Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer

Schriftliche Kernfachprüfung 24. Februar 2012

Passive Bauelemente

Der Beginn der Prüfung wird von der Prüfungsaufsicht bekannt gegeben. Wenn Sie vor dem offiziellen Beginn diese Seite umschlagen und die Aufgaben einsehen, wird dies als Täuschungsversuch gewertet. Füllen Sie folgenden Kasten vollständig aus.

Nachname	Vorname	Matrikelnummer
	Zutreffendes bitte ankreuzen ☐ Erstprüfung ☐ Wiederholungsprüfung	EDV-Nummer
Wiederholer/innen bitte ausfüllen		
Straße/Nummer Telefon	Postleitzahl/Ort E-Mail	

Zur Prüfung zugelassene / mitzubringende Hilfsmittel

- Es sind keine Hilfsmittel außer den angegebenen erlaubt.
- Formelsammlung für PB SS 2011 (ohne handschriftliche Notizen)
- Zwei handschriftlich (einseitig) beschriebene DIN-A4-Seiten
- Taschenrechner und Schreibzeug (Lineal, Stifte etc., keine Bleistifte verwenden)

Hinweise zum Ablauf der Prüfung

- Halten Sie Ihren Studierendenausweis und Ihre Immatrikulationsbescheinigung bereit.
- Nach Prüfungsbeginn kontrollieren Sie bitte zuerst, ob das vorliegende Prüfungsheft vollständig ist.
- Die Prüfungsdauer beträgt 3 Zeitstunden.
- Jegliche Kommunikation ist während der Prüfung untersagt.
- Während der Prüfung werden Fragen zu Aufgaben oder Stoffgebiet nicht beantwortet.
- Beachten Sie Tafelanschriebe und Folien, die zu Beginn oder während der Prüfung gezeigt werden.

Hinweise zum Bearbeiten der Aufgaben

- Die Prüfung besteht aus 30 Antwort-Wahl-Fragen (Teil 1) und 3 Rechenaufgaben (Teil 2). In den beiden Teilen sind jeweils 30 Punkte erreichbar.
- Falls Ihnen die deutsche Sprache Schwierigkeiten bereitet, können Sie Begründungstexte alternativ in englischer Sprache formulieren.
- Wenn Sie den Unterpunkt einer Rechenaufgabe nicht gelöst haben, rechnen Sie mit den angegebenen Größen / Zahlenwerten weiter.
- Lösungen auf eigenen Blättern, unzureichend gekennzeichnete Lösungen und Lösungen auf Blättern ohne Angabe von Name, Matrikelnummer oder Aufgabennummer werden nicht gewertet.
- Für die Lösung ist der dafür vorgesehene Bereich unterhalb der jeweiligen Aufgabenstellung zu verwenden. Falls der vorhandene Platz nicht ausreichen sollte, verwenden Sie das hinten beigefügte Zusatzblatt. Bei Bedarf werden von der Prüfungsaufsicht weitere Blätter ausgegeben. Für jede Aufgabe muss eine separate Zusatzseite verwendet werden. Sind auf einer Seite Teile mehrerer Aufgaben gelöst worden, wird entsprechend der Aufgabennummer in der Kopfzeile gewertet.
- Die Ergebnisse und Begründungen sind in die dafür vorgesehenen Bereiche, Felder oder Diagramme zu schreiben bzw. anzukreuzen. Beschriften Sie keinesfalls die grau hinterlegten Korrekturfelder.

Viel Erfolg!

Teil 1: Antwort-Wahl-Fragen (30 Punkte)

Bei den folgenden Antwort-Wahl-Fragen können jeweils eine oder mehrere Antworten richtig sein. Es wird je Frage 1 Punkt vergeben, wenn genau alle richtigen Antworten und keine falschen Antworten angekreuzt sind. Teilpunkte werden nicht vergeben.

1. Wie viele Energiezustände kann ein Elektron in einem Helium-Atom besetzen?

- ☐ 2
- ☐ 4
- ☒ >8

2. Der Verlustfaktor tan(δ) eines realen Kondensators ist

- ☒ ein Maß für die Abweichung des Kondensators vom rein kapazitiven Verhalten.
- ☐ linear von der Frequenz abhängig.
- ☐ frequenzunabhängig.

3. Der Seebeck-Effekt

- ☒ beschreibt die Potentialdifferenz, die sich bei einem Temperaturgradienten in einem metallischen Leiter aufbaut.
- ☐ beruht auf dem Auftreten einen Elektronen-Diffusionsstroms vom kalten zum warmen Ende eines metallischen Leiters.
- ☒ besagt, das sich das wärmere Ende eines metallischen Leiters positiv gegenüber dem kälteren Ende auflädt.
- ☐ tritt auf, wenn zwei Metalle mit unterschiedlichen Austrittsarbeiten in Kontakt kommen.

4. Das Bohrsche Atommodell

- ☐ beruht auf der Quantenmechanik.
- ☒ beruht auf den Gesetzen der klassischen Physik.
- ☒ weist ohne die Postulate Widersprüche auf.
- ☐ verteilt Energie und Impuls kontinuierlich im Raum.

5. Ein Einschichtkondensator mit ferroelektrischem Dielektrikum wird bei einer Temperatur $T < T_C$ aufge-laden und von der Spannungsquelle getrennt. Beim Erwärmen des Kondensators auf $T >> T_C$

- ☒ steigt die Spannung an.
- ☐ bleibt die Spannung gleich.
- ☐ sinkt die Spannung ab.

6. Quantenmechanisches Atommodell:

- ☒ Im QM-Modell ist die Aufenthaltswahrscheinlichkeit der Elektronen im Atomkern gleich Null.
- ☐ Die Aufenthaltswahrscheinlichkeit des Elektrons im QM-Modell steigt mit wachsendem Abstand vom Atomkern bis auf 1.
- ☐ Die Aufenthaltswahrscheinlichkeit des Elektrons im QM-Modell ist bei einem optimalen Abstand gleich 1.

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer

7. Welche Aussagen zur Polarisation sind richtig?

☐ Die elektronische Polarisation bei Gasen nimmt mit dem Atomradius ab.
☒ Die Ionenpolarisation kann durch eine Serienresonanz modelliert werden.
☐ Die Orientierungspolarisation kann bis in den THz-Bereich genutzt werden.

8. Piezoelektrische Werkstoffe

☒ werden bei Temperaturen $T < T_C$ als elektromechanische Wandler eingesetzt.
☐ Die piezoelektrische Polarisation tritt nur bei Kristallen auf, die ein Symmetriezentrum besitzen.
☒ Pyroelektrika sind auch piezoelektrisch.

9. Warum bildet Helium kein „He_2-Molekül“?

☐ Der Atomradius von Helium ist zu groß.
☒ Die sich ausbildenden Molekülorbitale hätten in der Summe keine geringere potentielle Energie als die Einzelatome.
☒ Die Heliumatome bilden keine gemeinsame Elektronenschale, da die Einzelatome bereits über eine gefüllte Schale verfügen. (Edelgaskonfiguration)

10. Die Besetzungsregel für Atomorbitale besagen

☒ In einem Atom dürfen die Elektronenzustände nicht in allen vier Quantenzahlen übereinstimmen.
☐ Ein Atomorbital muss immer erst vollständig gefüllt sein bevor das nächste Elektronen aufnehmen kann.
☒ Die Atomorbitale werden zuerst von einzelnen Elektronen besetzt.
☐ Die Elektronen besetzen zuerst Atomorbitale mit niedrigerer Hauptquantenzahl n.

11. Ursachen von Verluste in technischen Kondensatoren können sein:

☒ die Relaxation der Orientierungspolarisation.
☒ eine elektronische Leitfähigkeit im Dielektrikum.
☒ die Resonanz der Ionenpolarisation.

12. Der Anstieg der Schottky-Defekt-Konzentration

☒ hat eine Volumenvergrößerung des Körpers zur Folge.
☒ führt zu einer Verringerung der Dichte des Materials.
☐ ist proportional zur absoluten Temperatur.

13. Die Hysteresekurve in einem Ferromagneten

☐ kann nie wieder zum Verschwinden gebracht werden.
☐ hat für alle magnetischen Werkstoffe stets dieselbe Form.
☒ spiegelt in gewissen Bereichen das Domänenwachstum wider.
☒ spiegelt in gewissen Bereichen Drehprozesse der magnetischen Momente wider.

14. Im halbleitenden Metalloxid $TiO_{2+\delta}$

☐ ist $\delta > 0$, wenn das Material sich in einer sauerstoffarmen Gasumgebung befindet.
☒ ist $\delta < 0$, wenn das Material sich in einer sauerstoffarmen Gasumgebung befindet.
☒ ändert sich die Leitfähigkeit in Abhängigkeit vom äußeren Sauerstoffpartialdruck pO_2.

15. Die U/I-Kennlinie eines Heißleiters (NTC)

- ☒ hat für geringe Stromstärken einen annähernd linearen Verlauf.
- ☒ ist im Bereich der Eigenerwärmung nichtlinear.
- ☐ ist unabhängig vom Medium, in welchem sich der NTC befindet.
- ☐ ist dadurch beschreibbar, dass zu jedem Spannungswert U genau ein (eindeutiger) Stromstärkenwert I gehört.

16. Die Kontaktspannung zwischen zwei Metallen

- ☒ stellt sich aufgrund der Differenz der Austrittsarbeiten ein.
- ☐ kann mit einem Voltmeter gemessen werden.
- ☐ stellt sich nur bei einer Temperaturdifferenz zwischen Metall 1 und Metall 2 ein.
- ☒ wird durch das unterschiedliche chemische Potential der Elektronen in den beiden Metallen hervorgerufen.

17. Für digitale magnetische Speicher

- ☐ werden bevorzugt weichmagnetische Materialen verwendet.
- ☒ können hartmagnetische Materialien verwendet werden.
- ☒ sind Materialien mit rechteckiger Hysteresekurve ideal.
- ☐ sind Materialien mit geringer Hystereseverlustleistung empfehlenswert.

18. Kovalente Bindungen

- ☐ werden nur zwischen Elementen, die im Periodensystem sehr weit voneinander entfernt stehen, eingegangen.
- ☐ können nicht zwischen Elementen, die im Periodensystem in derselben Gruppe (Spalte) stehen, eingegangen werden.
- ☒ zwischen zwei Atomen desselben Elements weisen keinen ionischen Bindungsanteil auf.
- ☐ habe in der Regel eine höhere elektrische Leitfähigkeit als metallische Bindungen zur Folge.

19. Domänen

- ☐ können sich in antiferromagnetischen Materialen bilden.
- ☐ können sich nur in Ferromagneten bildern.
- ☒ sind untereinander durch Bloch-Wände getrennt.
- ☒ sind Bereiche gleichgerichteter Magnetisierung.

20. Thermische Ausdehnung von Festkörpern:

- ☒ Mit steigender Temperatur T nimmt das Gitter Schwingungsenergie auf.
- ☐ Mit steigender Temperatur T werden die Gitterkonstanten in alle Raumrichtungen kleiner.
- ☐ Aufgrund der Symmetrie in der potentiellen Energie verändert sich die Gleichgewichtslage, um die die Atome schwingen.
- ☒ Aufgrund der Asymmetrie in der potentiellen Energie verändert sich die Gleichgewichtslage, um die die Atome schwingen.

21. Bei der ionischen Hopping-Leitung im Kristall

- ☒ ist die Ionenbeweglichkeit direkt proportional der Diffusionskonstante.
- ☐ nimmt die Diffusionskonstante mit steigender Temperatur ab
- ☒ kann durch gezielte Dotierung des Kristallgitters die Leitfähigkeit verändert werden.
- ☐ ist eine Voraussetzung, dass der Kristall keine elektronische Leitfähigkeit aufweist.

22. Sowohl auf Ferromagnetika als auch auf Ferroelektrika trifft zu:

- ☐ Sie enthalten Eisen.
- ☒ Oberhalb der Curietemperatur verschwinden ihre ferromagnetischen bzw. ferroelektrischen Eigenschaften.
- ☒ Sie weisen ein Hystereseverhalten auf.
- ☒ Sie besitzen permanente magnetische bzw. elektrische Dipole.

23. Ionenkristalle

- ☐ sind immer Isolatoren, da alle Ladungsträger an die Ionen gebunden sind.
- ☐ sind ausschließlich Metalloxide.
- ☐ werden nur zwischen Elementen der 1. und 17. Gruppe gebildet.
- ☒ bestehen aus positiv geladenen Kationen und negativ geladenen Anionen.

24. Edelgase (z.B. Argon)

- ☐ sind bei Raumtemperatur ferrimagnetisch.
- ☐ sind unterhalb einer bestimmten Temperatur ferromagnetisch.
- ☒ zeigen rein diamagnetisches Verhalten.
- ☒ bilden in einem äußeren Magnetfeld atomare magnetische Momente entgegender äußeren Feldrichtung aus.

25. In einem dotierten Halbleiterwerkstoff

- ☐ steigt die elektrische Leitfähigkeit kontinuierlich mit steigender Temperatur.
- ☒ sinkt die Ladungsträgerbeweglichkeit mit steigender Temperatur.
- ☒ steigt die Ladungsträgerkonzentration kontinuierlich mit steigender Temperatur.
- ☐ sind bei T = 0K immer Elektronen im Leitungsband.

26. Werden ins Kristallgitter von reinem Silber Fremdatome eingebaut,

- ☒ so sinkt die elektrische Leitfähigkeit stärker ab, wenn Antimon verwendet wird, als wenn Cadmium zum Einsatz kommt.
- ☒ so nimmt der elektrische Widerstand zu, je mehr Fremdatome eingebaut werden.
- ☐ so kann der elektrische Widerstand für T = 0K zum Verschwinden gebracht werden.

27. Diamagnetismus

- ☒ tritt in allen Werkstoffen auf.
- ☐ tritt nur in supraleitenden Materialien auf.
- ☐ kann nicht in ferromagnetischen Werkstoffen auftreten.
- ☐ ist an die Existenz von Leitungselektronen gebunden.

28. Die elektrische Leitfähigkeit

- ☐ von allen Metallen steigt über einen weiten Temperaturbereich mit zunehmender Temperatur.
- ☐ von allen Isolatoren ist über einen weiten Temperaturbereich konstant.
- ☒ von allen undotierten Halbleitern steigt über einen weiten Temperaturbereich mit zunehmender Temperatur.

29. Der Varistoreffekt

- ☒ ist ein Effekt aufgrund von Akzeptorzuständen an den Korngrenzen.
- ☒ wird durch Nennansprechstrom und -spannung sowie den Nichtlinearitätskoeffizient charakterisiert.
- ☐ besitzt eine Ansprechzeit im Sekundenbereich.

30. Heißleiter (NTC) können eingesetzt werden:

- ☒ zur Temperaturmessung
- ☒ zur Spannungsstabilisierung
- ☐ als selbstregelndes Heizelement

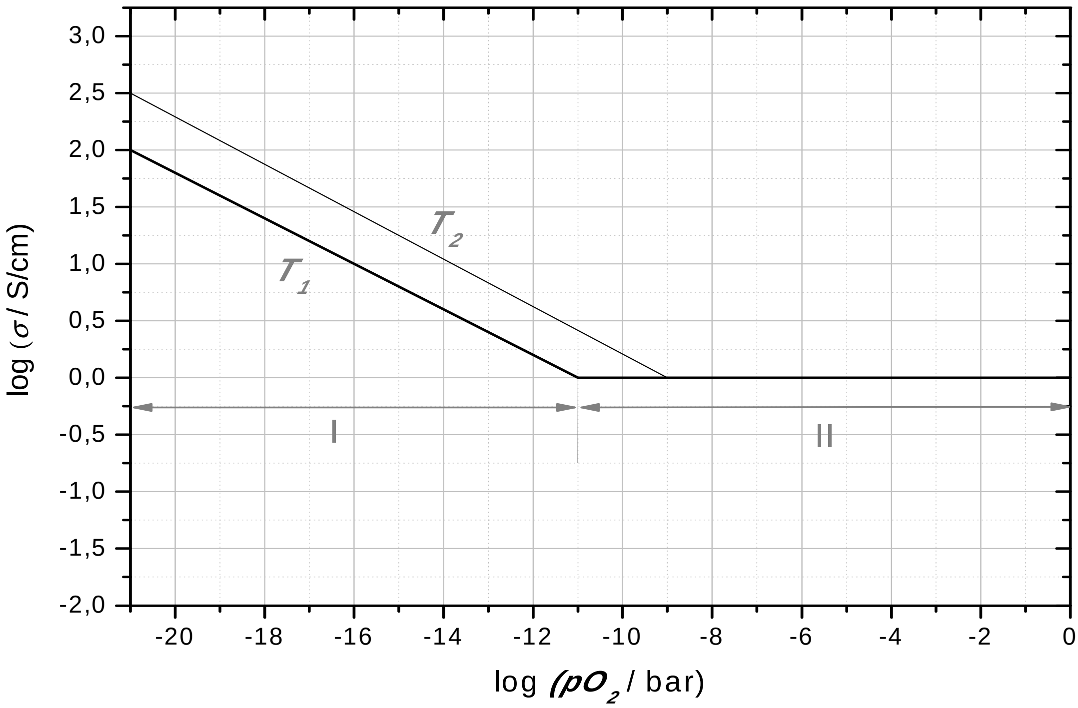
Punkte AWF

Teil 2: Rechenaufgaben (30 Punkte)

Rechenaufgabe A1: Defektchemie

Gegeben sei die elektronische Leitfähigkeit σ von lanthandotiertem Strontiumtitanat ($La_xSr_{1-x}TiO_3$) als Funktion des Sauerstoffpartialdrucks pO_2 der umgebenden Gasatmosphäre für zwei Temperaturen T_1=1000 K und T_2=1200 K.

Hinweis: Die Beweglichkeit der elektronischen Ladungsträger darf als konstant bzgl. pO_2 und T angenommen werden. Es gilt: $\mu_p = \mu_n = 1\ cm^2/Vs$.



a) Geben Sie die vollständige Elektroneutralitätsbeziehung (ENB) an. Zu berücksichtigen sind die elektronischen Ladungsträger e und h, die Dotierung $La_{Sr}^{\bullet}$ und die Sauerstoffleerstellen $V_O^{\bullet\bullet}$. Alle Defekte sollen vollständig ionisiert sein. **(1 Punkt)**

<u>Lösung:</u>

Die Elektroneutralitätsbedingung ist gegeben mit

$$n = p + \left[La_{Sr}^{\bullet}\right] + 2\left[V_O^{\bullet\bullet}\right]$$

Lösung: $n = p + \left[La_{Sr}^{\bullet}\right] + 2\left[V_O^{\bullet\bullet}\right]$	Punkte A1.a

b) Die Elektroneutralitätsbedingung (ENB) für die geladenen Defektkonzentrationen $p, n, \left[V_O^{\bullet\bullet}\right], \left[La_{Sr}^{\bullet}\right]$ mit $n >> p$ kann für die Partialdruckbereiche I bzw. II vereinfacht werden. Geben Sie für die beiden in der Grafik gekennzeichneten Bereiche jeweils die vereinfachte ENB an. Berücksichtigen Sie jeweils nur zwei Defektkonzentrationen pro ENB und begründen Sie <u>kurz</u> den charakteristischen Kennlinienverlauf. (**2 Punkte)**

Bereich:	I	II
Vereinfachte ENB:	$n \approx 2\left[V_O^{\bullet\bullet}\right]$	$n \approx \left[La_{Sr}^{\bullet}\right]$
Kurze Begründung	*n-Leitung, n wird überwiegend durch die Konzentration an Sauerstoffleerstellen bestimmt, die mit abnehmenden Sauerstoff-Partialdruck zunimmt*	*n-Leitung, n wird überwiegend durch den Donator La (Konzentration konstant bezüglich Sauerstoffpartialdruck) bestimmt*

Lösung bitte direkt in die Tabelle eintragen!	Punkte A1.b

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer

c) Bei einer Dotierungskonzentration (x<0,001) wird in $La_xSr_{1-x}TiO_3$ die Dotierung nur durch elektronische Ladungsträger kompensiert. Berechnen Sie mithilfe der gegebenen Daten aus der Leitfähigkeitskurve die Konzentration der Dotierung: $\left[La_{Sr}^{\bullet}\right]$. Geben Sie zudem den Dotierungsgehalt „x" an. Die Gitterkonstante des kubischen $La_xSr_{1-x}TiO_3$ beträgt a = 0,39 nm. (**2 Punkte)**

Lösung:

Leitfähigkeit im Bereich II ist sauerstoffpartialdruckunabhängig und wird einzig durch die Dotierung, sprich die Konzentration von Lanthan auf Strontiumplätzen bestimmt.

$$\sigma \propto e\mu n = e\mu[La_{Sr}^{\bullet}] \;\Rightarrow\; [La_{Sr}^{\bullet}] = \frac{\sigma}{e\mu} = \frac{1S/cm}{1.60217653\cdot 10^{-19} As\cdot 1cm^2/Vs} = 6,242\cdot 10^{18} cm^{-3}$$

Dotierungsgehalt $x = \frac{[La_{Sr}^{\bullet}]}{[Sr_{Sr}]}$

Gesamtkonzentration an Wirtsplätzen: 1 Strontium pro Elementarzelle → $[Sr_{Sr}] \propto \frac{1}{a^3} = 1.686\cdot 10^{22}\ cm^{-3}$

Damit: $x = \frac{[La_{Sr}^{\bullet}]}{[Sr_{Sr}]} = \frac{6,242\cdot 10^{18} cm^{-3}}{1.686\cdot 10^{22}\ cm^{-3}} = 0,00037$

	Punkte A1.c
$[La_{Sr}^{\bullet}] = 6,242\cdot 10^{18} cm^{-3}$ $x = 0,00037$	

d) Die Leitfähigkeit σ von $La_xSr_{1-x}TiO_3$ lässt sich für geringe Sauerstoffpartialdrücke als Funktion der Temperatur T und des Sauerstoffpartialdrucks der umgebenden Atmosphäre pO_2 mittels $\sigma = \sigma_0 \cdot e^{-\frac{W}{kT}} \cdot \left(pO_2 / \text{bar} \right)^m$ beschreiben. Berechnen Sie die Materialkonstanten σ_0, W und m bei einem Sauerstoffpartialdruck von $pO_2 = 10^{-21}$ bar, für den Fall, dass im Gegensatz zur obigen Grafik nun nur <u>einfach</u> ionisierte Sauerstoffleerstellen auftreten ($n = [V_O^\bullet]$). Verwenden Sie hierzu die passende Reaktionsgleichung $O_O^X \rightleftharpoons V_O^\bullet + e' + \frac{1}{2} O_{2(g)}$ sowie $[O_{2(g)}] = pO_2$ und $\sigma = en\mu$. Nehmen Sie zudem an, dass gilt: $\sigma\left(10^{-21}\ \text{bar}, 1000\text{K}\right) = 100 \frac{S}{cm}$ und $\sigma\left(10^{-21}\ \text{bar}, 1200\text{K}\right) = 316.23 \frac{S}{cm}$. **(3 Punkte)**

<u>Lösung:</u>

Mit Hilfe von $O_O^X \rightleftharpoons V_O^\bullet + e' + \frac{1}{2} O_{2(g)}$, *der gegebenen Elektroneutralitätsbedingung* $n = [V_O^\bullet]$ *und Anwendung des Massenwirkungsgesetzes folgt:*

$$\frac{[V_O^\bullet] \cdot n \ \cdot [O_{2(g)}]^{1/2}}{[O_O^X]} = k_0 \cdot e^{-\frac{\Delta G_0}{k \cdot T}},$$

Einsetzen von $[O_{2(g)}] = pO_2$ *und Auflösen nach n liefert:*

$$n = \sqrt[2]{[O_O^X] \cdot k_0} \cdot e^{-\frac{\Delta G_0}{2 \cdot k \cdot T}} \cdot pO_2^{-\frac{1}{4}}$$

Womit dann wegen $\sigma = en\mu$

$$\sigma = e\mu \sqrt[2]{[O_O^X] \cdot k_0} \cdot e^{-\frac{\Delta G_0}{2 \cdot k \cdot T}} \cdot pO_2^{-\frac{1}{4}}$$

als Ausdruck für die Leitfähigkeit folgt.

<u>Lösungsweg für m:</u>

Koeffizientenvergleich mit

$$\sigma = \sigma_0 \cdot e^{-\frac{W}{kT}} \cdot \left(pO_2 / \text{bar} \right)^m$$

aus der Aufgabenstellung liefert:

$$m = -\frac{1}{4}$$

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer

Lösungsweg für W:

Für die Leitfähigkeit an zwei verschiedenen Temperaturen gilt:

$$\sigma_1 = \sigma_0 \cdot e^{-\frac{W}{kT_1}} \cdot pO_2^{-\frac{1}{4}} \;\; bzw. \;\; \sigma_2 = \sigma_0 \cdot e^{-\frac{W}{kT_2}} \cdot pO_2^{-\frac{1}{4}}$$

Die Temperaturunabhängigkeit von σ_0 ausnutzend kann aus dem Verhältnis

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = e^{-\frac{W}{k}\cdot\left(\frac{1}{T_1}-\frac{1}{T_2}\right)}$$

W zu

$$W = k\frac{\ln\sigma_2 - \ln\sigma_1}{\frac{1}{T_1}-\frac{1}{T_2}}$$

bestimmt werden. Einsetzen der Zahlenwerte für σ_1 und σ_2 aus dem angegebenen Diagramm liefert schließlich (hier beispielhaft für die Zahlenwerte bei $pO_2 = 10^{-21}$ bar)

$$W = k\frac{\ln\sigma_2 - \ln\sigma_1}{\frac{1}{T_1}-\frac{1}{T_2}} = 8.617\cdot 10^{-5}\,\frac{eV}{K}\cdot\frac{\ln 10^{2,5} - \ln 10^2}{\frac{1}{1000K}-\frac{1}{1200K}} = 0,595\,eV$$

Lösungsweg für σ_0:

Durch Umformen von $\sigma_1 = \sigma_0 \cdot e^{-\frac{W}{kT_1}} \cdot \left(pO_2/bar\right)^{-\frac{1}{4}}$ *und einem passenden Leitfähigkeitswert z.B. bei T_1=1000K und $pO_2 = 10^{-21}$ bar kann σ_0 berechnet werden:*

$$\sigma_0 = \sigma_1 \cdot e^{\frac{W}{kT_1}} \cdot \left(pO_2/bar\right)^{\frac{1}{4}} = 10^2\,\frac{S}{cm}\cdot e^{\left(\frac{0,595eV}{8.617\cdot 10^{-5}\frac{eV}{K}1000K}\right)} \cdot (10^{-21})^{\frac{1}{4}} = 0,537\,\frac{S}{cm}$$

	Punkte A1.d
$m = -\frac{1}{4}$ $W = 0,595\,eV$ $\sigma_0 = 0,537\,\frac{S}{cm}$	

e) Nun sei angenommen, dass die Dotierungskonzentration in $La_xSr_{1-x}TiO_3$ für Sauerstoffpartialdrücke $pO_2 >$ 10^{-5} bar durch die Bildung von zweifach geladenen Strontiumleerstellen $V_{Sr}^{//}$ kompensiert wird. Für diesen Fall kann die vereinfachte ENB $\left[La_{Sr}^{\bullet}\right] \approx 2\left[V_{Sr}^{//}\right]$ angenommen werden. Geben Sie die Steigung m des Leitfähigkeitsverlaufs bezüglich des Sauerstoffpartialdrucks für diese $V_{Sr}^{//}$- Kompensation an und zeichnen Sie den prinzipiellen Verlauf der entsprechenden Kennlinie in das gegebene Diagramm ein. **(2 Punkte)**

Hinweise:
Die Temperaturabhängigkeit soll nicht berücksichtigt werden!
Rechnen Sie mit der Reaktionsgleichung $O_O^X \rightleftharpoons V_O^{\bullet\bullet} + 2e' + \frac{1}{2} O_{2(g)}$ und der Beziehung $[O_{2(g)}] = pO_2$.
Im Fall einer Strontiumleerstellenkompensation ist die Konzentration der Sauerstoffleerstellen als konstant bezüglich pO_2 und Temperatur anzunehmen.

<u>Lösung:</u>
Da keine Temperaturabhängigkeit berücksichtigt werden muss, kann das Massenwirkungsgesetz mit der Konstanten K_1 angesetzt werden

$$\frac{[V_O^{\bullet\bullet}] \cdot n^2 \cdot [O_{2(g)}]^{1/2}}{\left[O_o^x\right]} = K_1$$

Auflösen nach n und Ausnutzen von $[O_{2(g)}] = pO_2$ liefert:

$$n = \sqrt{\frac{K_1}{[V_O^{\bullet\bullet}]}\left[O_o^x\right]}[O_{2(g)}]^{-\frac{1}{4}}$$

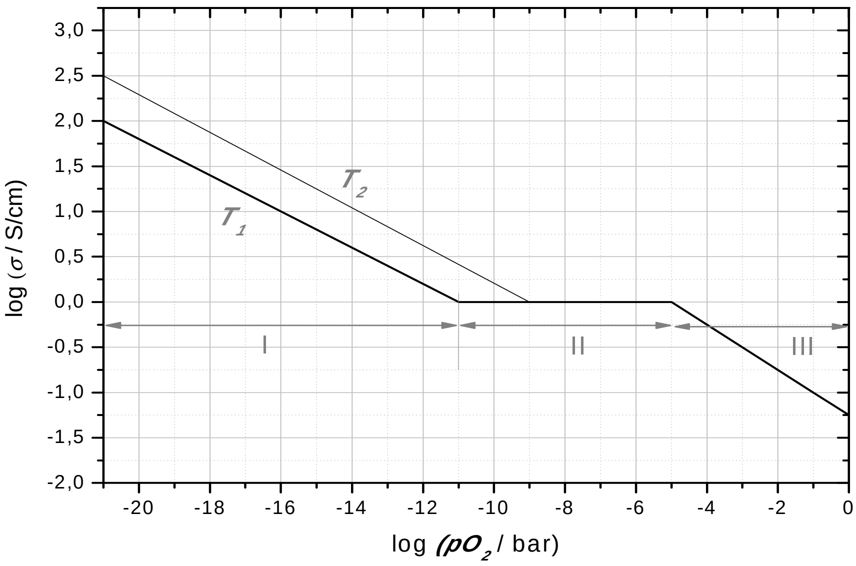
Für die Leitfähigkeit ergibt sich damit schließlich

$$\sigma = e\mu\sqrt{\frac{K_1}{[V_O^{\bullet\bullet}]}\left[O_o^x\right]}\,pO_2^{-\frac{1}{4}}$$

wobei K_1 und $[V_O^{\bullet\bullet}]$ in diesem Fall Konstanten sind (siehe Hinweise). Die Steigung m des Leitfähigkeitsverlaufs beträgt somit

$$m = -\frac{1}{4}$$

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer



	Punkte A1.e
$m = -\frac{1}{4}$ Richtiger Kurvenverlauf in Grafik	

Rechenaufgabe A2: Metalle

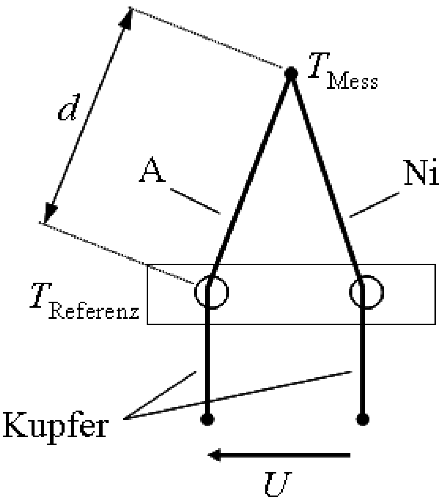


Bild 1:
Thermoelement, bestehend aus zwei zylindrischen Schenkeln (Drahtstücke A, Ni)

Material	η / (µV/K)
Konstantan	- 35,0
Ni	- 15,0
Pd	-2,8
PtRh	6,9
Cu	7,8
Fe	19,2
NiCr	25,4

Tab. 1:
Thermokraft (Seebeck-Koeffizient η) verschiedener Materialien

Schenkellänge jeweils d = 100 mm

Drahtdurchmesser δ = 500 µm

Temperaturen: T_{Referenz} = 25 °C

T_{Mess} = 105 °C

a) Betrachten Sie das in Bild 1 skizzierte Thermoelement.

Welches Material A würden Sie aus Tab. 1 auswählen, um eine möglichst empfindliche Temperaturmessung durchzuführen? Begründen Sie kurz Ihre Antwort. **(1 Punkt)**

Wie groß wäre die gemessene Thermospannung U, wenn für Schenkel A das Material Palladium (Pd) verwendet würde? **(1 Punkt)**

Lösung:
Es sollte NiCr ausgewählt werden, da dessen Seebeck-Koeffizient die größte Differenz zum Seebeck-Koeffizienten von Nickel aufweist. Bei gegebener Temperaturdifferenz wird die messbare Spannung U damit maximal.

Für die Verwendung von Palladium gilt:

$$U = \left|\eta_{AB} \cdot \Delta T\right| = \left|(\eta_A - \eta_B) \cdot \Delta T\right|$$
$$= \left|(\eta_{\text{Pd}} - \eta_{\text{Ni}}) \cdot \Delta T\right| = \left|(-2{,}8 - (-15)) \frac{\mu\text{V}}{\text{K}} \cdot 80\ \text{K}\right| \approx 976\ \mu\text{V}$$

	Punkte A2.a
Material: *NiCr wegen maximaler Differenz des Seebeck-Koeffizienten zu dem von Nickel* *U = 1 mV*	

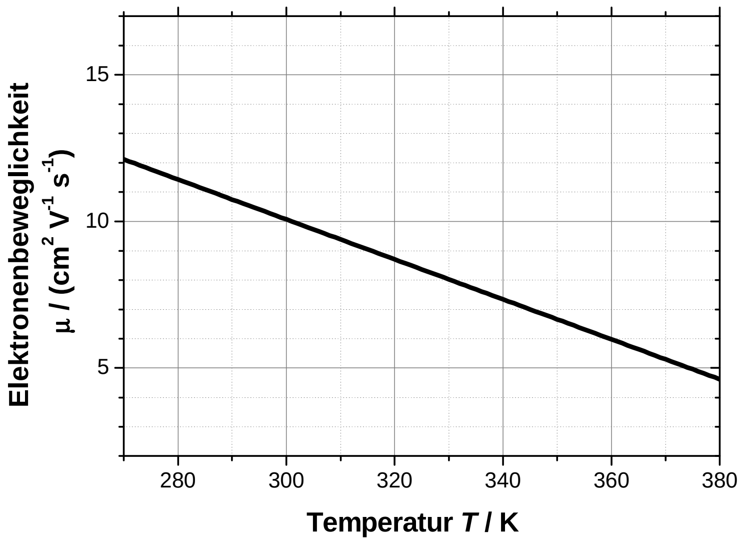


Bild 2: Elektronenbeweglichkeit μ(T) von Ni im Bereich zwischen 270 ... 380 K

b) In Bild 2 ist die Elektronenbeweglichkeit μ von Nickel (näherungsweise) skizziert. Bestimmen Sie den technischen Temperaturkoeffizienten α der Elektronenbeweglichkeit bei Raumtemperatur (300 K). **(1 Punkt)**

Lösung:

Der technische Temperaturkoeffizient entspricht der mittleren Steigung der Kennlinie bezogen auf die Beweglichkeit am Referenzpunkt. Bei Ermittlung der mittleren Steigung unter Verwendung der abgelesenen Wertpaare

$$(T,\mu) \approx (300\text{ K}, 10\ \frac{\text{cm}^2}{\text{Vs}}), (360\text{ K}, 6\ \frac{\text{cm}^2}{\text{Vs}})$$

findet man für den Temperaturkoeffizienten:

$$\alpha_{300\text{ K}} = \frac{1}{\mu(300\text{ K})} \cdot \frac{\Delta\mu}{\Delta T} = \frac{1}{10\ \frac{\text{cm}^2}{\text{Vs}}} \cdot \frac{6\ \frac{\text{cm}^2}{\text{Vs}} - 10\ \frac{\text{cm}^2}{\text{Vs}}}{360\text{ K} - 300\text{ K}} \approx -6,7 \cdot 10^{-3}\ \text{K}^{-1}$$

	Punkte A2.b
$\alpha_{300\text{ K}} \approx -6,7 \cdot 10^{-3}\ \text{K}^{-1}$	

Hinweis: Wenn Sie diesen Punkt nicht gelöst haben, rechnen Sie mit $\alpha = -0,01\ \text{K}^{-1}$ weiter.

c) Wie groß ist die Konzentration n der Leitungselektronen im Nickel-Drahtstück (rechter Schenkel des Thermoelements in Bild 1)? **(1 Punkt)**

Hinweise: Nehmen Sie an, dass jedes Nickelatom genau ein Elektron als Leitungselektron abgibt. Die Dichte von Nickel beträgt ρ_{Ni} = 8,9 g/cm^3. Der Draht habe einen kreisförmigen Querschnitt.

Lösung:
Es gilt:

$$m_{\text{mol, Ni}} = 58.69 \frac{g}{mol}$$

Damit befinden sich

$$\rho_{\text{Ni,mol}} = \frac{\rho_{\text{Ni}}}{m_{\text{mol, Ni}}}$$

mol Nickelatome in einer Volumeneinheit. Dies entspricht einer absoluten Anzahl von

$$n = \frac{\rho_{\text{Ni}}}{m_{\text{mol, Ni}}} N_A = \frac{8,9\ \text{g} \cdot \text{cm}^{-3}}{58,69\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}} \cdot 6,022 \cdot 10^{23}\ \text{mol}^{-1} \approx 9,1 \cdot 10^{22}\,\text{cm}^{-3}$$

Nickelatomen pro Volumen, was wegen des Hinweises gleich der Anzahl der Leitungselektronen ist.

$n \approx 9,1 \cdot 10^{22}\ \text{cm}^{-3}$	Punkte A3.c

Hinweis: Wenn Sie diesen Punkt nicht gelöst haben, rechnen Sie mit $n = 1 \cdot 10^{23}$ cm^{-3} weiter

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer

d) Berechnen Sie den elektrischen Widerstand R des Ni-Drahtstücks. Berücksichtigen Sie dabei den Temperaturgradienten im Draht. Nehmen Sie vereinfachend an, dass die Temperatur im Draht linear mit der Länge abfällt. Die thermische Längenausdehnung des Drahtes sei vernachlässigbar. **(4 Punkte)**

Hinweis: Mathematische Hilfestellung $\int \frac{dx}{a \pm bx} = \pm \frac{1}{b} \ln(a \pm bx) + c$

Lösung:

Aus

$$R = \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{l}{A}$$

ergibt sich für den Widerstand eines infinitesimal kleinen Abschnitts des Leiters an der Stelle x an der eine Temperatur T herrscht:

$$dR = \frac{1}{\sigma(T(x)) \cdot A} dx = \frac{1}{en\mu(T(x)) \cdot A} dx$$

n ist aus Teilaufgabe c.) bekannt. Aus Hinweis folgt für die Temperaturverteilung im Draht

$$T(x) = T_{\text{Referenz}} + (T_{\text{Mess}} - T_{\text{Referenz}}) \cdot \frac{x}{d} \quad ,$$

womit sich mit Hilfe der Definition des technischen Temperaturkoeffizienten eine Verteilung der Beweglichkeit über x zu

$$\mu(T(x)) = \mu_{300K} \left(1 + \alpha_{300K} \left(T(x) - 300K\right)\right)$$

ergibt. Für den Gesamtwiderstand folgt damit:

$$\begin{aligned}
R &= \int_0^d \frac{1}{e \cdot n \cdot \mu(T(x)) \cdot A} dx = \int_0^d \frac{1}{e \cdot n \cdot \mu_{300K} \cdot A} \cdot \frac{1}{1 + \alpha_{300K} \left(T(x) - 300K\right)} dx \\
&= \frac{1}{e \cdot n \cdot \mu_{300K} \cdot A} \cdot \int_0^d \frac{1}{1 + \alpha_{300K} \cdot \left(T_{\text{Referenz}} + (T_{\text{Mess}} - T_{\text{Referenz}}) \cdot \frac{x}{d} - 300K\right)} dx \\
&= \frac{1}{e \cdot n \cdot \mu_{300K} \cdot A} \cdot \frac{1}{\alpha_{300K} \cdot \frac{(T_{\text{Mess}} - T_{\text{Referenz}})}{d}} \cdot \ln\left(1 + \alpha_{300K} \cdot \left(T_{\text{Referenz}} + (T_{\text{Mess}} - T_{\text{Referenz}}) \cdot \frac{x}{d} - 300K\right)\right)\Bigg|_{x=0}^{x=d} \\
&= \frac{1}{e \cdot n \cdot \mu_{300K} \cdot A} \cdot \frac{1}{\alpha_{300K} \cdot \frac{(T_{\text{Mess}} - T_{\text{Referenz}})}{d}} \cdot \ln\left(\frac{1 + \alpha_{300K} \cdot \left(T_{\text{Referenz}} + (T_{\text{Mess}} - T_{\text{Referenz}}) \cdot \frac{d}{d} - 300K\right)}{1 + \alpha_{300K} \cdot \left(T_{\text{Referenz}} + (T_{\text{Mess}} - T_{\text{Referenz}}) \cdot \frac{0}{d} - 300K\right)}\right) \\
&= \frac{1}{e \cdot n \cdot \mu_{300K} \cdot A} \cdot \frac{d}{\alpha_{300K} \cdot (T_{\text{Mess}} - T_{\text{Referenz}})} \cdot \ln\left(\frac{1 + \alpha_{300K} \cdot \left(T_{\text{Mess}} - 300K\right)}{1 + \alpha_{300K} \cdot \left(T_{\text{Referenz}} - 300K\right)}\right)
\end{aligned}$$

$$\approx \frac{10\ \text{cm}}{1{,}602\cdot 10^{-19}\ \text{As}\cdot 9{,}1\cdot 10^{22}\ \text{cm}^{-3}\cdot 10\ \frac{\text{cm}^2}{\text{Vs}}\cdot\frac{\pi\cdot(0{,}05\ \text{cm})^2}{4}\cdot(-6{,}7\cdot 10^{-3}\ \text{K}^{-1})\cdot 80\ \text{K}}$$

$$\cdot\ln\left(\frac{1-6{,}7\cdot 10^{-3}\ \text{K}^{-1}\cdot\left((273+105)K-300\ \text{K}\right)}{1-6{,}7\cdot 10^{-3}\ \text{K}^{-1}\cdot\left((273+25)K-300\ \text{K}\right)}\right)$$

$$\approx 49\ \text{m}\Omega$$

	Punkte A2.d
R = 49mΩ	

Hinweis: Wenn Sie diesen Punkt nicht gelöst haben, rechnen Sie mit R = 10 mΩ weiter.

e) Berechnen Sie aus den Angaben für das Ni-Drahtstück die Wärmeleitfähigkeit λ_W von Ni bei der mittleren Temperatur T = 65 °C des Thermoelement-Schenkels. **(2 Punkte)**

Hinweis: Die Lorenz-Zahl hat den Wert $L \approx 2,45 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{V^2K^{-2}}$.

<u>Lösung:</u>

Thermische und elektronische Leitfähigkeit sind bei Metallen über das Wiedemann-Franz-Gesetz verknüpft:

$$L = \frac{\lambda_\mathrm{W}}{\sigma} \cdot \frac{1}{T}$$

Da eine mittlere Temperatur von 65°C genau der in Aufgabe d) betrachteten Situation entspricht, kann der dort berechnete Widerstandswert für die Berechnung der mittleren Leitfähigkeit benutzt werden. Es gilt:

$$\bar{\sigma} = \frac{d}{R \cdot \pi \left(\delta / 2\right)^2}$$

Mit Hilfe des Wiedemann-Franz-Gesetzes folgt schließlich:

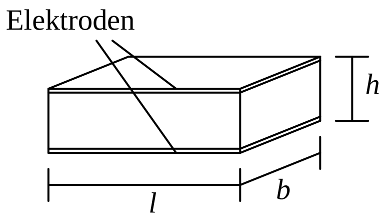
$$\lambda_\mathrm{W} = L \cdot \bar{\sigma} \cdot T = L \frac{d}{R \cdot \pi \left(\delta / 2\right)^2} T \approx \frac{2,45 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{V^2K^{-2}} \cdot 0,1\ \mathrm{m} \cdot (273+65)\ \mathrm{K}}{50 \cdot 10^{-3}\ \Omega \cdot \pi \cdot (0,25 \cdot 10^{-3}\mathrm{m})^2} \approx 86\ \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m} \cdot \mathrm{K}}$$

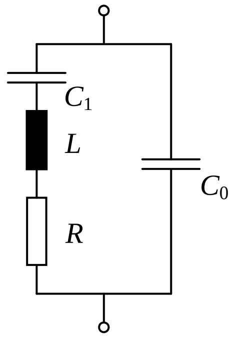
	Punkte A2.e
$\lambda_W = 86\ \dfrac{\mathrm{W}}{\mathrm{m} \cdot \mathrm{K}}$	

Rechenaufgabe A3: Piezoelektrizität

Dargestellt sind ein piezoelektrischer Aktor und das zugehörige elektrische Ersatzschaltbild. Die Dicke der Elektroden ist bei allen Rechnungen zu vernachlässigen.

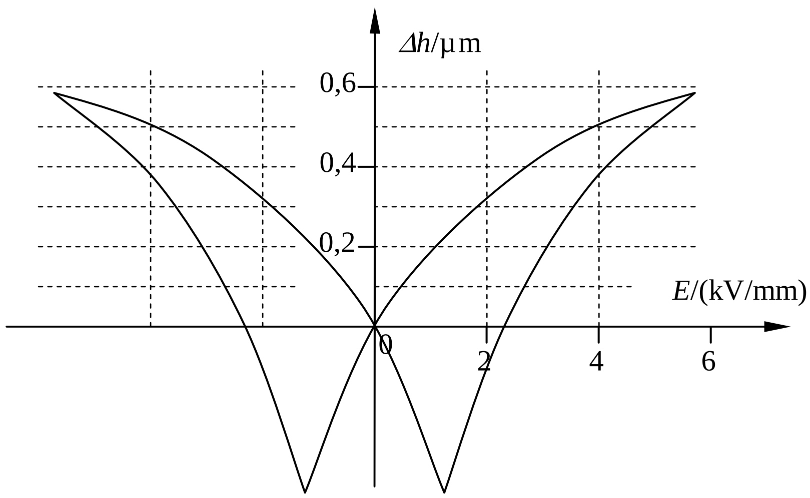
Hinweis: Die Kapazität des Aktors wurde mit Hilfe einer Sawyer-Tower-Schaltung zu 2nF bestimmt.





Daten: l = 5 mm, b = 5 mm, h = 0,2 mm, ε_r = 1800

a) Die Messung der Dehnung Δh als Funktion der elektrischen Feldstärke E ergibt das gezeichnete Diagramm. Der Aktor war bei dieser Messung mechanisch nicht belastet.



Welche Materialeigenschaft muss der Aktor besitzen um das dargestellte Hystereseverhalten aufzuweisen? **(1 Punkt)**

Bestimmen Sie die mittlere piezoelektrische Ladungskonstante d im Bereich von 0 bis 2 kV/mm für eine positiv gepolte Probe. **(1 Punkt)**

Lösung:

Der Aktor zeigt Hytereseverhalten und muss daher aus einem ferroelektrischen Material bestehen.

Für die mechanische Dehnung gilt allgemein

$$\varepsilon_M = s^E \cdot \sigma_M + d \cdot E$$

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer

Diese Beziehung vereinfacht sich aufgrund nicht vorhandener mechanischer Belastung ($\sigma_M = 0$) *zu*

$$\varepsilon_M = d \cdot E$$

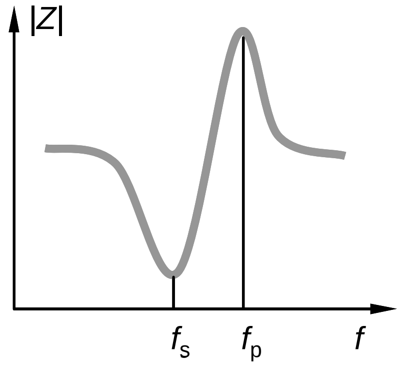
Für d *gilt also:*

$$d = \frac{\Delta h}{h}\frac{\varepsilon_M}{E} = \frac{\Delta h}{h}\frac{1}{E} = \frac{0.32 \cdot 10^{-6}}{0.2 \cdot 10^{-3}}\frac{1}{2 \cdot 10^{3}}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{V}} = 8 \cdot 10^{-10}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{V}}$$

	Punkte A3.a
Materialeigenschaft: Ferroelektrisch $d = 8 \cdot 10^{-10}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{V}}$	

Hinweis: Wenn Sie diesen Punkt nicht gelöst haben, rechnen Sie mit $d = 4 \cdot 10^{-10}\,\frac{\mathrm{As}}{\mathrm{N}}$ weiter.

b) Die Messung der Impedanz über der Frequenz f ergibt den gezeichneten Verlauf.



Die Serienresonanzfrequenz f_s beträgt 3 MHz, die Parallelresonanzfrequenz f_p beträgt 5 MHz. Berechnen Sie die Werte für C_0 und C_1 des elektrischen Ersatzschaltbildes. **(2 Punkte)**

Hinweis: Der piezoelektrische Kopplungsfaktor berechnet sich zu $k^2 = \frac{C_1}{C_0 + C_1} = \frac{f_p^2 - f_s^2}{f_p^2}$.

<u>Lösung:</u>
Aus Hinweis folgt zunächst:

$$k^2 = \frac{f_p^2 - f_s^2}{f_p^2} = 0.64 = \frac{C_1}{C_0 + C_1}$$

Mit einer Sawyer-Tower-Schaltung wird die Kapazität eines Bauelements in einer Gleichstrommessung (f=0Hz) bestimmt. Diese Kapazität entspricht im Ersatzschaltbild der Summe der Kapazitäten der Einzelzweige, also

$$C_0 + C_1 = C(f = 0Hz) = 2nF \ .$$

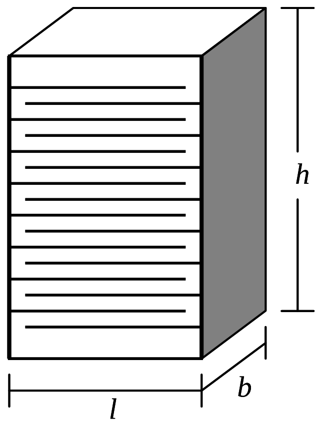
Beide Gleichungen können nach C0 bzw. C1 aufgelöst werden, so dass folgt:

$$C_1 = 2nF \cdot 0.64 = 1.28nF$$
$$C_0 = 2nF - C_1 = 0.72nF$$

$C_0 = \quad 0.72nF$ $C_1 = \quad 1.28nF$	Punkte A3.b

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer

c) Mit dem oben beschriebenen Material soll ein Vielschichtaktor zum Antrieb von Einspritzventilen für Dieselmotoren aufgebaut werden, der folgende Anforderungen erfüllen soll: Maximale Betriebsspannung U_{max} = 80 V, maximale elektrische Feldstärke 2 kV/mm, Längenänderung $\Delta h = 10\ \mu\text{m}, b = l = 5$ mm.



Wie viele Schichten sind dazu mindestens erforderlich?

Welche minimale Höhe h_{min} ergibt sich für diesen Aktor?

(3 Punkte)

Lösung:

Es gilt:

$$E = \frac{U_B}{d_{Schicht}} \text{ bzw. } \varepsilon_M = \frac{\Delta d}{d_{Schicht}} = d \cdot E$$

Ineinander einsetzen liefert zunächst

$$\Delta d = d \cdot E \cdot d_{Schicht} = d \cdot \frac{U_B}{d_{Schicht}} \cdot d_{Schicht} = dU_B\,,$$

was eine Gesamthöhenänderung von

$$\Delta h = N \Delta d = NdU_B$$

bedeutet. Die Anzahl der erforderlichen Schichten für eine gewisse Höhenänderung ist dann gegeben mit

$$N = \frac{\Delta h}{dU_B}\,,$$

was wiederum mit $U_B = U_{max} = 80V$ minimal wird. Es ergibt sich also für die mindestens notwendige Anzahl an Schichten:

$$N = \frac{10 \mu m}{8 \cdot 10^{-10} \frac{m}{V} \cdot 80} = 156.25 \rightarrow 157 \text{ Schichten nötig}$$

Die Gesamthöhe des Aktors ergibt sich damit zu

$$h_{min} = Nd_{Schicht} = N\frac{U_B}{E},$$

was wiederum minimal wird, wenn die maximale Feldstärke zugelassen wird:

$$h_{min} = N\frac{U_B}{E_{max}} = 157\frac{80}{2\frac{kV}{mm}} = 6.28mm$$

	Punkte A3.c
Anzahl der Schichten: 157 h_{min} = 6.25 mm	

Hinweis: Wenn Sie diesen Punkt nicht gelöst haben, rechnen Sie mit $N = 313$ Schichten bzw. $h_{\min} = 12.5mm$ weiter.

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer

d) Wie groß ist die Gesamtkapazität des Vielschichtaktors? **(1 Punkt)**

Mit welchem Strom muss der Aktor angesteuert werden, wenn die geforderte Längenänderung in $\Delta t = 0{,}1ms$ erreicht werden soll (konstanter Strom vorausgesetzt)? **(1 Punkt)**

Hinweis: Nehmen sie an, dass die Elektrodenfläche gleich der Grundfläche ist.

Lösung:
Die Gesamtkapazität ergibt sich aus Parallelschaltung (alle Unter bzw. Oberseiten der verschalteten Einzelaktoren liegen auf gleichem Potential, siehe Skizze in Aufgabenstellung) der Einzelkapazitäten zu:

$$C = \varepsilon_0 \varepsilon_R \frac{A}{d_{Schicht}} \cdot N = \varepsilon_0 \varepsilon_R \frac{A}{h_{\min}} \cdot N^2 = 1.57\,\mu F$$

Um die Spannung von 0 auf 80V anzuheben muss eine Ladungsmenge

$$\Delta Q = C \cdot \Delta U = 1.56 \mu F \cdot 80V = 0.1257 \text{ mAs}$$

auf die Aktoren aufgebracht werden. Dies kann mit einem konstanten Strom von

$$\text{I} = \frac{\Delta \text{Q}}{\Delta \text{t}} = \frac{0.1248 \text{ mAs}}{0.1 \text{ms}} = 1.26 \text{A}$$

innerhalb der geforderten Zeit erreicht werden.

	Punkte A3.d
$C_{ges} = 1.57\ \mu\text{F}$ $I = 1.26$ A	

e) Nennen Sie ein typisches Material, dass piezoelektrische Eigenschaften aufweist. **(1 Punkt)**

Lösung:
Blei-Zirkonat-Titanat, Bariumtitanat, SiO_2 …

	Punkte A3.e
Z.B. Bariumtitanat	

Erreichte Punkte

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer

Erreichte Punkte