

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

Schriftliche Kernfachprüfung 06. September 2011

Passive Bauelemente

Der Beginn der Prüfung wird von der Prüfungsaufsicht bekannt gegeben. Wenn Sie vor dem offiziellen Beginn diese Seite umschlagen und die Aufgaben einsehen, wird dies als Täuschungsversuch gewertet. Füllen Sie folgenden Kasten vollständig aus.

Nachname Musterlösung	Vorname extern	Matrikelnummer
	Zutreffendes bitte ankreuzen <input type="checkbox"/> Erstprüfung <input type="checkbox"/> Wiederholungsprüfung	EDV-Nummer
Wiederholer/innen bitte ausfüllen		
Straße/Nummer	Postleitzahl/Ort	
Telefon	E-Mail	

Zur Prüfung zugelassene / mitzubringende Hilfsmittel

- Es sind keine Hilfsmittel außer den angegebenen erlaubt.
- Formelsammlung für PB SS 2011 (ohne handschriftliche Notizen)
- Zwei handschriftlich (einseitig) beschriebene DIN-A4-Seiten
- Taschenrechner und Schreibzeug (Lineal, Stifte etc., keine Bleistifte verwenden)

Hinweise zum Ablauf der Prüfung

- Halten Sie Ihren Studierendenausweis und Ihre Immatrikulationsbescheinigung bereit.
- Nach Prüfungsbeginn kontrollieren Sie bitte zuerst, ob das vorliegende Prüfungsheft vollständig ist.
- Die Prüfungsdauer beträgt 3 Zeitstunden.
- Jegliche Kommunikation ist während der Prüfung untersagt.
- Während der Prüfung werden Fragen zu Aufgaben oder Stoffgebiet nicht beantwortet.
- Beachten Sie Tafelanschriften und Folien, die zu Beginn oder während der Prüfung gezeigt werden.

Hinweise zum Bearbeiten der Aufgaben

- Die Prüfung besteht aus 30 Antwort-Wahl-Fragen (Teil 1) und 3 Rechenaufgaben (Teil 2). In den beiden Teilen sind jeweils 30 Punkte erreichbar.
- Falls Ihnen die deutsche Sprache Schwierigkeiten bereitet, können Sie Begründungstexte alternativ in englischer Sprache formulieren.
- Wenn Sie den Unterpunkt einer Rechenaufgabe nicht gelöst haben, rechnen Sie mit den angegebenen Größen / Zahlenwerten weiter.
- Lösungen auf eigenen Blättern, unzureichend gekennzeichnete Lösungen und Lösungen auf Blättern ohne Angabe von Name, Matrikelnummer oder Aufgabennummer werden nicht gewertet.
- Für die Lösung ist der dafür vorgesehene Bereich unterhalb der jeweiligen Aufgabenstellung zu verwenden. Falls der vorhandene Platz nicht ausreichen sollte, verwenden Sie das hinten beigefügte Zusatzblatt. Bei Bedarf werden von der Prüfungsaufsicht weitere Blätter ausgegeben. Für jede Aufgabe muss eine separate Zusatzseite verwendet werden. Sind auf einer Seite Teile mehrerer Aufgaben gelöst worden, wird entsprechend der Aufgabennummer in der Kopfzeile gewertet.
- Die Ergebnisse und Begründungen sind in die dafür vorgesehenen Bereiche, Felder oder Diagramme zu schreiben bzw. anzukreuzen. Beschriften Sie keinesfalls die grau hinterlegten Korrekturfelder.

Viel Erfolg!

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

Teil 1: Antwort-Wahl-Fragen (30 Punkte)

Bei den folgenden Antwort-Wahl-Fragen können jeweils eine oder mehrere Antworten richtig sein. Es wird je Frage 1 Punkt vergeben, wenn genau alle richtigen Antworten und keine falschen Antworten angekreuzt sind. Teilpunkte werden nicht vergeben.

- Die quantentheoretisch erlaubten Zustände in einem Atom
 - werden mit jeweils 2 Elektronen mit unterschiedlichem Eigendrehimpuls besetzt.
 - werden in der Reihenfolge ihrer Hauptquantenzahl $n = 1, 2, 3 \dots$ besetzt.
 - werden nach dem Pauli-Prinzip besetzt.
 - werden in der Reihenfolge ihrer Energieniveaus besetzt.
- Chemische Bindung
 - Atome eines Elements gehen untereinander immer rein kovalente Bindungen ein.
 - Bei einer kovalenten Bindung werden die Bindungswinkel zwischen den Atomen durch die Hybridorbitale festgelegt.
 - Metallische Bindung führt zu hoher Sprödigkeit des Werkstoffs.
 - Viele Ionenkristalle besitzen einen kovalenten Bindungsanteil.
- Ein Ionenkristall mit Schottky-Defekten
 - zeigt immer eine hohe Elektronenleitfähigkeit.
 - kann keine Defektelektronen- (Löcher-) Leitfähigkeit besitzen.
 - zeigt oft eine thermisch aktivierte Ionenleitfähigkeit.
 - besitzt einen positiven TK_R .
- Die Wärmeleitung in Festkörpern erfolgt
 - in Ionenkristallen überwiegend durch Phononen.
 - in Metallen überwiegend durch Phononen.
 - in kovalent gebundenen Festkörpern überwiegend durch Elektronen.
 - in Metallen überwiegend durch Elektronen.
- Bei metallischen Werkstoffen
 - beruht die Wärmeleitfähigkeit überwiegend auf Gitterschwingungen.
 - nimmt die elektrische Leitfähigkeit mit steigender Temperatur zu.
 - wird das Temperaturverhalten der elektrischen Leitfähigkeit von der Temperaturabhängigkeit der Ladungsträgerbeweglichkeit bestimmt.
- Eine Probe aus metallischem Silber mit 0,01 % Zinn-Fremdatomen im Gitter
 - ist elektrisch leitfähiger als eine entsprechende Probe aus hochreinem Silber.
 - wird elektrisch leitfähiger, wenn die Zinn-Atome komplett durch Cadmium ersetzt werden.
 - weist bei $T = 0 \text{ K}$ denselben Widerstand auf wie eine Probe aus hochreinem Silber.
- Bringt man zwei Metalle mit verschiedenen Austrittsarbeiten miteinander in elektrischen Kontakt, so
 - hat die Fermi-Energie in beiden Metallen im Gleichgewicht denselben Wert.
 - ist die Elektronenkonzentration in beiden Metallen im Gleichgewicht gleich groß.
 - gehen Elektronen vom einen zum anderen Metall über, so dass sich eine elektrische Spannung aufbaut.
 - bildet sich eine isolierende Zwischenschicht aus.

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

8. Die Matthiessensche Regel
- gilt nur für perfekte, fehlerfreie Kristallgitter.
 - beschreibt die Temperaturabhängigkeit der Konzentration von Fremdatomen in intrinsischen Halbleitern.
 - beschreibt die Temperaturabhängigkeit des spezifischen Widerstandes in Metallen.
 - sagt aus, dass es bei Metallen einen temperaturabhängigen und einen temperaturunabhängigen Anteil des spezifischen Widerstandes gibt.
9. In intrinsischen Halbleitern
- entsteht die elektrische Leitfähigkeit durch thermisch aktivierte Elektron-Loch-Paare.
 - nimmt die elektrische Leitfähigkeit linear mit der inversen Temperatur ab.
 - wird die Lage der Fermi-Energie W_F von der Temperatur und von den effektiven Massen der Ladungsträger beeinflusst.
10. Bringt man in den perowskitischen Ionenkristall Bariumtitanat (BaTiO_3)
- Strontium-Ionen (Sr^{2+}) als A-Platz-Dotierung ein, so ändert sich die elektronische Leitfähigkeit des Kristalls nicht.
 - Lanthan-Ionen (La^{3+}) als A-Platz-Dotierung ein, so ändert sich die elektronische Leitfähigkeit des Kristalls nicht.
 - Sauerstoffleerstellen ein (z.B. durch Temperaturerhöhung), so sind diese (relativ zum ungestörten Kristallgitter) zweifach negativ geladen.
11. Der Seebeck-Effekt
- behandelt die thermische Längenausdehnung eines Leiters.
 - führt zu einer elektrischen Spannung an einem Leiterstück, dessen Enden sich auf verschiedenen Temperaturen befinden.
 - ist die Grundlage für die Temperaturmessung mittels Thermoelementen.
 - kann messtechnisch mit einem einzigen Leiterstück nutzbar gemacht werden.
12. Die lokale Feldstärke nach Lorentz ist
- die elektrische Feldstärke, die auf atomarer Ebene polarisiert.
 - die Ursache von dielektrischen Verlusten.
 - in polarisierbaren Materialien größer als das am Werkstoff angelegte makroskopische Feld.
13. Die Dielektrizitätszahl von Silizium $\epsilon_r = 12$ basiert auf der
- Elektronenpolarisation.
 - Elektronen- und Orientierungspolarisation.
 - Ionenpolarisation.
14. Welche Aussagen zur Polarisation sind richtig?
- Die Ionenpolarisation kann durch eine Serienresonanz modelliert werden.
 - Die Orientierungspolarisation kann bis in den THz-Bereich genutzt werden.
 - Die elektronische Polarisation bei Gasen nimmt mit dem Atomradius zu.
15. Der Varistoreffekt
- ist ein Effekt aufgrund von Donatorzuständen an den Korngrenzen.
 - wird durch Nennansprechstrom und -spannung sowie den Nichtlinearitätskoeffizient charakterisiert
 - besitzt Ansprechzeiten von wenigen Nanosekunden.

16. Nichtlineare Widerstandswerkstoffe:
- PTCs zeigen in bestimmten Temperaturbereichen ein NTC-Verhalten.
 - PTCs sind als Heizelemente hervorragend geeignet, da oberhalb der Bezugstemperatur ihr Widerstand stark ansteigt und so die elektrische Leistung begrenzt.
 - Varistoren bestehen aus dotiertem Zinkoxid oder Siliziumkarbid.
 - NTCs zeigen in bestimmten Temperaturbereichen ein PTC-Verhalten.
17. Kaltleiter (PTCs)
- bestehen aus halbleitenden, polykristallinen Ferroelektrika, die an den Korngrenzen temperaturabhängige Potentialbarrieren aufweisen.
 - besitzen im Anwendungsbereich einen konstanten Temperaturkoeffizienten
 - zeigen eine Temperaturabhängigkeit der Leitfähigkeit, die in allen polykristallinen Metalloxiden auftreten kann.
 - können aus Bariumtitanat-Einkristallen bestehen
18. Dehnmessstreifen (DMS)
- werden ausschließlich aus Metallen hergestellt.
 - werden durch einen k -Faktor charakterisiert, der grundsätzlich Werte $k \approx 2$ annimmt.
 - basieren auf dem sogenannten piezoresistiven Effekt (Widerstandsänderung aufgrund von Verformung).
 - sind als klassische Drucksensoren einsetzbar.
19. Niob bzw. Tantal Elektrolytkondensatoren
- nutzen nanoskalige Oxidschichten zur Realisierung großer Kapazitäten.
 - dürfen nur unipolar betrieben werden.
 - werden durch elektrochemische Oxidation von Kunststoffen hergestellt
20. Folgende Verlustarten können in BaTiO_3 -Kondensatoren auftreten:
- die Relaxation der Orientierungspolarisation.
 - eine elektronische Leitfähigkeit im Dielektrikum.
 - die Resonanz der Ionenpolarisation.
21. PTC-Effekt im Bariumtitanat (BaTiO_3)
- Metallleerstellen an den Korngrenzen sind die Ursache für hochohmige Korngrenzen.
 - Der elektrische Widerstand für $T > T_C$ wird durch Domänen bestimmt.
 - Der PTC-Effekt tritt wesentlich nur in Keramiken (BaTiO_3) auf.
22. Die morphotrope Phasengrenze im Bleizirkonat-Bleititanat ($(\text{Pb,Zr})\text{TiO}_3$)
- zeigt sich in einem besonders großen Kopplungsfaktor.
 - zeigt sich in einer besonders großen Dielektrizitätskonstante.
 - ist besonders stark von der Temperatur abhängig.
23. Der Verlustfaktor $\tan(\delta)$ eines realen Kondensators ist
- ein Maß für Abweichung des Kondensators vom rein kapazitiven Verhalten.
 - unabhängig von der Güte des Kondensators.
 - frequenzabhängig.

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

24. Piezoelektrische Bauelemente

- weisen eine remanente Polarisierung und Dehnung in Abhängigkeit vom zuvor angelegten elektrischen Feld auf.
- ermöglichen eine elektromechanische Energiewandlung mit einem Wirkungsgrad von bis zu 70 %.
- können nicht bei Temperaturen $T > T_C$ eingesetzt werden.

25. Diamagnetismus

- tritt nur in supraleitenden Materialien auf.
- kann nicht in ferromagnetischen Werkstoffen auftreten.
- ist an die Existenz von Leitungselektronen gebunden.
- tritt in allen Werkstoffen auf.

26. Weißsche Bezirke

- können in ferro- und ferrimagnetischen Werkstoffen gefunden werden.
- sind durch Bloch-Wände getrennt.
- sind stets in die gleiche Richtung magnetisiert.
- können bei $T = 50\text{K}$ auch in paramagnetischen Werkstoffen auftreten.

27. Wird ein ferromagnetischer Werkstoff mit ausgeprägter Hysterese über seine Curietemperatur erhitzt, so wird er

- diamagnetisch
- paramagnetisch
- ferrimagnetisch
- piezoelektrisch

28. Ferromagnetika und Ferroelektrika haben folgende Gemeinsamkeiten:

- sie enthalten immer Eisen
- oberhalb der Curietemperatur verschwinden ihre ferromagnetischen bzw. ferroelektrischen Eigenschaften
- sie besitzen permanente magnetische bzw. elektrische Dipole
- sie zeigen ein Hystereseverhalten

29. Bei der Hystereseurve eines Ferromagneten zeichnet sich die Koerzitivfeldstärke dadurch aus, dass

- die magnetische Induktion verschwindet.
- in diesem Punkt alle Weißschen Bezirke gleich ausgerichtet sind.
- das Material diamagnetisch wird.

30. Permanentmagneten

- zeichnen sich durch eine hohe Energiedichte (Güteprodukt $(B \cdot H)_{\max}$ ihrer Hystereseurve) aus.
- zeichnen sich durch eine möglichst geringe Remanenz B_r ihrer Hystereseurve aus.
- können nicht wieder entmagnetisiert werden.
- können beispielsweise durch starke Erhitzung entmagnetisiert werden.

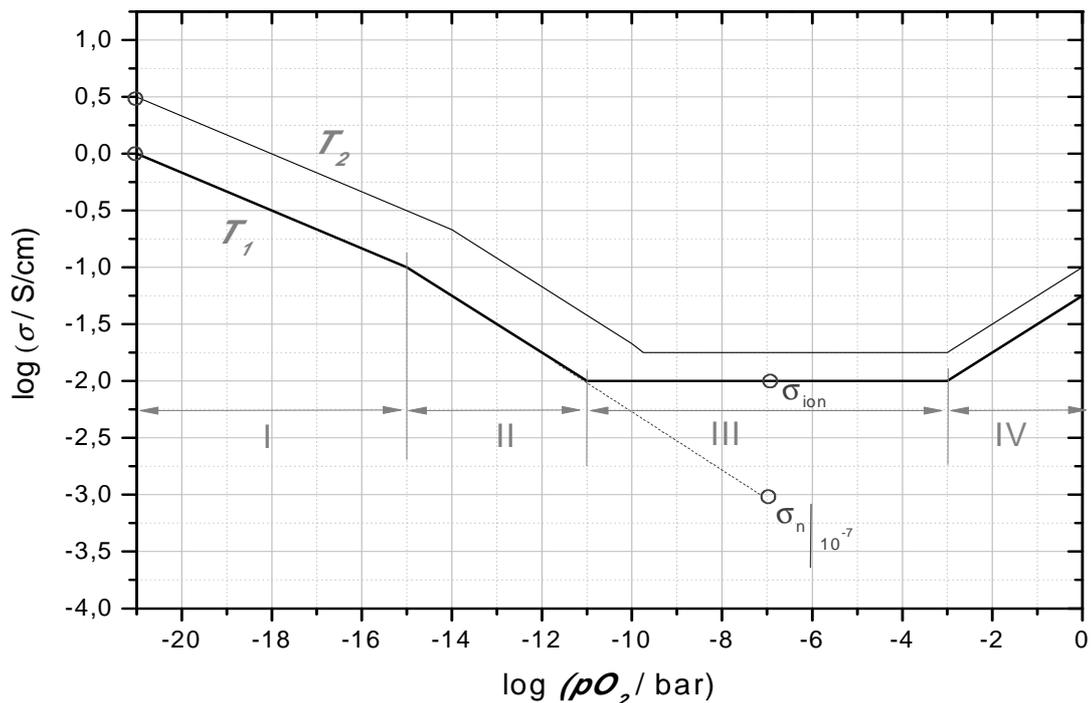
Punkte AWF

Teil 2: Rechenaufgaben (30 Punkte)

Rechenaufgabe A1: Defektchemie

Gegeben sei die elektrische Gesamtleitfähigkeit $\sigma = \sigma_p + \sigma_n + \sigma_{ion}$ von akzeptordotiertem Bariumtitanat (BTO) als Funktion des Sauerstoffpartialdrucks pO_2 der umgebenden Gasatmosphäre für zwei Temperaturen $T_1=1000$ K und $T_2=1200$ K.

Hinweis: Die Beweglichkeit der elektronischen Ladungsträger darf als konstant bzgl. pO_2 und T angenommen werden: $\mu_p = \mu_n = 1 \text{ cm}^2/\text{Vs}$



a) Ermitteln Sie aus der gegebenen Kennlinie $T_1=1000$ K die elektronische Leitfähigkeiten σ_n und die ionische Leitfähigkeit σ_{ion} für den Sauerstoffpartialdruck $pO_2 = 10^{-7}$ bar. (2 Punkte)

Hinweis: Die ionische Leitfähigkeit ist keine Funktion von pO_2 .

$\sigma_n = 10^{-3} \frac{\text{S}}{\text{cm}}$ $\sigma_{ion} = 10^{-2} \frac{\text{S}}{\text{cm}}$	Punkte A1.a
---	-------------

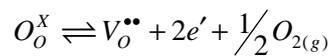
Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

b) Die elektrische Leitfähigkeit σ von BTO lässt sich als Funktion der Temperatur T und des Sauerstoffpartialdrucks der umgebenden Atmosphäre pO_2 mittels $\sigma = \sigma_0 \cdot e^{-\frac{W}{kT}} \cdot \left(\frac{pO_2}{\text{bar}} \right)^m$ beschreiben.

Leiten Sie mit Hilfe des Reaktionsgleichgewichts $O_O^X \rightleftharpoons V_O^{\bullet\bullet} + 2e' + \frac{1}{2}O_{2(g)}$ unter Verwendung von $[O_{2(g)}] = pO_2$ und $\sigma = en\mu$ die obige Funktion her. Bitte verwenden Sie für diese allgemeine Herleitung keine Elektroneutralitätsbedingung. Geben Sie in der Lösung die Materialkonstanten σ_0 , W und m durch die entsprechenden Defektkonzentrationen bzw. Freie Enthalpie ΔG_0 an. (3 Punkte)

Lösung:

1. Gegeben ist die Reaktion mit der Gasphase:



2. Mit Hilfe des Massenwirkungsgesetzes und der Beziehung $[O_{2(g)}] = pO_2$ folgt:

$$\frac{[V_O^{\bullet\bullet}] \cdot n^2 \cdot [O_{2(g)}]^{1/2}}{[O_O^X]} = k_0 \cdot e^{-\frac{\Delta G_0}{kT}}$$

3. Mittels $[O_{2(g)}] = pO_2$ und $\sigma = en\mu$:

$$\sigma = e\mu \frac{[O_O^X]^{1/2} \cdot k_0^{1/2}}{[V_O^{\bullet\bullet}]^{1/2}} e^{-\frac{\Delta G_0}{2kT}} \cdot pO_2^{-1/4}$$

$\sigma_0 = e\mu \frac{[O_O^X]^{1/2} \cdot k_0^{1/2}}{[V_O^{\bullet\bullet}]^{1/2}}$ $W = \frac{\Delta G_0}{2}$ $m = -\frac{1}{4}$	Punkte A1.b
--	-------------

c) Die Elektroneutralitätsbedingung für die geladenen Defektkonzentrationen $p, n, [V_O^{••}], [Mn_{Ti}^{//}]$ in BTO kann innerhalb jedes Partialdruckbereiches (I, II, III, IV) entsprechend vereinfacht werden. Ordnen Sie den in der Tabelle gegebenen vereinfachten Elektroneutralitätsbedingungen den jeweils passenden Partialdruckbereich (Kurve T_I) zu. (2 Punkte)

Vereinfachte ENB:	$p + 2[V_O^{••}] \approx 2[Mn_{Ti}^{//}]$	$2[V_O^{••}] \approx 2[Mn_{Ti}^{//}]$	$n \approx 2[V_O^{••}]$	$2[V_O^{••}] \approx n + 2[Mn_{Ti}^{//}]$
pO_2 -Bereich:	IV p-Leitung	III Keine elektronisch Leitung \rightarrow ionische Leitung	I Diese ENB ergibt aus obiger Rechnung eine Steigung von -1/6	II n-Leitung

Punkte A1.c

d) Bestimmen Sie die Materialkonstanten σ_0, W, m der Funktion $\sigma = \sigma_0 \cdot e^{-\frac{W}{kT}} \cdot \left(\frac{pO_2}{\text{bar}}\right)^m$ für eine angenommenen Elektroneutralitätsbedingung $n = 2[V_O^{••}]$ mit Hilfe von Leitfähigkeitswerten für $pO_2 < 10^{-15}$ bar aus der gegebenen Grafik. (3 Punkte)

Lösung:

Lösungsweg für m: Mit Hilfe der Reaktionsgleichung $O_O^X \rightleftharpoons V_O^{••} + 2e' + \frac{1}{2}O_{2(g)}$, der gegebenen Elektroneutralitätsbedingung $n = 2[V_O^{••}]$ und Anwendung des Massenwirkungsgesetzes folgt:

$$n = \sqrt[3]{2 \cdot [O_O^X] \cdot k_0 \cdot e^{\frac{\Delta G_0}{3kT}} \cdot pO_2^{-\frac{1}{6}}} \rightarrow m = -\frac{1}{6}$$

Lösungsweg für W: Mit $\sigma_1 = \sigma_0 \cdot e^{-\frac{W}{kT_1}} \cdot pO_2^{-\frac{1}{6}}$ und $\sigma_2 = \sigma_0 \cdot e^{-\frac{W}{kT_2}} \cdot pO_2^{-\frac{1}{6}}$

Ergibt sich aus dem Verhältnis:

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = e^{-\frac{W}{k} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right)} \quad \text{die Beziehung} \quad \ln \sigma_1 - \ln \sigma_2 = -\frac{W}{k} \cdot \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right)$$

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

Durch Umformung und mit den angegebenen Daten aus der Grafik kann der Zahlenwert von W berechnet werden.

Durch Einsetzen der abgelesenen Leitfähigkeiten bei $pO_2 = 10^{-21}$ bar:

$$W = k \frac{\ln \sigma_2 - \ln \sigma_1}{\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}} = 8.617 \cdot 10^{-5} \frac{eV}{K} \cdot \frac{\ln(10^{0,5}) - \ln(10^0)}{\frac{1}{1000K} - \frac{1}{1200K}} = 0,595 eV$$

Lösungsweg für σ_0 : Durch Umformen von $\sigma_1 = \sigma_0 \cdot e^{-\frac{W}{kT_1}} \cdot \left(\frac{pO_2}{bar}\right)^{\frac{1}{6}}$ und einem passenden Leitfähigkeitswert z.B. bei $T_1=1000K$ und $pO_2 = 10^{-21}$ bar kann σ_0 berechnet werden:

$$\sigma_0 = \sigma_1 \cdot e^{\frac{W}{kT_1}} \cdot \left(\frac{pO_2}{bar}\right)^{\frac{1}{6}} = 10^0 \frac{S}{cm} \cdot e^{\left(\frac{0,595eV}{8.617 \cdot 10^{-5} \frac{eV}{K} \cdot 1000K}\right)} \cdot (10^{-21})^{\frac{1}{6}} = 0.316 \frac{S}{cm}$$

$m = -\frac{1}{6}$ $W = 0,595 eV$ $\sigma_0 = 0,316 \frac{S}{cm}$	Punkte A1.b
---	-------------

Rechenaufgabe A2: Nichtlineare Widerstände

a) An den NTC-Widerstand mit zylindrischer Scheibengeometrie (Bild 1) werde eine konstante Gleichspannung U angelegt. Hierdurch erwärme sich der NTC und erreiche im thermischen Gleichgewicht eine Endtemperatur von $T_1 = 125 \text{ }^\circ\text{C}$.

Berechnen Sie aus dieser Angabe die Wärmeübergangszahl α_K des Bauteils an ruhender Luft. Nehmen Sie dazu an, dass sich nach einer gewissen Zeit durch Wärmeabgabe (Konvektion) stationäre Bedingungen einstellen. (2 Punkte)

Hinweise:

Die durch Konvektion abgeführte Wärmeleistung folgt der Beziehung

$$P_{\text{th}} = \alpha_K \cdot A_{\text{ges}} \cdot (T - T_U), \quad (1)$$

worin T die Temperatur des Bauteils, T_U die Umgebungstemperatur und A_{ges} die gesamte Oberfläche des Bauteils ist.

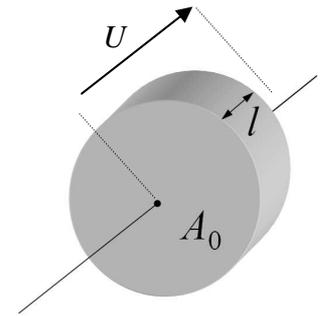


Bild 1

Tabelle 1: Zahlenwerte:

Spannung	U	=	15 V
Umgebungstemperatur	T_U	=	298 K
vorexponentielle Konstante des NTC	A	=	0,1 Ω
exponentielle Konstante des NTC	B	=	3300 K
Länge des NTC	l	=	4 mm
Grundfläche des NTC	A_0	=	0,5 cm ²

Lösung:

Für das Gleichgewicht zwischen zugeführter elektrischer Leistung P_{el} und abgeführter Wärmeleistung P_{th} (Konvektion) gilt:

$$\begin{aligned} P_{\text{el}} &= P_{\text{th}} \\ U \cdot I &= \alpha_K \cdot A_{\text{ges}} \cdot (T_1 - T_U) \\ \Rightarrow \frac{U^2}{R} &= \alpha_K \cdot A_{\text{ges}} \cdot (T_1 - T_U) \\ \Rightarrow \frac{U^2}{A \cdot e^{\frac{B}{T}}} &= \alpha_K \cdot A_{\text{ges}} \cdot (T_1 - T_U) \\ \Rightarrow \alpha_K &= \frac{U^2}{A \cdot e^{\frac{B}{T}} \cdot A_{\text{ges}} \cdot (T_1 - T_U)} = \frac{U^2}{A \cdot e^{\frac{B}{T}} \cdot (2 \cdot A_0 + 2\pi \cdot \sqrt{A_0 / \pi} \cdot l) \cdot (T_1 - T_U)} = \\ &= \frac{(15 \text{ V})^2}{0,1 \text{ } \Omega \cdot e^{\frac{3300 \text{ K}}{398,15 \text{ K}}} \cdot (2 \cdot 0,5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 + 2\pi \cdot \sqrt{0,5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 / \pi} \cdot 4 \cdot 10^{-3} \text{ m}) \cdot (398,15 \text{ K} - 298 \text{ K})} \\ &\approx 28,2 \frac{\text{V}^2}{\Omega \cdot \text{m}^2 \cdot \text{K}} \approx 2,8 \cdot 10^{-3} \frac{\text{W}}{\text{cm}^2 \cdot \text{K}} \end{aligned}$$

$\alpha_K = 2,8 \cdot 10^{-3} \frac{\text{W}}{\text{cm}^2 \cdot \text{K}}$	Punkte A2.a
--	-------------

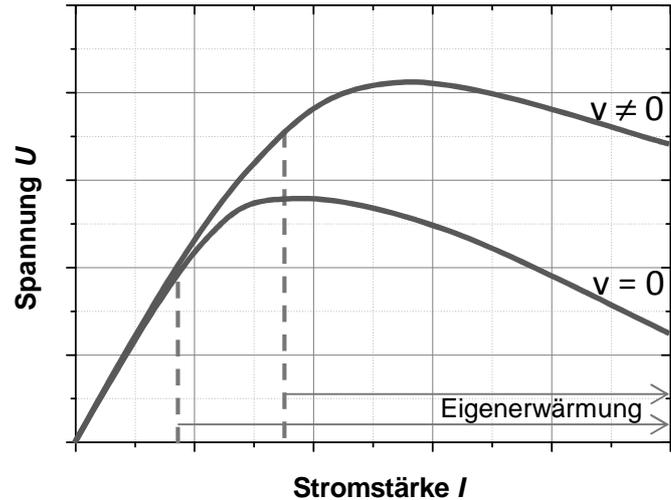
Wenn Sie diesen Aufgabenteil nicht gelöst haben, rechnen Sie weiter mit $\alpha_K = 3 \text{ mW cm}^{-2} \text{ K}^{-1}$

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

Befindet sich der NTC aus Aufgabenteil a) nun nicht in ruhender Umgebungsluft, sondern in einem bewegten Luftstrom der Geschwindigkeit v bei Umgebungstemperatur $T_U = 298 \text{ K}$, so ändert sich der Wärmeübergangskoeffizient gemäß der Formel

$$\alpha_K(v) = \alpha_{K,0} + k_v \cdot \sqrt{v}, \quad \text{wobei } k_v \text{ eine „Geräte-Konstante“ ist.} \quad (2)$$

b) Zeichnen Sie – grob schematisch – die U - I -Kennlinien für den NTC in ruhender Luft ($v = 0$; Fall 1) und im Luftstrom ($v \neq 0$; Fall 2) ins nachstehende Diagramm ein und geben Sie an, in welchem (Stromstärke-) Bereich der NTC sich jeweils in Eigenerwärmung befindet. (2 Punkte)



	Punkte A2.b
--	-------------

c) Die stationäre Endtemperatur, die der NTC in einem Luftstrom mit der Strömungsgeschwindigkeit $v = 3 \text{ m/s}$ erreicht, beträgt $T_2 = 170 \text{ °C}$. Berechnen Sie hieraus den Wert für die „Geräte-Konstante“ k_v in Gl. (2). (1 Punkt)

Lösung:

$$\begin{aligned}
 P_{el} &= P_{th} \\
 U \cdot I &= A_{ges} \cdot (T_2 - T_U) \\
 \Rightarrow \frac{U^2}{A \cdot e^{\frac{B}{T}}} &= (\alpha_{K,0} + k_v \cdot \sqrt{v}) \cdot A_{ges} \cdot (T_2 - T_U) \\
 \Rightarrow k_v &= \frac{1}{\sqrt{v}} \cdot \left[\frac{U^2}{A \cdot e^{\frac{B}{T}} \cdot A_{ges} \cdot (T_2 - T_U)} - \alpha_{K,0} \right] = \frac{1}{\sqrt{v}} \cdot \left[\frac{U^2}{A \cdot e^{\frac{B}{T}} \cdot (2 \cdot A_0 + 2\pi \sqrt{A_0/\pi} \cdot l) \cdot (T_2 - T_U)} - \alpha_{K,0} \right] \\
 \Rightarrow &= \frac{1}{\sqrt{3 \frac{\text{m}}{\text{s}}}} \cdot \left[\frac{(15 \text{ V})^2}{0,1 \text{ } \Omega \cdot e^{\frac{3300 \text{ K}}{443,15 \text{ K}}} \cdot (2 \cdot 0,5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 + 2\pi \cdot \sqrt{0,5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\pi} \cdot 4 \cdot 10^{-3} \text{ m}) \cdot (443,15 \text{ K} - 298 \text{ K})} - 28,2 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}} \right] \\
 &\approx 9,8 \frac{\text{W} \cdot \text{s}^{1/2}}{\text{m}^{5/2} \cdot \text{K}}
 \end{aligned}$$

$k_v = 9,8 \frac{\text{W} \cdot \text{s}^{1/2}}{\text{m}^{5/2} \cdot \text{K}}$	Punkte A2.c
---	-------------

Fernseh-Bildröhren enthalten magnetisierbare Teile. Daher wird bei jedem Einschalten eine Entmagnetisierung durchgeführt. Diese erfolgt im Prinzip mit einer Schaltung nach Bild 2, bei der eine um die Bildröhre geschlungene Entmagnetisierungsspule aus Kupferdraht und zwei Kaltleiter-Widerstände (PTC1 und PTC2) eingesetzt werden. Bild 3 zeigt die R - T -Kennlinie der beiden Kaltleiter. Durch deren Eigen Erwärmung wird ein abklingendes magnetisches Wechselfeld erzeugt.

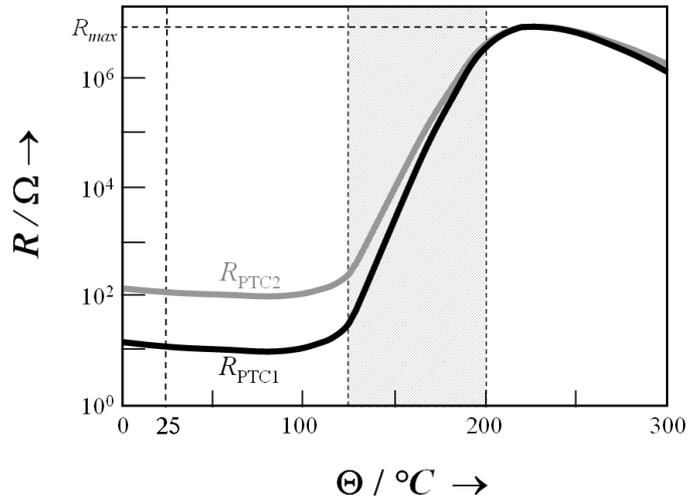
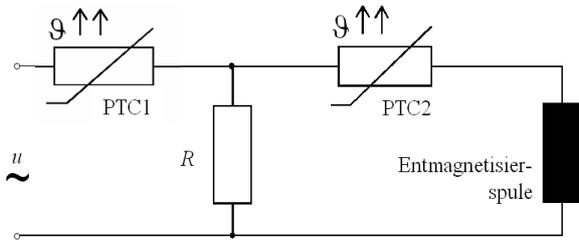


Bild 2

Bild 3

d) Berechnen Sie die Amplitude \hat{i}_{RT} des durch PTC1 fließenden Stroms unmittelbar nach Anlegen der Spannung u . (3 Punkte)

Hinweise: Die induktiven Eigenschaften der Spule sollen vernachlässigt werden, berücksichtigen Sie nur deren Ohmschen Widerstand. Für die angelegte Spannung gilt: $u = \hat{u} \cdot \sin(\omega t)$.

Zahlenwerte:	Amplitude der Spannung	$\hat{u} = 50 \text{ V}$
	Widerstand	$R = 500 \text{ } \Omega$
	Windungszahl der Spule	$n = 30$
	Länge der Spule	$l = 20 \text{ mm}$
	Durchmesser der zylinderförmigen Spule	$d = 400 \text{ mm}$
	Durchmesser des Spulendrahtes	$\delta = 0,5 \text{ mm}$
	el. Leitfähigkeit von Kupfer	$\sigma_{Cu} = 6 \cdot 10^5 \text{ S/m}$
	Umgebungstemperatur	$\Theta_U = 25 \text{ } ^\circ\text{C}$

Lösung:

Ohmscher Widerstand der Spule:

$$R_{\text{Spule}} = \frac{1}{\sigma_{Cu}} \cdot \frac{l_{\text{Draht}}}{A_{\text{Draht}}} = \frac{1}{\sigma_{Cu}} \cdot \frac{n \cdot \pi \cdot d}{\pi \cdot \left(\frac{\delta}{2}\right)^2} = \frac{1}{6 \cdot 10^5 \text{ S/m}} \cdot \frac{30 \cdot 0,4 \text{ m}}{\left(\frac{5 \cdot 10^{-4} \text{ m}}{2}\right)^2} = 320 \text{ } \Omega$$

$$\text{Impedanz der Schaltung (ohne Induktivität } L): Z = R_{\text{PTC1}} + \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{1}{R_{\text{PTC2}} + R_{\text{Spule}}}}$$

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

Impedanz zu Beginn (PTCs auf Raumtemperatur; $R_{\text{PTC1}}, R_{\text{PTC2}}$ aus Schaubild):

$$Z_{\text{RT}} = 10 \, \Omega + \frac{1}{\frac{1}{500 \, \Omega} + \frac{1}{100 \, \Omega + 320 \, \Omega}} \approx 238 \, \Omega$$

$$\Rightarrow \text{Amplitude der Stromstärke zu Beginn: } \hat{i}_{\text{RT}} = \frac{\hat{u}}{Z_{\text{RT}}} = \frac{50 \, \text{V}}{228 \, \Omega} \approx 210 \, \text{mA}$$

$\hat{i}_{\text{RT}} = 210 \, \text{mA}$	Punkte A2.d
--	-------------

e) Schätzen Sie anhand der Kaltleiterkennlinien in Bild 4 einen Endwert für \hat{i}_{E} ab, wenn die beiden (thermisch gekoppelten) Kaltleiter PTC1 und PTC2 sich beide erwärmt haben. **(2 Punkte)**

Lösung:

Impedanz am Ende (PTCs erhitzt; $R_{\text{PTC1}}, R_{\text{PTC2}}$ aus Schaubild abschätzen):

$$Z_{\text{E}} \approx 10^6 \, \Omega + \frac{1}{\frac{1}{500 \, \Omega} + \frac{1}{10^6 \, \Omega + 320 \, \Omega}} \approx 10^6 \, \Omega$$

$$\Rightarrow \text{Amplitude der Stromstärke am Ende: } \hat{i}_{\text{E}} = \frac{\hat{u}}{Z_{\text{E}}} = \frac{50 \, \text{V}}{10^6 \, \Omega} \approx 0,05 \, \text{mA}$$

$\hat{i}_{\text{E}} = 0,05 \, \text{mA}$	Punkte A2.e
--	-------------

Rechenaufgabe A3: Dielektrika

Eine pyroelektrische Scheibe wird gemäß Bild 1 an der Ober- und Unterseite mit dünnen, metallischen Elektroden versehen. Fällt auf das Material eine zeitlich veränderliche Wärmestrahlung, so führt dies zu einer Temperaturänderung in der Scheibe. Die Anordnung wird im Folgenden in einem IR-Bewegungsmelder eingesetzt.

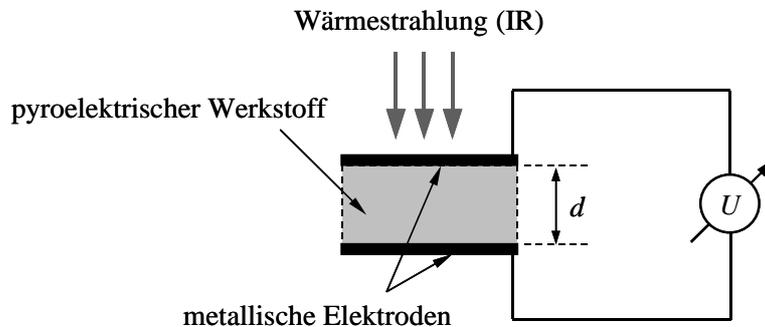


Bild 1

Zahlenwerte:

Masse der Scheibe	m	=	0.2 mg
Dicke der Scheibe	d	=	120 μm
Wärmekapazität der Scheibe	c	=	390 J/kgK
Dielektrizitätszahl der Scheibe	ϵ_r	=	350
Fläche der Elektroden	A	=	320 mm^2

a) Ein Besucher nähert sich abends einem Hauseingang. In einem Abstand von $l = 1.3 \text{ m}$ zum Bewegungsmelder bleibt er in Ruhe stehen. Der Detektor erwärmt sich aufgrund der abgestrahlten Körperwärme. Die Strahlungsleistung des Besuchers $P_B = 80 \text{ W}$ fällt senkrecht auf die Elektrodenfläche. Berechnen Sie die zeitliche Temperaturänderung $k = dT/dt$ des Detektors. (3 Punkte)

Hinweise: Betrachten Sie den Besucher als ideale, punktförmige Wärmequelle, die radial abstrahlt. Die Oberfläche O einer Kugel berechnet sich gemäß $O = 4 \pi r^2$. Für die absorbierte Wärmemenge gilt $W = c m \Delta T$.

Lösung:

Wärmemenge W (Energie) ist Leistung P mal Zeit t : $W = P \cdot \Delta t = c \cdot m \cdot \Delta T \rightarrow k = \frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{P_{\text{Sensor}}}{c \cdot m}$

Leistung, die am Sensor ankommt:

$$P_{\text{Sensor}} = \frac{P_B}{4\pi \cdot l^2} \cdot A = 1.21 \text{ mW}$$

Heizrate:

$$k = \frac{P_{\text{Sensor}}}{c \cdot m} = 15.45 \frac{\text{K}}{\text{s}}$$

$k = 15.45 \text{ K/s}$	Punkte A3.a
-------------------------	----------------

Wenn Sie diesen Punkt nicht gelöst haben, rechnen Sie mit $k = 15 \text{ K/s}$ weiter.

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

In Bild 2 sind die Kennlinien der remanenten Polarisation P_r über der Temperatur von drei verschiedenen Materialien gegeben.

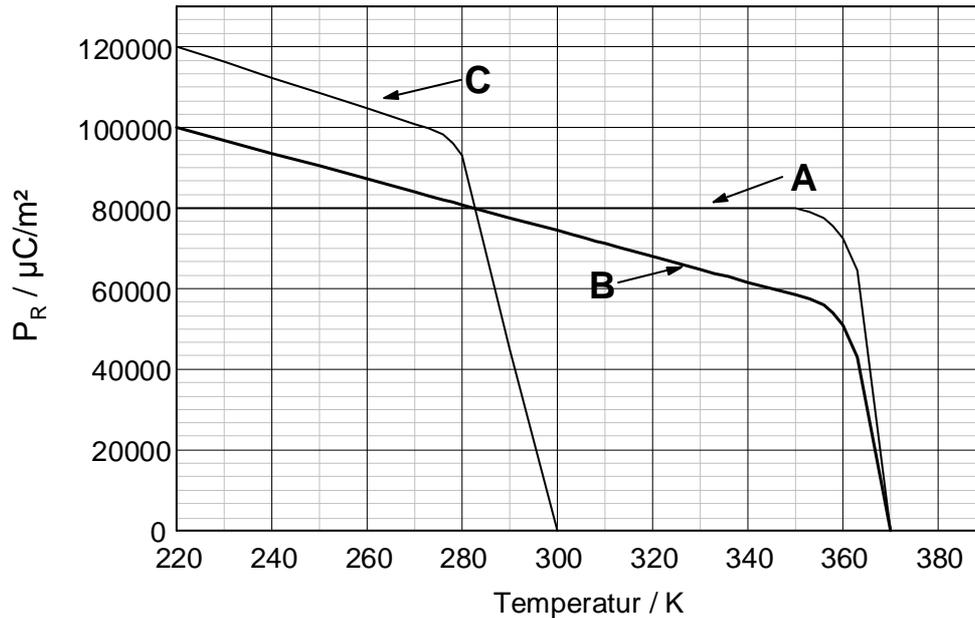


Bild 2

b) Untersuchen Sie die Kennlinien der drei gegebenen Werkstoffe auf ihre Einsatzfähigkeit als Sensorelement in einem Bewegungsmelder, der bei Umgebungstemperaturen zwischen -25 °C und $+35\text{ °C}$ eingesetzt werden soll. Geben Sie an, welche der Werkstoffe geeignet und welche nicht geeignet sind und begründen Sie kurz Ihre Auswahl.

Berechnen Sie für den von Ihnen als geeignet betrachteten Werkstoff den Pyrokoeffizienten π_p im relevanten Temperaturbereich unter Zuhilfenahme der Kennlinien aus dem Diagramm. (4 Punkte)

Lösung:

$$\pi_p = \left| \frac{dP_r}{dT} \right|_{\text{linear}} = \left| \frac{\Delta P_r}{\Delta T} \right| = \left| \frac{60000 \frac{\mu\text{C}}{\text{m}^2} - 100000 \frac{\mu\text{C}}{\text{m}^2}}{345\text{ K} - 220\text{ K}} \right| = \frac{40000 \frac{\mu\text{C}}{\text{m}^2}}{125\text{ K}} = 320 \frac{\mu\text{C}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$$

Werkstoff	geeignet	ungeeignet	Begründung	Punkte A3.b
A		X	$dP_r / dT = 0$ innerhalb $-25\text{ °C} < T < +35\text{ °C}$	
B	X		$dP_r / dT = \text{const.} < 0$ innerhalb $-25\text{ °C} < T < +35\text{ °C}$	
C		X	$P_r = 0$ für $+23\text{ °C} < T < +35\text{ °C}$	
$\pi_p = 320 \mu\text{C} / \text{m}^2\text{K}$				

Wenn Sie diesen Punkt nicht gelöst haben, rechnen Sie mit $\pi_p = 300 \mu\text{C} / \text{m}^2\text{K}$ weiter.

c) Das Spannungssignal des IR-Detektors wird anhand eines idealen und verlustlosen Komparators ausgewertet. Eine Spannungsänderung von 200 mV im Vergleich zum Ruhezustand löst den Alarm aus. Berechnen Sie die minimale Verweilzeit Δt , die sich der Besucher aus Teilaufgabe a) im Bereich des Detektors mit dem Sensorelement aus Teilaufgabe b) aufhalten muss, um den Alarm auszulösen. (3 Punkte)

Lösung:

$$\Delta U = \pi_p \cdot \frac{A \cdot \Delta T}{C} \quad k = \frac{\Delta T}{\Delta t} \quad C = \epsilon_r \cdot \epsilon_0 \cdot \frac{A}{d}$$

$$\Rightarrow \Delta U = \pi_p \cdot \frac{A \cdot k \cdot \Delta t \cdot d}{\epsilon_r \cdot \epsilon_0 \cdot A} \rightarrow \Delta t = \frac{\Delta U \cdot \epsilon_r \cdot \epsilon_0}{\pi_p \cdot k \cdot d} = 1.044 \text{ ms}$$

$\Delta t = 1.044 \text{ ms}$	Punkte A3.c
-------------------------------	----------------

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

												Erreichte Punkte
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------------------

