

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

Schriftliche Kernfachprüfung 25. Februar 2011

Passive Bauelemente

Der Beginn der Prüfung wird von der Prüfungsaufsicht bekannt gegeben. Wenn Sie vor dem offiziellen Beginn diese Seite umschlagen und die Aufgaben einsehen, wird dies als Täuschungsversuch gewertet. Füllen Sie folgenden Kasten vollständig aus.

Nachname Musterlösung	Vorname extern	Matrikelnummer
	Zutreffendes bitte ankreuzen <input type="checkbox"/> Erstprüfung <input type="checkbox"/> Wiederholungsprüfung	EDV-Nummer
Wiederholer/innen bitte ausfüllen		
Straße/Nummer	Postleitzahl/Ort	
Telefon	E-Mail	

Zur Prüfung zugelassene / mitzubringende Hilfsmittel

- Es sind keine Hilfsmittel außer den angegebenen erlaubt.
- Formelsammlung für PB SS 2010 (ohne handschriftliche Notizen)
- Zwei handschriftlich (einseitig) beschriebene DIN-A4-Seiten
- Taschenrechner und Schreibzeug (Lineal, Stifte etc., keine Bleistifte verwenden)

Hinweise zum Ablauf der Prüfung

- Halten Sie Ihren Studierendenausweis und Ihre Immatrikulationsbescheinigung bereit.
- Nach Prüfungsbeginn kontrollieren Sie bitte zuerst, ob das vorliegende Prüfungsheft vollständig ist.
- Die Prüfungsdauer beträgt 3 Zeitstunden.
- Jegliche Kommunikation ist während der Prüfung untersagt.
- Während der Prüfung werden Fragen zu Aufgaben oder Stoffgebiet nicht beantwortet.
- Beachten Sie Tafelanschriften und Folien, die zu Beginn oder während der Prüfung gezeigt werden.

Hinweise zum Bearbeiten der Aufgaben

- Die Prüfung besteht aus 30 Antwort-Wahl-Fragen (Teil 1) und 3 Rechenaufgaben (Teil 2). In den beiden Teilen sind jeweils 30 Punkte erreichbar.
- Falls Ihnen die deutsche Sprache Schwierigkeiten bereitet, können Sie Begründungstexte alternativ in englischer Sprache formulieren.
- Wenn Sie den Unterpunkt einer Rechenaufgabe nicht gelöst haben, rechnen Sie mit den angegebenen Größen / Zahlenwerten weiter.
- Lösungen auf eigenen Blättern, unzureichend gekennzeichnete Lösungen und Lösungen auf Blättern ohne Angabe von Name, Matrikelnummer oder Aufgabennummer werden nicht gewertet.
- Für die Lösung ist der dafür vorgesehene Bereich unterhalb der jeweiligen Aufgabenstellung zu verwenden. Falls der vorhandene Platz nicht ausreichen sollte, verwenden Sie das hinten beigefügte Zusatzblatt. Bei Bedarf werden von der Prüfungsaufsicht weitere Blätter ausgegeben. Für jede Aufgabe muss eine separate Zusatzseite verwendet werden. Sind auf einer Seite Teile mehrerer Aufgaben gelöst worden, wird entsprechend der Aufgabennummer in der Kopfzeile gewertet.
- Die Ergebnisse und Begründungen sind in die dafür vorgesehenen Bereiche, Felder oder Diagramme zu schreiben bzw. anzukreuzen. Beschriften Sie keinesfalls die grau hinterlegten Korrekturfelder.

Viel Erfolg!

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

Teil 1: Antwort-Wahl-Fragen (30 Punkte)

Bei den folgenden Antwort-Wahl-Fragen können jeweils eine oder mehrere Antworten richtig sein. Es wird je Frage 1 Punkt vergeben, wenn genau alle richtigen Antworten und keine falschen Antworten angekreuzt sind. Teilpunkte werden nicht vergeben.

1. Schottkydefekte treten
 - bei höheren Temperaturen in höherer Konzentration auf.**
 - ausschließlich in Ionenkristallen auf.
 - ausschließlich in rein kovalent gebundenen Kristallen auf.
 - sowohl in Einkristallen als auch in polykristallinen Werkstoffen auf.**

2. Der Anstieg der Frenkel-Defekt-Konzentration
 - hat eine Volumenvergrößerung des Kristalls zur Folge.
 - ändert die Dichte des Materials nicht.**
 - ist direkt proportional zur absoluten Temperatur.

3. In Ionenkristallen
 - treten positiv geladene Kationen und negativ geladene Anionen auf.**
 - tritt keine Leitfähigkeit auf (Isolatoren), da alle Ladungsträger an die Ionen gebunden sind.
 - sind Punktdefekte in der Regel elektrisch geladen (relativ zum ungestörten Idealgitter).**
 - können nur Elemente der 1. und 17. Gruppe als Bausteine vorkommen.

4. Der Wärmetransport zwischen zwei Festkörperproben
 - findet bei sehr hohen Temperaturen überwiegend durch Wärmestrahlung statt.**
 - erfolgt im Vakuum über Phononen.
 - funktioniert in einem gemeinsamen Medium auch über Konvektion.**
 - lässt sich auch durch einen Entropiestrom vom kälteren zum wärmeren Körper beschreiben.

5. Die quantentheoretisch erlaubten Zustände in einem Atom
 - werden mit jeweils 2 Elektronen mit unterschiedlichem Eigendrehimpuls besetzt.**
 - werden in der Reihenfolge ihrer Hauptquantenzahl $n = 1, 2, 3 \dots$ besetzt.
 - werden nach dem Pauli-Prinzip besetzt.**
 - werden in der Reihenfolge ihrer Energieniveaus besetzt.**

6. Die Wärmeleitung in Festkörpern erfolgt
 - in Ionenkristallen überwiegend durch Phononen.**
 - in Metallen überwiegend durch Phononen.
 - in kovalent gebundenen Festkörpern überwiegend durch Elektronen.
 - in Metallen überwiegend durch Elektronen.**

7. Bei der Diffusion von Fremdatomen aus der Gasphase in einen Festkörper
 - sorgt das Konzentrationsgefälle zwischen Oberfläche und Probeninnerem für einen Teilchenstrom, der durch das 1. Ficksche Gesetz beschrieben wird.**
 - ist die Eindringtiefe temperaturunabhängig.
 - ist die Eindringtiefe eine Funktion der Zeit.**
 - wird nach unendlicher Zeitdauer eine Gleichverteilung in der gesamten Probe erreicht.**

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

8. Amorphe Festkörper
- haben keine Vorzugsrichtung (isotropes Verhalten).**
 - haben eine Vorzugsrichtung (anisotropes Verhalten).
 - haben keinen streng periodischen Aufbau.**
9. Bei einer chemischen Reaktion
- ist ein Gleichgewicht erreicht, wenn sich die chemischen Potentiale der Reaktionspartner nicht mehr ändern.**
 - gibt das Massenwirkungsgesetz an, in welchem Verhältnis die Gleichgewichts-Konzentrationen der beteiligten Reaktionspartner zueinander stehen.**
 - gibt das Massenwirkungsgesetz an, wie groß die Gesamtmassen der beteiligten Stoffe im Gleichgewicht sind.
10. Die elektrische Leitfähigkeit in Festkörpern erfolgt
- in Metallen durch Phononen.
 - bei kovalenter Bindung durch Ionen.
 - in Halbleitern durch Elektronen und Defektelektronen.**
 - in Ionenkristallen durch Elektronen und/oder Ionen.**
11. Welche Aussagen zur Polarisierung sind richtig?
- Die Ionenpolarisation kann durch eine Serienresonanz modelliert werden.**
 - Die Orientierungspolarisation kann bis in den THz-Bereich genutzt werden.
 - Die elektronische Polarisierung bei Gasen nimmt mit dem Atomradius zu.**
12. Ein Niob bzw. Tantal Elektrolytkondensator
- darf nur unipolar betrieben werden.**
 - nutzt überwiegend das große ϵ_r dieser Metalloxide ($\epsilon_r > 200$) zur Realisierung großer Kapazitäten.
 - nutzt die sehr dünnen Oxidschichten und die große Oberfläche zur Realisierung großer Kapazitäten.**
13. Der Verlustfaktor $\tan(\delta)$ eines realen Kondensators ist
- ein Maß für die Abweichung des Kondensators vom rein kapazitiven Verhalten.**
 - unabhängig von der Güte des Kondensators.
 - frequenzabhängig.**
14. Ein Einschichtkondensator mit ferroelektrischem Dielektrikum wird bei einer Temperatur $T < T_C$ aufgeladen und von der Spannungsquelle getrennt. Beim Erwärmen des Kondensators auf $T \gg T_C$
- steigt die Spannung an.**
 - bleibt die Spannung gleich.
 - sinkt die Spannung ab.
15. Metallische Leiter
- besitzen nur bei $T = 0$ K ein voll besetztes Leitungsband.
 - können eine Fermi-Energie W_F besitzen, die gleichzeitig sowohl im Leitungs- als auch im Valenzband liegt.**
 - weisen eine konstante, temperaturunabhängige Ladungsträgerkonzentration auf.**
 - besitzen bei $T = 0$ K einen spezifischen Widerstand, der von den im Werkstoff vorhandenen Defekten, Verunreinigungen und Fremdatomen bestimmt wird.**

16. Welche Aussagen zu nichtlinearen Widerständen und den verwendeten Materialien sind richtig?
- Heißleiter haben einen negativen Temperaturkoeffizienten des el. Widerstands.**
 - Heißleiter basieren auf Korngrenzphänomenen.
 - Kaltleiter haben einen negativen Temperaturkoeffizienten des el. Widerstands.
17. Heißleiter (NTC) können eingesetzt werden:
- zur Temperaturmessung.**
 - zur Spannungsstabilisierung.**
 - zur Einschaltverzögerung.**
18. Bariumtitanat (BTO) und PTC-Effekt
- Bariumleerstellen wirken an den Korngrenzen als intrinsische Akzeptoren.**
 - Sauerstoffleerstellen wirken in BTO als Akzeptoren.
 - Die Grundleitfähigkeit in BTO basiert auf einer Donatordotierung.**
19. Varistoren
- werden zur Spannungsbegrenzung (Überspannungsschutz) eingesetzt.**
 - bestehen aus polykristallinen Werkstoffen, bei denen sich die elektrische Leitfähigkeit im Inneren der Körner in Abhängigkeit von der Feldstärke verändert.
 - zeigen eine Abhängigkeit der Ansprechspannung von der Anzahl der zwischen den Elektroden in Serie geschalteten Körner.**
 - bestehen immer aus polykristallinen Werkstoffen.**
20. Kaltleiter (PTCs)
- besitzen einen konstanten Temperaturkoeffizienten
 - bestehen aus halbleitenden, polykristallinen Ferroelektrika, die an den Korngrenzen temperaturabhängige Potentialbarrieren aufweisen.**
 - werden als selbstregelnde Heizelemente eingesetzt.**
21. Ein NTC-Widerstand ohne Wärmeableitung wird an eine Spannungsquelle angeschlossen. Wie verhält sich der Strom mit der Zeit?
- Der Strom fällt exponentiell ab.
 - Der Strom steigt bis zur Zerstörung des Bauteils an.**
 - Der Strom bleibt konstant.
22. Welche Aussage zu Supraleitern ist richtig?
- „HTSC“ lassen sich mit flüssigem Stickstoff ($T = 77 \text{ K}$) betreiben.
 - Cooper-Paare existieren nur unterhalb der Sprungtemperatur T_C .**
 - Beim Supraleiter 2. Art dringt der magn. Fluss in Form von Flussschläuchen in das Material ein.**
23. Piezoelektrische Werkstoffe
- Die piezoelektrische Polarisation tritt nur bei Kristallen auf, die ein Symmetriezentrum besitzen.
 - Der Piezoeffekt wird nicht in Metallen beobachtet.**
 - werden bei Temperaturen $T > T_C$ als elektromechanische Wandler eingesetzt.
24. Dotiert man Silizium (Si) mit Arsen (As), dann
- ist die Fermi-Energie des dotierten Si höher als im undotierten Si.**
 - ändert sich die Fermi-Energie des dotierten Si nicht gegenüber undotiertem Si.
 - ist die Fermi-Energie des dotierten Si niedriger als im undotierten Si.

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

25. Ferromagnetische Werkstoffe
- bestehen aus Atomen, die ein permanentes magnetisches Dipolmoment besitzen.**
 - bestehen immer aus eisenhaltigen, metallischen Legierungen.
 - besitzen einen linearen Zusammenhang zwischen Induktion B und magnetischer Feldstärke H .
26. Welche Aussagen zu den Polarisationsmechanismen sind richtig?
- Die Rückstellkräfte der ionischen Polarisation basieren auf elektrostatischen Bindungskräften.**
 - Die Rückstellkräfte der Orientierungspolarisation basieren auf der Temperatur des Stoffes.**
 - HDK-Keramik-Kondensatoren nutzen ausschließlich die Elektronenpolarisation.
27. Mit steigender Feldstärke E steigt in einem Leiterwerkstoff die Stromdichte j , weil
- die Stoßzeit der Elektronen sinkt.
 - die Ladungsträgerbeweglichkeit abnimmt.
 - die Ladungsträgerkonzentration durch Stoßprozesse zunimmt.
 - die Driftgeschwindigkeit der Elektronen steigt.**
 - die effektive Masse der Elektronen abnimmt.
28. Der Zusammenhang zwischen Ladungsträgerkonzentration n und Temperatur T :
 $n \sim \exp\left(\frac{-W_G}{2kT}\right)$ gilt
- bei allen technischen Halbleitern.
 - bei divalenten Metallen.
 - bei vielen Isolatoren.**
29. Die elektrische Leitfähigkeit σ
- von Metallen steigt mit zunehmender Temperatur.
 - von Supraleitern sinkt kontinuierlich mit abnehmender Temperatur.
 - von Isolatoren steigt bei sehr hohen Temperaturen.**
 - von Metalloxiden sinkt mit zunehmender Temperatur.
 - von Halbleitern steigt im intrinsischen Bereich mit zunehmender Temperatur.**
30. Welche der Aussagen über ferromagnetische und ferroelektrische Werkstoffe sind richtig?
- Ferroelektrische und ferromagnetische Werkstoffe zeigen unterhalb der Curie-Temperatur eine ausgeprägte Hysterese.**
 - Ferroelektrische und ferromagnetische Bauelemente bestehen aus oxidkeramischen Werkstoffen. Sie werden durch einen Sinterprozess hergestellt.
 - Beim Überschreiten der Curie-Temperatur verschwinden in einem ferroelektrischen Material die permanenten Dipole, während in einem ferromagnetischen Material nur die Ordnung der Dipole gestört wird.**

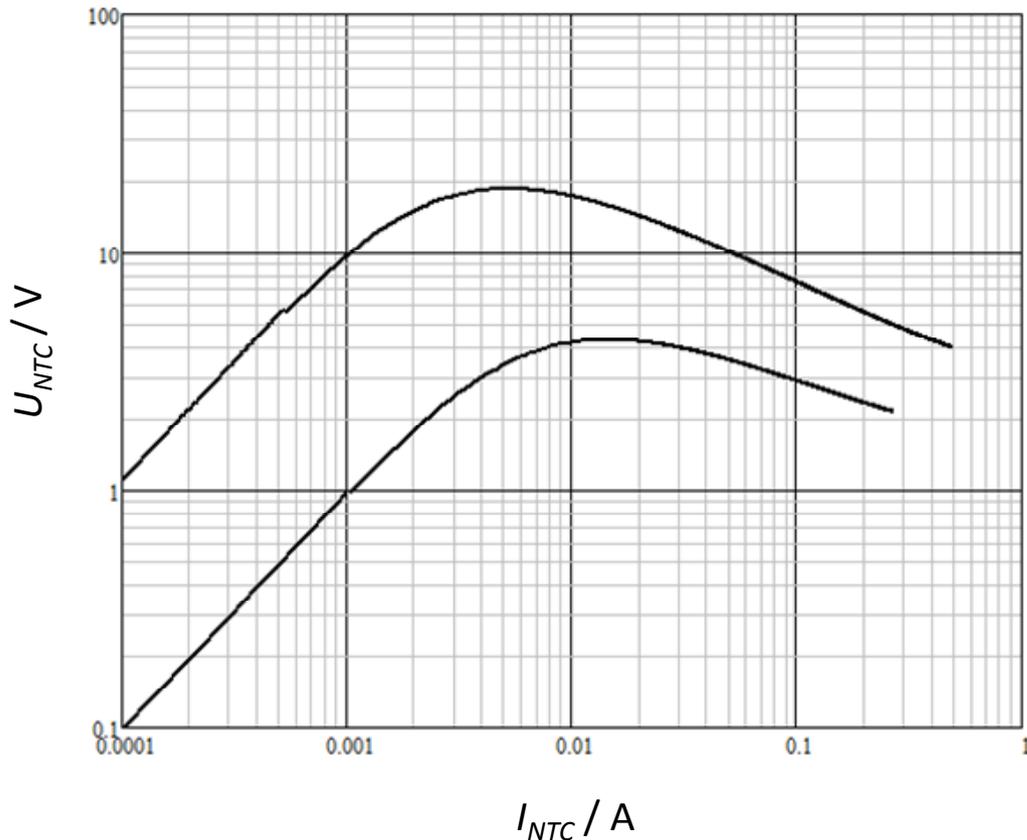
Punkte AWF

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

Teil 2: Rechenaufgaben (30 Punkte)

Rechenaufgabe A1: NTC

a) Im folgenden Diagramm sind die statischen Strom-Spannungs-Kennlinien eines keramischen Heißeleiters in doppeltlogarithmischer Darstellung aufgetragen. Das Bauteil wird zunächst in ruhender Luft ($T_L = 330 \text{ K}$) betrieben, danach wird es in ein kaltes Wasserbad ($T_W = 250 \text{ K}$) getaucht und erneut eine Kennlinie aufgenommen. Bestimmen Sie die Koeffizienten A und B zur Beschreibung der Heißeleiter-Temperaturabhängigkeit gemäß der Beziehung $R(T) = A \exp(B/T)$. (2 Punkte)



Lösung:

AbleSEN der Werte aus dem Diagramm:

$$R_L = U/I = 1\text{V}/1\text{mA} = 1 \text{ k}\Omega \quad T_1 = 330 \text{ K}$$

$$R_W = U/I = 10\text{V}/1\text{mA} = 10 \text{ k}\Omega \quad T_2 = 250 \text{ K}$$

$$R(T) = A e^{\frac{B}{T}} \quad B = \frac{\ln(R_L) - \ln(R_W)}{\left(\frac{1}{T_L} - \frac{1}{T_W}\right)} = 2375 \text{ K}$$

$$A = \frac{R_L}{e^{\frac{B}{T_L}}} = \frac{1 \text{ k}\Omega}{e^{\frac{2375 \text{ K}}{330 \text{ K}}}} = 0,75 \Omega$$

$A = 0,75 \Omega$ $B = 2375 \text{ K}$	Punkte A1.a
---	-------------

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

b) Welchen maximalen Heißeiterstrom I_{max} kann man zulassen, damit der Heißeiter noch als Temperatursensor eingesetzt werden kann? Bitte begründen Sie kurz! Ermitteln Sie zudem den technischen Temperaturkoeffizienten α_R des Heißeiters aus den gegebenen Diagrammwerten (bezogen auf T_L). (2 Punkte)

Lösung:

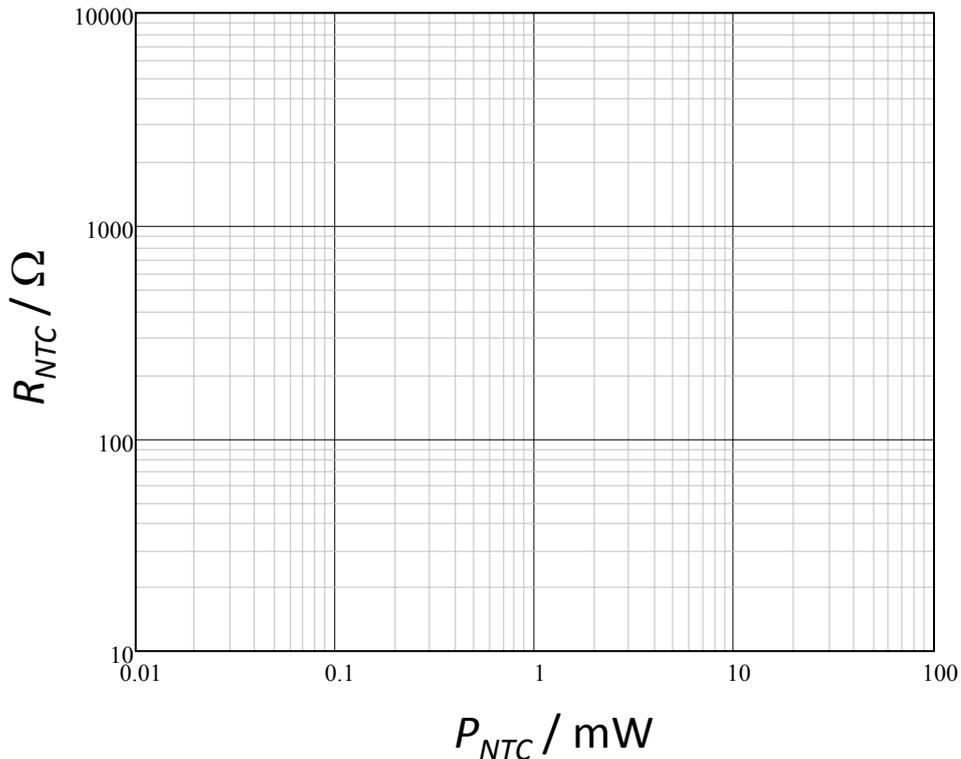
$I_{max} = 1 \text{ mA}$, Kennlinie noch nicht in Eigenerwärmung!

Technischer Temperaturkoeffizient:

$$\alpha_R = \frac{1}{R_L} \frac{R_L - R_W}{T_L - T_W} 100 = -11.25\% / \text{K}$$

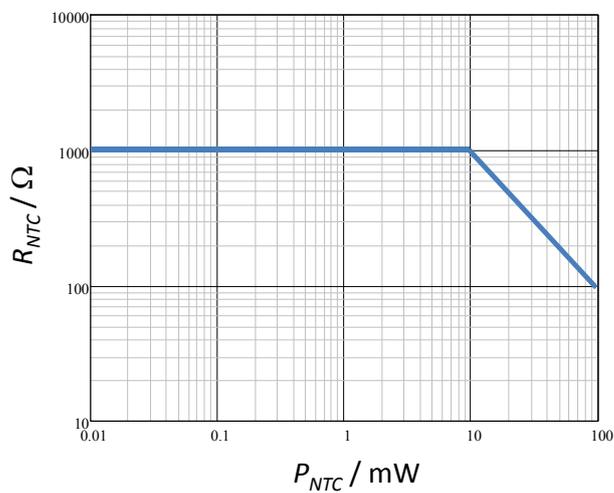
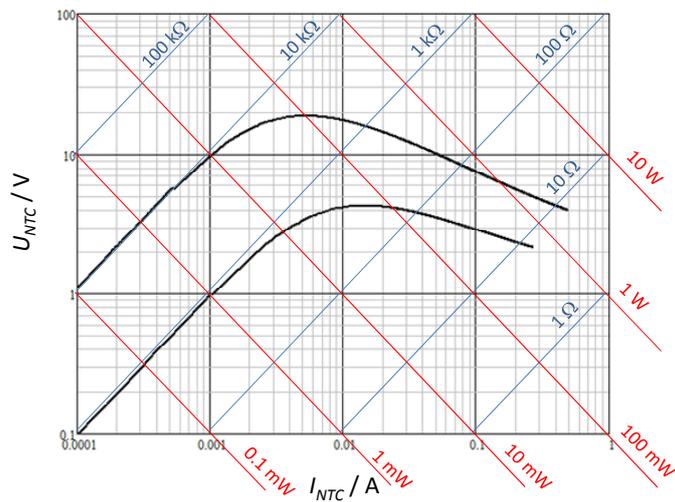
$I_{max} = 1 \text{ mA}$	Punkte A1.b
$\alpha_R = -11.25\% / \text{K}$	

c) Skizzieren Sie „grob“ den Verlauf des Heißeiterwiderstandes R_{NTC} als Funktion der elektrischen Leistung P in das untenstehende Diagramm. Verwenden Sie hierzu die in Aufgabenteil a) gegebene Kennlinie bei Betrieb an Luft. (Lösung der Aufgabe ohne Rechnung möglich).



Lösung:

In das in a) gegebene Diagramm lassen sich graphisch R_{NTC} und P ermitteln.



Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

	Punkte A1.c
--	-------------

d) Ein neuer Heißeiter mit den Kennwerten $A = 0,01 \Omega$ und $B = 4000 \text{ K}$, der Oberfläche $A_O = 10^{-4} \text{ m}^2$ und der Wärmekennzahl $\alpha_L = 5 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$ soll zur Spannungsbegrenzung bei einer Umgebungstemperatur von $T_U = 330 \text{ K}$ eingesetzt werden. Berechnen Sie die Temperatur T_m , wenn die über dem Bauteil abfallende Spannung maximal wird, und geben Sie den Wert der maximalen Spannung an. **(4 Punkte)**

Durch Konvektion abgeführte Leistung:
$$P_K = \frac{U^2}{R} = \alpha_L \cdot A_O \cdot (T - T_U)$$

Spannung am NTC als Funktion der Temperatur:
$$U^2 = A \cdot e^{\frac{B}{T}} \cdot \alpha_L \cdot A_O \cdot (T - T_U)$$

Temperatur bei maximaler Spannung:

$$\frac{d}{dT} U^2 = \alpha_L \cdot A_O \cdot A \cdot \left(-\frac{B}{T} \cdot e^{\frac{B}{T}} + e^{\frac{B}{T}}\right) - \alpha_L \cdot A_O \cdot A \cdot T_U \cdot \left(-\frac{B}{T^2} \cdot e^{\frac{B}{T}}\right) = \alpha_L \cdot A_O \cdot A \cdot e^{\frac{B}{T}} \cdot \left(1 - \frac{B}{T^2} \cdot (T - T_U)\right) = 0$$

$$\Rightarrow T^2 - B \cdot T + B \cdot T_U = 0$$

$$\Rightarrow T_{\max} = \frac{B}{2} \left(1 \pm \sqrt{1 - 4 \frac{T_U}{B}}\right)$$

$$\Rightarrow T_{\max 1} = 3637 \text{ K (unrealistisch)}; T_{\max 2} = 363 \text{ K (Lösung)}$$

Maximale Spannung am Thermistor:

$$U(T_{\max 2}) = \sqrt{A \cdot e^{\frac{B}{T_{\max 2}}} \cdot \alpha_L \cdot A_O \cdot (T_{\max 2} - T_U)} = 3,17 \text{ V}$$

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

$T_m = 363 \text{ K}$ $U_{max} = 3,17 \text{ V}$	Punkte A1.d
---	-------------

Rechenaufgabe A2: Kristallstrukturen, Thermodynamik und Defektchemie
Bariumtitanat (10 Punkte)

Bild 1 zeigt die kubische Elementarzelle des Ionenkristalls Bariumtitanat (BaTiO_3) bei $T_1 = 400 \text{ K}$.

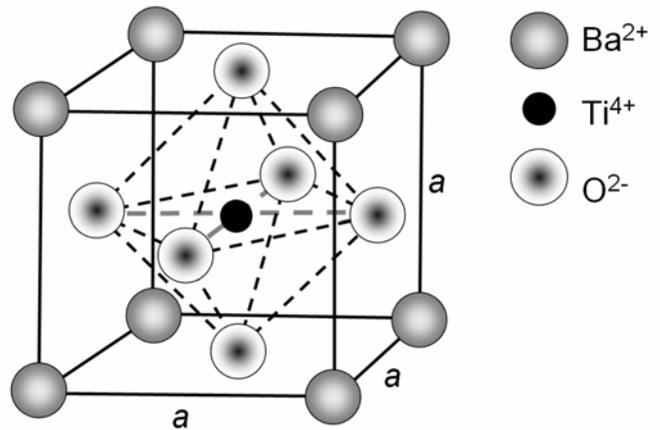


Bild 1

a) Betrachten Sie nur die Barium- und Sauerstoff-Ionen (vernachlässigen Sie das sehr kleine Titan-Ion) und benennen Sie die dargestellte Kristallstruktur. Welchen Raumerfüllungsgrad besitzt sie? Wie sind die Barium-Ionen zueinander koordiniert? **(3 Punkte)**

Hinweise:

Die Gitterkonstante beträgt $a = 0,3996 \text{ nm}$. Für den Zusammenhang zwischen Gitterkonstante a und den Ionendurchmessern d ($d \equiv d_{\text{Ba}^{2+}} \approx d_{\text{O}^{2-}}$) gilt näherungsweise:
 $a = \sqrt{2} \cdot d$.

Lösung:

Raumerfüllungsgrad:

$$= \frac{\text{Volumen aller Gitterbausteine}}{\text{Volumen der Elementarzelle}} = \frac{\left(8 \cdot \frac{1}{8} + 6 \cdot \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{4\pi}{3} \left(\frac{d}{2}\right)^3}{a^3} = \frac{4 \cdot \frac{4\pi}{3} \left(\frac{d}{2}\right)^3}{(\sqrt{2} \cdot d)^3} = \frac{\frac{2\pi}{3}}{(\sqrt{2})^3} = \frac{\pi}{3 \cdot \sqrt{2}} = 0,74$$

<p><i>Kristallstruktur:</i> kubisch flächenzentriert (kfz, fcc)</p> <p><i>Raumerfüllungsgrad:</i> 74 %</p> <p><i>Koordinierungszahl der Barium-Ionen:</i> 6</p>	Punkte A2.a
--	-------------

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

b) In Bild 2 skizziert ist ein Ausschnitt der in Bild 1 gezeigten Elementarzelle. Dargestellt ist nur das Oktaeder aus Sauerstoff-Ionen. Bei erhöhten Temperaturen baut sich Sauerstoff aus dem Gitter aus.

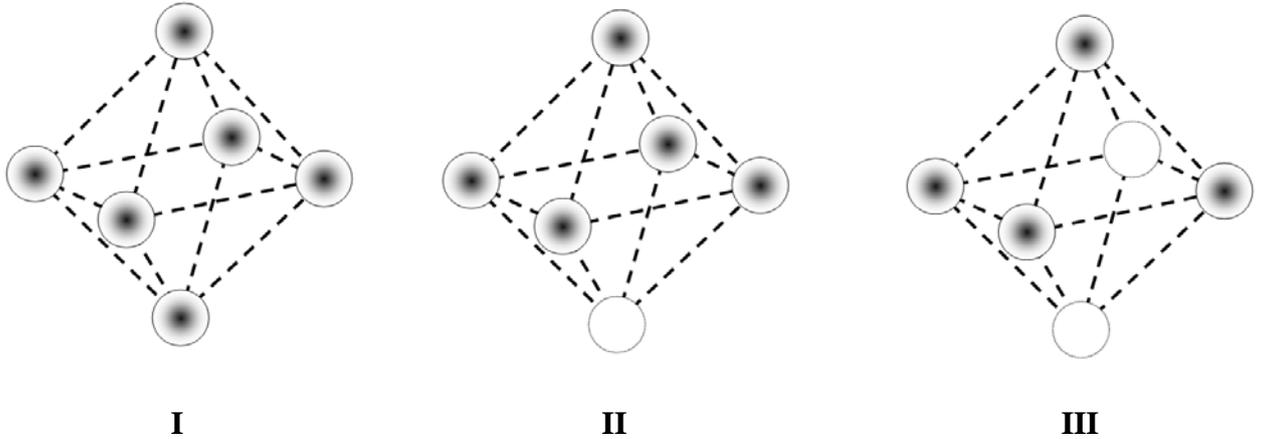
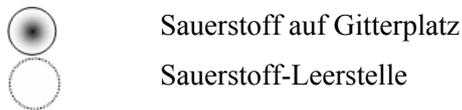


Bild 2



Welcher der Zustände I, II oder III ist bei der Temperatur $T_2 = 726,85 \text{ }^\circ\text{C}$ der wahrscheinlichste? Berechnen Sie hierzu die Freie Energie $F = E - T \cdot S$ jedes Zustands (die Freie Energie des idealen Oktaeders I wird als $F_I = 0$ angenommen). (3 Punkte)

Hinweise:

Nehmen Sie dabei an, dass alle N Kristallgitterplätze energetisch gleichwertig und alle gezeigten Leerstellen-Positionen ebenfalls energetisch gleichwertig sind.

Für die Erzeugung einer Schottky-Leerstelle muss jeweils der Energiebetrag E_0 aufgewendet werden.

Für die Entropie S gilt: $S = k \cdot \ln \Omega$. Ω ist dabei die Anzahl der

Realisierungsmöglichkeiten, n Teilchen auf N Plätze zu verteilen: $\Omega = \binom{N}{n} = \frac{N!}{(N-n)! \cdot n!}$

Konstanten:

$$E_0 = 0,14 \text{ eV}$$

$$k = 8,617 \cdot 10^{-5} \text{ eV/K}$$

Lösung:

$$\text{Zustand I: } F_I = 0$$

$$\text{Zustand II: } F_{II} = E_0 - T_0 \cdot k \ln \binom{6}{1} = E_0 - kT_0 \cdot \ln 6 = 0,14 \text{ eV} - 8,62 \cdot 10^{-5} \frac{\text{eV}}{\text{K}} \cdot 1000 \text{ K} \cdot \ln 6 \approx -0,01 \text{ eV}$$

$$\text{Zustand III: } F_{III} = 2 \cdot E_0 - T_0 \cdot k \ln \binom{6}{2} \approx 2 \cdot E_0 - kT_0 \cdot \ln 15 \approx 2 \cdot 0,14 \text{ eV} - 8,62 \cdot 10^{-5} \frac{\text{eV}}{\text{K}} \cdot 1000 \text{ K} \cdot \ln 15 \approx +0,05 \text{ eV}$$

$$F_I = 0 \text{ eV}$$

$$F_{II} = -0,01 \text{ eV}$$

$$F_{III} = +0,05 \text{ eV}$$

⇒ Der wahrscheinlichste Zustand ist: **II**, da $F_{II} < F_I < F_{III}$

Bild 3 zeigt die Elementarzelle des ferroelektrischen BaTiO₃ bei $T_3 = 293 \text{ K}$. In der gezeigten tetragonalen Phase hat das Titan-Ion wie skizziert zwei gleichberechtigte Positionen.

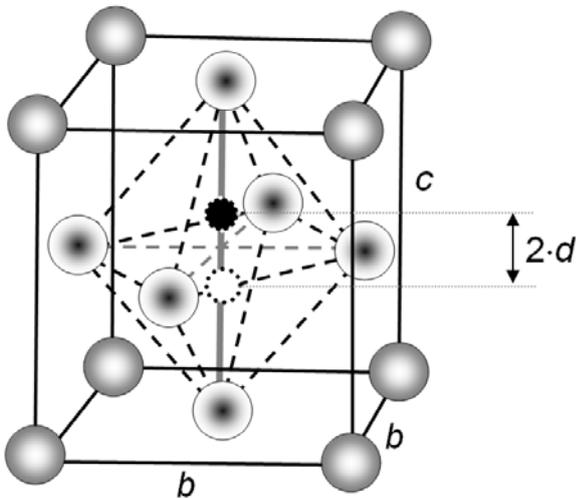


Bild 3

Spontane Polarisation:

$$P_S = p \cdot \frac{N}{V}$$

p : Dipolmoment
 N : Anzahl der Dipole
 V : Volumen

Gegebene Zahlenwerte:

$$\text{Gitterkonstante } b = 0,3992 \text{ nm}$$

$$\text{Gitterkonstante } c = 0,4036 \text{ nm}$$



c) Betrachtet wird im Folgenden eine ferroelektrische Domäne von BaTiO₃. An ihr wird eine spontane Polarisation $P_S = 0,11 \text{ As/m}^2$ gemessen. Nehmen Sie vereinfachend an, dass die Asymmetrie in der Ladungsverteilung nur durch eine Verschiebung des Ti⁴⁺-Ions um die Strecke d aus dem Zentrum heraus entsteht (s. Bild 3). Berechnen Sie hieraus die Strecke d , um die das Ti⁴⁺-Ion aus dem Zentrum heraus verschoben ist. **(2 Punkte)**

Lösung:

Dipolmoment:

$$p = z \cdot e_0 \cdot d$$

⇒ spontane Polarisation:

$$P_S = p \cdot \frac{N}{V} = p \cdot \frac{N}{N \cdot V_{\text{Elementarzelle}}} = p \cdot \frac{1}{b^2 \cdot c} = \frac{z \cdot e_0 \cdot d}{b^2 \cdot c}$$

$$\Rightarrow d = \frac{P_S \cdot b^2 \cdot c}{z \cdot e_0}$$

$$= \frac{0,11 \text{ As/m}^2 \cdot (3,992 \cdot 10^{-10} \text{ m})^2 \cdot 4,036 \cdot 10^{-10} \text{ m}}{4 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ As}}$$

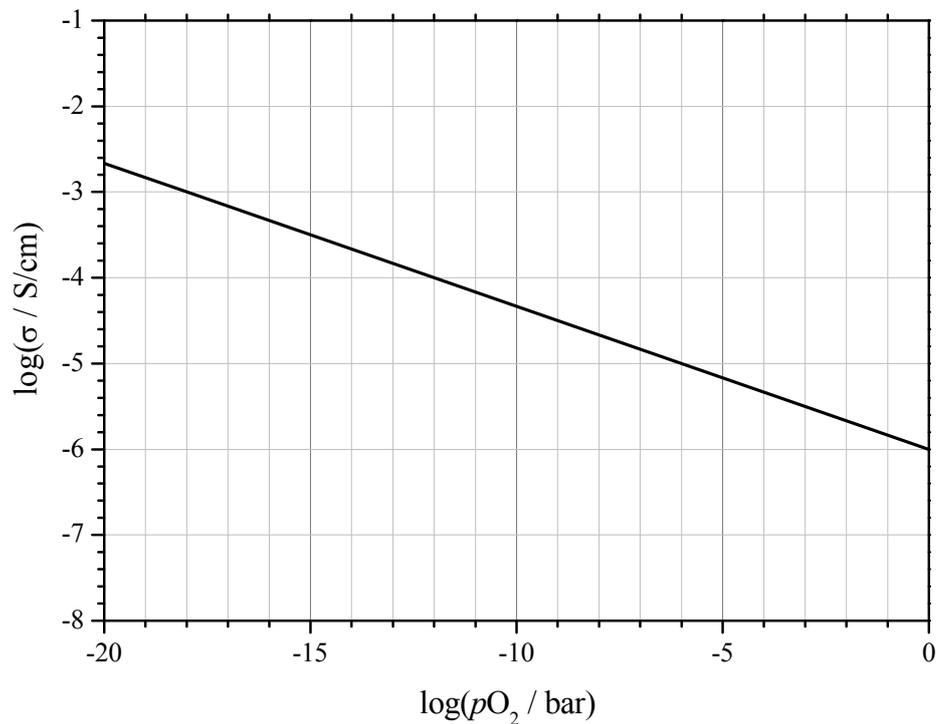
$$\Rightarrow \approx 1,1 \cdot 10^{-11} \text{ m}$$

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

$d = 11 \text{ pm}$	Punkte A2.c
---------------------	-------------

d) Skizziert ist in Bild 4 die elektrische Leitfähigkeit σ von undotiertem BaTiO₃ bei der Temperatur $T_4 = 1000 \text{ °C}$ als Funktion des Sauerstoffpartialdruckes p_{O_2} der umgebenden Atmosphäre.

Bild 4



Das Material wird einer Atmosphäre mit einem Restsauerstoff von $p_{\text{O}_2} = 10^{-6} \text{ bar}$ bei $T_1 = 1000 \text{ °C}$ ausgesetzt. Dabei stellt sich eine Sauerstoffleerstellenkonzentration $[V_{\text{O}}^{\bullet\bullet}] = 2,9 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3}$ ein. Berechnen Sie hieraus einen Wert für die Elektronenbeweglichkeit μ_n . (2 Punkte)

Hinweise: Die Elektronenbeweglichkeit μ_n werde als konstant angenommen. Alle Defekte sind bei den gegebenen Temperaturen als vollständig ionisiert zu betrachten. Gehen Sie von der Elektroneutralitätsbedingung ENB: $2[V_{\text{O}}^{\bullet\bullet}] = n$ (n : Elektronenkonzentration) aus und nehmen Sie an, dass μ_n wesentlich größer als $\mu_{V_{\text{O}}^{\bullet\bullet}}$ ist.

Lösung:

$$\sigma = e_0 \mu_n n = e_0 \mu_n 2[V_{\text{O}}^{\bullet\bullet}]$$

$$\Rightarrow \mu_n = \frac{\sigma_{pO_2=10^{-6} \text{ bar}}}{2e_0 \cdot [V_O^{\bullet\bullet}]} \stackrel{\text{(s. Bild 4)}}{=} \frac{10^{-5} \text{ S/cm}}{2e_0 \cdot 2,9 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3}} = 1,1 \text{ cm}^2/\text{Vs}$$

$\mu_n = 1,1 \text{ cm}^2/\text{Vs}$	Punkte A2.d
--------------------------------------	-------------

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

Rechenaufgabe A3: Ionische Leitung

Yttriumdotiertes Zirkondioxid (YSZ) soll als Elektrolytwerkstoff in einer Hochtemperatur-Brennstoffzelle eingesetzt werden. Die ionische Leitfähigkeit in dem Werkstoff lässt sich über die Gleichung $\sigma_{\text{ion}} = |z_{\text{ion}}| \cdot e_0 \cdot [V_{\text{ion}}] \cdot \mu_{\text{ion}}$ beschreiben.

a) Welche Art von Ladungsträgern liegt in dem Werkstoff vor? Welchen Wert nimmt $|z_{\text{ion}}|$ an? (2 Punkte)

Ladungsträger: <i>Sauerstoffionen</i> (O^{2-}) $ z_{\text{ion}} = 2$	Punkte A3.a
--	-------------

b) Geben Sie die Gleichung für den Einbau von Y_2O_3 ins Zirkondioxidgitter in der Kröger-Vink Notation an. (2 Punkte)

Einbaugleichung: $Y_2O_3 \rightarrow 2Y_{Zr}' + 3O_O^x + V_O^{\bullet\bullet}$	Punkte A3.b
--	-------------

Die Temperaturabhängigkeit der ionischen Leitfähigkeit von YSZ lässt sich über die Gleichung: $\sigma_{ion}(T) = \frac{A}{T} \cdot \exp\left(-\frac{E_A}{kT}\right)$ mit den Parametern $E_A = 0,917 \text{ eV}$ und $A = 9,43 \cdot 10^7 \text{ S/m}\cdot\text{K}$ beschreiben (Hinweis: $k = 8.617 \cdot 10^{-5} \text{ eV/K}$).

c) Tragen Sie in das Diagramm in Bild 1 die ionische Leitfähigkeit für den Temperaturbereich zwischen 700 und 1000 °C ein. (2 Punkte)

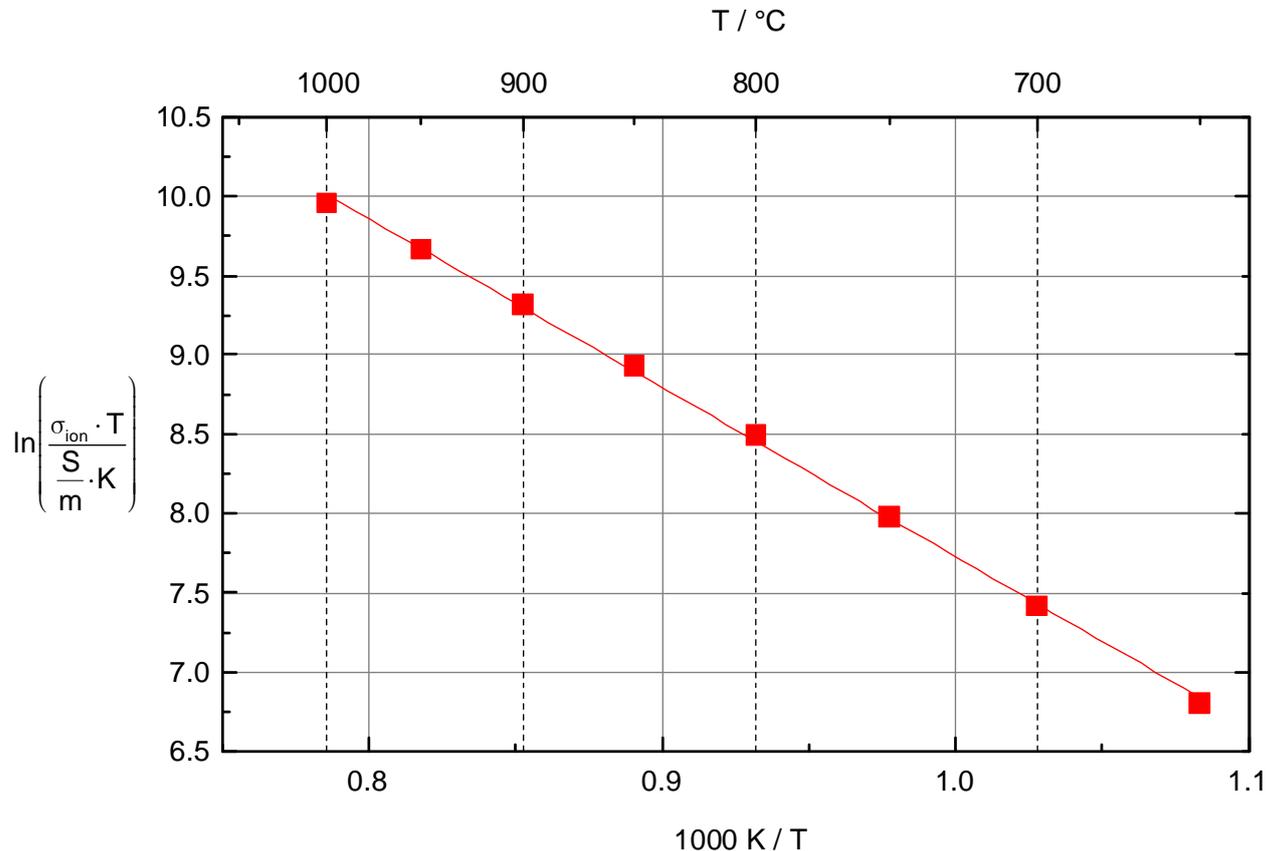


Bild 1

$$\sigma_{ion}(T) = \frac{A}{T} \cdot \exp\left(-\frac{E_A}{kT}\right)$$

umformen

$$\begin{aligned} \ln\left(\frac{\sigma_{ion}(T) \cdot T}{\frac{\text{S}}{\text{m}} \cdot \text{K}}\right) &= \ln\left(\frac{A}{\frac{\text{S}}{\text{m}} \cdot \text{K}} \cdot \exp\left(-\frac{E_A}{kT}\right)\right) = \ln\left(\frac{A}{\frac{\text{S}}{\text{m}} \cdot \text{K}}\right) - \frac{E_A}{k} \cdot \frac{1}{T} = \\ &= \ln\left(\frac{A}{\frac{\text{S}}{\text{m}} \cdot \text{K}}\right) - \frac{E_A}{1000\text{K} \cdot k} \cdot \frac{1000\text{K}}{T} \end{aligned}$$

Die Temperaturabhängigkeit kann in dem Diagramm durch eine Gerade beschrieben werden.

→ zwei Punkte berechnen und Gerade einzeichnen

$$T_1 = 950 \text{ °C} = 1223,15 \text{ K}; \sigma_1 = 12,8 \text{ S/m}$$

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

$$T_1 = 700 \text{ } ^\circ\text{C} = 973,15 \text{ K}; \sigma_2 = 1,72 \text{ S/m}$$

$$\ln \left(\frac{\sigma_{ion}(T) \cdot T}{\frac{\text{S}}{\text{m}} \cdot \text{K}} \right) \Bigg|_{T=T_1} = 9,66$$

$$\ln \left(\frac{\sigma_{ion}(T) \cdot T}{\frac{\text{S}}{\text{m}} \cdot \text{K}} \right) \Bigg|_{T=T_2} = 7,42$$

	Punkte A3.c
--	-------------

Mit dem Elektrolytwerkstoff wird eine Hochtemperatur-Brennstoffzelle bestehend aus Elektrolyt und zwei Gasdiffusionselektroden aufgebaut (Bild 3). Die Zelle hat eine aktive, stromdurchflossene Fläche von $A = 100 \text{ cm}^2$ und wird bei einer Temperatur von $750 \text{ } ^\circ\text{C}$ betrieben. Die Dicke des Elektrolyten beträgt $150 \text{ } \mu\text{m}$. Ihr elektrisches Verhalten sei durch das in Bild 3 dargestellte Gleichstromersatzschaltbild bestehend aus einer idealen Spannungsquelle ($U_L = 1,2 \text{ V}$), dem Elektrolytwiderstand $R_{\text{Elektrolyt}}$ und dem Polarisationswiderstand der Elektroden $R_{\text{Pol}} = 8 \text{ m}\Omega$ beschreibbar.

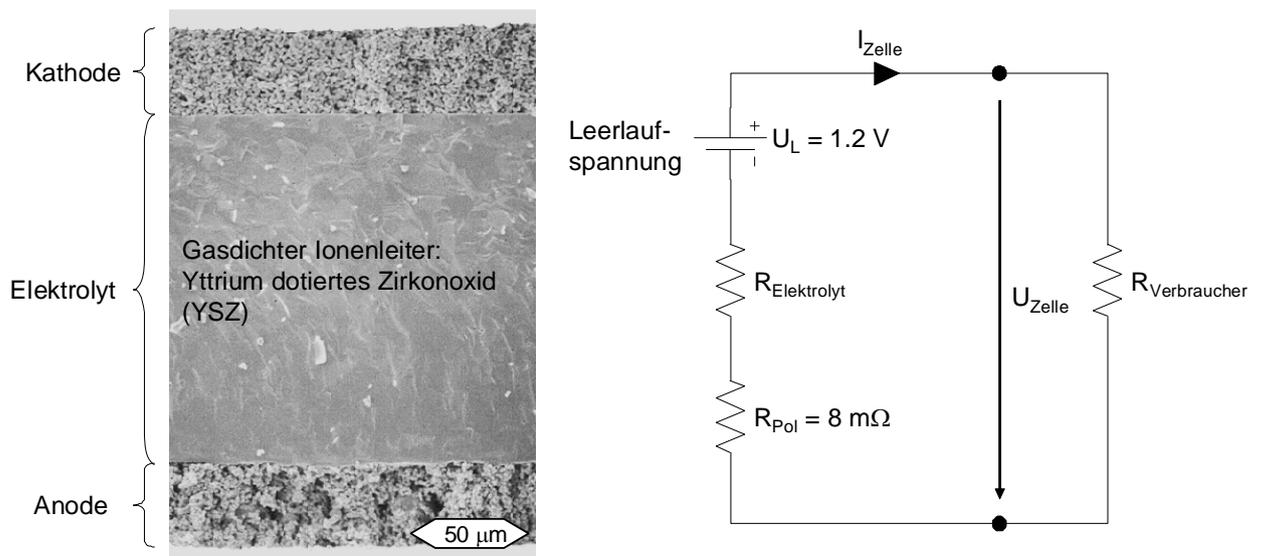


Bild 3

d) Bei welcher Stromstärke I_{Zelle} gibt die Zelle die maximale Leistung P_{max} ab? Berechnen Sie P_{max} . (4 Punkte)

$$\sigma_{ion}(1023K) = 2,8 \text{ S/m (oder alternativ berechnen:)}$$

$$\sigma_{ion}(1073K) = \frac{A}{1023K} \cdot \exp\left(-\frac{0,917eV}{k \cdot 1023K}\right) = 2,79 \frac{S}{m}$$

$$R_{Elektrolyt} = \frac{1}{\sigma_{ion}(1073K)} \cdot \frac{150\mu m}{100cm^2} = 5,38 m\Omega$$

$$R_{Zelle} = R_{Elektrolyt} + R_{Pol} = 13,38 m\Omega$$

$$\text{Leistungsanpassung: } R_{Zelle} = R_{Verbraucher}$$

$$I(P_{max}) = \frac{1,2V}{2 \cdot 13,38 m\Omega} = 44,84 A$$

$$U(P_{max}) = U_{Zelle}(44,84 A) = 1,2V - (R_{Elektrolyt} + R_{Pol}) \cdot 44,84 A = 0,6V$$

$$P_{max} = U(P_{max}) \cdot I(P_{max}) = 26,91 W$$

$I(P_{max}) = 44,84 A$ $P_{max} = 26,91 W$	Punkte A3.d
---	-------------

Erreichte Punkte