

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

Schriftliche Kernfachprüfung 11. September 2012

Passive Bauelemente

Der Beginn der Prüfung wird von der Prüfungsaufsicht bekannt gegeben. Wenn Sie vor dem offiziellen Beginn diese Seite umschlagen und die Aufgaben einsehen, wird dies als Täuschungsversuch gewertet. Füllen Sie folgenden Kasten vollständig aus.

Nachname	Vorname	Matrikelnummer
<u>MUSTERLÖSUNG</u>	Zutreffendes bitte ankreuzen <input type="checkbox"/> Erstprüfung <input type="checkbox"/> Wiederholungsprüfung	EDV-Nummer
Wiederholer/innen bitte ausfüllen		
Straße/Nummer	Postleitzahl/Ort	
Telefon	E-Mail	

Zur Prüfung zugelassene / mitzubringende Hilfsmittel

- Es sind keine Hilfsmittel außer den angegebenen erlaubt.
- Formelsammlung für PB SS 2012 (ohne handschriftliche Notizen)
- Zwei handschriftlich (einseitig) beschriebene DIN-A4-Seiten
- Taschenrechner und Schreibzeug (Lineal, Stifte etc., keine Bleistifte verwenden)

Hinweise zum Ablauf der Prüfung

- Halten Sie Ihren Studierendenausweis und Ihre Immatrikulationsbescheinigung bereit.
- Nach Prüfungsbeginn kontrollieren Sie bitte zuerst, ob das vorliegende Prüfungsheft vollständig ist.
- Die Prüfungsdauer beträgt 3 Zeitstunden.
- Jegliche Kommunikation ist während der Prüfung untersagt.
- Während der Prüfung werden Fragen zu Aufgaben oder Stoffgebiet nicht beantwortet.
- Beachten Sie Tafelanschriften und Folien, die zu Beginn oder während der Prüfung gezeigt werden.

Hinweise zum Bearbeiten der Aufgaben

- Die Prüfung besteht aus 30 Antwort-Wahl-Fragen (Teil 1) und 3 Rechenaufgaben (Teil 2). In den beiden Teilen sind jeweils 30 Punkte erreichbar.
- Falls Ihnen die deutsche Sprache Schwierigkeiten bereitet, können Sie Begründungstexte alternativ in englischer Sprache formulieren.
- Wenn Sie den Unterpunkt einer Rechenaufgabe nicht gelöst haben, rechnen Sie mit den angegebenen Größen / Zahlenwerten weiter.
- Lösungen auf eigenen Blättern, unzureichend gekennzeichnete Lösungen und Lösungen auf Blättern ohne Angabe von Name, Matrikelnummer oder Aufgabennummer werden nicht gewertet.
- Für die Lösung ist der dafür vorgesehene Bereich unterhalb der jeweiligen Aufgabenstellung zu verwenden. Falls der vorhandene Platz nicht ausreichen sollte, verwenden Sie das hinten beigefügte Zusatzblatt. Bei Bedarf werden von der Prüfungsaufsicht weitere Blätter ausgegeben. Für jede Aufgabe muss eine separate Zusatzseite verwendet werden. Sind auf einer Seite Teile mehrerer Aufgaben gelöst worden, wird entsprechend der Aufgabennummer in der Kopfzeile gewertet.
- Die Ergebnisse und Begründungen sind in die dafür vorgesehenen Bereiche, Felder oder Diagramme zu schreiben bzw. anzukreuzen. Beschriften Sie keinesfalls die grau hinterlegten Korrekturfelder.

Viel Erfolg!

Teil 1: Antwort-Wahl-Fragen (30 Punkte)

Bei den folgenden Antwort-Wahl-Fragen können jeweils eine oder mehrere Antworten richtig sein. Es wird je Frage 1 Punkt vergeben, wenn genau alle richtigen Antworten und keine falschen Antworten angekreuzt sind. Teilpunkte werden nicht vergeben.

- Bei einem Diffusionsprozess aus konstanter Quelle ist die Eindringtiefe x_0
 - abhängig vom Diffusionskoeffizienten D .
 - abhängig von der Temperatur.
 - unabhängig von der Dauer.
- Ionenkristalle
 - zeichnen sich durch eine hohe Konzentration an freien Ladungsträgern aus.
 - ausgeprägte Molekülorbitale.
 - eine elektrische Leitfähigkeit wie Metalle.
 - besitzen eine exponentielle Temperaturabhängigkeit der Leitfähigkeit.
- Chemische Bindung
 - Atome eines Elements gehen untereinander ausschließlich kovalente Bindungen ein.
 - Bei einer kovalenten Bindung werden die Bindungswinkel zwischen den Atomen durch die Hybridorbitale festgelegt.
 - Metallische Bindungen führen zu einer hohen Sprödigkeit des Werkstoffs.
 - Viele Ionenkristalle besitzen auch einen kovalenten Bindungsanteil.
- Wiedemann-Franz-Gesetz:
 - Die Lorentz-Zahl von Metallen ist temperaturunabhängig.
 - Bringt zum Ausdruck, dass gute elektrische Leiter auch gute Wärmeleiter sind.
 - Die Lorentz-Zahl sehr vieler Metalle hat einen annähernd gleichen Wert.
- Was beschreibt die Clausius-Mosotti-Beziehung?
 - Die Frequenzabhängigkeit der Dielektrizitätszahl.
 - Den Zusammenhang von Suszeptibilität und Dielektrizitätszahl.
 - Den Zusammenhang von Polarisierbarkeit und Suszeptibilität.
- Ein Kondensator aus einem ferroelektrischen Dielektrikum sei bei einer Temperatur $T \gg T_C$ (Curiepunkt) an eine Spannungsquelle angeschlossen. Der Kondensator wird nun auf $T < T_C$ abgekühlt. Was passiert?
 - Die elektrische Feldstärke E im Innern des Kondensators vergrößert sich.
 - Die elektrische Feldstärke E im Innern des Kondensators verkleinert sich.
 - Die auf den Kondensatorplatten gespeicherte Ladungsmenge Q vergrößert sich.
 - Die auf den Kondensatorplatten gespeicherte Ladungsmenge Q bleibt konstant.
- Die lokale Feldstärke nach Lorentz ist
 - in polarisierbaren Materialien kleiner als das am Werkstoff angelegte makroskopische Feld.
 - die elektrische Feldstärke, die auf atomarer Ebene polarisiert.
 - bei Werkstoffen mit besonders großem ϵ_r ebenfalls besonders groß.

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

8. Metalle:

- Durch geeignete Legierungen kann die Temperaturabhängigkeit des elektrischen Widerstands in einem gewissen Temperaturbereich fast völlig unterdrückt werden.
- Die Kontaktspannung zwischen zwei verschiedenen Metallen entsteht durch die unterschiedlichen chemischen Potentiale der Elektronen.
- Die elektrische Leitfähigkeit von Eisen ist höher als die von Silber.
- haben stets einen streng linearen Verlauf des spezifischen Widerstands mit der Temperatur.

9. Welche Aussagen zur Polarisierung sind richtig?

- Die Ionenpolarisierung kann durch eine Serienresonanz modelliert werden.
- Die Raumladungspolarisierung kann bis in den GHz-Bereich genutzt werden.
- Die Elektronenpolarisierung bei Gasen nimmt mit dem Atomradius zu.
- Die Orientierungspolarisierung kann bis in den THz-Bereich genutzt werden.

10. Die hohe Dielektrizitätszahl von Wasser ($\epsilon_r = 80$) wird durch welchen Polarisationsmechanismus verursacht?

- Ionische Polarisierung
- Elektronische Polarisierung
- Orientierungspolarisierung

11. Die Ionisierungsenergie von Atomen innerhalb einer Periode

- steigt im Periodensystem von links nach rechts.
- fällt im Periodensystem von links nach rechts.
- zeigt keine systematische Abhängigkeit.

12. Jedes

- piezoelektrische Material ist ferroelektrisch.
- ferroelektrische Material ist piezoelektrisch.
- ferroelektrische Material ist niemals pyroelektrisch.
- ferroelektrische Material ist immer auch ferromagnetisch.

13. Der Anstieg der Frenkel-Defekt-Konzentration

- hat unmittelbar eine Volumenvergrößerung des Testkörpers zur Folge.
- führt zu einer Verringerung der makroskopischen Dichte des Materials.
- ist ein thermisch aktivierter Prozess.
- führt immer zu einem Anstieg der ionischen Leitfähigkeit.

14. Der spezifische elektrische Widerstand von Metallen

- hat einen nichtlinearen Verlauf mit der Temperatur, wenn man sich dem absoluten Nullpunkt nähert.
- geht grundsätzlich gegen null für $T \rightarrow 0$.
- ist abhängig von der Reinheit des Metalls.
- hängt einzig ab von der Fremdstoffkonzentration im Wirtsgitter, aber nicht von der chemischen Zusammensetzung der Fremdstoffe.

15. Bei welchem der folgenden Effekte handelt es sich um einen thermoelektrischen Effekt?

- Peltier-Effekt
- Hall-Effekt
- Seebeck-Effekt
- Meißner-Ochsenfeld-Effekt

16. Wärmeleitung erfolgt

- in Isolatoren überwiegend durch Gitterschwingungen.
- in Metallen überwiegend durch Phononen.
- in Metallen überwiegend durch Elektronen.
- in Gasen ausschließlich durch Strahlung.

17. Eine Dotierung von Silizium mit Arsen verschiebt die Fermienergie

- in Richtung Leitungsband.
- in Richtung Valenzband.
- verkleinert die Bandlücke.

18. Der piezoelektrische Kopplungsfaktor k

- gibt das Verhältnis zwischen abgegebener mechanischer Energie zu aufgenommener elektrischer Energie wieder.
- ist eine Art Gütemaß für piezoelektrische Werkstoffe.
- ist in kubischen (isotropen) Kristallen richtungsabhängig.

19. Kaltleiter (PTCs)

- bestehen aus halbleitenden, polykristallinen Ferroelektrika, die an den Korngrenzen temperaturabhängige Potentialbarrieren aufweisen.
- können aus Bariumtitanat-Einkristallen bestehen.
- zeigen eine Temperaturabhängigkeit der Leitfähigkeit, die in allen polykristallinen Metalloxiden auftreten kann.
- weisen je nach Temperaturbereich sowohl negative als auch positive Temperaturkoeffizienten auf.

20. Mit der Schrödingergleichung

- kann der Aufenthaltsort eines Elektrons in der Atomhülle zu jedem Zeitpunkt exakt bestimmt werden.
- lassen sich Welleneigenschaften massebehafteter Teilchen beschreiben.
- lässt sich die Aufenthaltswahrscheinlichkeit von Elektronen in Atomorbitalen berechnen.
- kann die Geschwindigkeit eines Elektrons in der Atomhülle zu jedem Zeitpunkt exakt bestimmt werden.

21. Bei Varistoren aus polykristallinem ZnO

- ist das Verhältnis zwischen Spannung und Strom konstant.
- nimmt das Verhältnis zwischen Spannung und Strom für hohe Ströme stark ab.
- steigt die Ansprechspannung mit der Anzahl der Korngrenzen.
- herrscht eine erhöhte Konzentration von Akzeptoren an den Korngrenzen.

22. In einem ionischen Hopping-Leiter

- ist die Beweglichkeit der Ionen direkt proportional zu deren Diffusionskonstante.
- nimmt die Diffusionskonstante mit steigender Temperatur zu.
- kann durch gezielte Dotierung des Kristallgitters die ionische Leitfähigkeit erhöht werden.
- kann niemals elektronische Leitfähigkeit auftreten.

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

23. Ferromagnetika und Ferroelektrika haben folgende Gemeinsamkeiten:

- Sie enthalten immer Eisen.
- Oberhalb des Curiepunkts verschwinden ihre ferromagnetischen bzw. ferroelektrischen Eigenschaften.
- Sie zeigen Hystereseverhalten.
- Sie besitzen permanente magnetische bzw. elektrische Dipole.

24. Der piezoelektrische Effekt wird beobachtet an folgenden Kristallgittern:

- Mit Symmetriezentrum.
- Ohne Symmetriezentrum.
- An der Perowskitstruktur (ABO_3).
- An Metallen mit kubischer Struktur.

25. Das Drude-Modell der elektrischen Leitung

- ist in der Lage, alle elektronischen Phänomene in Metallen zu erklären.
- stellt einen direkten Zusammenhang her zwischen der elektrischen Leitfähigkeit und der mittleren Flugdauer eines Elektrons zwischen zwei Stößen mit Atomrümpfen.
- berücksichtigt das Auftreten von Energiebändern im Festkörper.

26. Bariumtitanat ($BaTiO_3$) zeigt folgende Eigenschaften:

- Unterhalb des Curiepunkts mehrere ($n > 1$) kristallographische Phasenübergänge.
- Unterhalb des Curiepunkts ist es ferroelektrisch.
- Oberhalb des Curiepunkts ist es pyroelektrisch.

27. Der Sauerstoffaustausch von Metalloxiden (z.B. TiO_2) mit der Umgebungsatmosphäre bei hohen Temperaturen ($T > 600^\circ C$)

- sorgt für eine Änderung der elektronischen Leitfähigkeit.
- verändert die Stöchiometrie des Kristalls.
- hängt nicht vom Sauerstoff-Partialdruck der umgebenden Atmosphäre ab.
- kann in resistiven Sauerstoffsensoren genutzt werden.

28. Der elektrische Widerstand

- eines Werkstücks ist der Kehrwert der elektrischen Leitfähigkeit des Materials.
- von Isolatoren ist über einen weiten Temperaturbereich konstant.
- eines niederohmigen Werkstücks wird am besten mittels einer Vier-Punkt-Messung bestimmt.
- eines Werkstücks kann nur durch elektronischen Ladungstransport hervorgerufen werden.

29. Die Wärmeübertragung zwischen zwei Körpern unterschiedlicher Temperatur durch

- Wärmestrahlung ist bei hohen Temperaturen vernachlässigbar.
- Wärmestrahlung ist im Vakuum der dominierende Übertragungsmechanismus.
- Konvektion ist immer größer als die durch Wärmestrahlung.
- Konvektion ist im Vakuum der dominierende Übertragungsmechanismus.

30. Piezoelektrische Bauelemente

- bestehen ausschließlich aus keramischen Werkstoffen.
- weisen eine Polarisierung und Dehnung in Abhängigkeit vom angelegten elektrischen Feld auf.
- werden bevorzugt oberhalb des Curiepunkts eingesetzt.

Punkte AWF

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

Teil 2: Rechenaufgaben (30 Punkte)

Rechenaufgabe A1: Defektchemie

Bariumtitanat wird in der Praxis häufig mit dem Akzeptor Mangan (Mn) dotiert ($\text{BaTi}_{1-x}\text{Mn}_x\text{O}_3$), um für Anwendungen als Kondensatormaterial gute dielektrische Eigenschaften bei Raumtemperatur zu erzielen. Bei hohen Temperaturen ($T > 700^\circ\text{C}$) ist dieser Akzeptor jedoch vollständig ionisiert und verursacht eine elektronische Leitfähigkeit σ . Da diese Leitfähigkeit bei hohen Temperaturen zudem vom Sauerstoffpartialdruck p_{O_2} der umgebenden Atmosphäre und der Proben temperatur T abhängt, lassen sich mithilfe von Leitfähigkeitsmessungen Aussagen über die Konzentration der Punktdefekte im dotierten Bariumtitanat gewinnen.

a) Geben Sie die vollständige Elektroneutralitätsbeziehung (ENB) für $\text{BaTi}_{1-x}\text{Mn}_x\text{O}_3$ an. Zu berücksichtigen sind die elektronischen Ladungsträger e und h , sowie die Ladung der Dotierung $Mn_{Ti}^{//}$ und die der Sauerstoffleerstellen $V_O^{\bullet\bullet}$.

(1 Punkt)

Lösung: $n + 2[Mn_{Ti}^{//}] = p + 2[V_O^{\bullet\bullet}]$	Punkte A1.a
---	-------------

b) $\text{BaTi}_{1-x}\text{Mn}_x\text{O}_3$ ist ein kubischer Perowskit und hat eine Gitterkonstante von $a = 0,40\text{nm}$. Berechnen Sie die eingebrachte Konzentration der Mn-Dotierung $[Mn_{Ti}]$ pro cm^3 für $x = 0,003$.

(1 Punkt)

Lösung:

Gesamtkonzentration an Wirtsplätzen: 1 Titan pro Elementarzelle $\rightarrow [Ti_{Ti}] = \frac{1}{a^3} = 1,5625 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3}$

Dotierungskonzentration: $[Mn_{Ti}] = [Ti_{Ti}] \cdot x = 1,5625 \cdot 10^{22} \cdot 0,003 = 4,6875 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-3}$

$[Mn_{Ti}] = 4,6875 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-3}$	Punkte A1.b
--	-------------

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

c) Die elektronische Leitfähigkeit σ von $\text{BaTi}_{1-x}\text{Mn}_x\text{O}_3$ lässt sich bei hohen Temperaturen ($T > 700^\circ\text{C}$) als Funktion des Sauerstoffpartialdrucks, der umgebenden Atmosphäre $p\text{O}_2$ und der Temperatur T beschreiben:

$$\sigma = \sigma_0 \cdot e^{\frac{W}{kT}} \cdot \left(\frac{p\text{O}_2}{\text{bar}} \right)^m.$$

Berechnen Sie die Materialkonstanten σ_0, W und m mit Hilfe der beiden an Luft bei $p\text{O}_2 = 0,21\text{bar}$ gemessenen Leitfähigkeitswerte:

$$\sigma_1 = \sigma|_{T=800^\circ\text{C}} = 1 \cdot 10^{-2} \text{ S/cm}$$

$$\sigma_2 = \sigma|_{T=1000^\circ\text{C}} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ S/cm}$$

Verwenden Sie zur Lösung die Reaktionsgleichung $\text{O}_\text{O}^\times + 2\text{h}^\bullet \rightleftharpoons \text{V}_\text{O}^{\bullet\bullet} + \frac{1}{2}\text{O}_{2(\text{g})}$ mit $[\text{O}_{2(\text{g})}] = p\text{O}_2$ und $\sigma = e p \mu$. Nehmen Sie als vereinfachte ENB $[\text{Mn}_{\text{Ti}}^{\prime\prime}] \approx [\text{V}_\text{O}^{\bullet\bullet}]$ an und betrachten Sie $[\text{O}_\text{O}^\times]$ als Konstante. Weiterhin sei die Beweglichkeit der elektronischen Ladungsträger konstant bzgl. $p\text{O}_2$ und T .

(5 Punkte)

Lösung:

Mit Hilfe von $\text{O}_\text{O}^\times + 2p \rightleftharpoons \text{V}_\text{O}^{\bullet\bullet} + \frac{1}{2}\text{O}_{2(\text{g})}$, der gegebenen Elektroneutralitätsbedingung $[\text{Mn}_{\text{Ti}}^{\prime\prime}] \approx [\text{V}_\text{O}^{\bullet\bullet}]$ und Anwendung des Massenwirkungsgesetzes folgt:

$$\frac{[\text{V}_\text{O}^{\bullet\bullet}] \cdot [\text{O}_{2(\text{g})}]^{1/2}}{[\text{O}_\text{O}^\times] \cdot p^2} = \frac{[\text{Mn}_{\text{Ti}}^{\prime\prime}] \cdot [\text{O}_{2(\text{g})}]^{1/2}}{[\text{O}_\text{O}^\times] \cdot p^2} = k_0 \cdot e^{-\frac{\Delta G_0}{kT}},$$

Einsetzen von $[\text{O}_{2(\text{g})}] = p\text{O}_2$ und Auflösen nach p liefert:

$$p = \sqrt[2]{\frac{[\text{Mn}_{\text{Ti}}^{\prime\prime}]}{[\text{O}_\text{O}^\times] \cdot k_0}} \cdot e^{\frac{\Delta G_0}{2kT}} \cdot p\text{O}_2^{\frac{1}{4}}$$

Womit dann wegen $\sigma \approx e \cdot p \cdot \mu_p$

$$\sigma = e \cdot \mu_p \cdot \sqrt[2]{\frac{[\text{Mn}_{\text{Ti}}^{\prime\prime}]}{[\text{O}_\text{O}^\times] \cdot k_0}} \cdot e^{\frac{\Delta G_0}{2kT}} \cdot p\text{O}_2^{\frac{1}{4}}$$

als Ausdruck für die Leitfähigkeit folgt.

Lösungsweg für m:

Koeffizientenvergleich mit

$$\sigma = \sigma_0 \cdot e^{\frac{W}{kT}} \cdot \left(\frac{pO_2}{\text{bar}} \right)^m$$

aus der Aufgabenstellung liefert:

$$m = +\frac{1}{4}$$

Lösungsweg für W:

Für die Leitfähigkeit an zwei verschiedenen Temperaturen gilt:

$$\sigma_1 = \sigma_0 \cdot e^{\frac{W}{kT_1}} \cdot pO_2^{\frac{1}{4}} \quad \text{bzw.} \quad \sigma_2 = \sigma_0 \cdot e^{\frac{W}{kT_2}} \cdot pO_2^{\frac{1}{4}}$$

Die Temperaturunabhängigkeit von σ_0 ausnutzend kann aus dem Verhältnis

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = e^{+\frac{W}{k} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right)}$$

W zu

$$W = k \cdot \frac{\ln \sigma_1 - \ln \sigma_2}{\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}}$$

bestimmt werden. Einsetzen der Zahlenwerte für σ_1 und σ_2 aus dem angegebenen Diagramm liefert schließlich (hier beispielhaft für die Zahlenwerte bei $pO_2 = 0,21 \text{ bar}$)

$$W = k \frac{\ln \sigma_1 - \ln \sigma_2}{\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}} = 8.617 \cdot 10^{-5} \frac{eV}{K} \cdot \frac{\ln 5 \cdot 10^{-3} - \ln 10^{-2}}{\frac{1}{1073,15K} - \frac{1}{1273,15K}} = 0,408 eV$$

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

Lösungsweg für σ_0 :

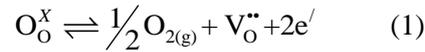
Durch Umformen von $\sigma_1 = \sigma_0 \cdot e^{\frac{W}{kT_1}} \cdot \left(\frac{pO_2}{bar}\right)^{\frac{1}{4}}$ und einem passenden Leitfähigkeitswert z.B. bei $T_1=800^\circ C$ und $pO_2 = 0,21$ bar kann σ_0 berechnet werden:

$$\sigma_0 = \sigma_1 \cdot e^{-\frac{W}{kT_1}} \cdot \left(\frac{pO_2}{bar}\right)^{-\frac{1}{4}} = 1 \cdot 10^{-2} \frac{S}{cm} \cdot e^{-\left(\frac{0,408eV}{8,617 \cdot 10^{-5} \frac{eV}{K} \cdot 1073,15K}\right)} \cdot (0,21)^{-\frac{1}{4}} = 1,79 \cdot 10^{-4} \frac{S}{cm}$$

$\sigma_0 = 1,79 \cdot 10^{-4} \frac{S}{cm}$ $W = 0,408 eV$ $m = \frac{1}{4}$	Punkte A1.c
---	-------------

d) Die Ladungsträgerkonzentration p von akzeptordotierten Mischleitern lässt sich für hohe Temperaturen mittels $p = p_0 \cdot e^{\frac{W}{kT}} \cdot \left(\frac{pO_2}{\text{bar}} \right)^m$ beschreiben, wobei die Aktivierungsenergie W ein Maß für die Temperaturabhängigkeit des Materials ist, die sich aus der Reduktionsenthalpie der Leerstellenbildung ΔG_0 und dem Bandabstand E_g zusammensetzt.

Leiten Sie nachvollziehbar mithilfe der beiden gegebenen Reaktionsgleichungen



die Aktivierungsenergie W als Funktion von der Reduktionsenthalpie ΔG_0 und des Bandabstandes E_g her.

Hilfestellung:

Geben Sie zunächst die zugehörigen Massenwirkungsgesetze (MWG) an. Formen Sie die MWGs so um, dass Sie für (1) einen einfachen Ausdruck der Form $n = f(\Delta G, T)$ und entsprechend für (2) $n \cdot p = f(E_g, T)$ erhalten, mit ΔG_0 als freie Reduktionsenthalpie, E_g als Bandabstand und der absoluten Temperatur T .

Hinweise:

- Verwenden Sie die Beziehungen $[O_{2(g)}] = pO_2$ und als ENB $[V_O^{\bullet\bullet}] = [A'']$.
- $[A'']$ sei eine konstante Konzentration an Akzeptoren im Mischleiter.
- $[O_O^x]$ sei ebenso konstant.

(3 Punkte)

Lösung:

$$\text{MWG (1)} \quad \Rightarrow \quad \frac{[O_{2(g)}]^{\frac{1}{2}} \cdot [V_O^{\bullet\bullet}] \cdot n^2}{[O_O^x]} = K_0 \cdot e^{-\frac{\Delta G_0}{k \cdot T}}$$

$$\text{mit } [O_{2(g)}] = pO_2 \text{ und } [V_O^{\bullet\bullet}] = [A''] \text{ folgt}$$

$$n = \sqrt{\frac{K_0 \cdot [O_O^x]}{[A'']}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \frac{\Delta G_0}{k \cdot T}} \cdot pO_2^{-\frac{1}{4}}, \text{ mit } \sqrt{\frac{K_0 \cdot [O_O^x]}{[A'']}} = K_0' \text{ folgt:}$$

$$n = K_0' \cdot e^{-\frac{1}{2} \frac{\Delta G_0}{k \cdot T}} \cdot pO_2^{-\frac{1}{4}}$$

$$\text{MWG (2)} \quad \Rightarrow \quad n \cdot p = K_2 \cdot e^{-\frac{E_g}{k \cdot T}}$$

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

MWG (2) in MWG(1):

$$p = \frac{K_2}{K_0'} \cdot e^{-\frac{E_g}{k \cdot T}} \cdot e^{+\frac{\Delta G_0}{2 \cdot k \cdot T}} \cdot pO_2^{\frac{1}{4}}$$

$$p = \frac{K_2}{K_0'} \cdot e^{\frac{\left(\frac{\Delta G_0}{2} - E_g\right)}{k \cdot T}} \cdot pO_2^{\frac{1}{4}}$$

$$W = \frac{\Delta G_0}{2} - E_g$$

$n = K_0' \cdot e^{-\frac{1}{2} \frac{\Delta G_0}{k \cdot T}} \cdot pO_2^{-\frac{1}{4}}$ $n \cdot p = K_2 \cdot e^{-\frac{E_g}{k \cdot T}}$ $W = \frac{\Delta G_0}{2} - E_g$	Punkte A1.d
--	-------------

Rechenaufgabe A2: Nichtlineare Widerstände

In Bild 1 ist die statische Strom-Spannungs-Kennlinie eines Heißleiters (NTC; Geometrie siehe Bild 2) in doppeltlogarithmischer Darstellung aufgetragen.

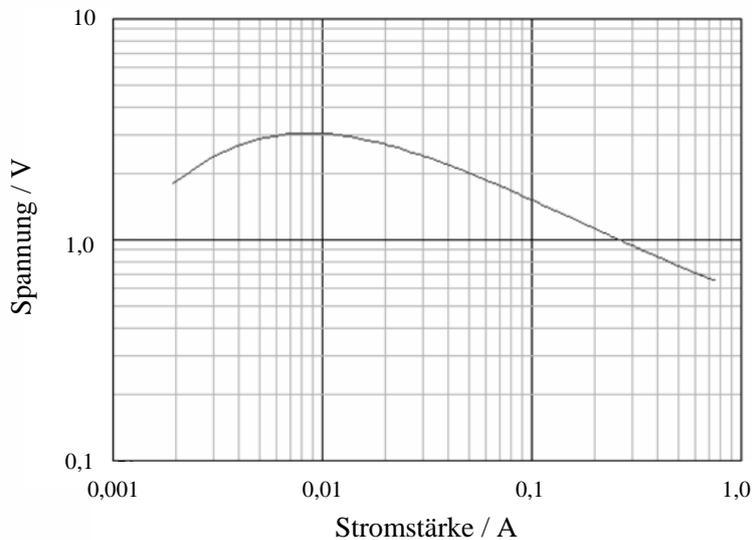


Bild 1

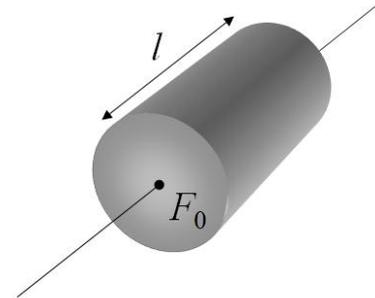


Bild 2

Der NTC wird in ruhender Luft bei der Umgebungstemperatur T_U betrieben. Die durch Konvektion abgeführte Leistung beträgt $P_K = \alpha_K \cdot F \cdot (T - T_U)$. Die Größe F ist die gesamte Oberfläche des Heißleiters.

Hinweis: Die durch Wärmestrahlung abgeführte Leistung soll vernachlässigt werden.

Zahlenwerte:

Querschnittsfläche des NTC	$F_0 = 1 \text{ mm}^2$
Länge des NTC bei Umgebungstemperatur	$l = 5 \text{ mm}$
Umgebungstemperatur	$T_U = 23^\circ\text{C}$
Wärmeübergangszahl an Luft	$\alpha_K = 4 \text{ mW} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$

a) Geben Sie eine kurze physikalische Begründung dafür, dass in Bild 1 die Spannung für höhere Werte der Stromstärke abnimmt.

(1 Punkt)

<p>Lösung:</p> <p><i>größerer Strom \rightarrow höhere el. Leistung \rightarrow entstehende Wärme kann bei gegebenem Temperaturniveau nicht abtransportiert werden \rightarrow <u>Eigenerwärmung des NTC</u> \rightarrow Gleichgewicht verschiebt sich zu höheren Temperaturen \rightarrow Widerstand sinkt \rightarrow Spannung sinkt</i></p>	Punkte A2.a
--	-------------

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

b) Bestimmen Sie die Koeffizienten A und B zur Beschreibung der Temperaturabhängigkeit des elektrischen Widerstands gemäß der Beziehung $R(T) = A \cdot \exp(B/T)$. Thermische Ausdehnung des Werkstoffes sei vernachlässigt.

Hinweise:

- Wählen Sie hierzu Werte aus Bild 1 aus.
- Vernachlässigen Sie die thermische Ausdehnung des Werkstoffes.

(4 Punkte)

Lösung:

Bestimmung des Widerstands durch Ablesen von zwei Wertepaaren aus Bild 1, z.B.:

$$R_1 = \frac{U_1}{I_1} = \frac{2 \text{ V}}{0,05 \text{ A}} = 40 \text{ } \Omega, \quad R_2 = \frac{U_2}{I_2} = \frac{0,7 \text{ V}}{0,6 \text{ A}} = 1,167 \text{ } \Omega$$

Mit Hilfe der abgeführten Leistung $P_K = U \cdot I = \alpha_K \cdot F \cdot (T - T_U)$ und der Gesamt-NTC-Oberfläche $F = 2 \cdot F_0 + \sqrt{4 \cdot \pi \cdot F_0} \cdot l = 0,197 \text{ cm}^2$ können die zu den abgelesenen Wertepaaren gehörigen absoluten Temperaturen berechnet werden:

$$T_1 = \frac{U_1 \cdot I_1}{\alpha_K \cdot F} + T_U = \frac{2 \text{ V} \cdot 0,05 \text{ A}}{4 \cdot 10^{-3} \text{ W} \cdot \text{cm}^{-2} \text{K}^{-1} \cdot 0,197 \text{ cm}^2} + (23 + 273,15) \text{ K} = 423,05 \text{ K}$$

$$T_2 = \frac{U_2 \cdot I_2}{\alpha_K \cdot F} + T_U = \frac{0,7 \text{ V} \cdot 0,6 \text{ A}}{4 \cdot 10^{-3} \text{ W} \cdot \text{cm}^{-2} \text{K}^{-1} \cdot 0,197 \text{ cm}^2} + (23 + 273,15) \text{ K} = 829,14 \text{ K}$$

Aus $R = A \cdot e^{\frac{B}{T}}$ können nun mit Hilfe von R_1, R_2, T_1 und T_2 die Koeffizienten A und B berechnet werden:

$$R_1 = A \cdot e^{\frac{B}{T_1}}; \quad R_2 = A \cdot e^{\frac{B}{T_2}}$$

$$\Rightarrow B = \ln\left(\frac{R_1}{R_2}\right) \Big/ \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right) = \ln\left(\frac{40 \text{ } \Omega}{1,167 \text{ } \Omega}\right) \Big/ \left(\frac{1}{423,05 \text{ K}} - \frac{1}{829,14 \text{ K}}\right) = 3053 \text{ K}$$

$$\Rightarrow A = \frac{R_1}{e^{\frac{B}{T_1}}} = \frac{40 \text{ } \Omega}{e^{\frac{3053 \text{ K}}{423,05 \text{ K}}}} = 0,029 \text{ } \Omega$$

$A = 0,029 \text{ } \Omega$ $B = 3053 \text{ K}$	Punkte A2.b
---	-------------

Hinweis: Wenn Sie diese Teilaufgabe nicht gelöst haben, rechnen Sie mit $A = 30 \text{ m}\Omega$ und $B = 3000 \text{ K}$ weiter.

c) In Bild 1 ist die thermische Ausdehnung des Werkstoffs nicht berücksichtigt. Der NTC erhitzt sich auf $T_1 = 400^\circ\text{C}$. Unter Berücksichtigung der thermischen Ausdehnung ergibt sich nun ein realer Widerstandswert, der um $17\text{m}\Omega$ höher ist, als der durch die Formel aus b) prädierte Wert. Wie groß ist der thermische Längenausdehnungskoeffizient α_L des Materials?

Hinweis: Betrachten Sie dabei die Querschnittsfläche F_0 als temperaturunabhängige Größe.

(3 Punkte)

Lösung:

$$\Delta R_{400} = R_{(400, \text{korrigiert})} - R_{(400, \text{unkorrigiert})} = \rho \cdot \frac{1}{F_0} \underbrace{(l_{400, \text{korrigiert}} - l_{400, \text{unkorrigiert}})}_{\Delta l_{400}}$$

$$\rightarrow \frac{\Delta l_{400}}{l_{400, \text{unkorrigiert}}} = \frac{\frac{\Delta R_{400} \cdot F_0}{\rho}}{\frac{R_{400, \text{unkorrigiert}} \cdot F_0}{\rho}} = \frac{\Delta R_{400}}{R_{400, \text{unkorrigiert}}} = \alpha_L (400 - T_u)$$

$$\rightarrow \alpha_L = \frac{\Delta R_{400}}{R_{400, \text{unkorrigiert}}} \cdot \frac{1}{(400 - T_u)}$$

$\alpha_L = 1,7 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$	Punkte A2.c
---	-------------

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

d) Befindet sich der NTC aus Aufgabenteil b) nun nicht in ruhender Luft, sondern in einem bewegten Luftstrom der Geschwindigkeit v bei Umgebungstemperatur T_U , so gilt für die strömungsgeschwindigkeitsabhängige Wärmeübergangszahl $\alpha_{K,v}$ die Beziehung

$$(1) \quad \alpha_{K,v}(v) = \alpha_K + k_v \cdot \sqrt{v}, \text{ wobei } k_v \text{ eine Konstante ist.}$$

In einem bewegten Luftstrom mit $v = 4 \text{ m/s}$ erreicht der NTC im thermischen Gleichgewicht eine stationäre Endtemperatur $T_2 = 250^\circ\text{C}$. Dabei fällt nun eine Spannung $U = 2,5 \text{ V}$ über dem Bauteil ab. Berechnen Sie den Wert für die Konstante k_v in Gleichung (1).

Hinweis: Die thermische Ausdehnung des Werkstoffes sei wieder vernachlässigt.

(2 Punkte)

Lösung:

thermisches Gleichgewicht:

$$P_{\text{el}} = P_{\text{k}}$$

$$U \cdot I = \alpha_{K,v}(v) \cdot F \cdot (T_2 - T_U)$$

$$\Rightarrow \frac{U^2}{R} = \alpha_{K,v}(v) \cdot F \cdot (T_2 - T_U)$$

$$\Rightarrow \frac{U^2}{\frac{B}{A \cdot e^{\frac{1}{T}}}} = (\alpha_K + k_v \cdot \sqrt{v}) \cdot F \cdot (T_2 - T_U)$$

$$\Rightarrow k_v = \frac{1}{\sqrt{v}} \cdot \left[\frac{U^2}{A \cdot e^{\frac{1}{T}} \cdot F \cdot (T_2 - T_U)} - \alpha_K \right]$$

$$\Rightarrow = \frac{1}{\sqrt{4 \frac{\text{m}}{\text{s}}}} \cdot \left[\frac{(2,5 \text{ V})^2}{0,029 \Omega \cdot e^{\frac{3053 \text{ K}}{523,15 \text{ K}}} \cdot 1,97 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \cdot (523,15 \text{ K} - 296,15 \text{ K})} - 40 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}} \right]$$

$$\approx 50,4 \frac{\text{W} \cdot \text{s}^{1/2}}{\text{m}^{5/2} \cdot \text{K}}$$

$k_v = 50,4 \frac{\text{W} \cdot \text{s}^{1/2}}{\text{m}^{5/2} \cdot \text{K}}$	Punkte A2.d
--	-------------

Rechenaufgabe A3: Magnete

Bild 1, links zeigt die Magnetisierungskurve $M(H)$ eines ferromagnetischen Werkstoffs bei $T_1 = 300\text{K}$, die durch eine rechteckige Hysteresekurve mit einer Sättigungsmagnetisierung von $M_S = 14 \cdot 10^5 \text{ A/m}$ angenähert wurde.

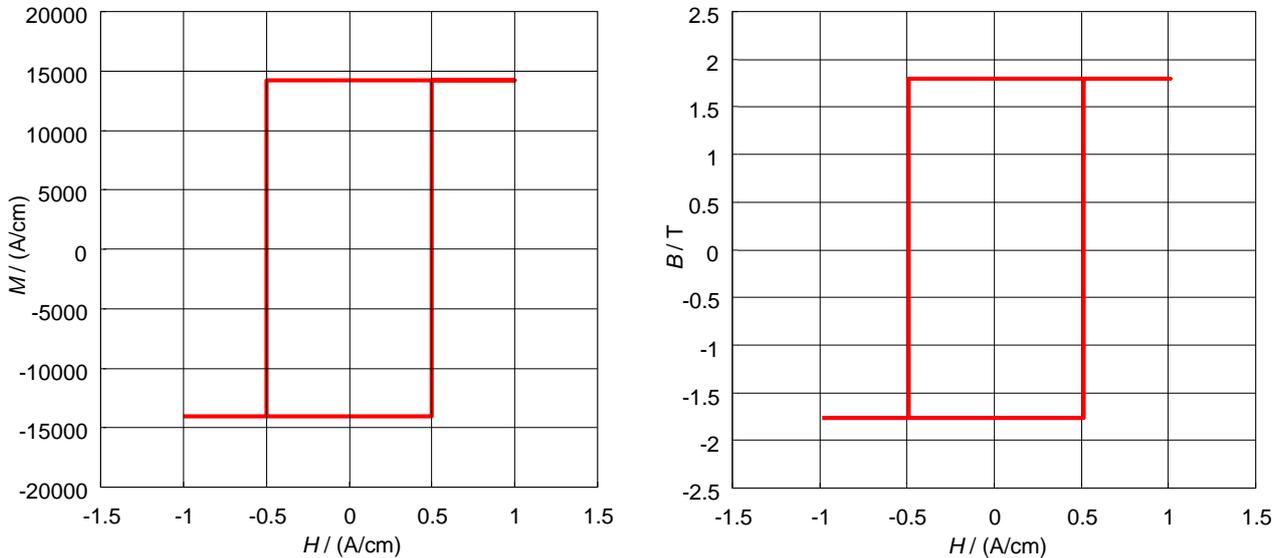


Bild 1

a) Tragen Sie in das rechte Diagramm (Bild 1, rechts) die magnetische Induktion B in Abhängigkeit der magnetischen Feldstärke H ein. Geben Sie die Koerzitivfeldstärke H_C an und berechnen Sie die Remanenzinduktion B_R .

(3 Punkte)

Lösung:

Es gilt $B = \mu_0(H + M)$, daraus kann die gesuchte Kurve berechnet und skizziert werden.

Man beachte, dass links die Magnetisierung M und nicht die magnetische Polarisation J aufgetragen ist!

$$B_r = \mu_0(M_S) = 1.76 \text{ T}$$

$H_C = 0.5 \frac{\text{A}}{\text{cm}}$ $B_R = 1.76 \text{ T}$	Punkte A3.a
---	-------------

Hinweis: Wenn Sie diese Teilaufgabe nicht gelöst haben, verwenden Sie $H_C = 0,37 \text{ A/cm}$ und $B_R = 1,5 \text{ T}$

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

b) Bild 2, links zeigt die Abhängigkeit der Sättigungsmagnetisierung M_S von der Temperatur T .

Um welchen Werkstoff handelte es sich im Aufgabenteil a)?

Tragen Sie den Verlauf der magnetischen Induktion B von der magnetischen Feldstärke H bei einer Temperatur $T_2 = 450^\circ\text{C}$ in das rechte Diagramm in Bild 2 ein.

Geben Sie die Remanenzinduktion B_R für diese Temperatur T_2 an.

(3 Punkte)

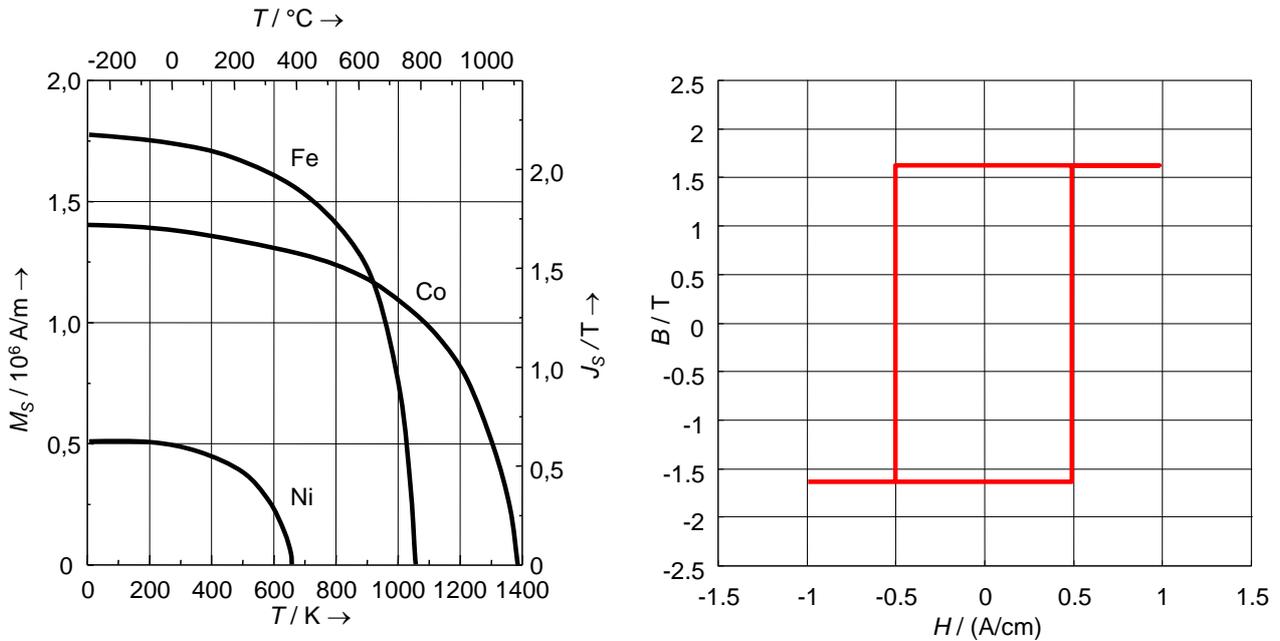


Bild 2, links: Temperaturabhängigkeit der Sättigungsmagnetisierung, rechts: Feldstärkenabhängigkeit der magnetischen Induktion

Lösung:

Es handelt sich um Kobalt (Co).

Bei einer Temperatur von 450°C sinkt die Sättigungsmagnetisierung M_S auf ca. $1.25 \cdot 10^6 \text{ A/m}$ ab. Damit sinkt auch die Koerzitivfeldstärke und die remanente Induktion.

Werkstoff: Co (Kobalt)	Punkte A3.b
$B_R = 1.57 \text{ T}$	

c) Der in Teilaufgabe a) beschriebene magnetische Werkstoff wird für einen Ringkerntrafo benutzt (Bild 3). Der Ring hat einen Durchmesser von $2R_R = 5\text{cm}$ und der Kerndurchmesser beträgt $2r_D = 1\text{cm}$. Streufelder können vernachlässigt werden und es wird angenommen, dass der magnetische Fluss ψ homogen ist und vollständig im Spulenquerschnitt A fließt (das Volumen des Rings kann als $V \approx 2\pi \cdot R_R \cdot \pi \cdot r_D^2$ angenommen werden).

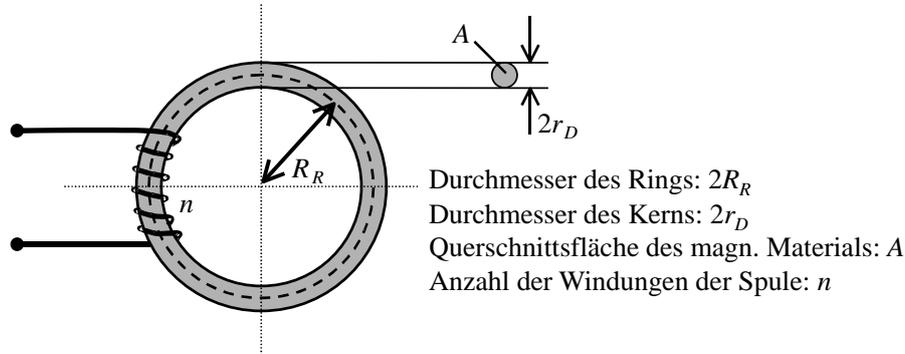


Bild 3: Ringkerntrafo

Der Spule mit $n = 100$ Windungen wird ein Wechselstrom $i(t) = i_0 \cos(2\pi \cdot f \cdot t)$ ($i_0 = 0,1\text{A}$, $f = 50\text{Hz}$) aufgeprägt. Wie groß ist die Hystereseverlustleistung $P_H = V \cdot f \cdot \oint HdB$ in der Spule? Prüfen Sie dazu zunächst, welche Teile der Hysteresekurve durchlaufen werden.

(3 Punkte)

Lösung:

für das Volumen des Kerns ergibt sich: $V \approx 2\pi \cdot R_R \cdot \pi \cdot r_D^2 = 12,3\text{cm}^3$

für das Magnetfeld gilt: $2\pi R_R H = n \cdot i_0 \cdot \cos(2\pi f \cdot t)$,

d.h. das Maximum von H ist $H_{max} = \frac{n \cdot i_0}{2\pi \cdot R_R} = 0,637 \frac{\text{A}}{\text{cm}} > H_C$

daher: $P_H = Vf \oint HdB = Vf \int \mu_0 H dM = V \cdot f \cdot 4 \cdot \mu_0 \cdot H_c \cdot M_s = 0,217\text{W}$

$P_H = 0,217\text{ W}$	Punkte A3.c
------------------------	-------------

d) Im Folgenden wird der Spulenkern aus Aufgabenteil c) unter ansonsten identischen Bedingungen bei einer um 25°C höheren Temperatur betrieben. Wie verändert sich die Hystereseverlustleistung qualitativ? Begründen Sie Ihre Antwort.

(1 Punkt)

Lösung: Sie wird kleiner weil die Sättigungsmagnetisierung kleiner wird.	Punkte A3.d
---	-------------

