

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

Schriftliche Kernfachprüfung 22. Februar 2013

Passive Bauelemente

Der Beginn der Prüfung wird von der Prüfungsaufsicht bekannt gegeben. Wenn Sie vor dem offiziellen Beginn diese Seite umschlagen und die Aufgaben einsehen, wird dies als Täuschungsversuch gewertet. Füllen Sie folgenden Kasten vollständig aus.

Nachname	Vorname	Matrikelnummer
Zutreffendes bitte ankreuzen <input type="checkbox"/> Erstprüfung <input type="checkbox"/> Wiederholungsprüfung		
Wiederholer/innen bitte ausfüllen		
Straße/Nummer	Postleitzahl/Ort	
Telefon	E-Mail	

Zur Prüfung zugelassene / mitzubringende Hilfsmittel

- Es sind keine Hilfsmittel außer den angegebenen erlaubt.
- Formelsammlung für PB SS 2012 (ohne handschriftliche Notizen)
- Zwei handschriftlich (einseitig) beschriebene DIN-A4-Seiten
- Taschenrechner und Schreibzeug (Lineal, Stifte etc., keine Bleistifte verwenden)

Hinweise zum Ablauf der Prüfung

- Halten Sie Ihren Studierendenausweis und Ihre Immatrikulationsbescheinigung bereit.
- Nach Prüfungsbeginn kontrollieren Sie bitte zuerst, ob das vorliegende Prüfungsheft vollständig ist.
- Die Prüfungsdauer beträgt 3 Zeitstunden.
- Jegliche Kommunikation ist während der Prüfung untersagt.
- Während der Prüfung werden Fragen zu Aufgaben oder Stoffgebiet nicht beantwortet.
- Beachten Sie Tafelanschriften und Folien, die zu Beginn oder während der Prüfung gezeigt werden.

Hinweise zum Bearbeiten der Aufgaben

- Die Prüfung besteht aus 30 Antwort-Wahl-Fragen (Teil 1) und 3 Rechenaufgaben (Teil 2). In den beiden Teilen sind jeweils 30 Punkte erreichbar.
- Falls Ihnen die deutsche Sprache Schwierigkeiten bereitet, können Sie Begründungstexte alternativ in englischer Sprache formulieren.
- Wenn Sie den Unterpunkt einer Rechenaufgabe nicht gelöst haben, rechnen Sie mit den angegebenen Größen / Zahlenwerten weiter.
- Lösungen auf eigenen Blättern, unzureichend gekennzeichnete Lösungen und Lösungen auf Blättern ohne Angabe von Name, Matrikelnummer oder Aufgabennummer werden nicht gewertet.
- Für die Lösung ist der dafür vorgesehene Bereich unterhalb der jeweiligen Aufgabenstellung zu verwenden. Falls der vorhandene Platz nicht ausreichen sollte, verwenden Sie das hinten beigegefügte Zusatzblatt. Bei Bedarf werden von der Prüfungsaufsicht weitere Blätter ausgegeben. Für jede Aufgabe muss eine separate Zusatzseite verwendet werden. Sind auf einer Seite Teile mehrerer Aufgaben gelöst worden, wird entsprechend der Aufgabennummer in der Kopfzeile gewertet.
- Die Ergebnisse und Begründungen sind in die dafür vorgesehenen Bereiche, Felder oder Diagramme zu schreiben bzw. anzukreuzen. Beschriften Sie keinesfalls die grau hinterlegten Korrekturfelder.

Viel Erfolg!

Teil 1: Antwort-Wahl-Fragen (30 Punkte)

Bei den folgenden Antwort-Wahl-Fragen können jeweils eine oder mehrere Antworten richtig sein. Es wird je Frage 1 Punkt vergeben, wenn genau alle richtigen Antworten und keine falschen Antworten angekreuzt sind. Teilpunkte werden nicht vergeben.

1. Welche Aussage zu Dielektrika ist richtig?

- Alle Piezoelektrika sind auch ferroelektrisch.
- Alle Ferroelektrika sind auch pyroelektrisch.
- Alle Pyroelektrika sind auch auch piezoelektrisch.

2. Im Bohrschen Atommodell

- umkreisen die Elektronen den Atomkern auf festen Bahnen.
- ändert sich der Abstand zwischen Elektron und Atomkern periodisch.
- ist die Aufenthaltswahrscheinlichkeit des Elektrons auf jedem Punkt der Kreisbahn gleich.
- unterliegt der Abstand zwischen Atomkern und Elektron einer Gaussverteilung.

3. Die Clausius-Mossotti-Beziehung

- stellt einen mathematischen Zusammenhang zwischen Polarisierbarkeit und der relativen Dielektrizitätszahl eines Materials her.
- beschreibt den Einfluss der Polarisation auf die ferromagnetischen Eigenschaften von Festkörpern.
- gibt den Zusammenhang zwischen makroskopischer Suszeptibilität und der Polarisation auf atomarem Maßstab eines Festkörpers wieder.

4. Kationen

- sind gegenüber dem Anion negativ geladen.
- besitzen eine hohe Elektronenaffinität.
- sind gegenüber dem Atom positiv geladen.
- werden beispielsweise von Elementen aus der Hauptgruppe VII gebildet.

5. Welche Aussage zum piezoelektrischen Effekt ist richtig?

- Kristalle mit ausgeprägtem Symmetriezentrum besitzen besonders hohe piezoelektrische Konstanten.
- Der Piezoeffekt ist ein anisotroper Effekt.
- An kristallografischen Phasenübergängen werden besonders hohe piezoelektrische Konstanten beobachtet.

6. Die lokale Feldstärke nach Lorentz ist

- in polarisierbaren Materialien kleiner als das am Werkstoff angelegte makroskopische Feld.
- die elektrische Feldstärke, die auf atomarer Ebene polarisiert.
- bei Werkstoffen mit besonders großem ϵ_r ebenfalls besonders groß.

7. Bei der Hysteresekurve eines Ferromagneten zeichnet sich die Koerzitivfeldstärke dadurch aus, dass

- in diesem Punkt alle Weißschen Bezirke gleich ausgerichtet sind.
- die magnetische Flussdichte verschwindet.
- das Material diamagnetisch wird.
- sie ein Maß für die Remanenz ist.

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

8. Welche Aussagen zum Periodensystem sind richtig?

- Weiter oben stehende Elemente haben einen kleineren Atomradius.
- Die molare Masse der Elemente steigt von rechts nach links.
- Anionen der Hauptgruppenelemente haben einen kleineren Atomradius als das jeweilige Atom.
- Kationen der Hauptgruppenelemente haben einen kleineren Atomradius als das jeweilige Atom.

9. Welche Aussagen zu den Polarisationsmechanismen sind richtig?

- Die Rückstellkräfte der ionischen Polarisation sind elektrostatische Bindungskräfte.
- Die Rückstellkräfte der Orientierungspolarisation basieren auf Van-der-Waals Kräften.
- Die Dielektrizitätszahl von Silizium ($\epsilon_r = 12$) basiert auf reiner Ionenpolarisation

10. Dehnmessstreifen (DMS) verändern infolge mechanischer Beanspruchung ihren elektrischen Widerstand, und zwar:

- metallische DMS hauptsächlich, weil die Beweglichkeit der Ladungsträger durch Gitterverzerrungen abnimmt.
- DMS aus Halbleitern ganz dramatisch ($K=100...200$), weil ihre Geometrie sich ändert.
- metallische DMS, weil ihre Geometrie sich ändert.
- völlig unempfindlich gegen äußere Temperatureinflüsse.

11. Welche Aussage zur Domänenbildung im Bariumtitanat (BTO) ist richtig?

- Verringerung elektrischer und mechanischer Spannungsfelder durch Domänenbildung.
- Domänen im BTO besitzen eine Größenordnung, die im Lichtmikroskop nachgewiesen werden kann.
- Domänen sind die Ursache der hohen remanenten Polarisation in BTO.

12. Typische Anwendungen des piezoelektrischen Effekts sind:

- Erzeugung von Hochspannungsimpulsen im Feuerzeug
- Elektromechanische Frequenzfilter
- Aktoren für die Kraftstoffeinspritzung
- Ultraschallerzeugung in der Medizintechnik

13. Bei welchem der folgenden Effekte handelt es sich um einen thermoelektrischen Effekt?

- Peltier-Effekt
- Hall-Effekt
- Seebeck-Effekt
- Meißner-Ochsenfeld-Effekt

14. Diamagnetische und paramagnetische Werkstoffe unterscheiden sich

- im Vorzeichen ihrer Permeabilitäten.
- im Vorzeichen ihrer Suszeptibilitäten.
- im Vorhandensein magnetischer Momente auch im feldfreien Zustand.
- in ihrem Temperaturverhalten nicht.

15. Diffusion

- Der Diffusionskoeffizient steigt in der Regel mit der Temperatur.
- In einem polykristallinen Festkörper diffundieren Kationen und Anionen ausschließlich über Korngrenzen.
- Ein Konzentrationsgefälle führt zu einer Diffusion in Richtung der höheren Konzentration.

16. Wärmeleitung

- Metalle sind meist gute Wärmeleiter.
- In Isolatoren erfolgt die Wärmeleitung überwiegend durch Phononen.
- Die Wärmeleitfähigkeit steigt mit der elektrischen Leitfähigkeit an.
- Im Vakuum kann Wärme durch Strahlung und Konvektion übertragen werden.

17. Resonanzverhalten wird bei der Relaxation der folgenden Polarisationsmechanismen beobachtet:

- Elektronenpolarisation
- Ionenpolarisation
- Orientierungspolarisation
- Raumladungspolarisation

18. Der PTC-Effekt in reinem Bariumtitanat

- wird vorrangig an einkristallinen Proben beobachtet.
- ist ein Korngrenzeffekt.
- tritt nur oberhalb der Debye-Temperatur auf.
- kann für Temperatursensoren mit einem besonders breiten Anwendungstemperaturbereich genutzt werden.

19. Der Beitrag der Elektronenpolarisation zur Suszeptibilität eines Materials

- besitzt gegenüber der Orientierungspolarisation eine größere Temperaturabhängigkeit.
- ist vom Atomradius abhängig.
- verschwindet für Frequenzen kleiner 1 THz.

20. Monomere

- In einem Monomer liegt immer Kohlenstoff als Bestandteil vor.
- können zu Polymerketten verknüpft werden.
- In einem Monomer sind die Elemente überwiegend ionisch gebunden.

21. Die folgenden Defekte sind 0-dimensionale Punktdefekte:

- Versetzungen
- Leerstellen
- Elektronen und Löcher
- Poren

22. Sauerstoff

- kann in einer Verbindung nur als Anion vorliegen.
- liegt in einem Metalloxid immer als Anion vor.
- liegt in einem Metalloxid immer kovalent gebunden vor.
- liegt unterhalb 1 K als Metall vor.

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

23. Ein Thermopaar sollte zur Temperaturmessung

- eine möglichst hohe Thermospannung besitzen.
- mit zwei Enden an einen isothermen Block angeschlossen werden.
- möglichst aus zwei gleichen Materialien bestehen.

24. Welches Kristallsystem zeigt im Bariumtitanat keine spontane Polarisierung:

- rhomboedrisch
- orthorhombisch
- tetragonal
- kubisch

25. Kristallgitter:

- Ein Metall, das im kubisch flächenzentrierten Gitter vorliegt, weist eine maximale Raumerfüllung von 74 % auf.
- Rein kovalent gebundene Kristalle können in der Diamantgitterstruktur vorliegen.
- Im Perowskitgitter (ABO_3) werden A-Platz und B-Platz von unterschiedlichen Anionen besetzt.

26. Weißsche Bezirke in einem ferromagnetischen Werkstoff

- entsprechen in ihrer Ausdehnung den Körnern der polykristallinen Matrix des Werkstoffs.
- sind voneinander getrennt durch die sogenannten Bloch-Wände.
- haben in einem äußeren Magnetfeld stets dieselbe räumliche Ausdehnung.
- haben in einem äußeren Magnetfeld stets dieselbe räumliche Orientierung ihres magnetischen Moments.

27. Bei elektronischen Hoppingleitern

- findet kein Ladungsträgertransport im Leitungsband statt.
- sinkt die Hoppingwahrscheinlichkeit mit steigender Temperatur
- entstehen die halbleitende Eigenschaften durch Wertigkeitswechsel der Kationen im Oxid.
- existieren ausschließlich kovalente Bindungen.

28. Für die sinnvolle defektchemische Beschreibung einer makroskopisch ausgedehnten Metalloxydprobe

- berücksichtigt man alle ca. 10^{23} Gitterbausteine.
- spielen die Sauerstoffleerstellen eine Rolle.
- sind Elektronen und Löcher unerheblich.
- kann man auf die chemischen Reaktionsgleichungen Massenwirkungsgesetze anwenden und somit Defektkonzentrationen berechnen.

29. Heißleiter (NTCs)

- verringern ihren elektrischen Widerstand mit steigender Temperatur, da die Ladungsträgerbeweglichkeit abnimmt.
- weisen üblicherweise eine $R(T)$ -Kennlinie der Form $R \sim \exp(\text{const.}/T)$ auf.
- die im Bereich der Eigenerwärmung betrieben werden, eignen sich hervorragend als Temperatursensoren.
- besitzen in der Regel eine Spinell-Gitterstruktur.

30. In einem Atom

- werden die quantentheoretisch erlaubten Zustände mit maximal 8 Elektronen besetzt.
- werden die Energiezustände nach dem Pauli-Prinzip mit Elektronen besetzt.
- kann ein Atomorbital mit maximal einem Elektron besetzt werden.

Punkte AWF

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

Teil 2: Rechenaufgaben (30 Punkte)

Rechenaufgabe A1: Defektchemie

Mit dreiwertigem Eisen dotiertes Strontiumtitanat ($\text{SrTi}_{1-x}\text{Fe}_x\text{O}_3$) zeigt für Temperaturen über 600 °C eine „Mischleitung“, also eine ionische und elektronische Leitfähigkeit, die vom Sauerstoffpartialdruck p_{O_2} der umgebenden Gasatmosphäre und der Proben temperatur T abhängt.

a) Geben Sie für $\text{SrTi}_{1-x}\text{Fe}_x\text{O}_3$, jeweils die vollständige Elektroneutralitätsbeziehung (ENB) in Kröger-Vink-Notation an. Berücksichtigen Sie in der ENB die Konzentration der elektronischen Ladungsträger, die zweifach geladenen Sauerstoffleerstellen und die dreiwertige Eisendotierung auf dem vierwertigen Titanplatz.

(1 Punkt)

Lösung:

$$n + [Fe'_{Ti}] = p + 2[V_{O}^{\bullet\bullet}]$$

$n + [Fe'_{Ti}] = p + 2[V_{O}^{\bullet\bullet}]$	Punkte A1.a
--	-------------

b) Für Temperaturen über 600 °C kann die elektronische Leitfähigkeit $\sigma = e\mu p_{(pO_2, T)}$ von $\text{SrTi}_{1-x}\text{Fe}_x\text{O}_3$ als Funktion des Sauerstoffpartialdrucks der umgebenden Atmosphäre pO_2 und der Probertemperatur T angegeben werden:

$$\sigma = \sigma_0 \cdot e^{\frac{W}{kT}} \cdot \left(\frac{pO_2}{\text{bar}} \right)^m \quad \text{mit } [O_{2(g)}] = pO_2.$$

Berechnen Sie die Materialkonstanten σ_0, W und m mit Hilfe der gegebenen Leitfähigkeitswerte, die bei $pO_2 = 0,1$ bar gemessenen wurden:

$$\sigma_1 = \sigma \Big|_{T=600^\circ\text{C}} = 1 \cdot 10^{-3} \text{ S/cm}$$

$$\sigma_2 = \sigma \Big|_{T=800^\circ\text{C}} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ S/cm}$$

Verwenden Sie zur Lösung die Reaktionsgleichung $O_O^X \rightleftharpoons V_O^{\bullet\bullet} - 2h^\bullet + \frac{1}{2}O_{2(g)}$ mit $[O_{2(g)}] = pO_2$. Nehmen Sie als vereinfachte Elektroneutralitätsbedingung $[Fe_{Ti}'] \approx 2[V_O^{\bullet\bullet}]$ an und betrachten Sie $[O_O^X]$ als Konstante. Weiterhin sei die Beweglichkeit μ der elektronischen Ladungsträger konstant bzgl. pO_2 und T . Die Eisenplätze seien vollständig ionisiert.

(5 Punkte)

Lösung:

Mit Hilfe von $O_O^X + 2p \rightleftharpoons V_O^{\bullet\bullet} + \frac{1}{2}O_{2(g)}$, der gegebenen Elektroneutralitätsbedingung $[Fe_{Ti}'] \approx 2[V_O^{\bullet\bullet}]$ und Anwendung des Massenwirkungsgesetzes folgt:

$$\frac{[V_O^{\bullet\bullet}] \cdot p^{-2} \cdot [O_{2(g)}]^{1/2}}{[O_O^X]} = \frac{\frac{1}{2}[Fe_{Ti}'] \cdot p^{-2} \cdot [O_{2(g)}]^{1/2}}{[O_O^X]} = k_0 \cdot e^{-\frac{\Delta G_0}{kT}},$$

Einsetzen von $[O_{2(g)}] = pO_2$ Auflösen nach p liefert:

$$p = \sqrt[2]{\frac{\frac{1}{2}[Fe_{Ti}']}{[O_O^X] \cdot k_0} \cdot e^{\frac{\Delta G_0}{2 \cdot kT}} \cdot pO_2^4}$$

Womit dann wegen $\sigma = e\mu$

$$\sigma = e \cdot \mu_p \cdot \sqrt[2]{\frac{\frac{1}{2}[Fe_{Ti}']}{[O_O^X] \cdot k_0} \cdot e^{\frac{\Delta G_0}{2 \cdot kT}} \cdot pO_2^4}$$

als Ausdruck für die Leitfähigkeit folgt.

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

Lösungsweg für m:

Koeffizientenvergleich mit

$$\sigma = \sigma_0 \cdot e^{\frac{W}{kT}} \cdot \left(\frac{pO_2}{\text{bar}} \right)^m$$

aus der Aufgabenstellung liefert:

$$m = +\frac{1}{4}$$

Lösungsweg für W:

Für die Leitfähigkeit an zwei verschiedenen Temperaturen gilt:

$$\sigma_1 = \sigma_0 \cdot e^{\frac{W}{kT_1}} \cdot pO_2^{\frac{1}{4}} \quad \text{bzw.} \quad \sigma_2 = \sigma_0 \cdot e^{\frac{W}{kT_2}} \cdot pO_2^{\frac{1}{4}}$$

Die Temperaturunabhängigkeit von σ_0 ausnutzend kann aus dem Verhältnis

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = e^{\frac{W}{k} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right)}$$

W zu

$$W = k \frac{\ln \sigma_1 - \ln \sigma_2}{\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}}$$

bestimmt werden. Einsetzen der Zahlenwerte für σ_1 und σ_2 liefert schließlich

$$W = k \frac{\ln \sigma_1 - \ln \sigma_2}{\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}} = 8.617 \cdot 10^{-5} \frac{\text{eV}}{\text{K}} \cdot \frac{\ln 10^{-3} - \ln 5 \cdot 10^{-4}}{\frac{1}{873,15\text{K}} - \frac{1}{1073,15\text{K}}} = 0,28 \text{eV}$$

Lösungsweg für σ_0 :

Durch Umformen von $\sigma_1 = \sigma_0 \cdot e^{\frac{W}{kT_1}} \cdot \left(\frac{pO_2}{\text{bar}} \right)^{\frac{1}{4}}$ und einem passenden Leitfähigkeitswert z.B. bei $T_1=600^\circ\text{C}$ und $pO_2 = 0,1 \text{ bar}$ kann σ_0 berechnet werden:

$$\sigma_0 = \sigma_1 \cdot e^{-\frac{W}{kT_1}} \cdot \left(\frac{pO_2}{\text{bar}} \right)^{-\frac{1}{4}} = 10^{-3} \frac{\text{S}}{\text{cm}} \cdot e^{-\left(\frac{0,28\text{eV}}{8,617 \cdot 10^{-5} \frac{\text{eV}}{\text{K}} \cdot 873,15\text{K}} \right)} \cdot (0,1)^{-\frac{1}{4}} = 0,000043 \frac{\text{S}}{\text{cm}}$$

$m = \frac{1}{4}$ $W = 0,28 \text{ eV}$ $\sigma_0 = 0,000043 \frac{\text{S}}{\text{cm}}$	Punkte A1.b
--	-------------

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

c) Das kubische Gitter von $\text{SrTi}_{1-x}\text{Fe}_x\text{O}_3$ mit einer Dotierung von $x = 0,05$ hat eine Gitterkonstante von $a = 0,4 \text{ nm}$. Berechnen Sie die Konzentration an Sauerstoffleerstellen wenn diese Eisendotierung vollständig durch Sauerstoffleerstellen kompensiert wird.

(2 Punkte)

Lösung:

Gesamtkonzentration an Wirtsplätzen: $[Ti_{Ti}] = \frac{1}{a^3} = 1,5625 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3}$

Sauerstoffleerstellenkonzentration:

$$2[V_O^{\bullet\bullet}] \approx [Fe_{Ti}']$$

$$[Fe_{Ti}'] = [Ti_{Ti}^X] \cdot x$$

$$[V_O^{\bullet\bullet}] = [Ti_{Ti}^X] \cdot x \cdot 0,5 = 1,5625 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3} \cdot 0,05 \cdot 0,5 = 3,9 \cdot 10^{20} \text{ cm}^{-3}$$

$[Ti_{Ti}] = 1,5625 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3}$ $[V_O^{\bullet\bullet}] = 3,9 \cdot 10^{20} \text{ cm}^{-3}$	Punkte A1.c
--	-------------

d) Strontiumtitanat sei nun mit Lanthan La_{Sr}^\bullet dotiert: $Sr_{1-x}La_xTiO_3$. Durch eine geeignete Auslagerung in unterschiedlichen pO_2 -Atmosphären bei hohen Temperaturen ($T > 1200^\circ C$) kann die Leitfähigkeit des Materials bei Raumtemperatur einerseits verbessert (Einsatz als elektronische Leiter), andererseits aber auch verschlechtert (Einsatz als Dielektrikum) werden.

Die beiden Fälle werden näherungsweise je durch eine der im Folgenden angegebenen Elektroneutralitätsbedingungen beschrieben:

$$\text{ENB I: } n \approx [La_{Sr}^\bullet] + 2[V_O^{\bullet\bullet}]$$

$$\text{ENB II: } n + 4[V_{Ti}^{////}] + 2[V_{Sr}^{//}] \approx [La_{Sr}^\bullet]$$

Ordnen Sie in der folgenden Tabelle durch Ankreuzen die Elektroneutralitätsbedingungen dem sie erzeugenden Auslagerungsverfahren sowie der zugehörigen Auswirkung auf die elektronische Leitfähigkeit zu. Begründen Sie ihre Zuordnung jeweils kurz.

(2 Punkte)

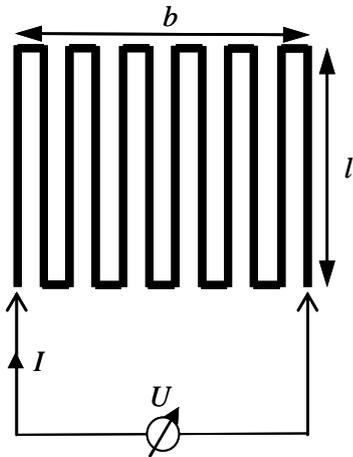
	Auslagerung bei niedrigem pO_2	Auslagerung bei hohem pO_2	Elektronische Leitfähigkeit verbessert	Elektronische Leitfähigkeit verschlechtert
ENB I	X		X	
ENB II		X		X
Kurze Begründung	Bei niedrigem pO_2 werden vermehrt Sauerstoffleerstellen erzeugt.	Bei hohem pO_2 werden Titan und Strontium oxidiert. Die entsprechenden Oxide bilden Zweiphasen und hinterlassen im Gitter entsprechende Metallleerstellen.	Bei der Erzeugung von Sauerstoffleerstellen werden zusätzliche Leitungselektronen freigesetzt.	Strontium- und Titanleerstellen können nur unter Verminderung der Zahl der freien Elektronen entstehen. Für jede gebildete Leerstelle mussten zur vorhergehenden Oxidation Leitungselektronen aufgewendet werden, die nun nicht mehr zur Leitung zur Verfügung stehen.

Punkte A1.d

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

Rechenaufgabe A2: Nichtlineare Widerstände

Dargestellt ist eine unbekannte Drahtprobe mit kreisförmigem Querschnitt, deren Widerstands-Temperatur-Messkurve rechts skizziert ist:

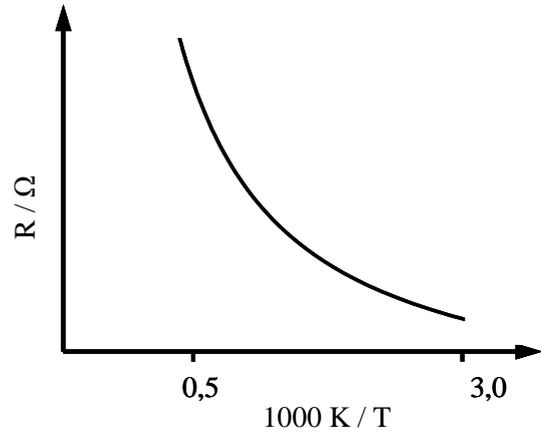


Abmessungen:

$$b = 300 \text{ mm}$$

$$l = 100 \text{ mm}$$

$$d = 100 \mu\text{m}$$



a) Aus welchem der folgenden drei Materialien besteht die Probe? Schließen Sie aus der angegebenen Widerstands-Temperatur-Kurve, die an Luft gemessen wurde, auf das Probenmaterial und begründen Sie kurz Ihre Entscheidung.

(1 Punkt)

<input type="checkbox"/> Bariumtitanat BaTiO_3 <input type="checkbox"/> Kupfer Cu <input checked="" type="checkbox"/> Platin Pt	Begründung: <i>Platin, wegen pos. TK_R und weiten Temperaturbereichs der Messung (bis ca. 1700 °C).</i>	Punkte A2.a
--	---	-------------

b) Die Konzentration der Elektronen in der Probe beträgt $n = 6,8 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3}$, und ihre Diffusionskonstante bei Raumtemperatur ($T = 298 \text{ K}$) habe den Wert $D_n = 0,23 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$. Berechnen Sie den elektrischen Leitwert G der oben skizzierten Probe bei Raumtemperatur.

Hinweis: Die Länge der Stirnabschnitte darf nicht vernachlässigt werden.

(1 Punkt)

Lösung:

$$(1) \quad G = \sigma \cdot \frac{\pi d^2 / 4}{12l + b}$$

$$(2) \quad \sigma = n \cdot e_0 \cdot \mu_n$$

$$(3) \quad \frac{D_n}{\mu_n} = \frac{kT}{e_0} \quad (\text{Einstein-Beziehung})$$

(2) und (3) in (1) einsetzen \Rightarrow

$$(4) \quad G = \frac{ne_0^2 D_n}{kT} \cdot \frac{\pi d^2 / 4}{12l + b} = \frac{6,8 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3} \cdot (1,602 \cdot 10^{-19} \text{ As})^2 \cdot 0,23 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}}{1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} \cdot 298 \text{ K}} \cdot \frac{\pi \cdot 10^{-4} \text{ cm}^2 / 4}{12 \cdot 10 \text{ cm} + 30 \text{ cm}} \approx 51 \text{ mS}$$

$G = 51 \text{ mS}$	Punkte A2.b
---------------------	-------------

Hinweis: Wenn Sie diesen Punkt nicht gelöst haben, rechnen Sie mit dem Leitwert $G = 100 \text{ mS}$ weiter.

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

c) Wie groß ist die Wärmeleitfähigkeit λ_w des Werkstoffs? Um wieviel Kelvin erwärmt sich die Probe, wenn ihr für die Dauer von einer Minute eine thermische Leistung $P_{th} = 1 \text{ mW}$ zugeführt wird?

(2 Punkte)

Hinweis: Die Lorenz-Zahl hat den Wert $L \approx 2,45 \cdot 10^{-8} \text{ V}^2 \text{K}^{-2}$. Die molare Wärmekapazität der Probe beträgt $c_{w,m} = 25,4 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$. Die Probe enthält $8 \cdot 10^{20}$ Atome. Vernachlässigen Sie Wärmeverluste.

Lösung:

Wiedemann-Franz-Gesetz:
$$L = \frac{\lambda_w}{\sigma} \cdot \frac{1}{T} = \frac{\lambda_w \cdot A}{G \cdot D \cdot T_{\text{Raum}}}$$

mit $D = 12l + b$ und $A = \pi d^2 / 4$ und G : Leitwert aus (b)

$$\Rightarrow \lambda_w = \frac{G \cdot D \cdot L \cdot T_{\text{Raum}}}{A} = \frac{51 \cdot 10^{-3} \text{ S} \cdot 1,5 \text{ m} \cdot 2,45 \cdot 10^{-8} \text{ V}^2 \text{K}^{-2} \cdot 298 \text{ K}}{7,85 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2}$$

$$\approx 71,1 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}$$

Molare Wärmekapazität des Werkstoffs:
$$c_{w,m} = \frac{\partial U}{\partial T} = \frac{P_{th} \cdot \Delta t}{\Delta T}$$

Die Probe enthält $n = \frac{8 \cdot 10^{20}}{6,022 \cdot 10^{23}} \approx 1,33 \cdot 10^{-3} \text{ mol Atome}$.

Wärmekapazität der Probe: $c_w \approx n \cdot c_{w,m}$

$$\Rightarrow \Delta T = \frac{P_{th} \cdot \Delta t}{n \cdot c_{w,m}} = \frac{10^{-3} \text{ W} \cdot 60 \text{ s}}{1,33 \cdot 10^{-3} \text{ mol} \cdot 25,4 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}} = 1,8 \text{ K}$$

$\lambda_w = 71,1 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}$ $\Delta T = 1,8 \text{ K}$	Punkte A2.c
--	-------------

d) Der Probe wird ein Messstrom $I = 275 \text{ mA}$ eingeprägt, wodurch sie sich auf eine konstante Oberflächentemperatur von $T_O = 150 \text{ °C}$ erwärmt. Die Umgebungstemperatur bleibt konstant bei $T_U = 25 \text{ °C}$. Berechnen Sie den linearen Temperaturkoeffizienten $\alpha_\rho = (1/\rho) \cdot (\Delta\rho/\Delta T)$ des spezifischen Widerstands des Werkstoffs zwischen Raumtemperatur und 150 °C .

(3 Punkte)

Hinweis: Die von dem Draht der Länge D über dessen Oberfläche A_O durch Konvektion abgeführte Wärmeleistung berechnet sich gemäß $P_K = s_W \sqrt{D} \sqrt{A_O} \Delta T^{5/4}$ mit $s_W = 2,01 \cdot \text{W} \cdot \text{K}^{-5/4} \cdot \text{m}^{-3/2}$. Die Längenänderung des Drahtes aufgrund von Temperaturerhöhung ist zu vernachlässigen.

Lösung:

$$P_K \stackrel{!}{=} P_{\text{elektrisch}} = I^2 R_{\text{warm}}$$

$$\Rightarrow s_W \sqrt{D} \sqrt{A_O} \cdot \Delta T^{5/4} = I^2 \cdot \frac{1}{G_{25 \text{ °C}}} (1 + \alpha_\rho \Delta T)$$

$$\Rightarrow \alpha_\rho = \frac{1}{\Delta T} \cdot \left(\frac{s_W \sqrt{D} \sqrt{A_O} \cdot \Delta T^{5/4} \cdot G_{25 \text{ °C}}}{I^2} - 1 \right)$$

$$= 0.11 \text{ K}^{-1}$$

$\alpha_\rho = 0.11 \text{ K}^{-1}$	Punkte A2.d
-------------------------------------	-------------

Hinweis: Wenn Sie diesen Punkt nicht gelöst haben, rechnen Sie mit $\alpha_\rho = 4,0 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ weiter.

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

e) Die Drahtprobe wird nun bei Raumtemperatur um 1 % längs gedehnt. Die Dehnung wird über den Widerstand des Drahtes messtechnisch erfasst. Um wie viel Kelvin darf der Draht durch den Messstrom maximal erwärmt werden, damit der Messfehler aufgrund der Eigenerwärmung des Drahtes unterhalb 10 % bleibt?

(3 Punkte)

Hinweis: Der K-Faktor beträgt $K = 2,16$.

Lösung:

$$\text{Dehnung: } \frac{\Delta l}{l} = 0,01$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta R_{\text{Dehnung}}}{R} = K \cdot \frac{\Delta l}{l} = 2,16 \cdot \frac{\Delta l}{l} = 0,0216 \Rightarrow \Delta R_{\text{Dehnung}} = 0,0216R$$

$$\frac{\Delta R_{\text{mess}} - \Delta R_{\text{Dehnung}}}{\Delta R_{\text{Dehnung}}} < 0,1$$

$$\frac{(\Delta R_{\text{Dehnung}} + \Delta R_{\text{Temperatur}}) - \Delta R_{\text{Dehnung}}}{\Delta R_{\text{Dehnung}}} < 0,1$$

$$\frac{\Delta R_{\text{Temperatur}}}{\Delta R_{\text{Dehnung}}} < 0,1$$

$$\frac{\alpha_{\rho} \cdot \Delta T \cdot R}{0,0216R} < 0,1$$

$$\Rightarrow \Delta T < \frac{0,1 \cdot 0,0216}{\alpha_{\rho}} = 0,02 \text{ K}$$

$\Delta T_{\text{max}} = 0,02\text{K}$	Punkte A2.e
--	-------------

Rechenaufgabe A3: Dielektrika

Durch Aufbringen zweier Elektrodenplättchen auf eine zylinderförmige dielektrische Probe kann ein realer Kondensator aufgebaut werden (siehe Bild 1 rechts). Die Fläche des Kondensators sei $A = 100 \text{ mm}^2$, die Dicke des Dielektrikums betrage $d = 0,5 \text{ mm}$.

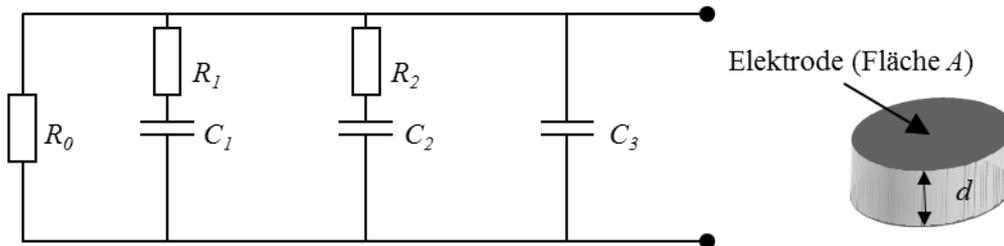


Bild 1

Das allgemeine elektrische Ersatzschaltbild eines realen Dielektrikums kann in einem Frequenzbereich von $f = 0 \text{ Hz}$ bis 10^{10} Hz durch das in Bild 1 links dargestellte Ersatzschaltbild angenähert werden.

a) Das verwendete Dielektrikum besitze keine Raumladungspolarisation. Welche der Ersatzschaltbilddemente können unter dieser Annahme zu 0 bzw. ∞ gesetzt werden? Begründen Sie Ihre Antwort.

(2 Punkte)

Lösung:

Raumladungspolarisation und Orientierungspolarisation werden im Ersatzschaltbild durch je ein RC-Glied (Relaxation) beschrieben. Da das Dielektrikum keine Raumladungspolarisation besitzt, muss eines der RC-Elemente wegfallen: $R_1 = \infty$ und/oder $C_1 = 0$ (oder alternativ $R_2 = \infty$ und/oder $C_2 = 0$)

$R_1 = \infty$ und/oder $C_1 = 0$	Punkte A3.a
-----------------------------------	-------------

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

Für alle weiteren Teilaufgaben werde $C_1 = 0$ gesetzt.

b) Bild 2 zeigt Real- und Imaginärteil der komplexen Dielektrizitätskonstante $\underline{\varepsilon}_r(f)$ im Frequenzbereich von 10^6 bis 10^{10} Hz. Zudem wird die Impedanz der Probe bei $f = 0$ Hz gemessen. Die Messung ergibt einen Wert von $10\text{ M}\Omega$. Berechnen Sie die Ersatzschaltbildelemente R_0 , R_2 , C_2 und C_3 des Ersatzschaltbildes in Bild 1.

Hinweis: Für die frequenzabhängige Kapazität eines realen Kondensators gilt: $C(\omega) = \varepsilon_0 (\varepsilon'_R - j\varepsilon''_R) \frac{A}{d}$

(4 Punkte)

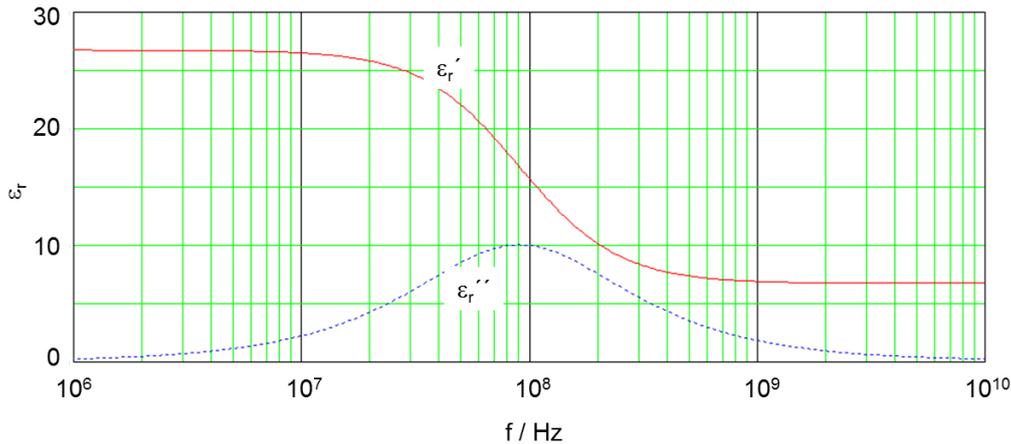


Bild 2

Lösung:

R_0 beschreibt den Gleichstromwiderstand der Probe (Restleitfähigkeit des Dielektrikums) die bei $f = 0$ Hz gemessen wird. Damit ist:

$$R_0 = 10\text{ M}\Omega$$

Elektronen- und Ionenpolarisation fallen erst bei Frequenzen $f > 10^{11}$ Hz aus (Resonanz). Bei kleineren Frequenzen kommen beide Effekte voll zum Tragen und können daher für den gesamten Frequenzbereich als Kapazität modelliert werden. (C_3)

Da $C_1=0$ gesetzt wurde existiert nur noch ein relaxierender Prozess (Orientierungspolarisation). Für Frequenzen oberhalb der Relaxation fällt dieser Beitrag aus und es trägt nur noch C_3 zur Kapazitätsbildung bei. Der Wert von C_3 kann daher über $\varepsilon'_R(f = 10^{10}\text{ Hz})$ und die Probengeometrie berechnet werden:

$$C_3 = \left[\varepsilon'_R(f = 10^{10}\text{ Hz}) - j \underbrace{\varepsilon'_R(f = 10^{10}\text{ Hz})}_{\approx 0} \right] \cdot \varepsilon_0 \cdot \frac{A}{d} = 1,19 \cdot 10^{-11}\text{ F}$$

mit

$$\varepsilon'_R(f = 10^{10}\text{ Hz}) = 6,7$$

Die Elemente R_2 und C_2 beschreiben den Beitrag der Orientierungspolarisation und deren Relaxation bei $f_2 = 1/(2 \cdot \pi \cdot R_2 \cdot C_2)$. Der Kapazitätsbeitrag der Orientierungspolarisation C_2 ergibt sich über die Differenz von $\epsilon_r'(f = 10^6 \text{ Hz})$ und $\epsilon_r'(f = 10^{10} \text{ Hz})$:

$$\epsilon_r'(f = 10^6 \text{ Hz}) = 26.7$$

$$C_2 = \epsilon_r'(f = 10^6 \text{ Hz}) \cdot \epsilon_0 \cdot A/d - \epsilon_r'(f = 10^{10} \text{ Hz}) \cdot \epsilon_0 \cdot A/d = 3.53 \cdot 10^{-11} \text{ F}$$

Über die Relaxationsfrequenz f_2 kann der Widerstand R_2 bestimmt werden.

Ablesen: $f_2 = 0.9 \cdot 10^8 \text{ Hz}$

$$\omega_2 = 2 \cdot \pi \cdot 0.9 \cdot 10^8 \text{ Hz} = 5.7 \cdot 10^8 \text{ Hz}$$

$$\omega_2 = 1/(R_2 \cdot C_2)$$

$$R_2 = 1/(\omega_2 \cdot C_2) = 50 \text{ } \Omega$$

$R_0 = 10 \text{ M}\Omega$ $C_3 = 1.19 \cdot 10^{-11} \text{ F}$ $C_2 = 3.53 \cdot 10^{-11} \text{ F}$ $R_2 = 50 \text{ } \Omega$	Punkte A3.b
--	-------------

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

c) Bei welcher Frequenz ist der Verlustfaktor $\tan \delta$ im Frequenzbereich von 0 Hz bis 10^{10} Hz maximal.

Hinweis: Eine Rechnung ist nicht zwingend notwendig, begründen Sie dann jedoch Ihr Ergebnis.

(2 Punkte)

Lösung:

Für den Verlustfaktor $\tan \delta$ gilt:

$$\tan \delta = \frac{\varepsilon_r''}{\varepsilon_r'} = \frac{|i_R|}{|i_C|}$$

Dieser wird besonders groß, wenn der kapazitive Strom i_C sehr viel kleiner als der ohmsche Strom i_R ist. Da für $f=0$ Hz, der kapazitive Strom zu Null wird geht dort der Verlustfaktor gegen unendlich.

$f = 0 \text{ Hz}$	Punkte A3.c
--------------------	-------------

d) Bei welcher Frequenz ist der Verlustfaktor $\tan \delta$ im Frequenzbereich von 10^6 Hz bis 10^{10} Hz minimal?

Hinweis: Eine Rechnung ist nicht zwingend notwendig, begründen Sie dann jedoch Ihr Ergebnis.

(2 Punkte)

Lösung:

Für den Verlustfaktor $\tan \delta$ gilt:

$$\tan \delta = \frac{\varepsilon_r''}{\varepsilon_r'}$$

Aus Bild 2 wird ersichtlich, dass das Verhältnis von ε_r'' zu ε_r' für $f = 10^6$ Hz den geringsten Wert annimmt (ε_r' ist maximal, ε_r'' minimal).

$f = 10^6$ Hz

Punkte A3.d

