferenz $\rightarrow \Delta l = n\lambda/2$ mit $n=0,2,4,\dots$
- Minimum: Destruktive Interferenz $\rightarrow \Delta l = n\lambda/2$ mit $n=1,3,5,\dots$
- <http://www.ub.edu/javaoptics/applets/YoungEn.html>

A3 b) Doppelspalt-Experiment

Welchen Abstand x haben benachbarte Maxima auf dem Schirm?



- Lösungsansatz 1: mathematisch

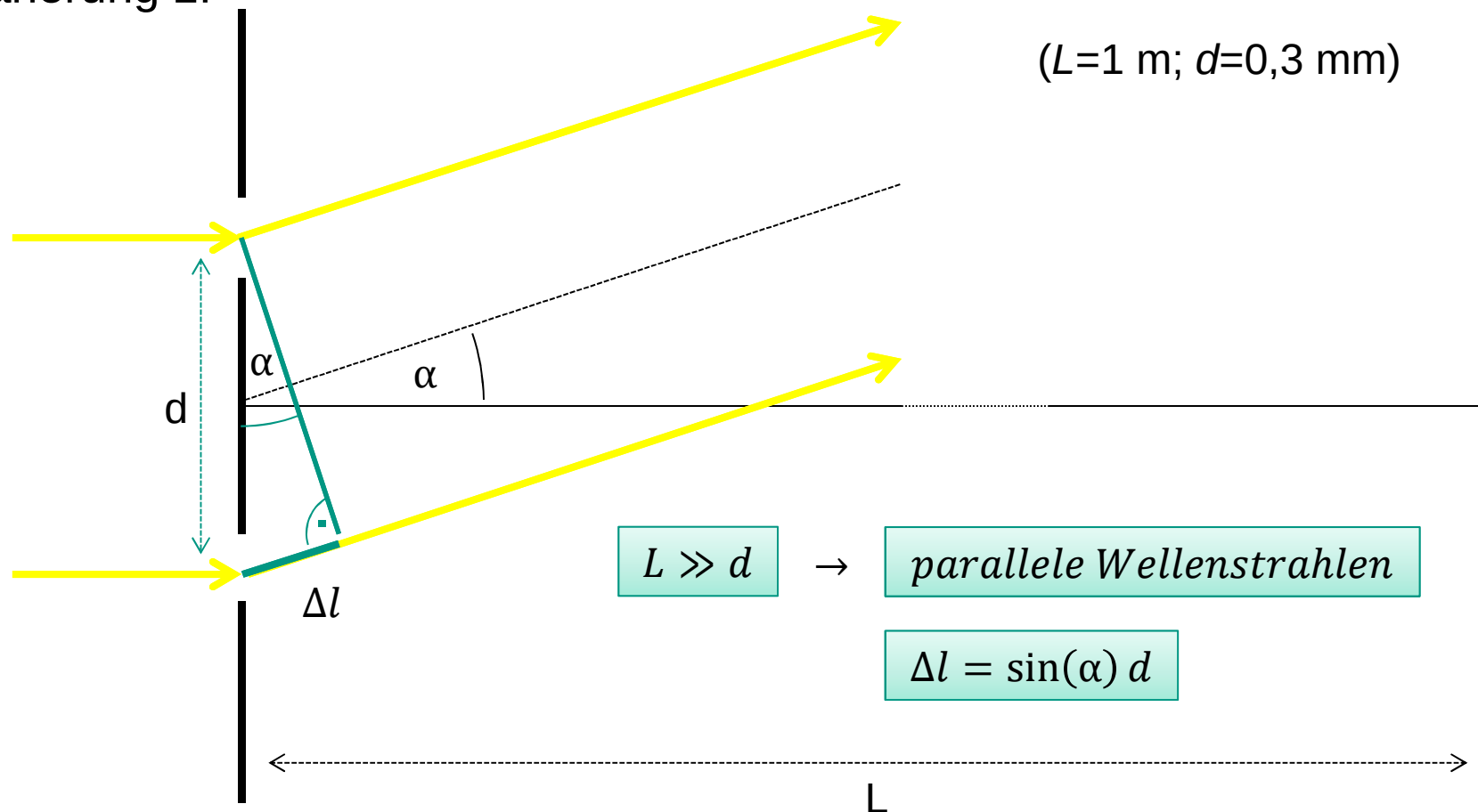
$$l' = \sqrt{L^2 + (x + d/2)^2}$$

$$l'' = \sqrt{L^2 + (x - d/2)^2}$$

→ Ausführlicher Lösungsweg in der Musterlösung

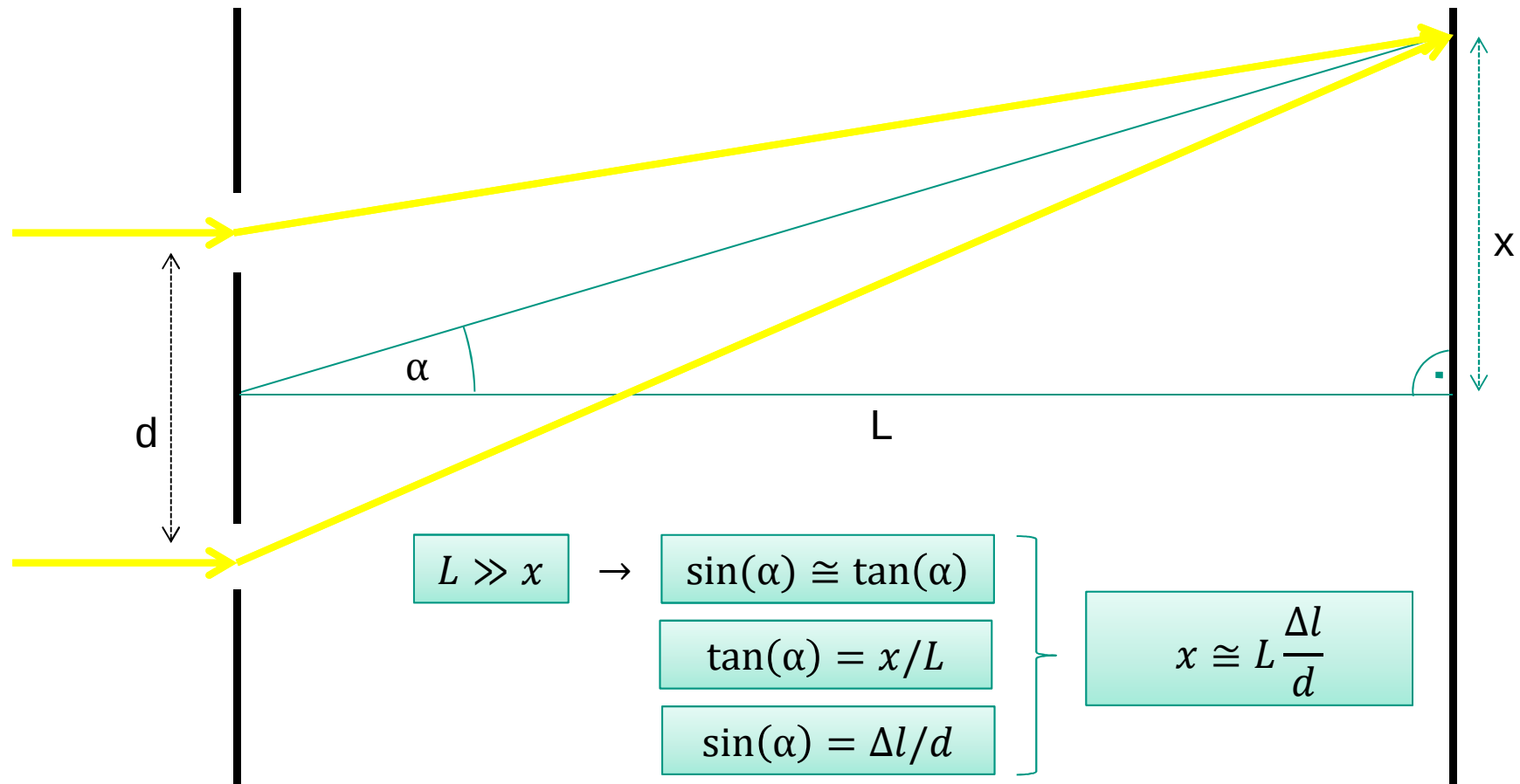
A3 b) Doppelspalt-Experiment

- Lösungsansatz 2: geometrisch
- Näherung 1:



A3 b) Doppelspalt-Experiment

■ Näherung 2:



A3 b) Doppelspalt-Experiment

■ Mit $x \cong L \frac{\Delta l}{d}$ und $\Delta l = n\lambda$ mit $n=0,1,2\dots$ ergeben sich für die

x-Werte der Maxima n-ter Ordnung:

$$\rightarrow x(n) \cong L \frac{n\lambda}{d}$$

■ Damit berechnet sich der Abstand zwischen zwei Maxima zu:

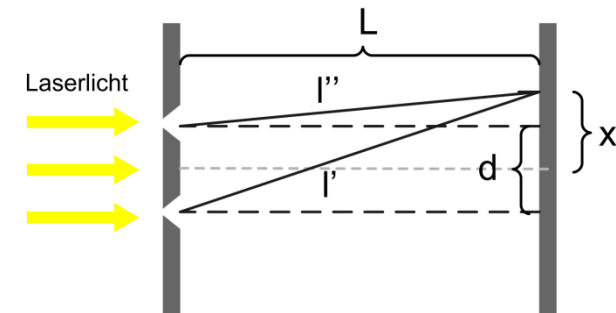
$$\Delta x = L \frac{(n+1)\lambda}{d} - L \frac{n\lambda}{d} = L \frac{\lambda}{d}$$

Mit $L = 1,00 \text{ m}$; $\lambda = 633 \text{ nm}$ und $d = 0,3 \text{ mm}$ ergibt sich:

$$\Delta x = 2,11 \text{ mm}$$

A3 c) Doppelspalt-Experiment

Nun fällt Licht eines anderen Lasers auf die gleiche Anordnung, wobei die beiden Maxima 2. Ordnung einen Abstand von 6,8 mm besitzen. Berechnen Sie die Wellenlänge des einfallenden Lichtes.



- x-Wert eines Maximums 2. Ordnung aus Aufgabenstellung:

$$\rightarrow x(2) = \frac{6,8}{2} \text{ mm} = 3,4 \text{ mm}$$

- Auflösen der Formel aus der letzten Teilaufgabe nach λ :

$$\rightarrow \lambda \cong \frac{x(n)d}{nL}$$

Mit $L=1 \text{ m}$, $d=0,3 \text{ mm}$, $n=2$ und $x(2)=3,4 \text{ mm}$ ergibt sich:

$$\rightarrow \lambda \cong 510 \text{ nm}$$

Wie beschreiben wir den Welle-Teilchen-Dualismus mathematisch?

- Ziel: Beschreibung der Dynamik eines quantenmechanischen Zustandes
- Zustandsbegriff:
 - *Zustand* eines Systems: Minimaler Satz von physikalischen Größen, aus dem sich die maximale Information ableiten lässt.
- Änderung eines Zustandes:
 - eindeutige Vorhersage über den Zustand zum Zeitpunkt t aus der Kenntnis des Zustandes zum Zeitpunkt t_0 .
- Mathematisch ausgedrückt:

$$\frac{dZ(t)}{dt} = F[Z(t)]$$

- Zeitliche Änderung des Zustandes wird beschrieben durch Differentialgleichung 1. Ordnung (Evolutionsgleichung)

Der quantenmechanische Zustand

1. Postulat der Quantenmechanik:

Der quantenmechanische Zustand eines Teilchens der Masse m , das sich in einem Kraftfeld mit dem Potential $V(x,t)$ befindet, lässt sich als komplexwertige Funktion $\psi(x,t)$ des Ortes und der Zeit beschreiben. Seine Zeitentwicklung gehorcht der zeitabhängigen **Schrödingergleichung**:



Erwin Schrödinger
(1887-1961)

$$j\hbar \frac{\partial \psi(x,t)}{\partial t} = \left\{ -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + V(x,t) \right\} \psi(x,t)$$

mit $\hbar = h/2\pi = 1.055 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$; $j^2 = -1$

$\psi(x,t)$ heißt **Wellenfunktion** des Teilchen

Die Wellenfunktion $\Psi(x,t)$

...und was bringt uns jetzt die Wellenfunktion ????

2. Postulat der Quantenmechanik:

Die Wellenfunktion ist nicht observabel (=keine Messgröße);
ihr Absolutquadrat

$$\rho(x,t) = |\psi(x,t)|^2 = \psi^*(x,t)\psi(x,t)$$

ist proportional zur Dichte der Aufenthaltswahrscheinlichkeit des Teilchens
im Raum.

... nehmen wir als Messgröße den Ort:

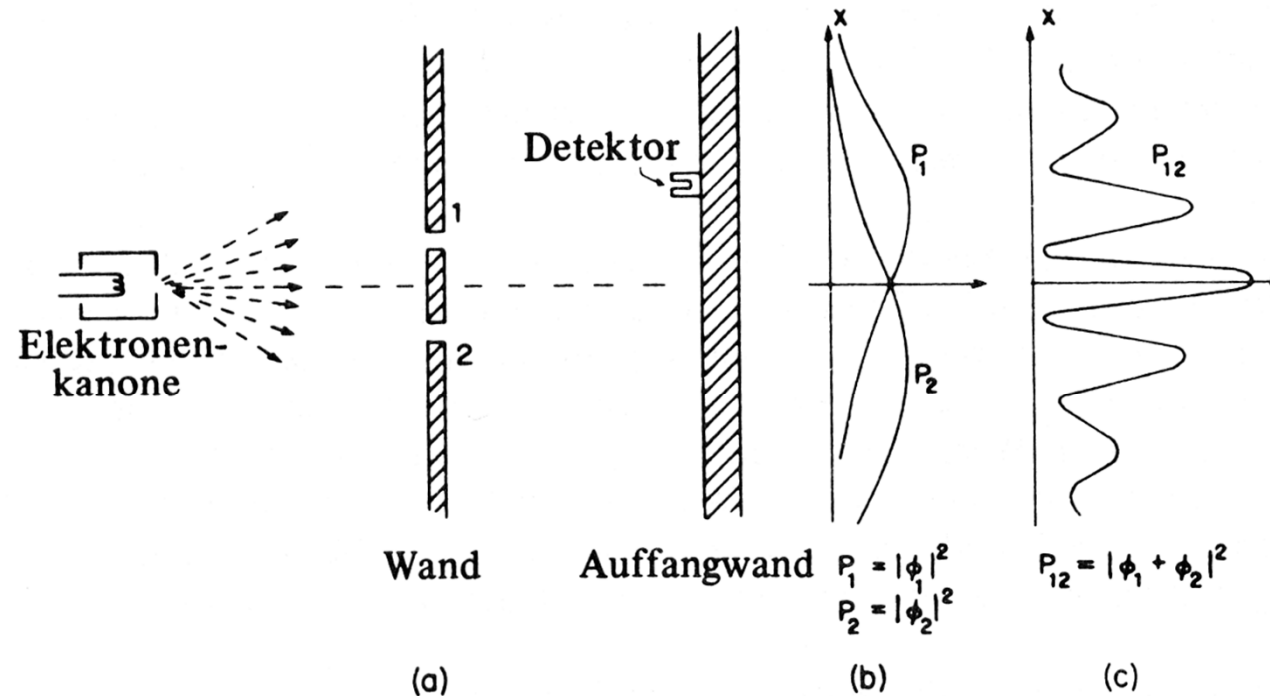


Fig. 1–3. Interferenzexperiment mit Elektronen.

... aha, $\Psi(x,t)$ regelt also z. B. das Entstehen von Elektronen-Interferenzmustern

$\rho(x,t)$ ist messbar, $\Psi(x,t)$ selbst aber NICHT !

A4 a) Schrödingergleichung

- Wellengleichung für das elektrische Feld

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E(x, t)}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 E(x, t)}{\partial x^2}$$

- Schrödingergleichung für ein verschwindendes Potential

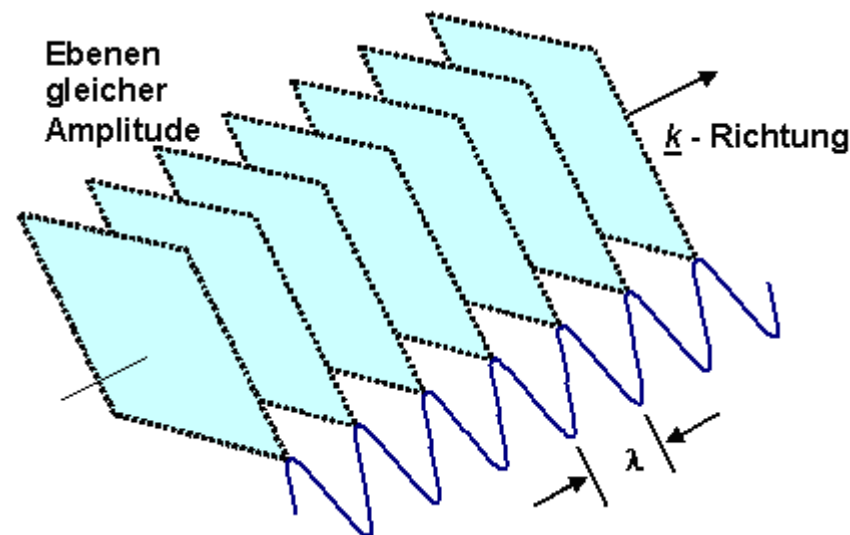
$$j\hbar \frac{\partial \psi(x, t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi(x, t)}{\partial x^2}$$

- Vergleich:

- Wellengleichung hat die Zeit in der zweiten Ableitung
- Beide Gleichungen durch ebene Wellen lösbar
- Komplexe Lösungsansätze für beide Gleichungen
 - Für Wellengleichung nur Rechentrick, um Aussage als Messgröße zu erhalten
 - Für Schrödingergleichung gelten echt komplexe Funktionen

A4 b) Schrödingergleichung

- Ansatz: ebene Welle
- Wellenfronten senkrecht zur Ausbreitungsrichtung
- Teilchen vollständig delokalisiert
- Beschreibung: $\psi(x, t) = Ae^{j(kx - \omega t)}$



Quelle: [Uni Kiel, 15.04.2015](#)

A4 b) Schrödingergleichung

- Ebene Welle:

$$\psi(x, t) = Ae^{j(kx - \omega t)}$$

- Schrödingergleichung für zeitlich konstantes Potential:

$$j\hbar \frac{\partial \psi(x, t)}{\partial t} = \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + V(x) \right) \psi(x, t)$$

- Lösung, falls:

$$\hbar\omega = \left(\frac{\hbar^2 k^2}{2m} + V(x) \right)$$

- Klassischer Vergleich:

$$W = (W_{kin} + W_{pot})$$

A4 c) Schrödingergleichung

- Ansatz: Superposition ebener Wellen

$$\psi(x, t) = a\psi_1(x, t) + b\psi_2(x, t)$$

$$\psi_1(x, t) = A_1 e^{j(k_x x - \omega t)}$$

$$\psi_2(x, t) = A_2 e^{j(k_x x - \omega t)}$$

- Einsetzen in Schrödingergleichung
 - Linearität der Differentialoperatoren d/dt und d²/dx² verwenden
 - $\psi_1(x, t)$ und $\psi_2(x, t)$ per Definition Lösungen der SGL

$$j\hbar \frac{\partial \psi(x, t)}{\partial t} = a j\hbar \frac{\partial \psi_1(x, t)}{\partial t} + b j\hbar \frac{\partial \psi_2(x, t)}{\partial t}$$

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + V(x) \right) \psi(x, t) = a \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + V(x) \right) \psi_1(x, t) + b \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + V(x) \right) \psi_2(x, t)$$

Lernziele der 1. Übung

- Bedeutung und Anwendung der Heisenbergschen Unschärferelation
- Vertrautheit mit dem Welle-Teilchen-Dualismus
 - Verstehen des Photoeffekts und grundlegende Berechnungen
 - Grundlegende Berechnungen am Doppelspalt und Transfer des Gelernten auf ähnliche Konstrukte wie optische Gitter
- Vertrautheit mit der Schrödingergleichung und deren Lösung

- Lernziele des 1. Tutoriums: Vertrautheit mit der GAUSS-Funktion, Wellenpakete, Dispersion

Ankündigungen

- Lösungen zur 1. Übung: 29. April 2016 (nach der Übung) in ILIAS
 - Tutorien zur 1. Übung: 9.-13. Mai 2016
 - Lösungen zum 1. Tutorium: 13. Mai 2016 in ILIAS
-

- Nächste Übung (Ü2): 13. Mai 2016