

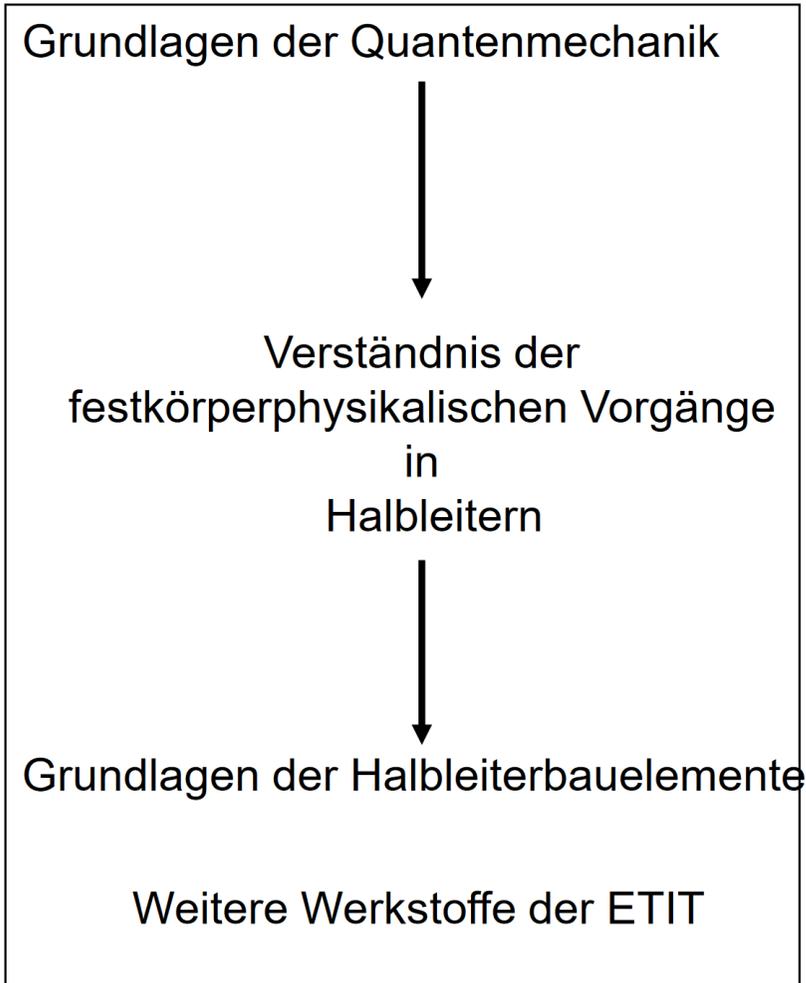
Optik und Festkörperelektronik SS 2020

9. Übung:

Dielektrika

Dr.-Ing. Stefan Wagner (IAM-WET)
stefan.wagner@kit.edu





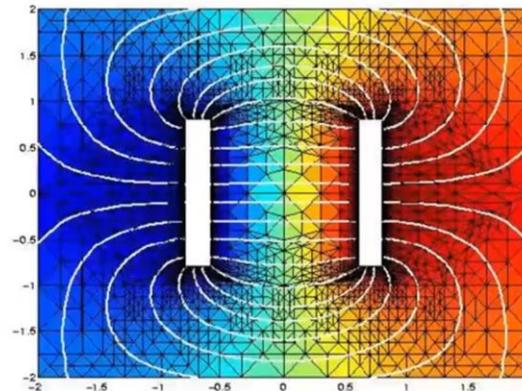
Was bringt mir die
Schrödinger-
Gleichung ?

Was ist ein Leitungsband
?

Wie funktioniert eine pn-
Diode ?

[U. Lemmer, LTI]

Dielektrika



9. Übung Optik und Festkörperelektronik

Dielektrika

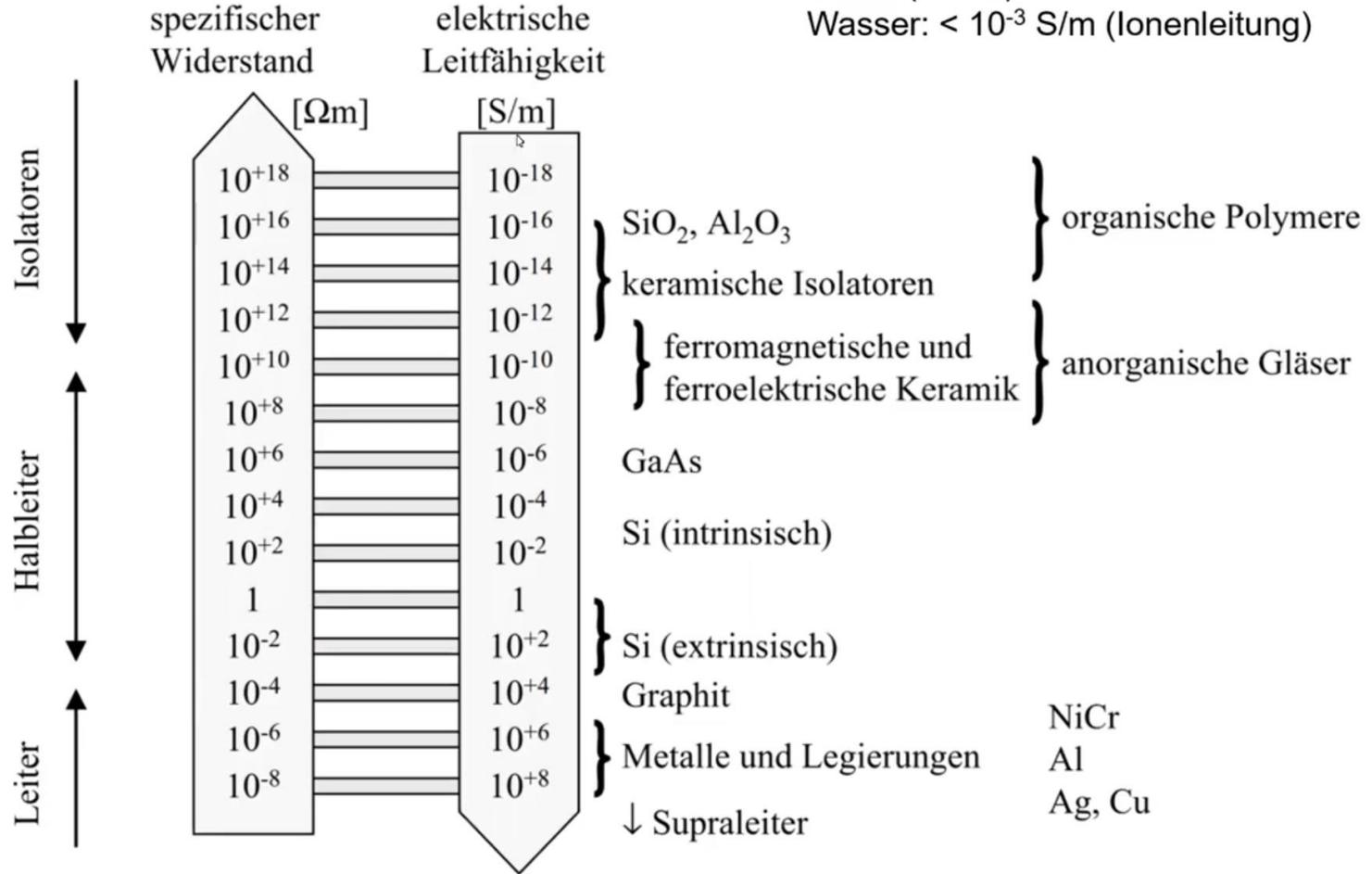
- Gase
- Flüssigkeiten
- Kunststoffe
- Keramiken & Gläser

El. Leitfähigkeit
↓
$$j = \sigma E = \frac{1}{\rho} E$$

↑
Spez. Widerstand

Merksenswert!
Freie e⁻ pro cm³:
- Isolator: ~1
- Metall: ~10²³

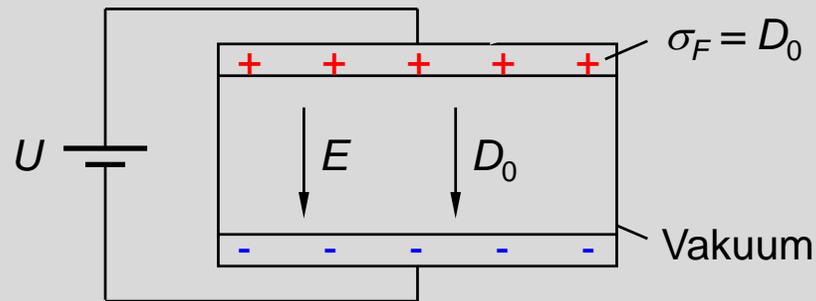
Teflon (PTFE): 10⁻²² S/m
Wasser: < 10⁻³ S/m (Ionenleitung)



9. Übung Optik und Festkörperelektronik

Dielektrika: Plattenkondensator im el. Feld

El. Flussdichte im Vakuum

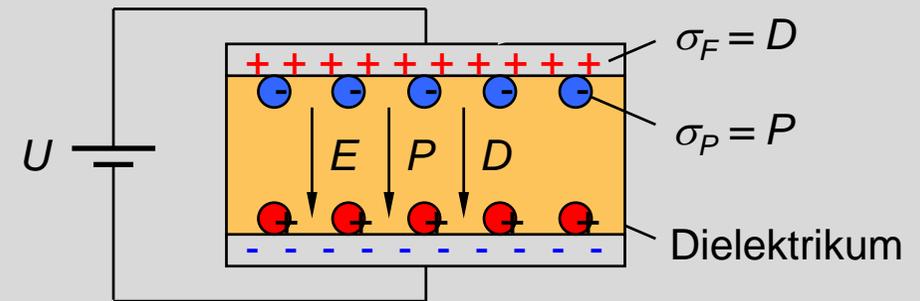


D_0 : Vakuum-Flussdichte

σ_F : freie, flächenbezogene Ladung auf den Kondensatorplatten

[Ivers-Tiffée 2007]

El. Flussdichte im Dielektrikum



P : Polarisierung

σ_P : gebundene, flächenbezogene Polarisationsladung auf der Außenseite des Dielektrikums

$$\vec{D}_0 = \epsilon_0 \cdot \vec{E}$$

elektrische Feldkonstante
 $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ As/Vm}$

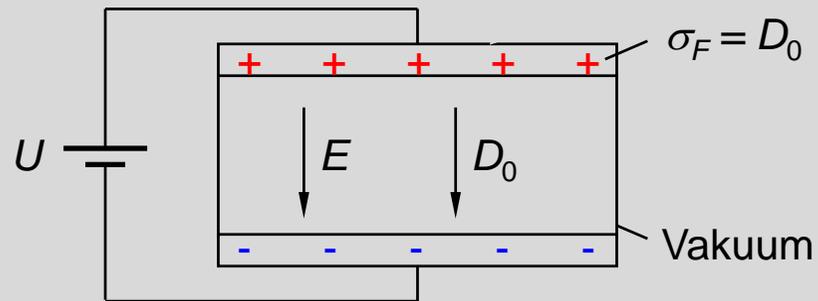
$$\vec{D} = \epsilon_0 \cdot \vec{E} + \vec{P}$$

$P = \text{fkt}(E, T, \sigma_M, \dots)$

9. Übung Optik und Festkörperelektronik

Dielektrika: Plattenkondensator im el. Feld

El. Flussdichte im Vakuum

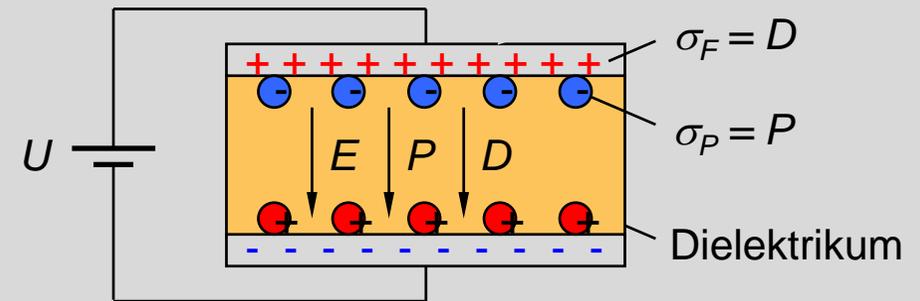


D_0 : Vakuum-Flussdichte

σ_F : freie, flächenbezogene Ladung auf den Kondensatorplatten

[Ivers-Tiffée 2007]

El. Flussdichte im Dielektrikum



P : Polarisation

σ_P : gebundene, flächenbezogene Polarisationsladung auf der Außenseite des Dielektrikums

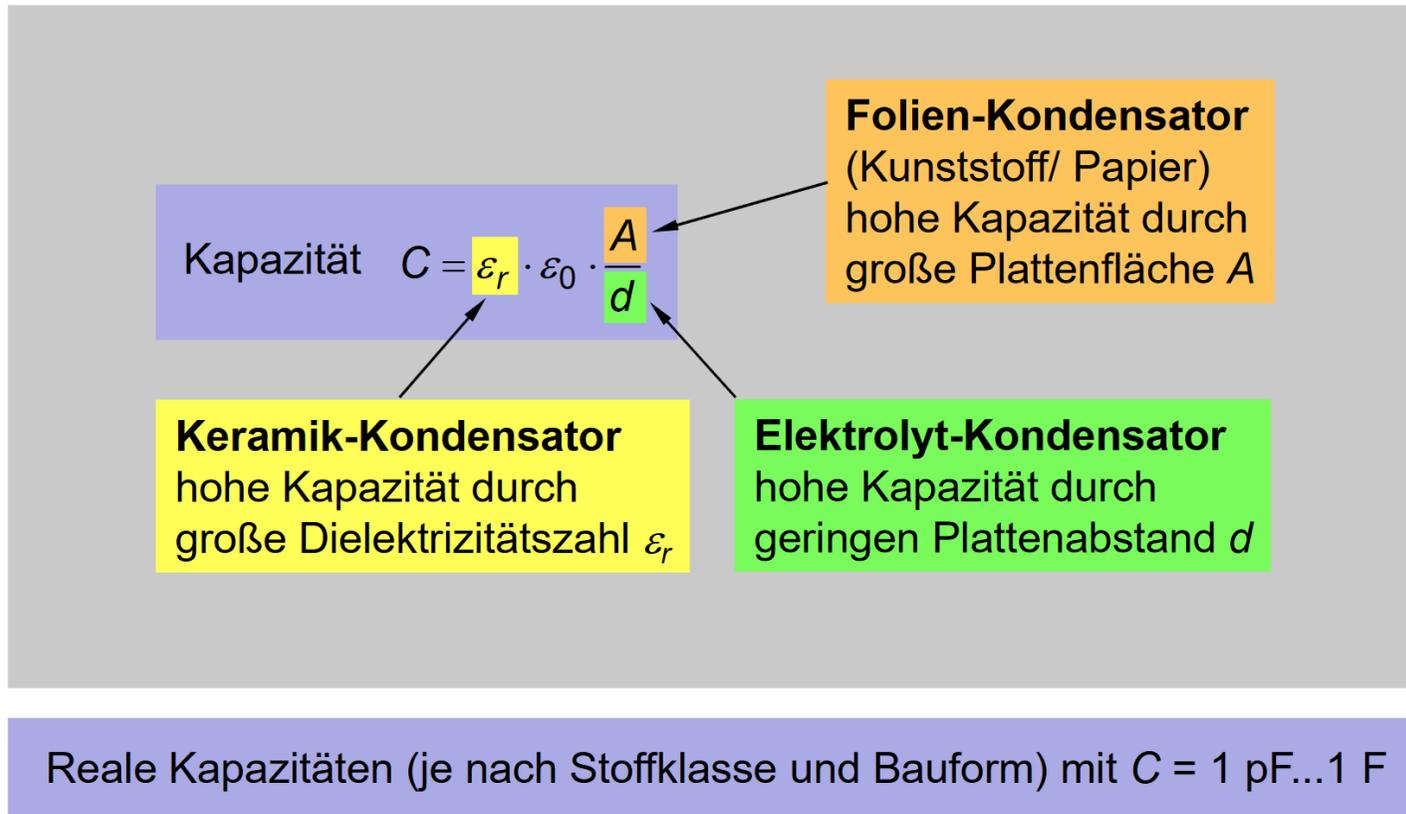
$$\vec{D}_0 = \epsilon_0 \cdot \vec{E}$$

elektrische Feldkonstante
 $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ As/Vm}$

$$\vec{D} = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \vec{E}$$

9. Übung Optik und Festkörperelektronik

Dielektrika: Kondensatoren



A2: Dielektrika

a) Nennen Sie drei dielektrische Polarisationsmechanismen und ordnen Sie diese nach steigender Resonanz- bzw. Relaxationsfrequenz des Ausfallmechanismus.

9. Übung Optik und Festkörperelektronik

Dielektrika

aus der Vorlesung...

Grundtypen

Elektronenpolarisation

Auslenkung von Atomkern und -hülle
(induzierte Dipole)

Ionenpolarisation

Auslenkung von Kationen und Anionen
(induzierte Dipole)

Orientierungspolarisation

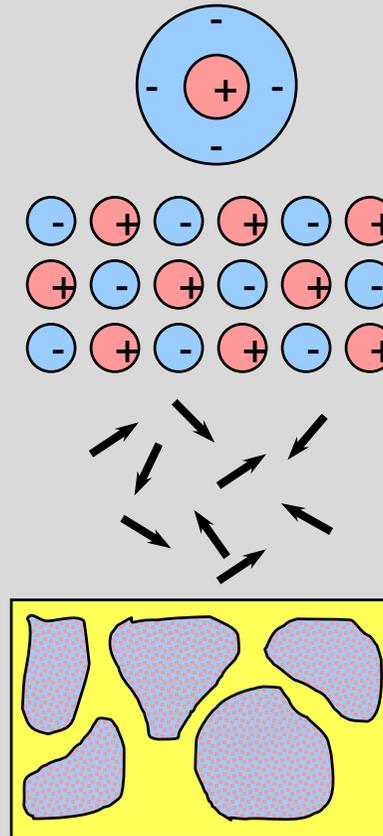
Ausrichtung permanent vorhandener
Dipole

Raumladungspolarisation

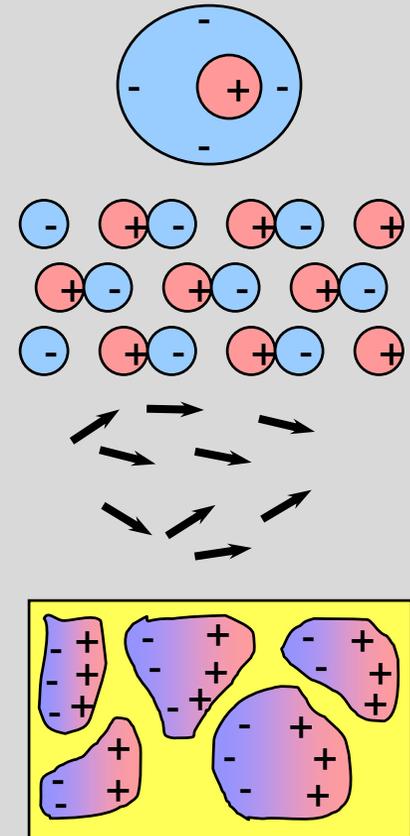
Ansammlung freier Ladungsträgern
an isolierenden Korngrenzen

[Schaumburg 1994]

$E = 0$



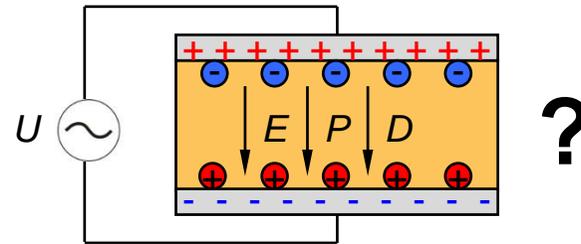
$E > 0$



A2: Dielektrika

a) Nennen Sie drei dielektrische Polarisationsmechanismen und ordnen Sie diese nach steigender Resonanz- bzw. Relaxationsfrequenz des Ausfallmechanismus.

Bisher: Gleichspannung



Jetzt: Wechselspannung/-strom

9. Übung Optik und Festkörperelektronik

Dielektrika

aus der Vorlesung...

Grundtypen

Elektronenpolarisation

Auslenkung von Atomkern und -hülle
(induzierte Dipole)

Ionenpolarisation

Auslenkung von Kationen und Anionen
(induzierte Dipole)

Orientierungspolarisation

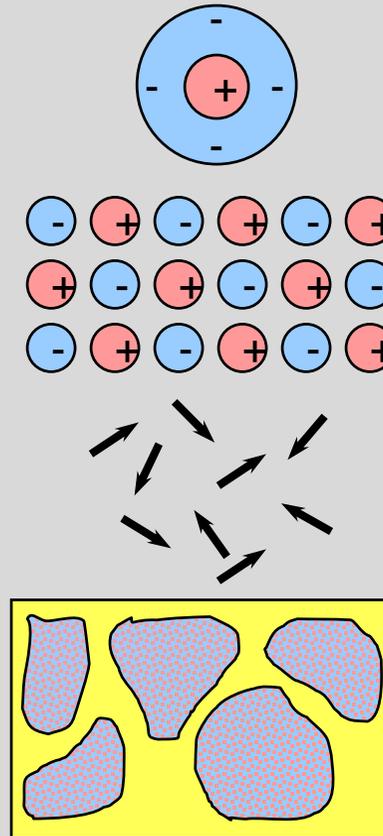
Ausrichtung permanent vorhandener
Dipole

Raumladungspolarisation

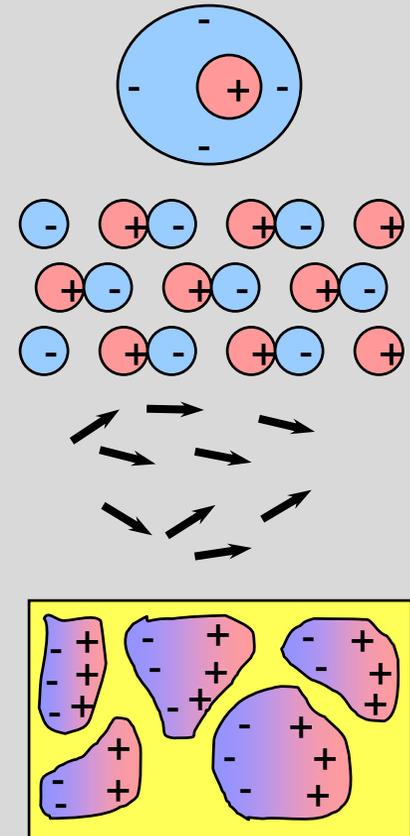
Ansammlung freier Ladungsträgern
an isolierenden Korngrenzen

[Schaumburg 1994]

$E = 0$



$E > 0$



Verhalten von Dielektrika im Wechselfeld

Frequenzabhängigkeit der Elektronen- und Ionenpolarisation



Elektronen-/Ionen-Polarisation ergab sich aus stationärer Kräftebilanz -> mache dynamisch jetzt

- Kräftebilanz für Bewegung der Elektronenhülle im harmonischen Wechselfeld E :

$$\underbrace{z \cdot m_e \cdot \ddot{x}}_{\text{Beschleunigung}} + \underbrace{k_d z m_e \cdot \dot{x}}_{\text{Reibung}} + \underbrace{kx}_{\text{Rückstellkraft}} = \underbrace{ze_0 E(\omega t)}_{\text{externe Anregung}}$$

x : Auslenkung der Elektronenhülle [m]

$z \cdot m_e$: Masse der Elektronenhülle [kg]

k_d : Dämpfung durch Kollision/Wärmestrahlung [1/s]

k : Coulomb-Kraftkonstante [kg/s²]

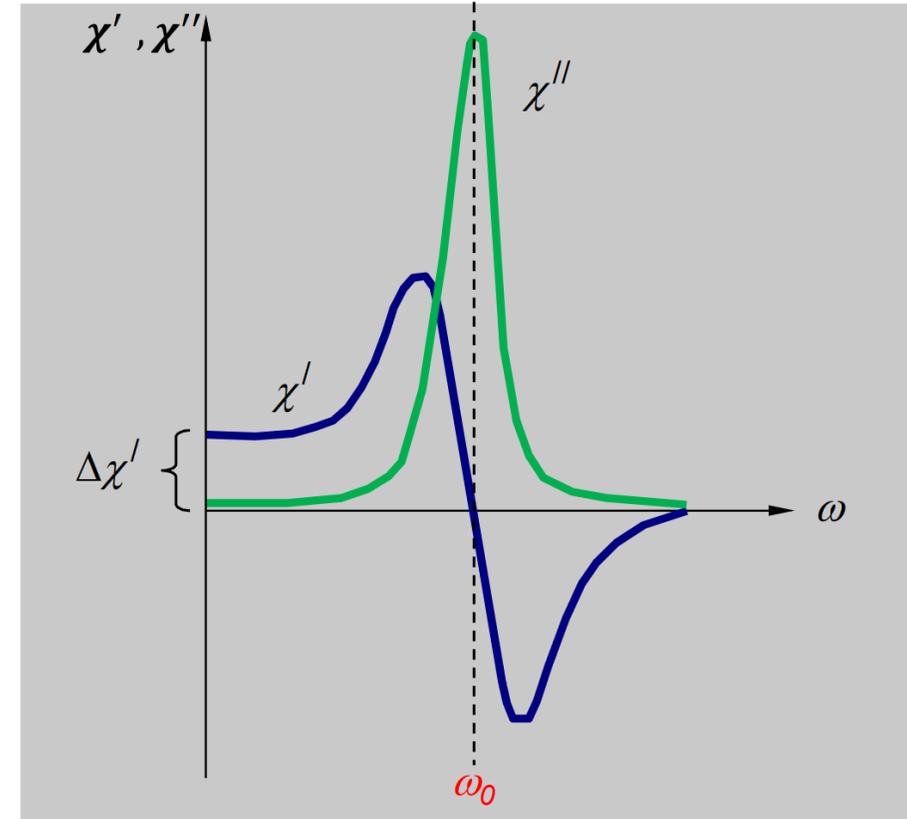
k kennen wir aus stationärer Kraftbilanz (S. 37):

$$ze_0 \cdot E = \frac{z^2 e_0^2}{4\pi\epsilon_0 R^3} \frac{d}{dx}$$

- Lösung der DGL ergibt die komplexe **Suszeptibilität** $\underline{\chi} = \chi' - j \chi''$ mit **Eigenfrequenz** ω_0

$$\chi'(\omega) = \frac{nze_0^2}{\epsilon_0 m_e} \cdot \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (k_d \omega)^2}$$

$$\chi''(\omega) = \frac{nze_0^2}{\epsilon_0 m_e} \cdot \frac{k_d \omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (k_d \omega)^2} \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{z m_e}}$$



- Starke Frequenzabhängigkeit von χ' und χ'' !
- **Resonanz** nahe $\omega = \omega_0$ (Bsp: H₂: 5 · 10¹⁶ s⁻¹)
- Bekannter stationärer Wert: $\underline{\chi}(\omega \rightarrow 0) = \chi'$

Ionenpolarisation analog; $\omega_0 \approx 10^{16} \text{ s}^{-1}$ ($m_{\text{ion}} \gg m_e$)!



9. Übung Optik und Festkörperelektronik

Dielektrika

Motivation (Neu): Wechselspannung/-strom

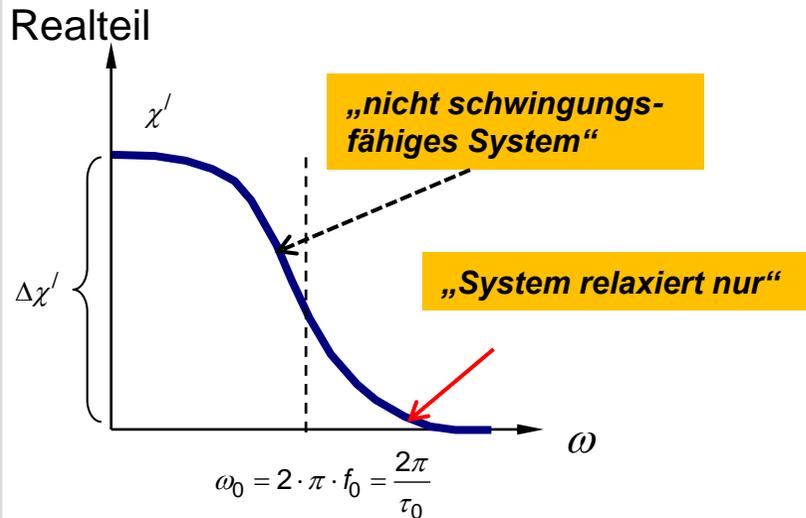
... hat Einfluss auf die **Polarisation P** .

... der Einfluss ist abhängig von der jeweiligen Polarisationsart.

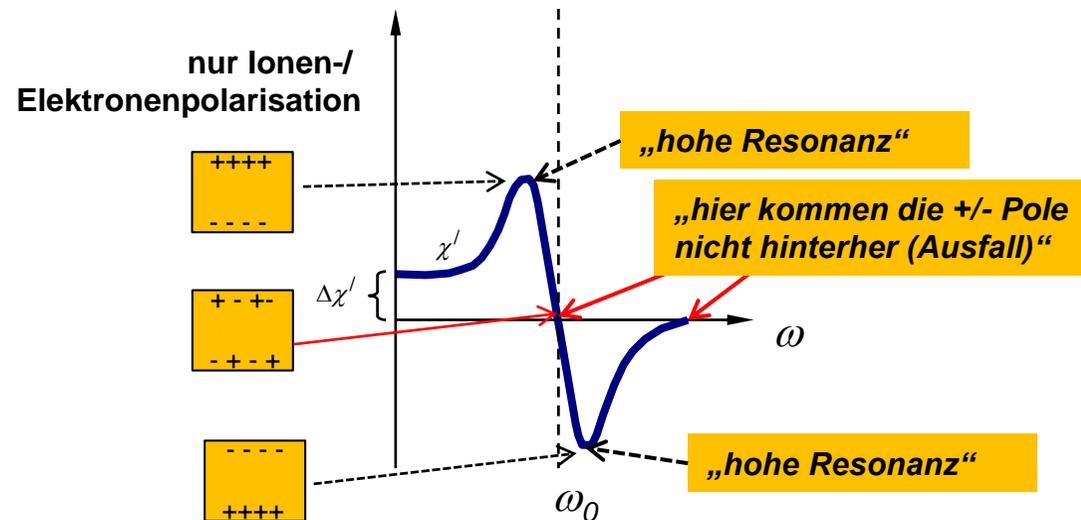
polarisierbares Medium:

$$P = \epsilon_0 \cdot \chi_e \cdot E$$

Relaxations(kreis)frequenz ω_0



Resonanz(kreis)frequenz ω_0

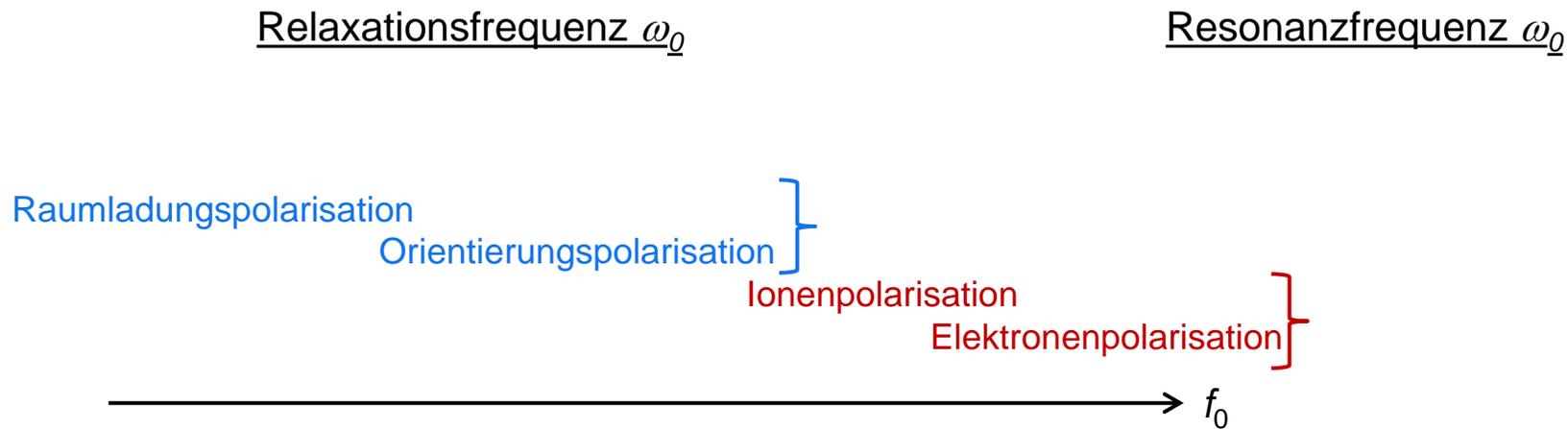


9. Übung Optik und Festkörperelektronik

Dielektrika

A2: Dielektrika

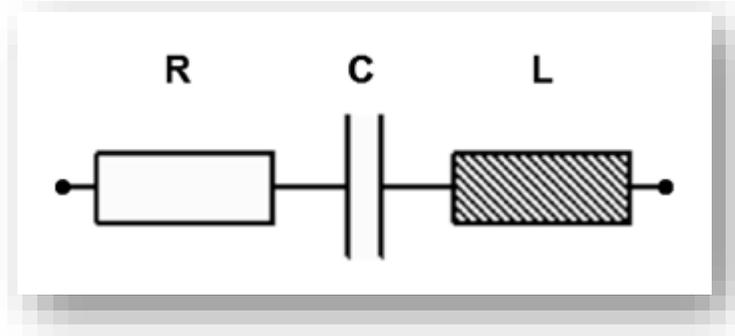
a) Nennen Sie drei dielektrische Polarisationsmechanismen und ordnen Sie diese nach steigender Resonanz- bzw. Relaxationsfrequenz des Ausfallmechanismus.



9. Übung Optik und Festkörperelektronik

Dielektrika

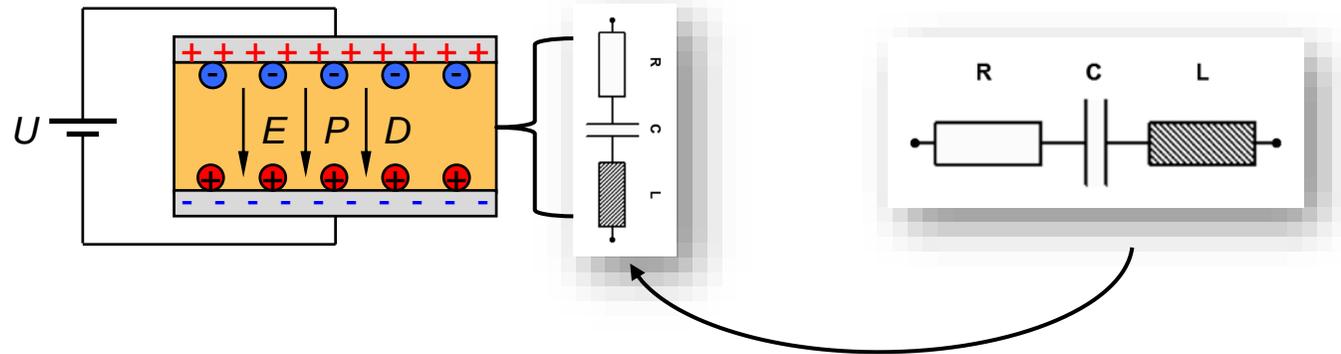
b) Nennen Sie eine dielektrische Polarisationsart, die durch das unten gezeigte elektrische Ersatzschaltbild beschrieben werden kann.



9. Übung Optik und Festkörperelektronik

Dielektrika

Ersatzschaltbild beschreibt die Vorgänge im Dielektrikum

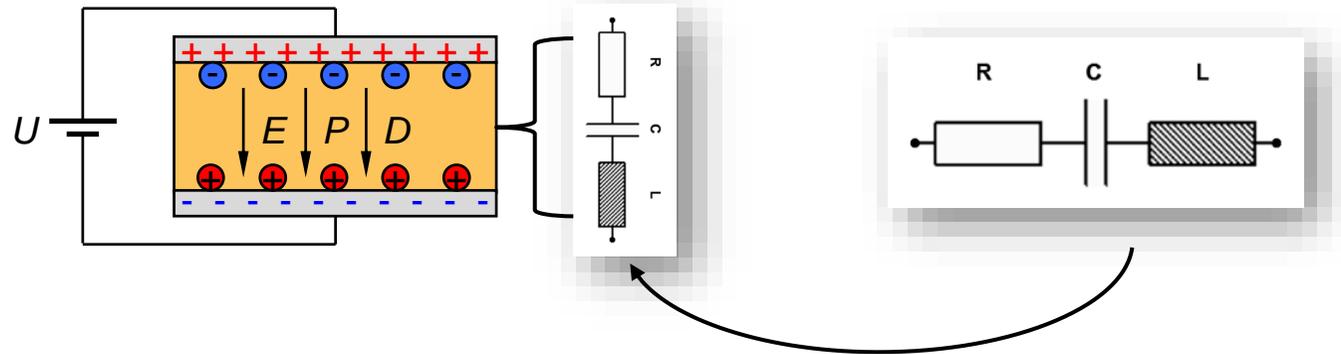


R : Widerstand }
 C : Kapazität }
 L : Induktivität }

9. Übung Optik und Festkörperelektronik

Dielektrika

Ersatzschaltbild beschreibt die Vorgänge im Dielektrikum



R : Widerstand
 C : Kapazität
 L : Induktivität

$$U_R = RI$$

$$U_C = \frac{Q}{C}$$

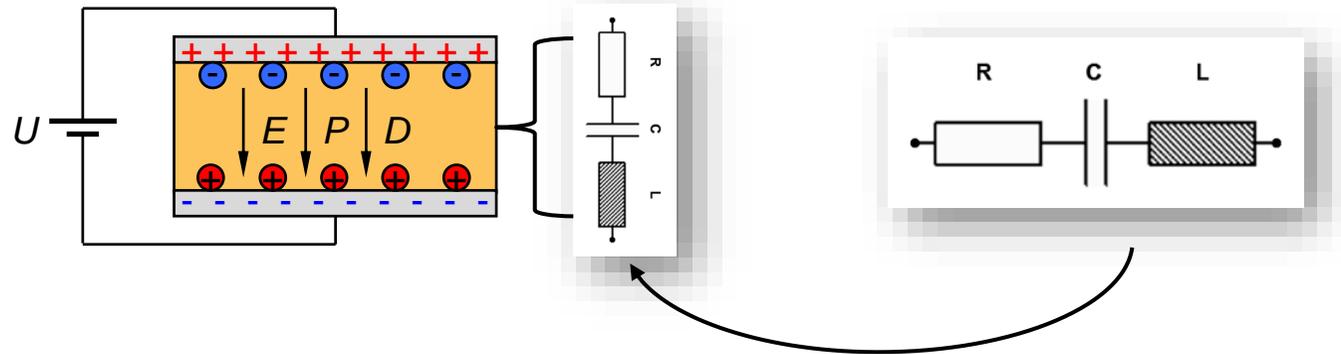
$$U_L = L \frac{dI}{dt}$$

$$\Rightarrow L \frac{d^2 I}{dt^2} + R \frac{dI}{dt} + \frac{1}{C} I = 0$$

9. Übung Optik und Festkörperelektronik

Dielektrika

Ersatzschaltbild beschreibt die Vorgänge im Dielektrikum

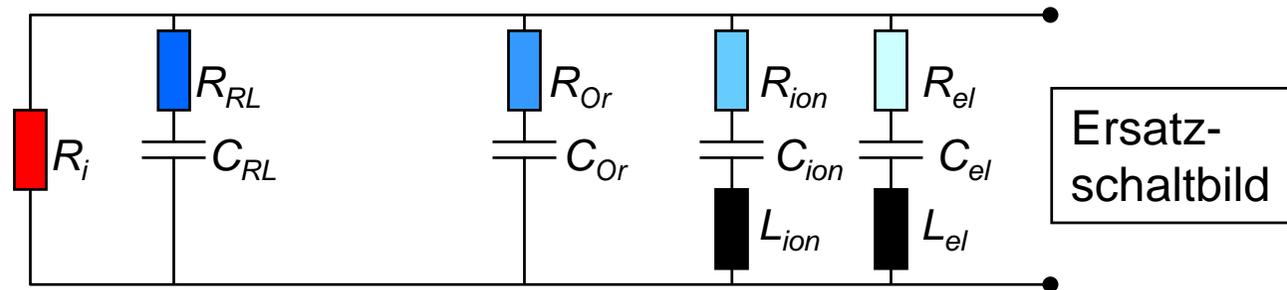


- R : Widerstand } Bei allen Polarisationsmechanismen vorhanden.
 C : Kapazität }
- L : Induktivität } Bei Resonanz, also bei Ionenpolarisation und
Elektronenpolarisation.

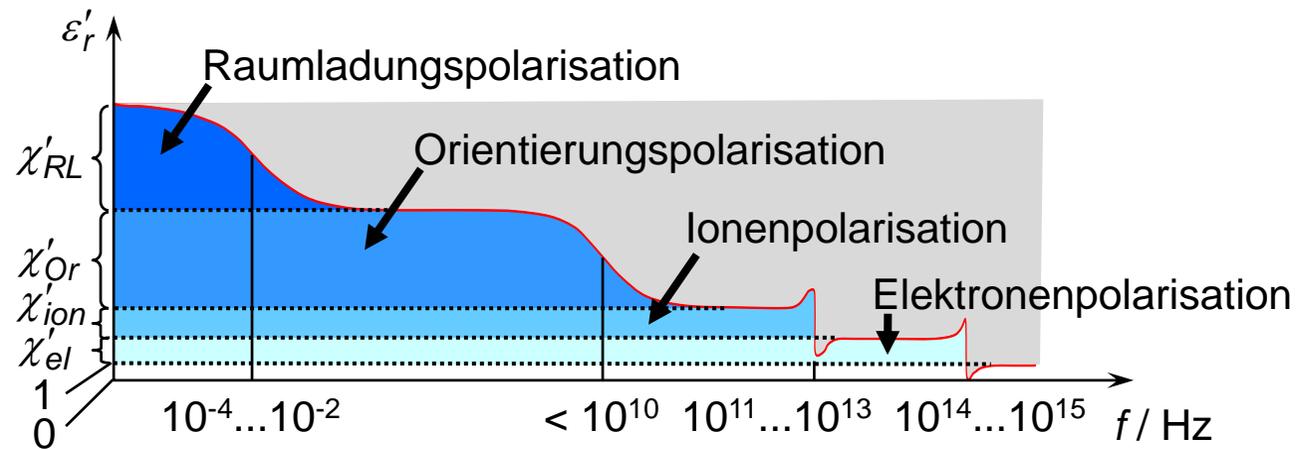
9. Übung Optik und Festkörperelektronik

Dielektrika

Ersatzschaltbild beschreibt die Vorgänge im Dielektrikum



Dispersionsspektrum

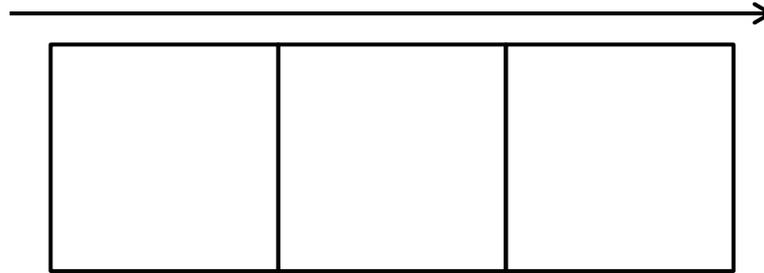


9. Übung Optik und Festkörperelektronik

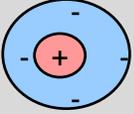
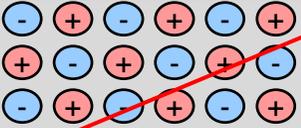
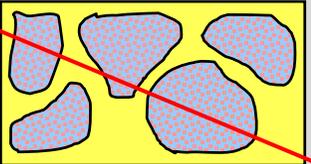
Dielektrika

c) Ordnen Sie die Gase Neon (Ne), Helium (He) und Xenon (Xe) nach zunehmender elektrischer Suszeptibilität χ_{el} . Begründen Sie Ihre Antwort.

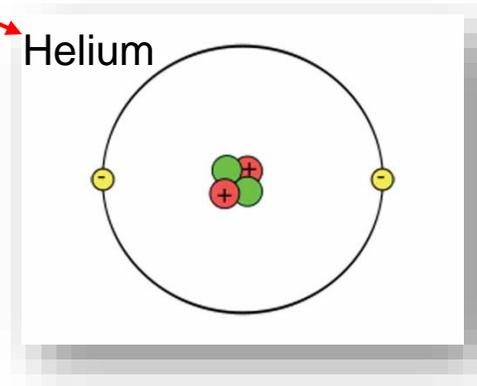
Zunehmende elektrische Suszeptibilität



„Welcher Polarisationsmechanismus liegt bei Helium vor?“

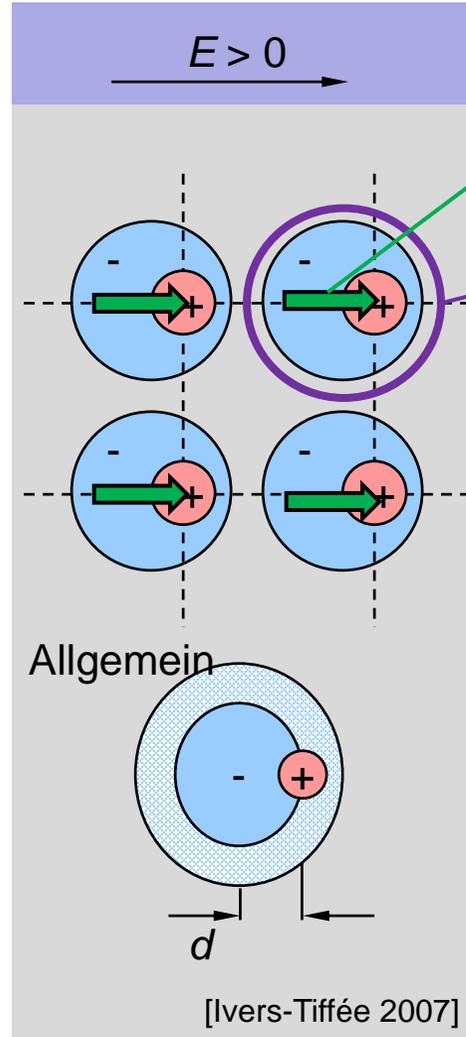
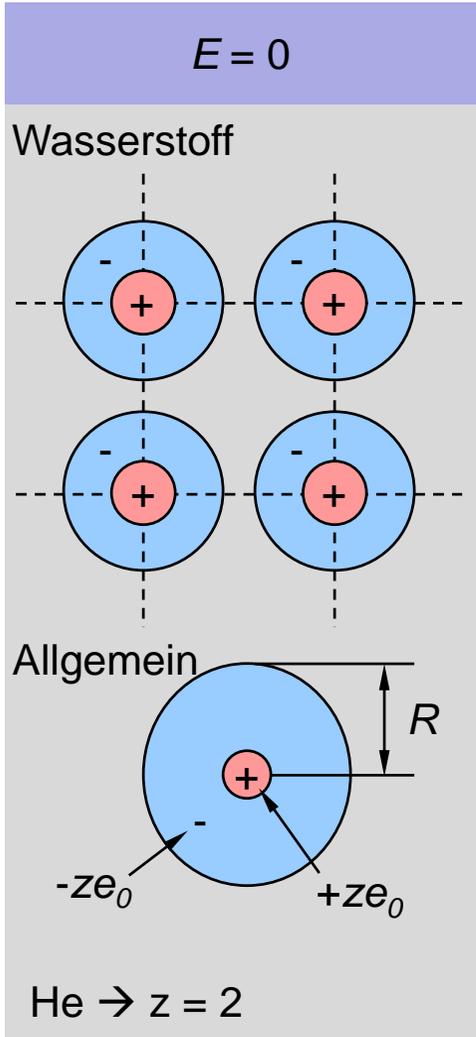
Grundtypen	$E = 0$
Elektronenpolarisation Auslenkung von Atomkern und -hülle (induzierte Dipole)	
Ionenpolarisation Auslenkung von Kationen und Anionen (induzierte Dipole)	
Orientierungspolarisation Ausrichtung permanent vorhandener Dipole	
Raumladungspolarisation Ansammlung freier Ladungsträgern an isolierenden Korngrenzen	

[Schaumburg 1994]



9. Übung Optik und Festkörperelektronik

Dielektrika



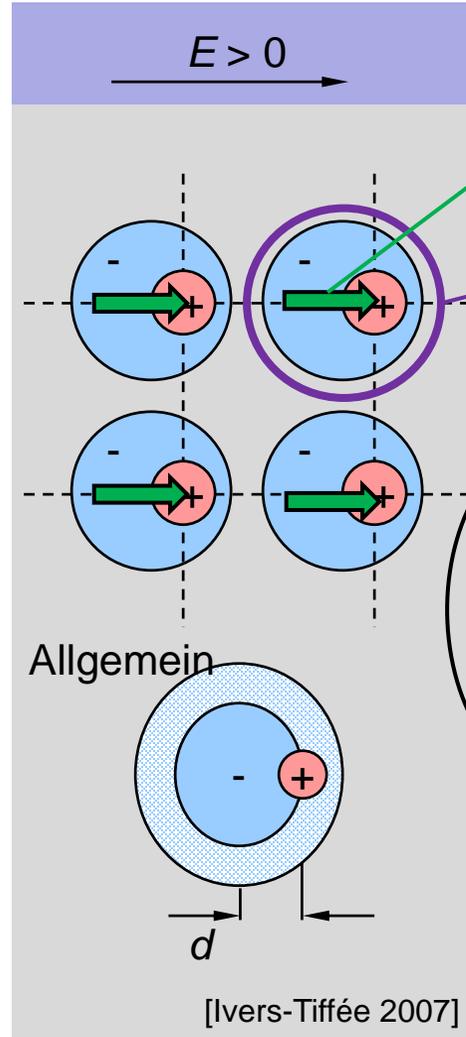
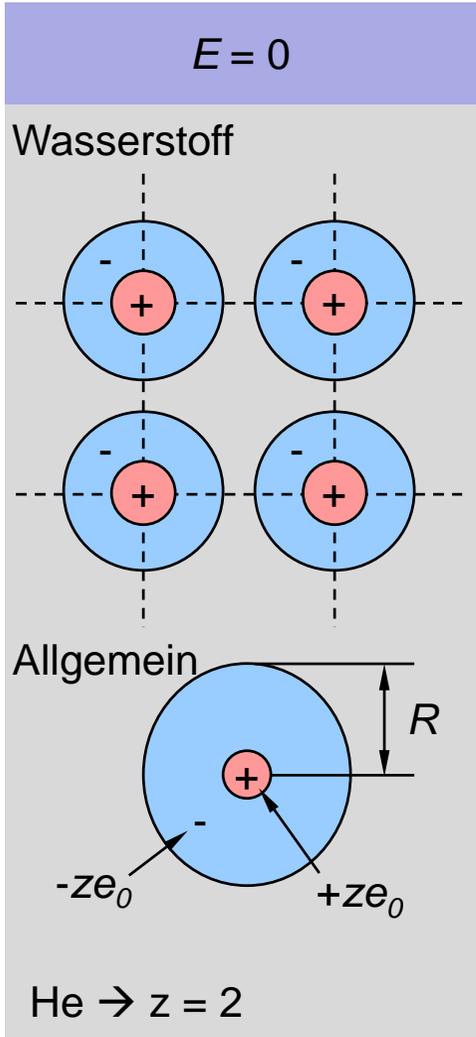
Induziertes Dipolmoment

$$p = z \cdot e_0 \cdot d = \underbrace{4\pi\epsilon_0 \cdot R^3}_{\text{Polarisierbarkeit } \alpha_{el}} \cdot E = \alpha_{el} \cdot E$$

$$z \cdot e_0 \cdot E - \frac{(z \cdot e_0)^2}{4\pi\epsilon_0 d^2} \cdot \frac{d^3}{R^3} = 0$$

9. Übung Optik und Festkörperelektronik

Dielektrika



Induziertes Dipolmoment

$$p = z \cdot e_0 \cdot d = \underbrace{4\pi\epsilon_0 \cdot R^3}_{\text{Polarisierbarkeit } \alpha_{el}} \cdot E = \alpha_{el} \cdot E$$

Clausius-Mossotti-Beziehung

Elektronische Suszeptibilität

$$\chi_{el} \approx \frac{n \cdot \alpha_{el}}{\epsilon_0} = 4\pi \cdot n \cdot R^3$$

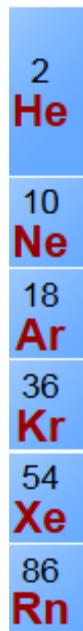
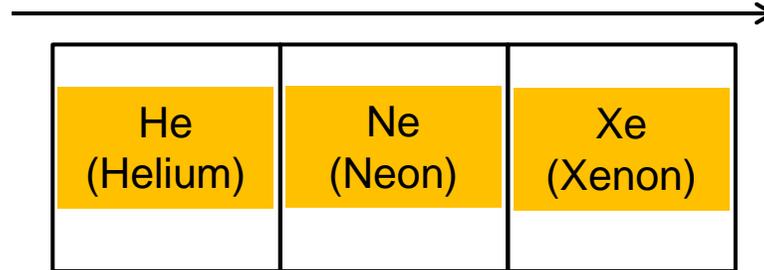
aus der VL

ist R groß, sind die Bindungskräfte viel kleiner
 \rightarrow Polarisierbarkeit ist erhöht!

9. Übung Optik und Festkörperelektronik

Dielektrika

Zunehmende elektrische Suszeptibilität



2	He
10	Ne
18	Ar
36	Kr
54	Xe
86	Rn

Begründung: Die Polarisierbarkeit (α_{el}) eines Einzelatoms steigt mit zunehmendem Atomradius (R):

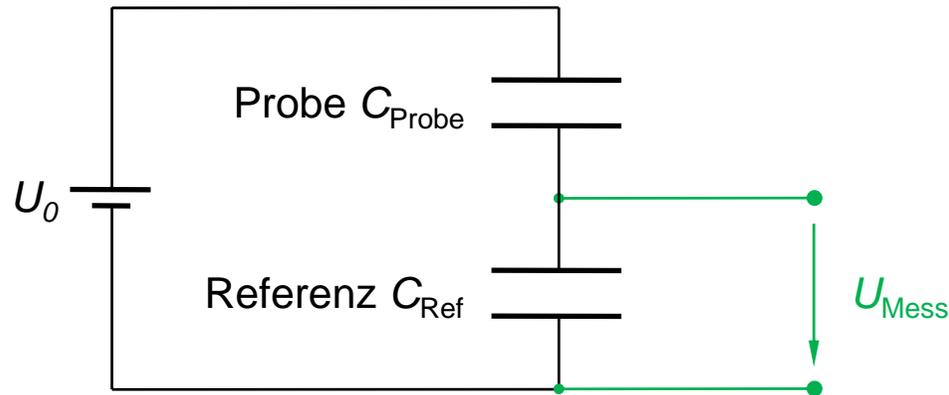
$$\chi_{el} \approx \frac{n \cdot \alpha_{el}}{\varepsilon_0} = 4\pi \cdot n \cdot R^3$$

9. Übung Optik und Festkörperelektronik

Dielektrika

Sawyer-Tower-Schaltung

Zur Bestimmung der Dielektrizitätszahl ϵ_r einer Polyesterprobe wird die in Bild 1 dargestellte Schaltung (Sawyer-Tower-Schaltung) realisiert: Zwei baugleiche Plattenkondensatoren werden in Reihe geschaltet. In einen davon wird die Polyesterprobe eingebracht. Der zweite Kondensator dient als Referenz und ist luftleer.

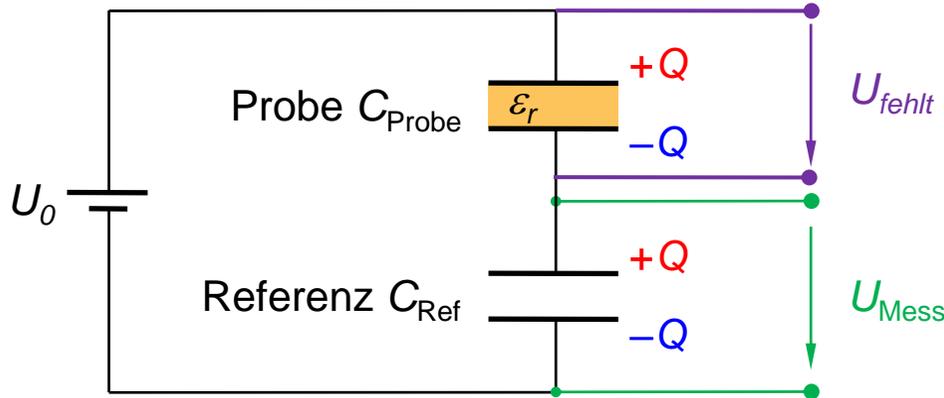


9. Übung Optik und Festkörperelektronik

Dielektrika

Sawyer-Tower-Schaltung

Zur Bestimmung der Dielektrizitätszahl ϵ_r einer Polyesterprobe wird die in Bild 1 dargestellte Schaltung (Sawyer-Tower-Schaltung) realisiert: Zwei baugleiche Plattenkondensatoren werden in Reihe geschaltet. In einen davon wird die Polyesterprobe eingebracht. Der zweite Kondensator dient als Referenz und ist luftleer.



$$\frac{C_{Probe}}{C_{Ref}} = \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{A}{d}}{\epsilon_0 \cdot \frac{A}{d}} = \epsilon_r = \frac{U_{Mess}}{(U_0 - U_{Mess})}$$

Bekannt

Serienschaltung \rightarrow Ladung $Q_{Ref} = Q_{Probe} = Q$

$$Q = C_{Probe}(U_0 - U_{Mess}) = C_{Ref}U_{Mess}$$

Anfangs ohne Dielektrikum

$$C_{Ref} = C_{Probe} = \epsilon_0 \cdot \frac{A}{d}$$

Mit Dielektrikum

$$C_{Ref} \neq C_{Probe} = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{A}{d}$$

9. Übung Optik und Festkörperelektronik

Dielektrika: Sawyer-Tower-Schaltung

a) Berechnen Sie die Dielektrizitätszahlen ϵ_r und die Suszeptibilitäten χ_e für die angegebenen Temperaturen und tragen Sie diese in die Tabelle ein.

Tabelle 1: U_{Mess} bei unterschiedlicher Temperatur

$T / ^\circ\text{C}$	U_{Mess} / V	$\epsilon_r / -$	$\chi_e / -$
$T_1 = 25$	7,5		
$T_2 = 225$	7,0		

Gerade ermittelt:

$$\epsilon_r = \frac{U_{Mess}}{(U_0 - U_{Mess})}$$

$$\epsilon_{r,Probe}(T_1) = \frac{U_{Mess}}{U_0 - U_{Mess}} = \frac{7,5\text{V}}{10\text{V} - 7,5\text{V}} = \underline{3}$$

$$\epsilon_{r,Probe}(T_2) = \frac{U_{Mess}}{U_0 - U_{Mess}} = \frac{7,0\text{V}}{10\text{V} - 7,0\text{V}} = \underline{2,33}$$

relative Dielektrizitätszahl

$$\epsilon_r = 1 + \chi_e$$

$$\chi_{e,Probe}(T_1) = 2$$

$$\chi_{e,Probe}(T_2) = 1,33$$

9. Übung Optik und Festkörperelektronik

Dielektrika: Sawyer-Tower-Schaltung

b) Die Temperaturabhängigkeit der Suszeptibilität χ_e lässt sich mit folgender Formel beschreiben

$$\chi_e(T) = a + \frac{b}{T}$$

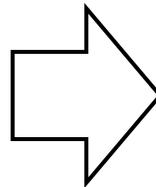
Bestimmen Sie die temperaturunabhängige Konstante a und das Maß für die Temperaturempfindlichkeit b .

$T / ^\circ\text{C}$	$U_{\text{Mess}} / \text{V}$	$\epsilon_r / -$	$\chi_e / -$
$T_1 = 25$	7,5	3	2
$T_2 = 225$	7,0	2,33	1,33

Funktionswerte aus Tabelle einsetzen:

$$2 = a + \frac{b}{(273 + 25)K} \quad (1)$$

$$1,33 = a + \frac{b}{(273 + 225)K} \quad (2)$$



$$\text{aus (1): } a = 2 - \frac{b}{(273+25)K} = 0,33$$

(1) in (2) einsetzen:

$$b = 497,15K$$



9. Übung Optik und Festkörperelektronik

Dielektrika: Sawyer-Tower-Schaltung

c) Berechnen Sie die Anteile der Elektronenpolarisation χ_{el} und Orientierungspolarisation χ_{or} an der Suszeptibilität χ_e bei T_1 , wenn davon ausgegangen wird, dass lediglich Elektronen- und Orientierungspolarisation auftreten.
Hinweis: Die Konzentration n der permanenten Dipole im Dielektrikum sei temperaturunabhängig.

Allgemein

$$\chi_e = \chi_{el} + \chi_{ion} + \chi_{or} + \chi_{RL}$$

χ_{el} : Elektronenpolarisation

χ_{ion} : Ionenpolarisation

χ_{or} : Orientierungspolarisation

χ_{RL} : Raumladungspolarisation

In Aufgabe nur $\chi_e = \chi_{el} + \chi_{or}$ (1 Punkt)

χ_{el} : Elektronenpolarisation

χ_{or} : Orientierungspolarisation

Additive Zusammensetzung
 $\chi_e = \chi_{el} + \chi_{or}$, da n konstant

9. Übung Optik und Festkörperelektronik

Dielektrika: Sawyer-Tower-Schaltung

c) Berechnen Sie die Anteile der Elektronenpolarisation χ_{el} und Orientierungspolarisation χ_{or} an der Suszeptibilität χ_e bei T_1 , wenn davon ausgegangen wird, dass lediglich Elektronen- und Orientierungspolarisation auftreten.

Hinweis: Die Konzentration n der permanenten Dipole im Dielektrikum sei temperaturunabhängig.

Es gilt also

$$\chi_e = \chi_{el} + \chi_{or}$$

χ_{el} : Elektronenpolarisation

χ_{or} : Orientierungspolarisation

Temperaturabhängigkeit

$$\chi_e(T) = a + \frac{b}{T}$$

$a = 0,33$

$b = 497,15 \text{ K}$

9. Übung Optik und Festkörperelektronik

Dielektrika: Sawyer-Tower-Schaltung

c) Berechnen Sie die Anteile der Elektronenpolarisation χ_{el} und Orientierungspolarisation χ_{or} an der Suszeptibilität χ_e bei T_1 , wenn davon ausgegangen wird, dass lediglich Elektronen- und Orientierungspolarisation auftreten.
Hinweis: Die Konzentration n der permanenten Dipole im Dielektrikum sei temperaturunabhängig.

Es gilt also

$$\chi_e = \chi_{el} + \chi_{or}$$

χ_{el} : Elektronenpolarisation

χ_{or} : Orientierungspolarisation

Temperaturabhängigkeit

$$\chi_e(T) = a + \frac{b}{T}$$

$a = 0,33$

$b = 497,15 \text{ K}$

Elektronenpolarisation ist temperaturunabhängig,
damit $\chi_{el} = a = 0,33$

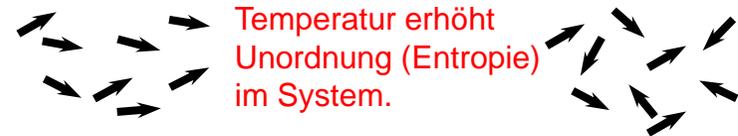
$$TK_{\alpha_{el}} \cong 0$$

Elektronenbahnen sind durch
Temperatur kaum beeinflusst!

Bei **Orientierungspolarisation** gilt: $TK_{\alpha_{or}} \sim \frac{1}{T}$

$$\rightarrow \chi_{or} = \frac{b}{T} = \frac{497,15}{298} = 1,67$$

$$\text{oder } \chi_{or} = \chi_e - \chi_{el} = 2 - 0,33 = 1,67$$



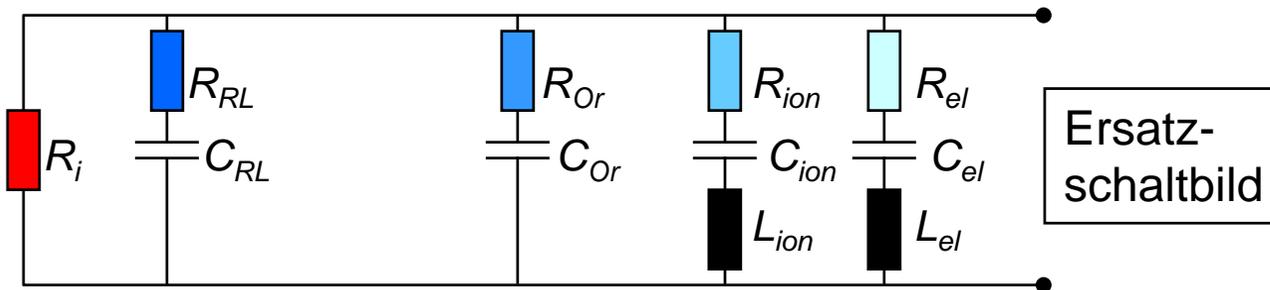
9. Übung Optik und Festkörperelektronik

Dielektrika: Sawyer-Tower-Schaltung

d) Die Gleichspannung U_0 wird nun durch eine Wechselspannung U_{\sim} ersetzt. Zeichnen Sie das Ersatzschaltbild des Probenkondensators für das gesamte Frequenzspektrum und kennzeichnen Sie die entsprechenden Bauteile.

Wechselspannung U_{\sim}
→ Frequenzabhängigkeit der Prozesse relevant

aus A2:



Für Aufgabe relevant:

$$\chi_e = \chi_{el} + \chi_{or}$$

χ_{el} : Elektronenpolarisation

χ_{or} : Orientierungspolarisation

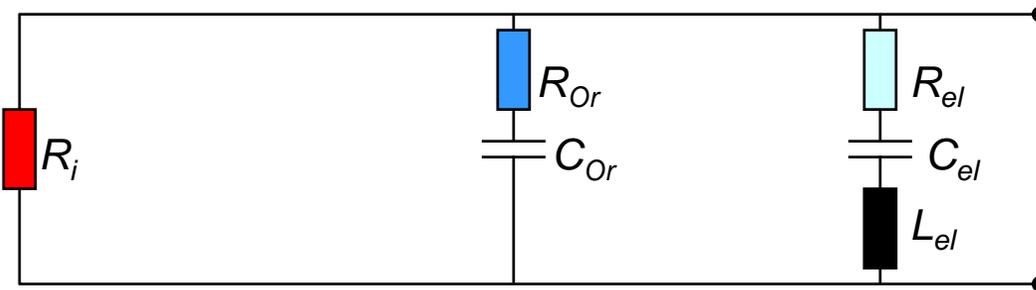
9. Übung Optik und Festkörperelektronik

Dielektrika: Sawyer-Tower-Schaltung

d) Die Gleichspannung U_0 wird nun durch eine Wechselspannung U_{\sim} ersetzt. Zeichnen Sie das Ersatzschaltbild des Probenkondensators für das gesamte Frequenzspektrum und kennzeichnen Sie die entsprechenden Bauteile.

Wechselspannung U_{\sim}
→ Frequenzabhängigkeit der Prozesse relevant

Lösung:



Parallelschaltung aus Restwiderstand R_i und den Beiträgen aufgrund von Orientierungspolarisation und Elektronenpolarisation.

Für Aufgabe relevant:

$$\chi_e = \chi_{el} + \chi_{or}$$

χ_{el} : Elektronenpolarisation

χ_{or} : Orientierungspolarisation

9. Übung Optik und Festkörperelektronik

Dielektrika – Piezoelektrizität: Vielschichtaktor

a) Geben Sie die relative Dielektrizitätszahl ϵ_r jetzt allgemeiner für den Fall anisotroper Materie an.

Es gilt $\vec{D} = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \vec{E}$

Isotrop $\rightarrow \epsilon_r$ ist richtungsunabhängig

$$\vec{D} = \begin{pmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{pmatrix} = \epsilon_0 \cdot \underbrace{\epsilon_r}_{\text{skalar}} \cdot \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix}$$

$$P = \epsilon_0 \cdot (\epsilon_r - 1) \cdot \vec{E}$$

\rightarrow Polarisation in alle Richtungen gleich

Anisotrop $\rightarrow \epsilon_r$ ist richtungsabhängig

$$\vec{D} = \begin{pmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{pmatrix} = \epsilon_0 \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} \epsilon_{r11} & \epsilon_{r12} & \epsilon_{r13} \\ \epsilon_{r21} & \epsilon_{r22} & \epsilon_{r23} \\ \epsilon_{r31} & \epsilon_{r32} & \epsilon_{r33} \end{pmatrix}}_{\text{Tensor}} \cdot \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix}$$

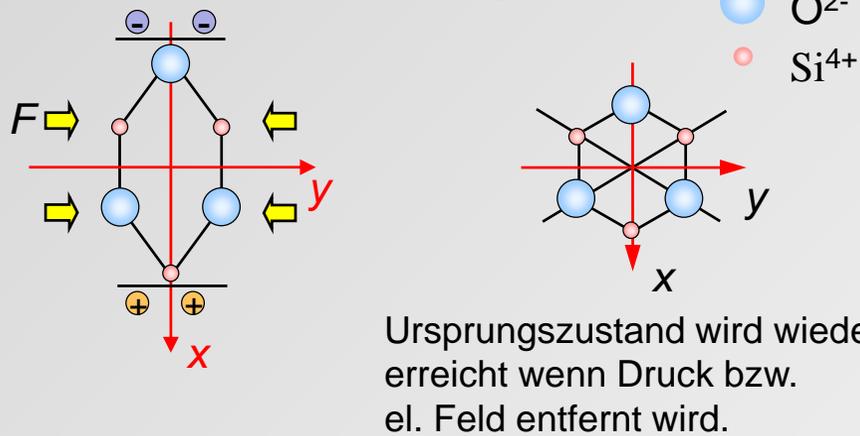
z.B. Piezokeramik: Druck in unterschiedliche Richtungen ergibt unterschiedliches elektrisches Feld

9. Übung Optik und Festkörperelektronik

Dielektrika – Piezoelektrizität: Vielschichtaktor

b) Welche Beziehung (welcher Unterschied) besteht zwischen ferroelektrischen und piezoelektrischen Kristallen?

Piezoelektrika (z.B. SiO_2)



→ Polarisation induziert durch mechanische Dehnung



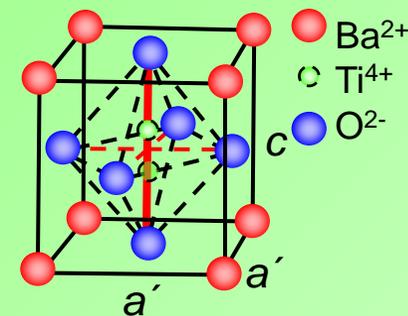
→ Dehnung ändert immer auch die (vorhandene) Polarisation → Piezoeffekt

→ Nicht notwendigerweise Hystereseverhalten / remanente Polarisation

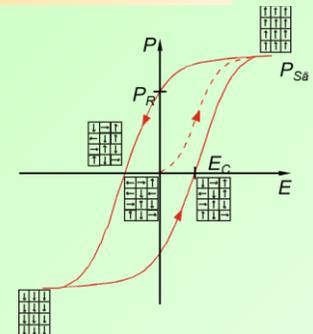


→ Hystereseverhalten mit remanenter Polarisation

Ferroelektrika



- Ferroelektrischer Effekt:
- Spontane Polarisation durch Verschiebung Ti^{4+}
 - Ausrichten der Dipole durch externes el. Feld
- kein Symmetriezentrum, polare Achse



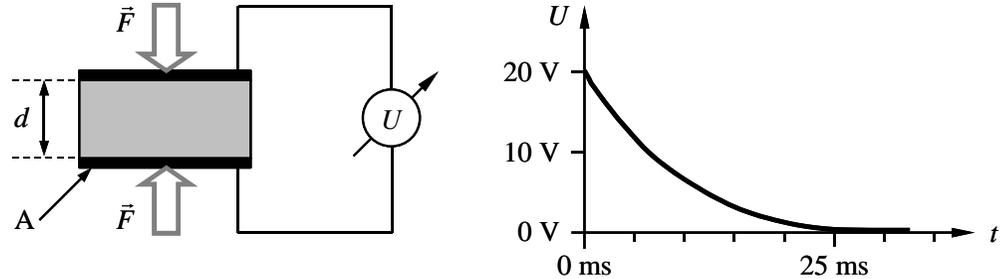
9. Übung Optik und Festkörperelektronik

Dielektrika – Piezoelektrizität: Vielschichtaktor

c) Eine piezoelektrische Keramik wird gemäß der skizzierten Anordnung kontaktiert und an ein Oszilloskop mit dem Innenwiderstand R angeschlossen. Zum Zeitpunkt $t = 0$ wird die Kraft F auf die Stirflächen A gebracht. Gleichzeitig wird der Verlauf der Spannung U aufgezeichnet.

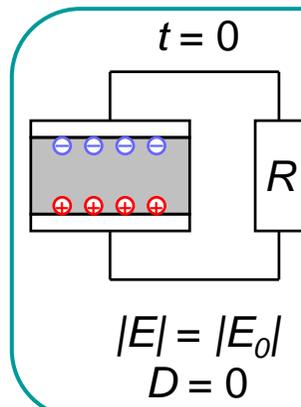
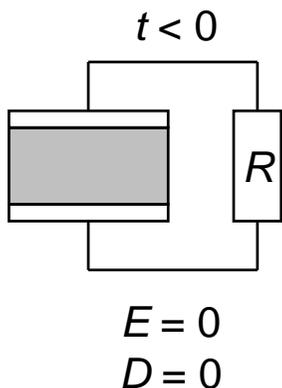
Es sind folgende Zahlenwerte gegeben

R	$=$	$1 \text{ M}\Omega$	A	$=$	10 cm^2
F	$=$	400 N	d	$=$	$4,425 \text{ mm}$



- Bestimmen Sie die Kapazität C der Anordnung, die relative Dielektrizitätszahl ϵ_r und die Materialkonstanten g_p und d_p der Piezokeramik.

Wie erklärt sich der Spannungsverlauf?



Druck bei $t = 0 \rightarrow$ Polarisation \rightarrow el. Feld

$$D = \epsilon_0 \cdot E + P = 0$$

$$|E| = \left| -\frac{P}{\epsilon_0} \right| = \frac{U}{d} = \frac{20V}{4,425mm}$$

Wieso Verschiebungsdichte $D=0$?

Instantan ist noch keine Ladung auf die Platten geflossen um die Potentialdifferenz auszugleichen

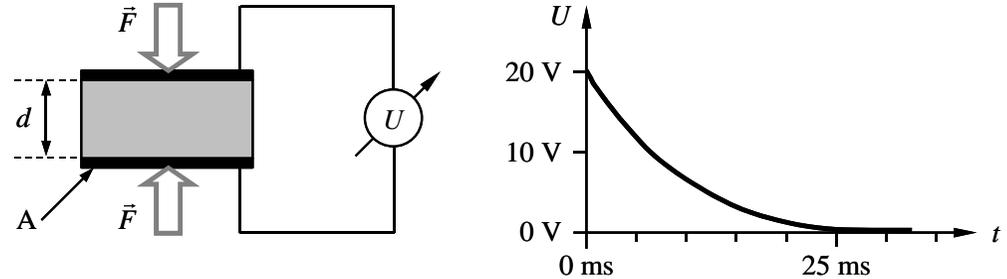
9. Übung Optik und Festkörperelektronik

Dielektrika – Piezoelektrizität: Vielschichtaktor

c) Eine piezoelektrische Keramik wird gemäß der skizzierten Anordnung kontaktiert und an ein Oszilloskop mit dem Innenwiderstand R angeschlossen. Zum Zeitpunkt $t = 0$ wird die Kraft F auf die Stirflächen A gebracht. Gleichzeitig wird der Verlauf der Spannung U aufgezeichnet.

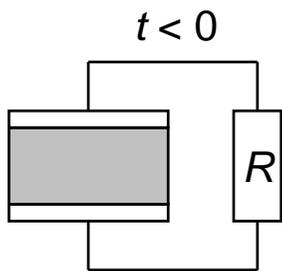
Es sind folgende Zahlenwerte gegeben

R	$=$	$1 \text{ M}\Omega$	A	$=$	10 cm^2
F	$=$	400 N	d	$=$	$4,425 \text{ mm}$



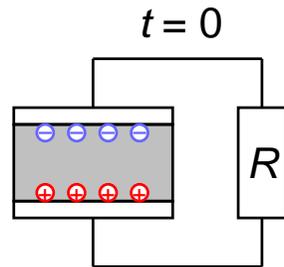
- Bestimmen Sie die Kapazität C der Anordnung, die relative Dielektrizitätszahl ϵ_r und die Materialkonstanten g_p und d_p der Piezokeramik.

Wie erklärt sich der Spannungsverlauf?



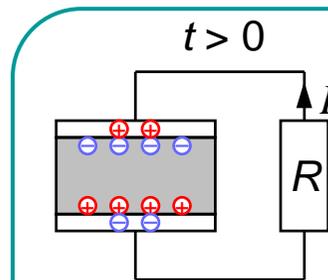
$$E = 0$$

$$D = 0$$



$$|E| = |E_0|$$

$$D = 0$$



$$|E| < |E_0|$$

$$|D| > 0$$

Ladung fließt auf die Platten, um die Potentialdifferenz auszugleichen

$$D = \frac{Q}{A} \quad \text{steigt}$$

$$|E| = \left| \frac{D}{\epsilon_0} - \frac{P}{\epsilon_0} \right| \quad \text{sinkt}$$

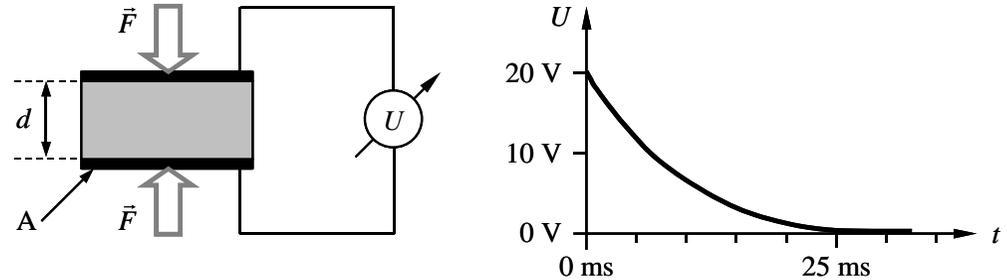
9. Übung Optik und Festkörperelektronik

Dielektrika – Piezoelektrizität: Vielschichtaktor

c) Eine piezoelektrische Keramik wird gemäß der skizzierten Anordnung kontaktiert und an ein Oszilloskop mit dem Innenwiderstand R angeschlossen. Zum Zeitpunkt $t = 0$ wird die Kraft F auf die Stirflächen A gebracht. Gleichzeitig wird der Verlauf der Spannung U aufgezeichnet.

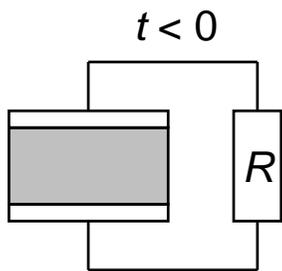
Es sind folgende Zahlenwerte gegeben

R	$=$	$1 \text{ M}\Omega$	A	$=$	10 cm^2
F	$=$	400 N	d	$=$	$4,425 \text{ mm}$



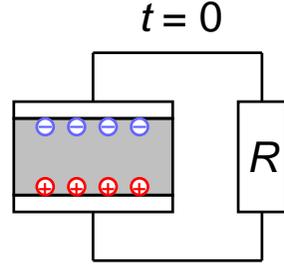
- Bestimmen Sie die Kapazität C der Anordnung, die relative Dielektrizitätszahl ϵ_r und die Materialkonstanten g_p und d_p der Piezokeramik.

Wie erklärt sich der Spannungsverlauf?



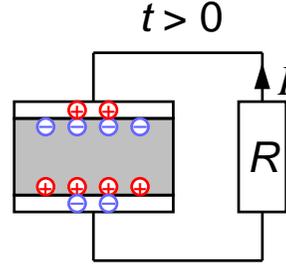
$$E = 0$$

$$D = 0$$



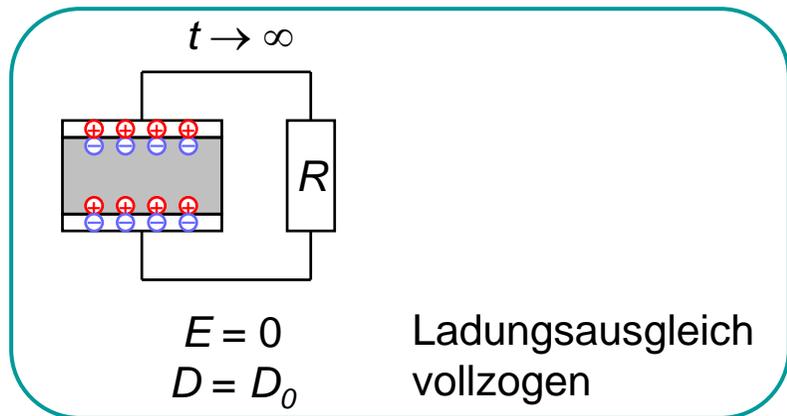
$$|E| = |E_0|$$

$$D = 0$$



$$|E| < |E_0|$$

$$|D| > 0$$



$$E = 0$$

$$D = D_0$$

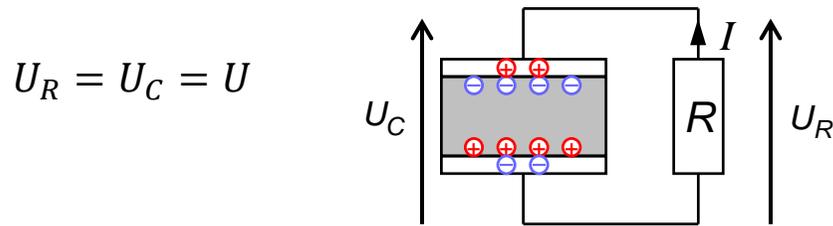
Ladungsausgleich vollzogen

9. Übung Optik und Festkörperelektronik

Dielektrika – Piezoelektrizität: Vielschichtaktor

c) Eine piezoelektrische Keramik wird gemäß der skizzierten Anordnung kontaktiert und an ein Oszilloskop mit dem Innenwiderstand R angeschlossen. Zum Zeitpunkt $t = 0$ wird die Kraft F auf die Stirnflächen A gebracht. Gleichzeitig wird der Verlauf der Spannung U aufgezeichnet.

Wie erklärt sich der Spannungsverlauf? → Entladung eines Kondensators $U(t)$



$$U_R = U_C = U$$

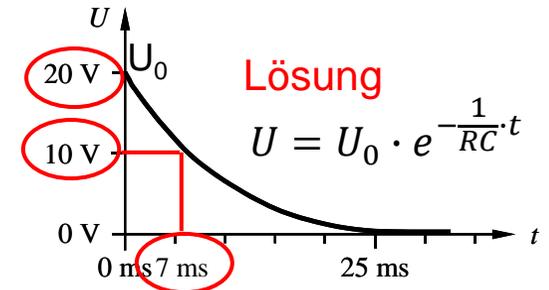
Entladestromstärke

$$I = \frac{U}{R} \Rightarrow \frac{\partial Q}{\partial t} = -C \cdot \frac{\partial U_C}{\partial t}$$

mit $Q = C \cdot U$

→ Lineare homogene DGL erster Ordnung

$$U = R \cdot I = -RC \cdot \frac{\partial U_C}{\partial t} \Rightarrow U + RC \frac{\partial U}{\partial t} = 0$$



- Bestimmen Sie die Kapazität C der Anordnung, die relative Dielektrizitätszahl ϵ_r und die Materialkonstanten g_p und d_p der Piezokeramik.

Geg.:

R	$= 1 \text{ M}\Omega$	A	$= 10 \text{ cm}^2$
F	$= 400 \text{ N}$	d	$= 4,425 \text{ mm}$

$$C = -\frac{t}{R} \cdot \frac{1}{\ln(U) - \ln(U_0)} = -\frac{0,007 \text{ s}}{10000000 \Omega} \cdot \frac{1}{\ln(10 \text{ V} / 20 \text{ V})} = 10 \text{ nF}$$

$$C = \epsilon_0 \epsilon_r \cdot \frac{A}{d} \longrightarrow \epsilon_r = \frac{C \cdot d}{\epsilon_0 \cdot A} = 5000$$

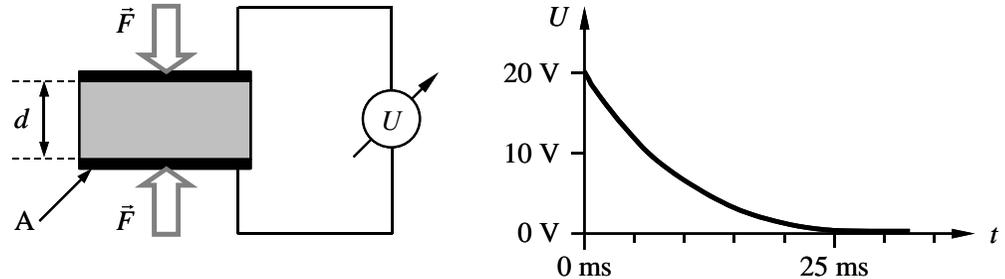
9. Übung Optik und Festkörperelektronik

Dielektrika – Piezoelektrizität: Vielschichtaktor

c) Eine piezoelektrische Keramik wird gemäß der skizzierten Anordnung kontaktiert und an ein Oszilloskop mit dem Innenwiderstand R angeschlossen. Zum Zeitpunkt $t = 0$ wird die Kraft F auf die Stirflächen A gebracht. Gleichzeitig wird der Verlauf der Spannung U aufgezeichnet.

Es sind folgende Zahlenwerte gegeben

R	$=$	$1 \text{ M}\Omega$	A	$=$	10 cm^2
F	$=$	400 N	d	$=$	$4,425 \text{ mm}$



- Bestimmen Sie die Kapazität C der Anordnung, die relative Dielektrizitätszahl ϵ_r und die Materialkonstanten g_p und d_p der Piezokeramik.

Piezoelektrische Gleichungen

$$(1) \quad \epsilon_M = s^E \cdot \sigma_M + d_p \cdot E$$

$$(2) \quad D = d_p \cdot \sigma_M + \epsilon_0 \cdot \epsilon_r^T \cdot E$$

$$(3) \quad \epsilon_M = s^D \cdot \sigma_M + g_p \cdot D$$

$$(4) \quad E = -g_p \cdot \sigma_M + \frac{D}{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r^T}$$

ϵ_M : mechanische Dehnung

σ_M : mechanische Spannung [N/m²]

s^E : Elastizitätsmodul bei konstantem E ($E = 0$, Kurzschluss)

s^D : Elastizitätsmodul bei konstantem D ($D = 0$, Leerlauf)

ϵ_r^T : Dielektrizitätszahl bei konstantem σ_M ($\sigma_M = 0$, ungeklemmt)

d_p : piezoelektrische Ladungskonstante [m/V]

g_p : piezoelektrische Spannungskonstante [Vm/N]

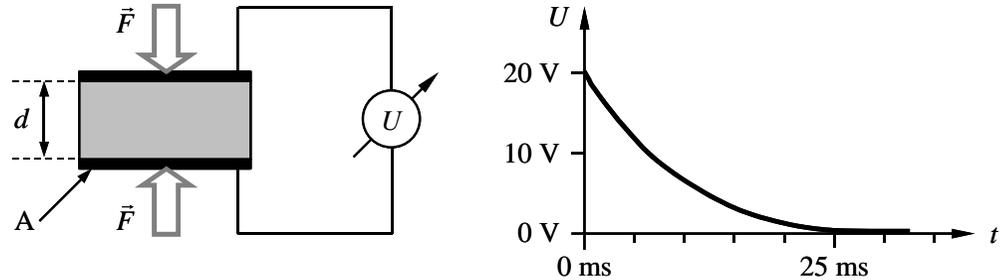
9. Übung Optik und Festkörperelektronik

Dielektrika – Piezoelektrizität: Vielschichtaktor

c) Eine piezoelektrische Keramik wird gemäß der skizzierten Anordnung kontaktiert und an ein Oszilloskop mit dem Innenwiderstand R angeschlossen. Zum Zeitpunkt $t = 0$ wird die Kraft F auf die Stirnflächen A gebracht. Gleichzeitig wird der Verlauf der Spannung U aufgezeichnet.

Es sind folgende Zahlenwerte gegeben

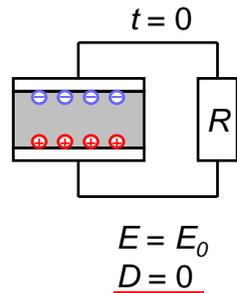
R	$=$	$1 \text{ M}\Omega$	A	$=$	10 cm^2
F	$=$	400 N	d	$=$	$4,425 \text{ mm}$



- Bestimmen Sie die Kapazität C der Anordnung, die relative Dielektrizitätszahl ϵ_r und die Materialkonstanten g_p und d_p der Piezokeramik.

Piezoelektrische Gleichungen

$$(2) \quad \overset{D=0}{D} = d_p \cdot \sigma_M + \epsilon_0 \cdot \epsilon_r^T \cdot E$$



$$(4) \quad E = -g_p \cdot \sigma_M + \frac{\overset{D=0}{D}}{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r^T}$$

aus (4):

$$|g_p| = \left| -\frac{U_0}{d \cdot \sigma_M} \right| = \left| -\frac{U_0 \cdot A}{d \cdot F} \right| = \underline{11,3 \cdot 10^{-3} \frac{Vm}{N}}$$

g_p : piezoelektrische Spannungskonstante

aus (2):

$$|d_p| = \left| -\frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r^T \cdot E_0}{\sigma_M} \right| = \left| -\frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r^T \cdot U_0 \cdot A}{d \cdot F} \right| = \underline{500 \cdot 10^{-12} \frac{As}{N}}$$

d_p : piezoelektrische Ladungskonstante

$$E_0 = \frac{U_0}{d}$$

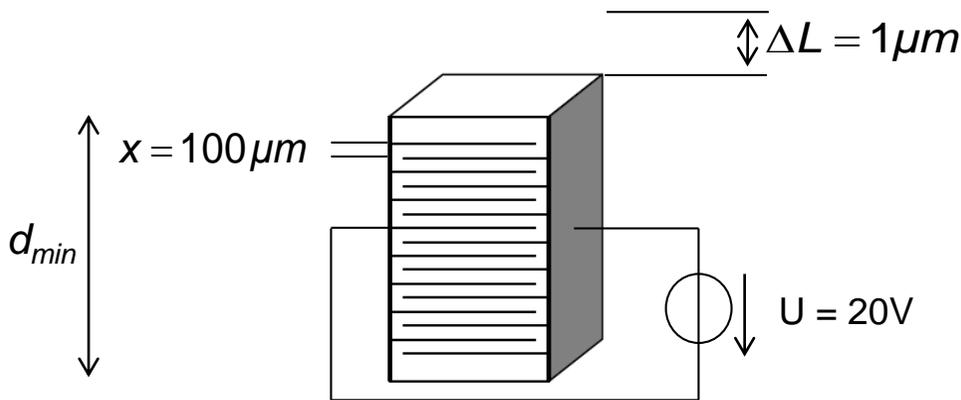
mechanische Spannung $\sigma_M = \frac{F}{A}$

9. Übung Optik und Festkörperelektronik

Dielektrika – Piezoelektrizität: Vielschichtaktor

c) Eine piezoelektrische Keramik wird gemäß der skizzierten Anordnung kontaktiert und an ein Oszilloskop mit dem Innenwiderstand R angeschlossen. Zum Zeitpunkt $t = 0$ wird die Kraft F auf die Stirnflächen A gebracht. Gleichzeitig wird der Verlauf der Spannung U aufgezeichnet.

- Aus dem Werkstoff wird ein Vielschichtaktor hergestellt. Die technologisch bedingte minimale Dicke der einzelnen Schichten beträgt $x = 100 \mu\text{m}$. Bestimmen Sie die minimale Gesamtdicke des Aktors, damit im unbelasteten Zustand bei einer Spannung von $U = 20 \text{ V}$ eine Längenänderung von $\Delta L = 1 \mu\text{m}$ erreicht wird.



mechanische Dehnung $\epsilon_M = \frac{\Delta x}{x}$

Piezoelektrische Gleichungen: (1) $\epsilon_M = s^E \cdot \sigma_M + d_p \cdot E$

$d_p \cdot \frac{U}{x} = \frac{\Delta x}{x} \Rightarrow$ Dehnung einer Schicht: $\Delta x = d_p \cdot U = 10 \text{ nm}$

Aus wie vielen Schichten ist das Bauteil aufgebaut, um $\Delta L = 1 \mu\text{m}$ zu erreichen?

$$n = \frac{\Delta L}{\Delta x} = 100$$

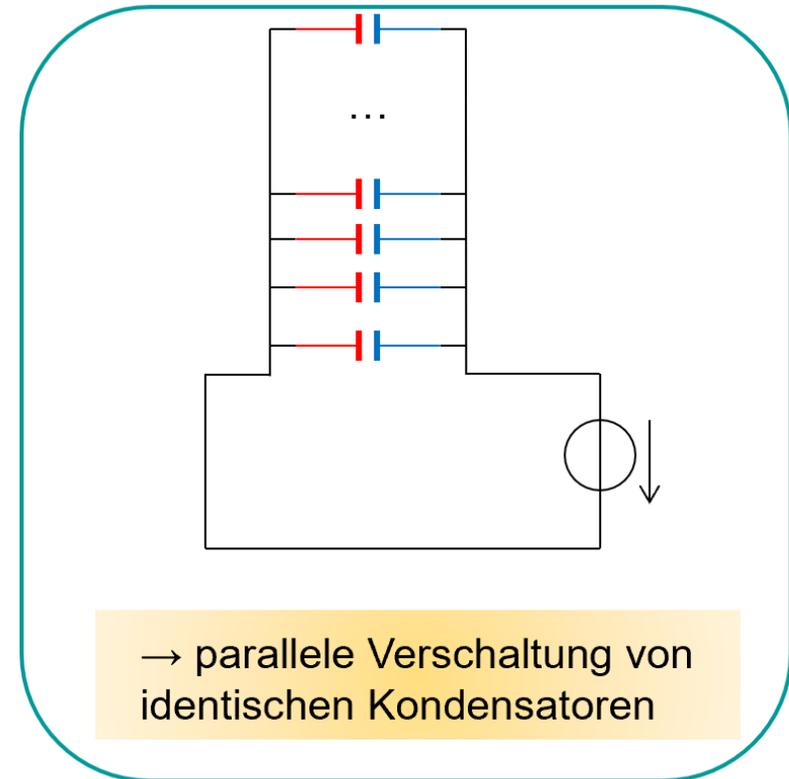
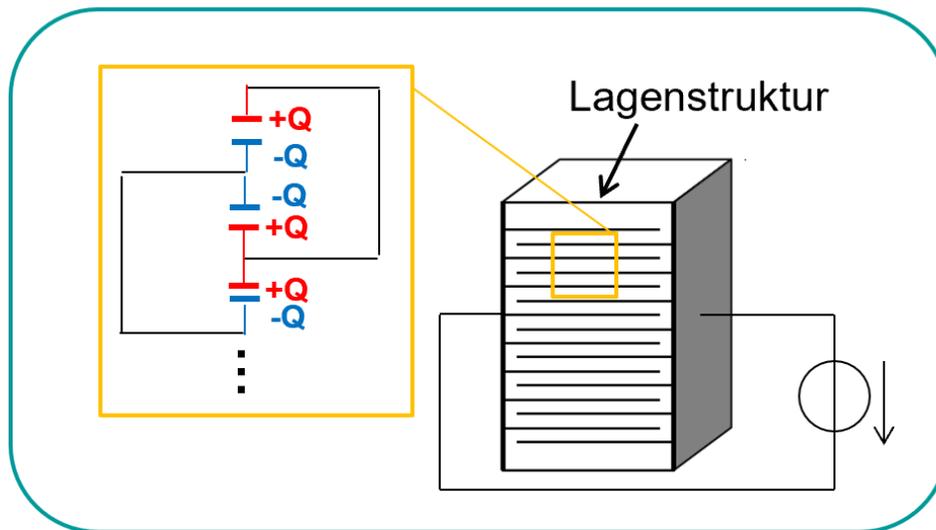
Gesamtdicke des Aktors: $d_{min} = n \cdot x = 1 \text{ cm}$

9. Übung Optik und Festkörperelektronik

Dielektrika – Piezoelektrizität: Vielschichtaktor

c) Eine piezoelektrische Keramik wird gemäß der skizzierten Anordnung kontaktiert und an ein Oszilloskop mit dem Innenwiderstand R angeschlossen. Zum Zeitpunkt $t = 0$ wird die Kraft F auf die Stirnflächen A gebracht. Gleichzeitig wird der Verlauf der Spannung U aufgezeichnet.

- Zeichnen sie das Ersatzschaltbild eines Vielschichtaktors.



Vielen Dank!

