

Vorlesung 10

3.2 Polarisationsmechanismen

Grundtypen der dielektrischen Polarisation

Grundtypen

Elektronenpolarisation

Auslenkung von Atomkern und -hülle
(induzierte Dipole)

Ionenpolarisation

Auslenkung von Kationen und Anionen
(induzierte Dipole)

Orientierungspolarisation

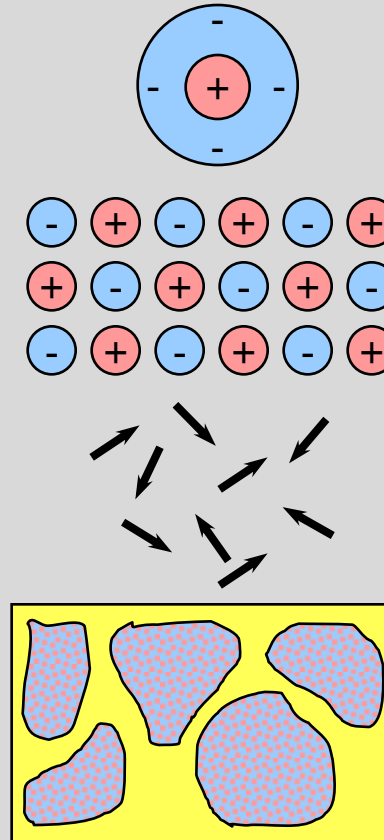
Ausrichtung permanent vorhandener
Dipole

Raumladungspolarisation

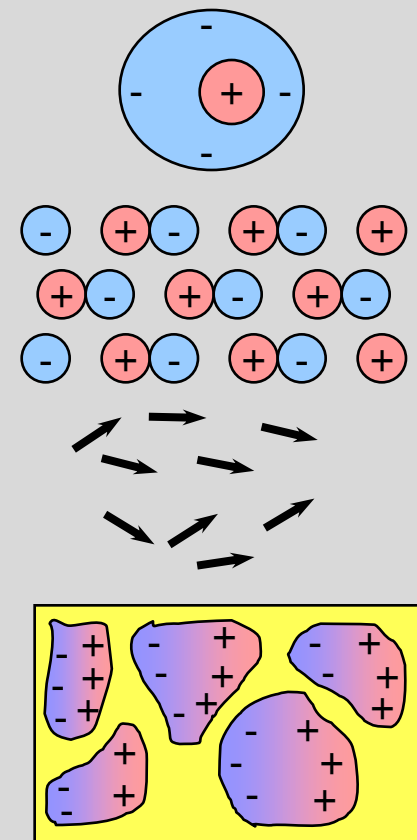
Ansammlung freier Ladungsträgern
an isolierenden Korngrenzen

[Schaumburg 1994]

$E = 0$

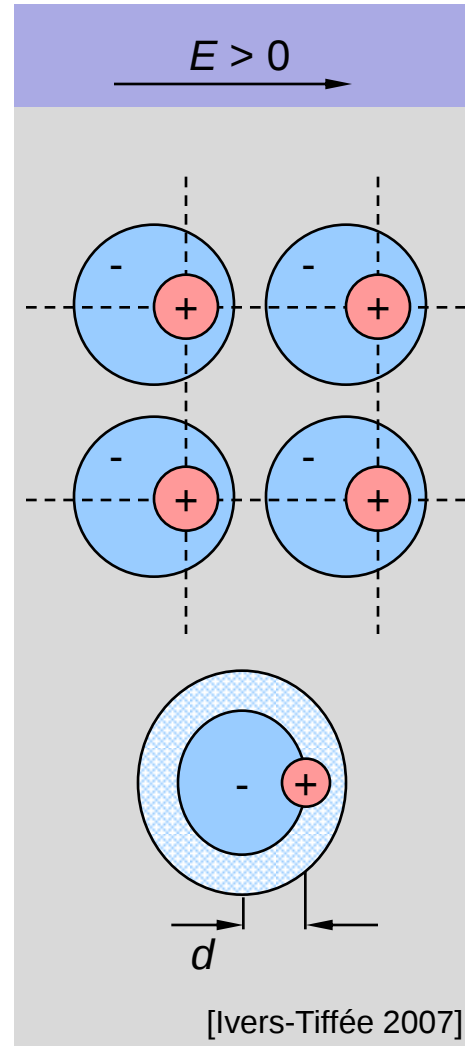
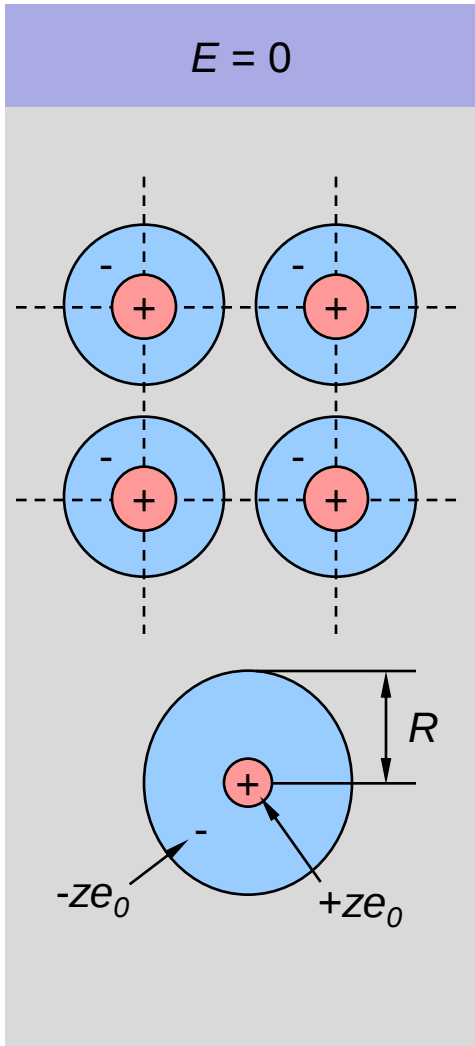


$E > 0$



3.2 Polarisationsmechanismen

Elektronenpolarisation



Das elektrische Feld E verursacht entgegengesetzt gerichtete Kräfte auf Atomkern ($+ze_0$) und -Hülle ($-ze_0$)

⇒ Ladungsverschiebung um d

Induziertes Dipolmoment

$$p = z \cdot e_0 \cdot d = \underbrace{4\pi\epsilon_0 \cdot R^3}_{\text{Polarisierbarkeit } \alpha_{el} \text{ des Einzelatoms}} \cdot E = \alpha_{el} \cdot E$$

Polarisierbarkeit α_{el} des Einzelatoms

Elektronische Suszeptibilität

$$\chi_{el} \approx \frac{n \cdot \alpha_{el}}{\epsilon_0} = 4\pi \cdot n \cdot R^3 \quad \text{bzw.}$$

$$\chi_{el} = \sum_i 4\pi \cdot n_i \cdot R_i^3$$

n_i : Dichte der Atom-/ Molekülsorte i

3.2 Polarisationsmechanismen

Elektronenpolarisation bei Gasen

Edelgase
(1 bar, 20 °C)

$\chi_e \cdot 10^{-5}$

Helium (He)	6,88
Neon (Ne)	13
Argon (Ar)	55
Krypton (Kr)	77
Xenon (Xe)	124

[Ivers-Tiffée 2007]

Moleküllgase
(1 bar, 20 °C)

$\chi_e \cdot 10^{-5}$

Wasserstoff (H ₂)	26
Sauerstoff (O ₂)	52
Stickstoff (N ₂)	58
Kohlendioxid (CO ₂)	98
Schwefelhexafluorid (SF ₆)	205

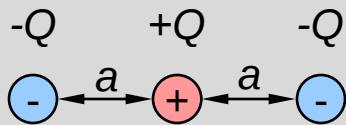
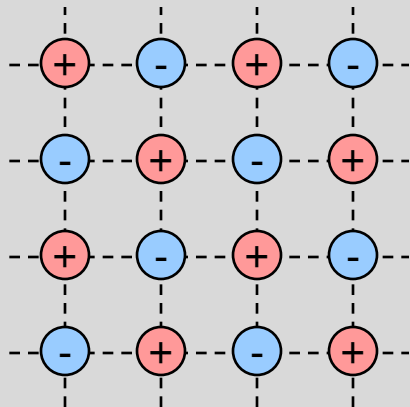
[Münch 1987]

Die Polarisierbarkeit eines Einzelatoms ist nur von dessen Radius abhängig.

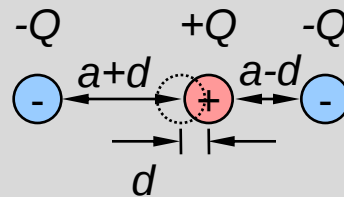
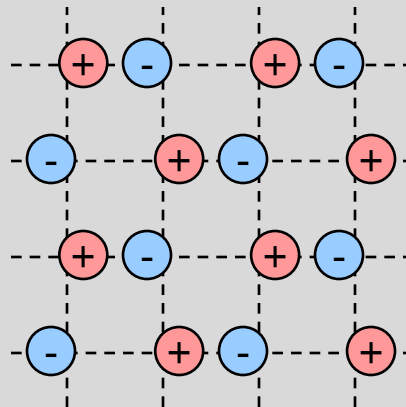
3.2 Polarisationsmechanismen

Ionenpolarisation

$$E = 0$$



$$E > 0$$



[Ivers-Tiffée 2007]

In einem Ionenkristall lenkt das elektrische Feld E Kationen ($+Q$) und Anionen ($-Q$) in entgegengesetzte Richtung aus. Im Gleichgewicht ist elektrische Kraft gleich Rückstellkraft (Ladungsverschiebung um d).

$$Q \cdot E = k \cdot d$$

Konstante k abhängig von Kristallstruktur, Gitterabstand, Bindungsenergie, etc.

Induziertes Dipolmoment

$$p = \frac{Q}{2} \cdot (a + d - (a - d)) = \frac{Q^2}{k} \cdot E = \alpha_{ion} \cdot E$$

Ionische Suszeptibilität

$$\chi_{ion} \approx \frac{nQ^2}{\epsilon_0 k} \text{ bzw. } \chi_{ion} \approx \sum_i \frac{n_i Q_i^2}{\epsilon_0 k_i}$$

(n_i : Dichte der Atom-/ Molekülsorte i)

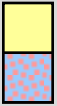
3.2 Polarisationsmechanismen

Vergleich ionischer und elektronischer Polarisation

Alkali-Halogenide (I/VII-Verbindungen)

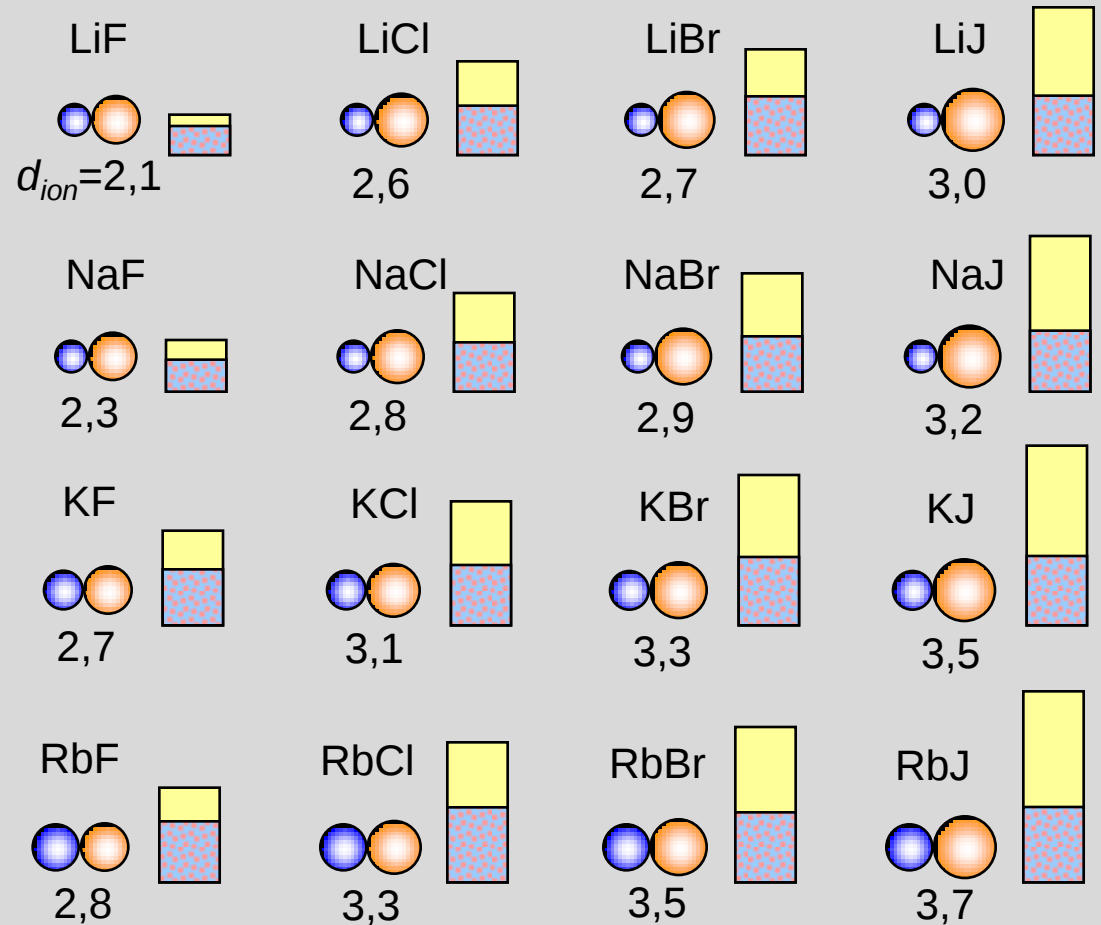
 Kation (positiv)

 Anion (negativ)

 α_{el}
 α_{ion} } Polarisierbarkeit

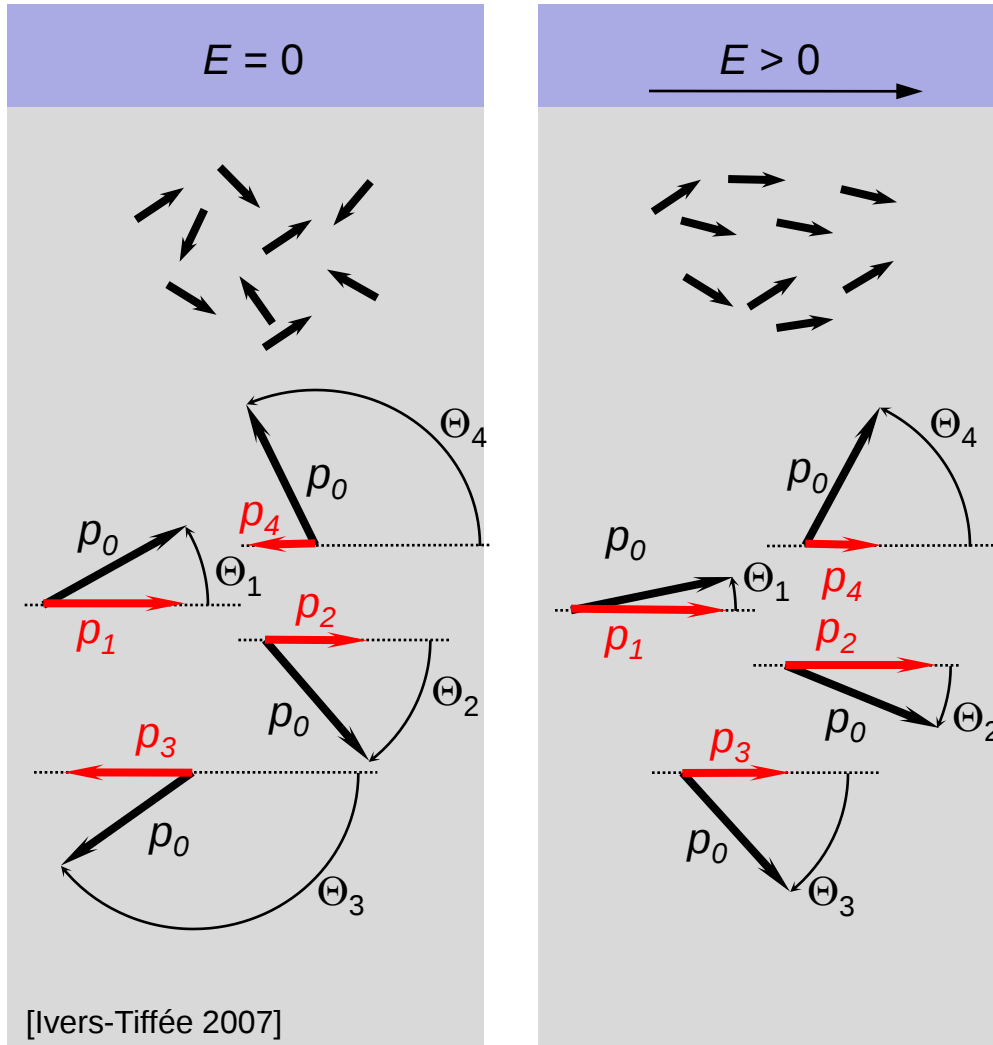
d_{ion} : Ionenabstand in 10^{-10} m

[Ivers-Tiffée 2007]



3.2 Polarisationsmechanismen

Orientierungspolarisation



Bei polaren Dielektrika werden permanente Dipole im elektrischen Feld E ausgerichtet.

Dipolmoment in Feldrichtung

$$p_i = p_0 \cdot \cos \Theta_i \quad (p_0 : \text{molekularer Dipol})$$

Polarisation

$$P = \frac{1}{V} \sum_{i=1}^N p_i \quad (N : \text{Anzahl der Dipole})$$

Mittlere Polarisierbarkeit

$$\alpha_{or} \approx \frac{p_0^2}{3kT} \quad \left. \vphantom{\frac{p_0^2}{3kT}} \right\} \text{Herleitung siehe folgende Folien}$$

Suszeptibilität

$$\chi_{or} \approx \frac{n \cdot p_0^2}{3kT \cdot \epsilon_0} \quad (n : \text{Dichte der Dipole})$$

3.2 Polarisationsmechanismen

Raumladungspolarisation

Raumladungspolarisation tritt in polykristallinen oder Verbundwerkstoffen (Komposite) auf. Voraussetzung sind leitfähige Körner und (dünne) isolierende Korngrenzen.

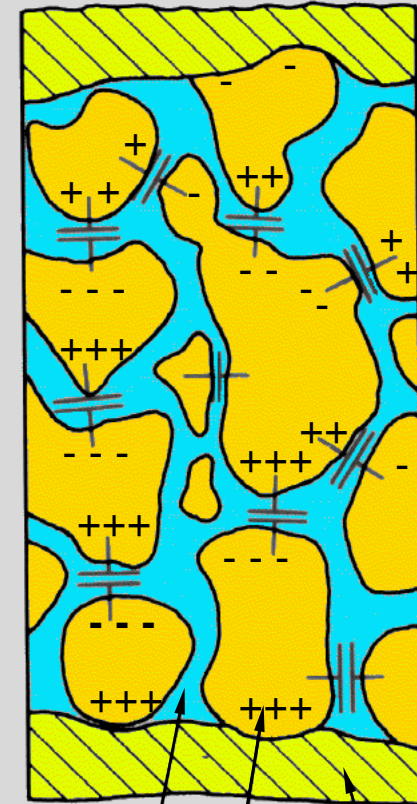
Bsp. BaTiO_3

$$\text{Kapazität } C = \epsilon_r \cdot \epsilon_0 \cdot \frac{A}{d}$$

Mikrokondensatoren: Große Fläche A , dünnes Dielektrikum d (in der Größenordnung der Korngrenzdicke)

➡ Raumladungs-Polarisation
 ϵ_{eff} bis zu 10^5
höchste Kapazitätswerte pro Volumen

[Hering 1994]



Sperr-
schicht Kontaktierung
leitende Zone

Dielektrika: Temperaturabhängigkeit

3.2 Polarisationsmechanismen

Temperaturabhängigkeit der Polarisation (1)

Temperaturkoeffizient TK_ε der Dielektrizitätszahl

$$TK_\varepsilon = \frac{1}{\varepsilon_r} \cdot \frac{d\varepsilon_r}{dT} = \frac{(\varepsilon_r - 1) \cdot (\varepsilon_r + 2)}{3\varepsilon_r} (TK_n + TK_\alpha)$$

TK_n : Thermische Ausdehnung dielektrischer Werkstoffe
Volumenausdehnungskoeffizient $\gamma = 1 \dots 6 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$

TK_α : Temperaturabhängigkeit der Polarisierbarkeit α :

$$TK_{\alpha_{el}} \cong 0$$

Für reine Elektronenpolarisation
negative Werte für TK_ε (-200...-20)

$$TK_{\alpha_{ion}} \cong 10^{-4} \dots 10^{-3} \text{ K}^{-1}$$

Für starke Ionenpolarisation meist
positive Werte für TK_ε (-100...1600)

Für (unpolare) Werkstoffe mit Elektronen- und Ionenpolarisation kann $TK_\varepsilon >, =$ oder < 0 sein.

3.2 Polarisationsmechanismen

Temperaturabhängigkeit der Polarisation (2)

Temperaturkoeffizient TK_a der Polarisierbarkeit a_{Or}

$$\alpha_{Or} = \frac{p^2}{3kT} \sim \frac{1}{T} \quad TK_{\alpha_{Or}} = \frac{1}{\alpha_{Or}} \cdot \frac{d\alpha_{Or}}{dT} = -\frac{1}{T}$$

Für Orientierungspolarisation meist große negative Werte für TK_ε .

Für polare Werkstoffe ($\alpha_{el} + \alpha_{ion} + \alpha_{Or}$) meist hohe negative TK_ε .

[Arlt 1989]

3.2 Polarisationsmechanismen

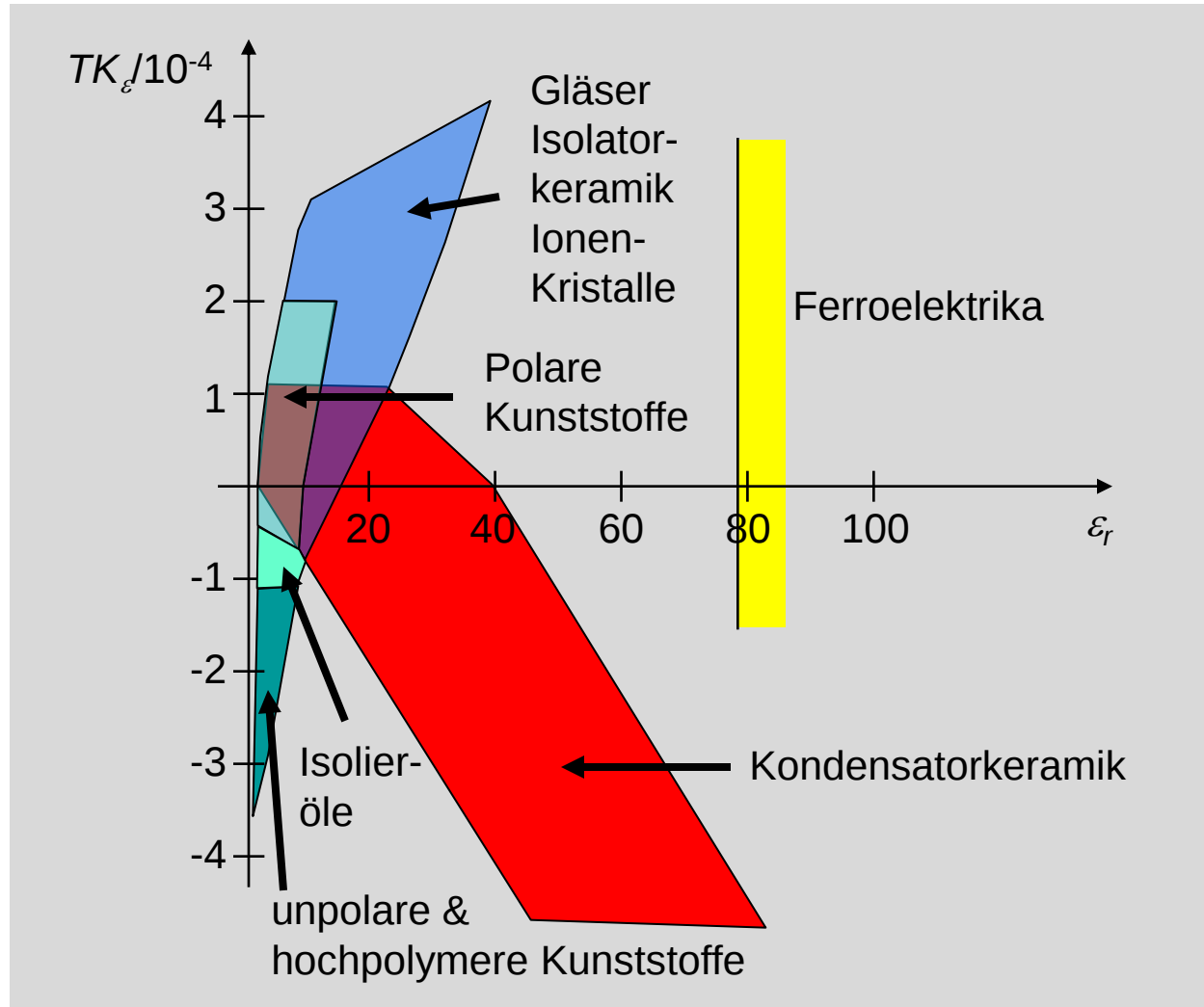
Polarisationsmechanismen im Überblick

Polarisations- mechanismus	Dipoltyp	Energie im Feld	Polarisier- barkeit α	Temperatur- abhängigkeit	Resonanz bzw. Relaxation
Elektronen- polarisation	induziert	$-\frac{1}{2}\vec{p}\vec{E}$	$4\pi\epsilon_0 R^3$	$TK_{\alpha_e} \cong 0$	Resonanz im UV
Ionen- polarisation	induziert	$-\frac{1}{2}\vec{p}\vec{E}$	$\frac{Q^2}{k}$	$TK_{\alpha_{ion}} \cong 10^{-4} \cdot K^{-1}$	Resonanz im IR
Orientierungs- polarisation	permanent	$-\vec{p}\vec{E}$	$\frac{p^2}{3kT}$	$TK_{\alpha_{or}} = -T^{-1}$	Relaxation im MW

[Arlt 1989]

3.2 Polarisationsmechanismen

Dielektrizitätszahlen und TKs von Dielektrika in der Elektrotechnik

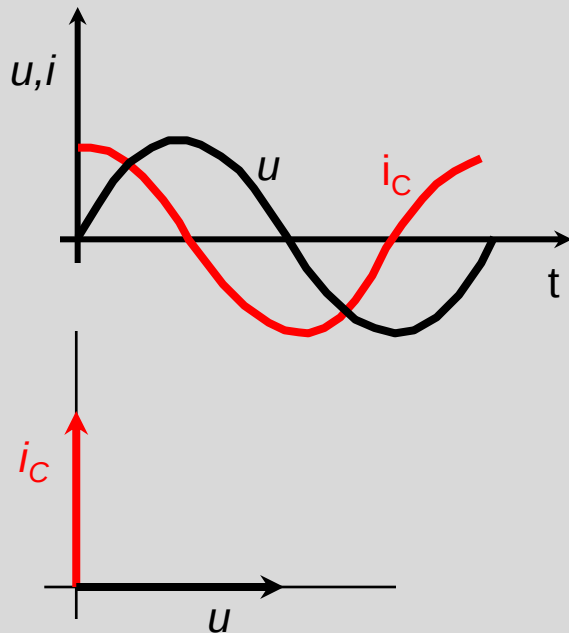


[Arlt 1989]

Dielektrische Verluste

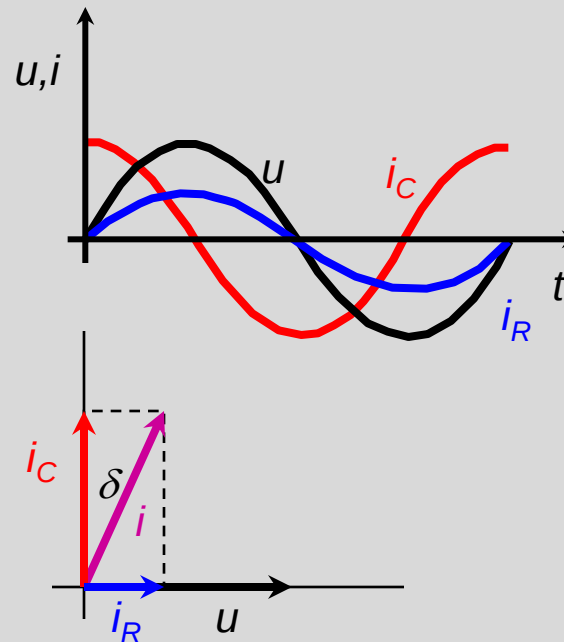
3.3 Verhalten von Dielektrika im Wechselfeld Dielektrische Verluste im Kondensator (1)

ideale Kondensatoren



Phasenverschiebung = 90°

reale Kondensatoren



Phasenverschiebung $< 90^\circ$

Wechselstrom im Kondensator

kapazitiver Imaginärteil

$$i = i_C + i_R = j\omega C \cdot u + \frac{1}{R} \cdot u$$

ohmscher Realteil

Verlustfaktor $\tan \delta$

$$\tan \delta = \frac{|i_R|}{|i_C|} = \frac{1}{\omega RC}$$

Güte Q

$$Q = \frac{1}{\tan \delta} = \omega RC$$

[Schaumburg 1994]

3.3 Verhalten von Dielektrika im Wechselfeld

Dielektrische Verluste im Kondensator (2)

Relaxationsverluste durch
örtlich gebundene
Ladungsträger (Dipole)

komplexe Dielektrizitätszahl

$$\underline{\varepsilon}_r(\omega) = \varepsilon'_r(\omega) - j\varepsilon''_r(\omega)$$

Ohmsche Verluste durch
bewegliche Ladungsträger
(Elektronen, Ionen)

elektrische Leitfähigkeit

$$\sigma$$

$$i(t) = \frac{dD(t)}{dt} + \sigma \cdot E(t)$$

$$D = \underline{\varepsilon}_r(\omega) \cdot \varepsilon_0 \cdot E \quad \text{mit} \quad E = E_0 \cdot e^{j\omega t}$$

$$i = j\omega \cdot \varepsilon_0 \cdot \underline{\varepsilon}_r(\omega) \cdot E_0 \cdot e^{j\omega t} + \sigma \cdot E_0 \cdot e^{j\omega t}$$

$$i = \omega \cdot \varepsilon_0 \cdot \left(\varepsilon''_r(\omega) + \frac{\sigma}{\omega \varepsilon_0} \right) \cdot E_0 \cdot e^{j\omega t} + j\omega \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon'_r(\omega) \cdot E_0 \cdot e^{j\omega t}$$

Verlustfaktor: $\tan \delta = \frac{|i_R|}{|i_C|} = \frac{\varepsilon''_r}{\varepsilon'_r} + \frac{\sigma}{\omega \varepsilon_0 \varepsilon'_r}$ für technische Frequenzen $< 10^{12}$ Hz

3.3 Verhalten von Dielektrika im Wechselfeld

Frequenzabhängigkeit der Elektronen-/Ionenpolarisation

Gleichung für Bewegung der Elektronenhülle
im harmonischen Wechselfeld E

$$z \cdot m_e \cdot \ddot{x} + r \cdot \dot{x} + k \cdot x = z \cdot e_0 \cdot E(\omega t)$$

$z \cdot m_e$: Masse der Elektronenhülle

r : Reibungsbeiwert

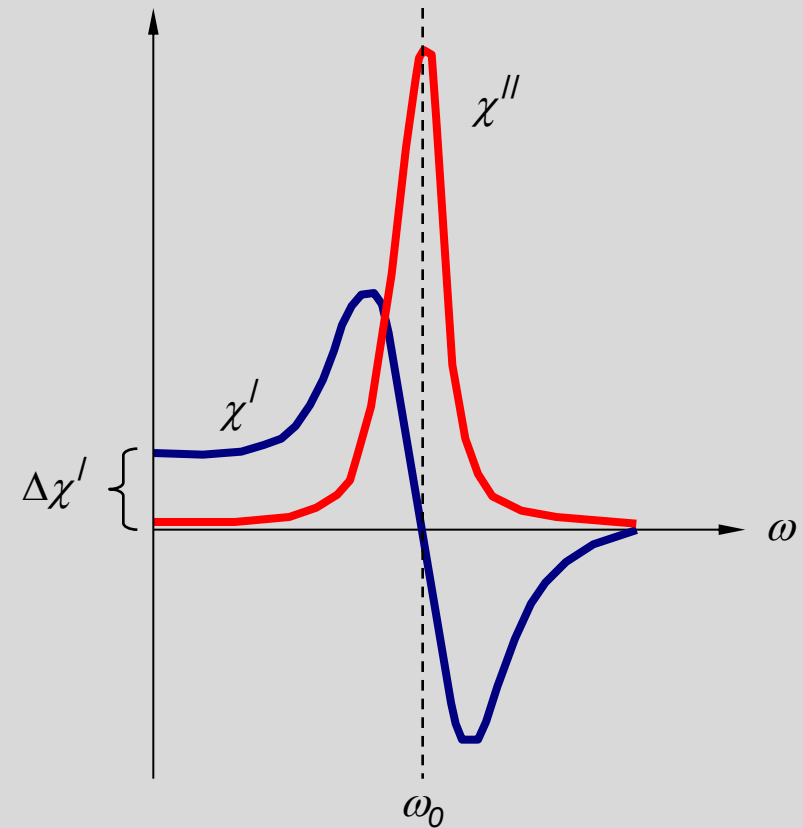
k : Coulomb-Kraftkonstante $k = \frac{(ze_0)^2}{4\pi\epsilon_0 R^3}$

längere Rechnung ergibt [...]

$$\chi'(\omega) = \frac{nze_0^2}{\epsilon_0 m_e} \cdot \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (r\omega/zm_e)^2}$$

$$\chi''(\omega) = \frac{nze_0^2}{\epsilon_0 m_e} \cdot \frac{\gamma\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (r\omega/zm_e)^2}$$

Spektrales Verhalten in der Umgebung der
Resonanzfrequenz ω_0



3.3 Verhalten von Dielektrika im Wechselfeld

Frequenzabhängigkeit der Orientierungs-/ Raumladungspolarisation

Gleichung für die Polarisierung im harmonischen Wechselfeld E

$$\tau_0 \cdot \dot{P} + P = \varepsilon_0 \cdot \Delta\chi' \cdot E(\omega t)$$

τ_0 : Relaxationszeit/Zeitkonstante

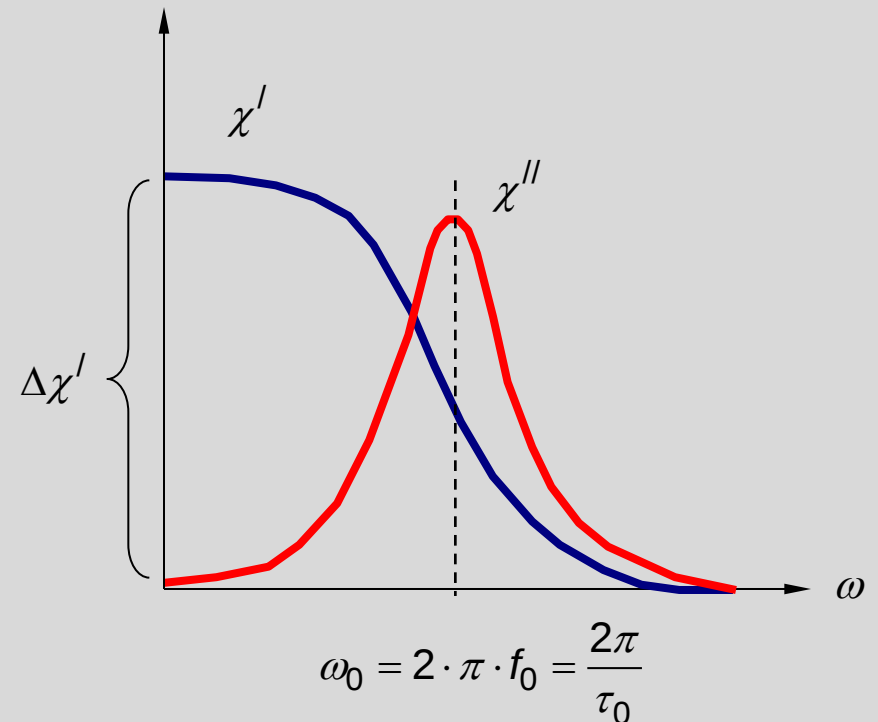
P : Polarisation

längere Rechnung ergibt [...]

$$\chi'(\omega) = \frac{\Delta\chi'}{1 + \tau_0^2 \omega^2}$$

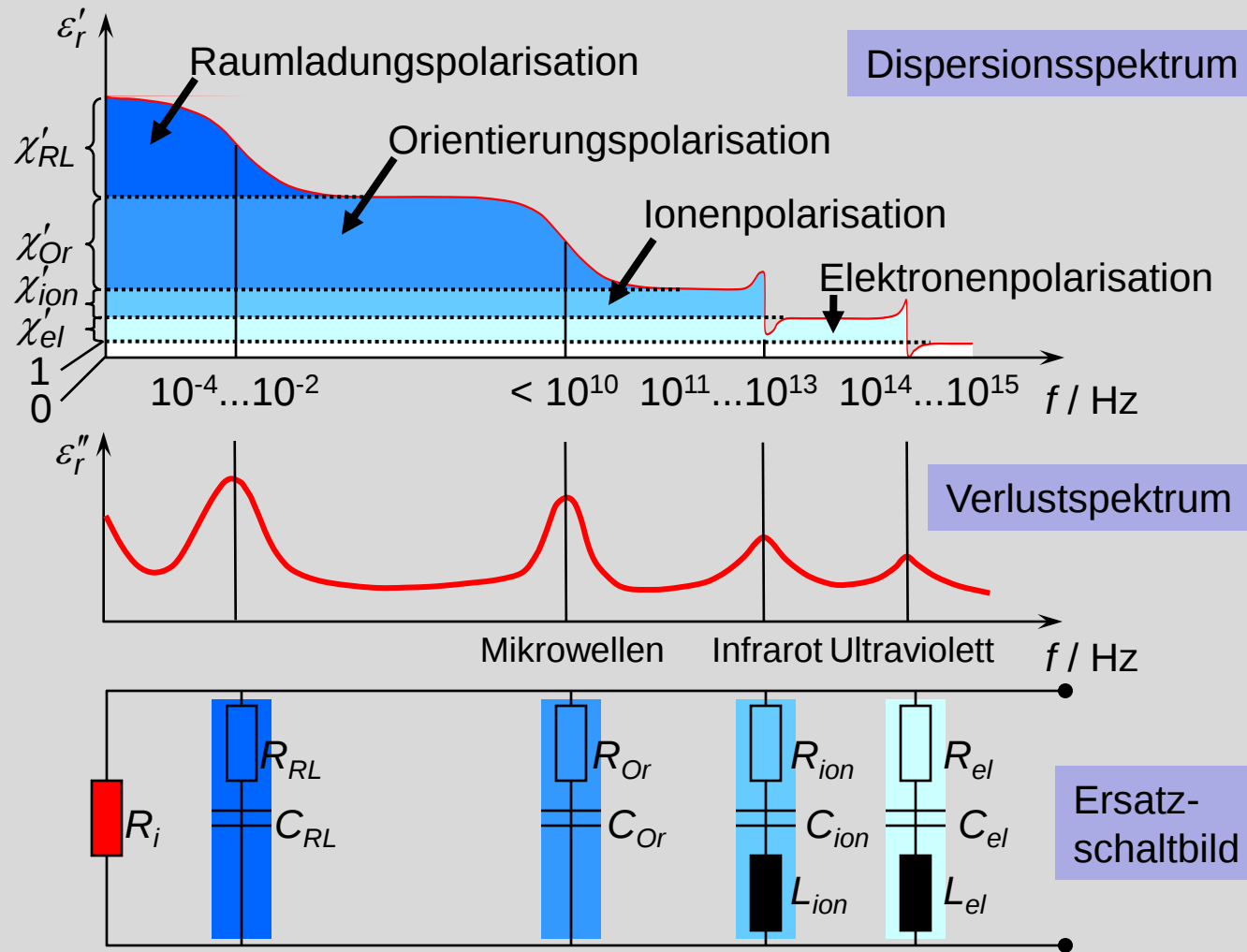
$$\chi''(\omega) = \frac{\Delta\chi' \cdot \omega \tau_0}{1 + \tau_0^2 \omega^2}$$

Spektrales Verhalten in der Umgebung der Relaxationsfrequenz ω_0



3.3 Verhalten von Dielektrika im Wechselfeld

Vollständiges Dispersions- und Verlustspektrum



Relaxation

Raumladungspolarisation
Orientierungspolarisation

Resonanz

Ionenpolarisation
Elektronenpolarisation

[Schaumburg 1994]

3.3 Verhalten von Dielektrika im Wechselfeld

Dielektrizitätszahlen und dielektrische Verlustfaktoren

	Dielektrizitätszahl ε_r	Verlustfaktor $\tan \delta \cdot 10^3$	
Kunsthharze	4...10	200...500	Kunststoffe organische Werkstoffe
Unpolare Kunststoffe	2...2,5	< 0,5	
Polare Kunststoffe	2,5...6	1...20	
Technische Gläser	3,5...12	0,5...10	Keramik / Glas anorganische Werkstoffe
Silikatkeramik	4...6,5	1...20	
NDK-Kondensatorkeramik	6...200	< 0,6	
HDK-Kondensatorkeramik	200...10 ⁴	2...20	

[Münch 1993]

NDK: Niedrige Dielektrizitätskonstante / HDK: Hohe Dielektrizitätskonstante

$$\varepsilon_r = f(T, f, E, \text{mech. Kraft, Raumrichtung})$$

Piezoelektrische Werkstoffe

3.4 Piezoelektrische Werkstoffe

Piezoelektrika, Pyroelektrika und Ferroelektrika

Spezielle Dielektrika

Kristallklassen ohne Symmetriezentrum

Piezoelektrika

Polarisation induziert durch mechanische Dehnung

z.B. Quarz (SiO_2)

Pyroelektrika

spontane Polarisation (unabhängig vom elektrischen Feld)

z.B. Turmalin

Ferroelektrika

spontane Polarisation (durch äußeres Feld beeinflussbar)

Auftreten von Domänen

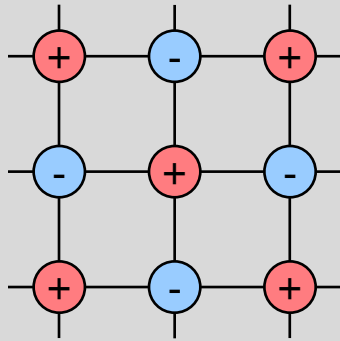
z.B. Bariumtitanat (BaTiO_3)

z.B. Bleizirkonat-Titanat ($\text{Pb}(\text{Ti},\text{Zr})\text{O}_3$)

3.4 Piezoelektrische Werkstoffe

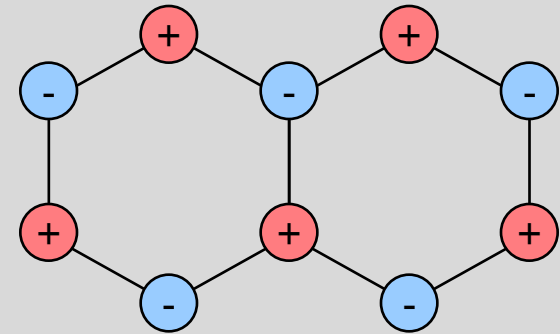
Zur Ursache des piezoelektrischen Effekts

Kristallgitter mit Symmetriezentrum
⇒ nicht piezoelektrisch

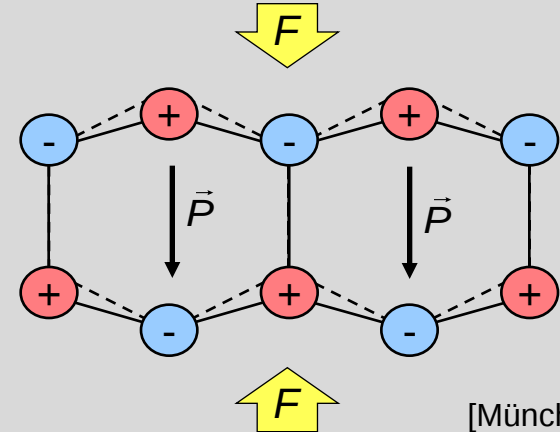
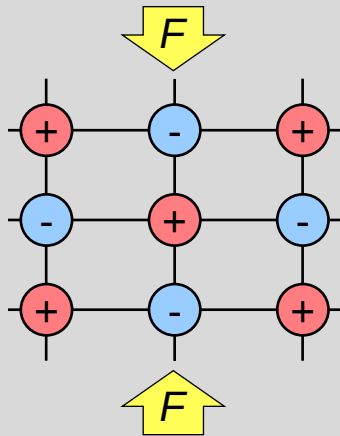


unbelastet
 $F = 0$

Kristallgitter ohne Symmetriezentrum
⇒ piezoelektrisch



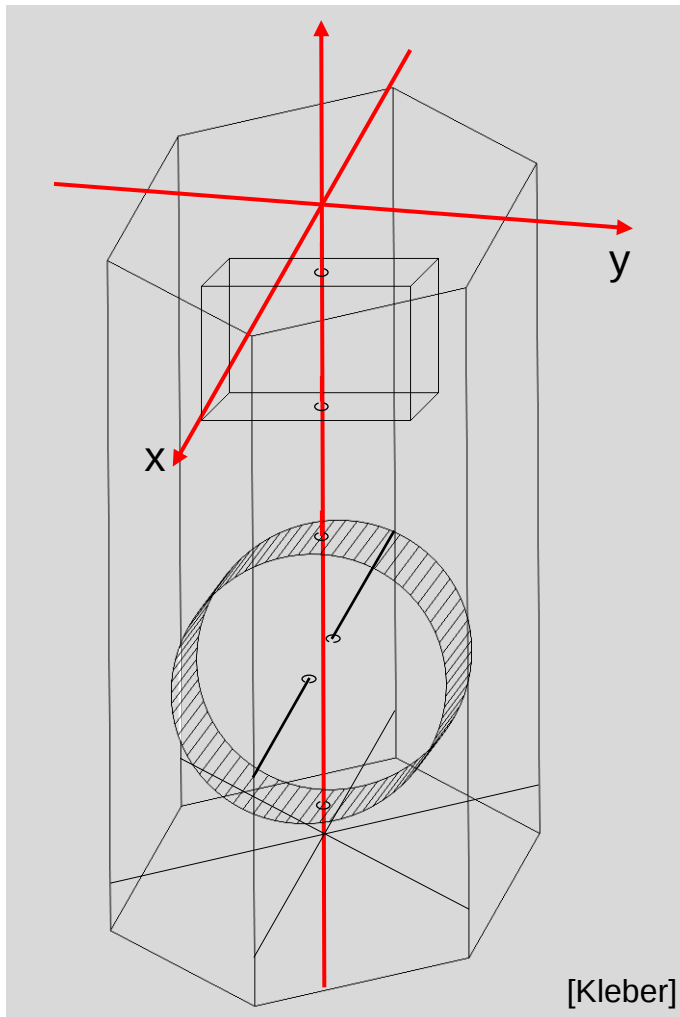
belastet
 $F \neq 0$



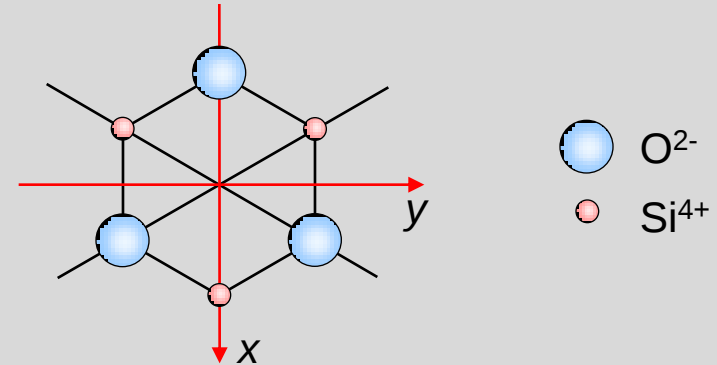
[Münch 1993]

3.4 Piezoelektrische Werkstoffe

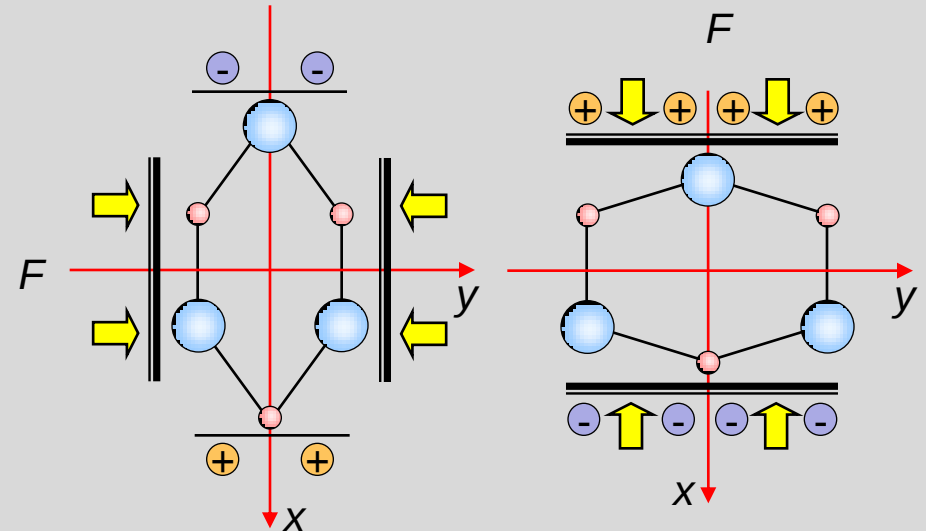
Piezoeffekt am Beispiel des Quarzkristalls (SiO_2)



unbelastet
 $F = 0$

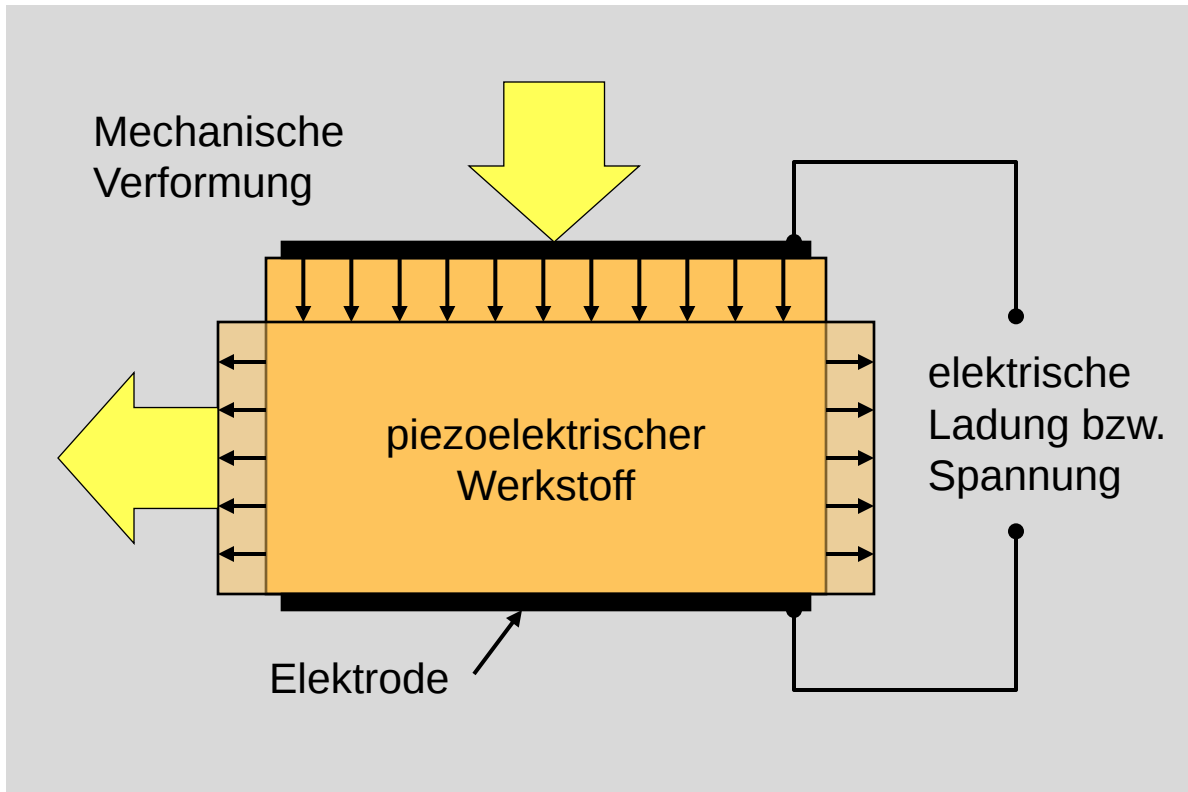


belastet
 $F \neq 0$



3.4 Piezoelektrische Werkstoffe

Direkter und indirekter piezoelektrischer Effekt



Direkter Piezoeffekt

Mechanische Anregung



Ladung / elektr. Spannung

Indirekter Piezoeffekt

Elektrische Anregung



Dehnung / mechan. Spannung

3.4 Piezoelektrische Werkstoffe

Piezoelektrische Gleichungen

$$(1) \varepsilon_M = s^E \cdot \sigma_M + d \cdot E$$

$$(2) D = d \cdot \sigma_M + \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r^T \cdot E$$

$$(3) \varepsilon_M = s^D \cdot \sigma_M + g \cdot D$$

$$(4) E = -g \cdot \sigma_M + \frac{D}{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r^T}$$

ε_M : mechanische Dehnung

σ_M : mechanische Spannung [N/m²]

s^E : Elastizitätsmodul bei konstantem E ($E = 0$ Kurzschluss)

s^D : Elastizitätsmodul bei konstantem D ($D = 0$, Leerlauf)

ε_r^T : Dielektrizitätszahl bei konstantem σ_M ($\sigma_M = 0$, ungeklemmt)

d : piezoelektrische Ladungskonstante [m/V]

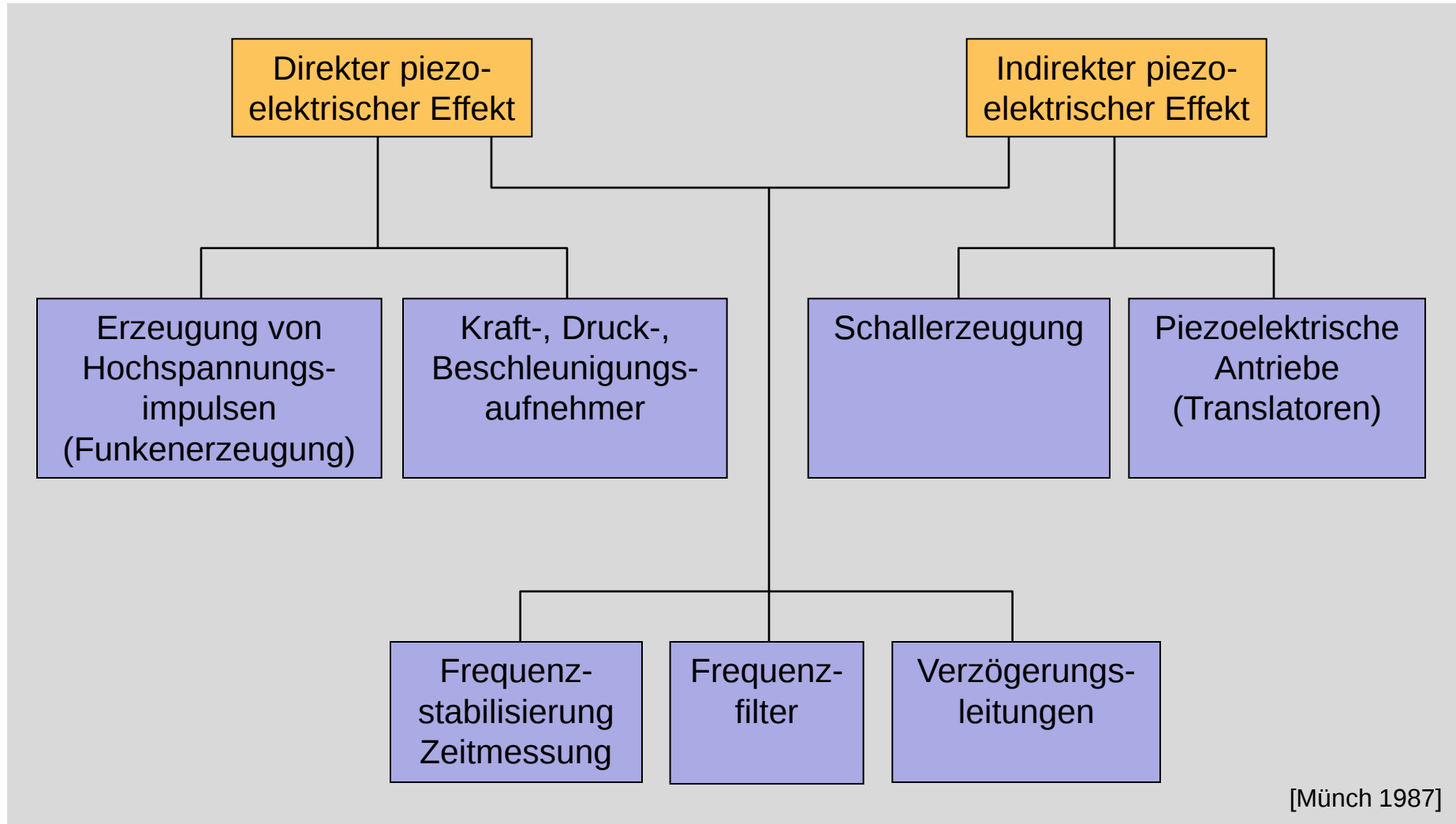
g : piezoelektrische Spannungskonstante [Vm/N]

Piezoelektrischer Kopplungsfaktor k (eine Art Gütemaß)

$$k^2 = \frac{\text{abgegebene mechanische Energie}}{\text{aufgenommene elektrische Energie}} = \frac{d^2}{s^E \cdot \varepsilon_r^T \cdot \varepsilon_0} = \frac{g^2 \cdot \varepsilon_r^T \cdot \varepsilon_0}{s^E}$$

3.4 Piezoelektrische Werkstoffe

Anwendungen des piezoelektrischen Effekts



3.4 Piezoelektrische Werkstoffe

Weiterführende Veranstaltung

Sensorsysteme (Integrierte Sensor-Aktor-Systeme)

Sommersemester 2 SWS, Mittwoch 14:00 -15:30 Uhr

W. Wersing (Siemens AG)

