

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

Schriftliche Kernfachprüfung 21. Februar 2014

Passive Bauelemente

Der Beginn der Prüfung wird von der Prüfungsaufsicht bekannt gegeben. Wenn Sie vor dem offiziellen Beginn diese Seite umschlagen und die Aufgaben einsehen, wird dies als Täuschungsversuch gewertet. Füllen Sie folgenden Kasten vollständig aus.

Nachname	Vorname	Matrikelnummer
	Zutreffendes bitte ankreuzen	
	<input type="checkbox"/> Erstprüfung	
	<input type="checkbox"/> Wiederholungsprüfung	
Wiederholer/innen bitte ausfüllen		
Straße/Nummer	Postleitzahl/Ort	
Telefon	E-Mail	

Zur Prüfung zugelassene / mitzubringende Hilfsmittel

- Es sind keine Hilfsmittel außer den angegebenen erlaubt.
- Formelsammlung für PB SS 2013 (ohne handschriftliche Notizen)
- Zwei handschriftlich (einseitig) beschriebene DIN-A4-Seiten
- Taschenrechner und Schreibzeug (Lineal, Stifte etc., keine Bleistifte verwenden)

Hinweise zum Ablauf der Prüfung

- Halten Sie Ihren Studierendenausweis und Ihre Immatrikulationsbescheinigung bereit.
- Nach Prüfungsbeginn kontrollieren Sie bitte zuerst, ob das vorliegende Prüfungsheft vollständig ist.
- Die Prüfungsdauer beträgt 3 Zeitstunden.
- Jegliche Kommunikation ist während der Prüfung untersagt.
- Während der Prüfung werden Fragen zu Aufgaben oder Stoffgebiet nicht beantwortet.
- Beachten Sie Tafelanschriften und Folien, die zu Beginn oder während der Prüfung gezeigt werden.

Hinweise zum Bearbeiten der Aufgaben

- Die Prüfung besteht aus 20 Antwort-Wahl-Fragen (Teil 1), 3 Kurzaufgaben (Teil 2), sowie 3 Rechenaufgaben (Teil 3). Insgesamt sind 60 Punkte erreichbar.
- Falls Ihnen die deutsche Sprache Schwierigkeiten bereitet, können Sie Begründungstexte alternativ in englischer Sprache formulieren.
- Wenn Sie den Unterpunkt einer Rechenaufgabe nicht gelöst haben, rechnen Sie mit den angegebenen Größen / Zahlenwerten weiter.
- Lösungen auf eigenen Blättern, unzureichend gekennzeichnete Lösungen und Lösungen auf Blättern ohne Angabe von Name, Matrikelnummer oder Aufgabennummer werden nicht gewertet.
- Für die Lösung ist der dafür vorgesehene Bereich unterhalb der jeweiligen Aufgabenstellung zu verwenden. Falls der vorhandene Platz nicht ausreichen sollte, verwenden Sie das hinten beigefügte Zusatzblatt. Bei Bedarf werden von der Prüfungsaufsicht weitere Blätter ausgegeben. Für jede Aufgabe muss eine separate Zusatzseite verwendet werden. Sind auf einer Seite Teile mehrerer Aufgaben gelöst worden, wird entsprechend der Aufgabennummer in der Kopfzeile gewertet.
- Die Ergebnisse und Begründungen sind in die dafür vorgesehenen Bereiche, Felder oder Diagramme zu schreiben bzw. anzukreuzen. Beschriften Sie keinesfalls die grau hinterlegten Korrekturfelder.

Viel Erfolg!

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

Teil 1: Antwort-Wahl-Fragen (20 Punkte)

- Bei der Besetzung von Atomorbitalen mit Elektronen gilt,
 - dass die Orbitale in der Reihenfolge Ihrer Hauptquantenzahl besetzt werden.
 - dass bei mehreren Orbitalen gleicher Energie zuerst ein Orbital vollständig gefüllt werden muss, bevor die Besetzung des nächsten Orbitals startet.
 - dass niemals alle 4 Quantenzahlen eines Elektrons mit allen 4 Quantenzahlen eines anderen Elektrons übereinstimmen dürfen.
- Unter einem "Korn" versteht man im materialwissenschaftlichen Sinne üblicherweise
 - eine Fehlstelle im Kristallgitter, die die Beweglichkeit von Ladungsträgern stark herabsetzt.
 - einen eingeschlossenen Fremdkörper.
 - einen Bereich gleicher Kristallstruktur und -Orientierung.
 - einen Bereich gleichartiger ausgerichteter magnetischer Momente.
- Silizium ist 4-wertig. Dotierung mit einem 5-wertigen Element
 - ist nicht möglich, da das Kristallgitter ein solches Element nicht aufnehmen kann.
 - erhöht die Anzahl der Elektronen
 - erhöht die Anzahl der Löcher
- Welches Verhalten unterscheidet Silizium eindeutig von Eisen?
 - Silizium weist bei Raumtemperatur eine größere Leitfähigkeit auf.
 - Gegenläufige Leitfähigkeitsänderung hin zu sehr tiefen Temperaturen.
 - Gegenläufige Leitfähigkeitsänderung bei Variation des Sauerstoffpartialdrucks bei $T=25^{\circ}\text{C}$.
- Für den Aufbau eines magnetischen Speichers soll ein geeignetes Material ausgewählt werden. Dabei ist zu beachten,
 - dass die Koerzitivfeldstärke des Materials besonders groß ist, da dadurch ein versehentliches Kippen von binären Speicherzuständen vermieden wird.
 - dass die Hysteresefläche des Materials besonders klein ist um Hystereseverluste zu minimieren.
 - dass die Koerzitivfeldstärke des Materials besonders groß ist, da dadurch die binären Speicherzustände gut unterschieden werden können.
- Der piezoelektrische Effekt
 - tritt in Perowskitstrukturen in der kubischen Materialphase auf.
 - verschwindet bei hohen Temperaturen.
 - kann nur in keramischen Perowskitstrukturen auftreten.
 - kann, aber muss nicht die Eigenschaft der Ferroelektrizität eines Materials mit sich bringen.
- ZnO-Varistoren werden bei der Herstellung bei niedrigen Temperaturen gesintert
 - um die Nennansprechspannung zu erhöhen.
 - um die Durchbruchspannung zu erhöhen.
 - möglichst große Korngrößen zu erzielen.

8. Lambdasonden werden beispielsweise in der Abgassensorik eingesetzt. Welche Eigenschaften muss der Elektrolyt einer solchen Lambdasonde besitzen?

- Er muss Sauerstoffionen leiten können.
- Er muss eine besonders hohe Elektronenleitfähigkeit aufweisen.
- Er muss gasdurchlässig sein.
- Er muss auch bei hohen Temperaturen stabil sein.

9. Eine Hochtemperatur-Brennstoffzelle (SOFC)

- kann als "Batterie" verstanden werden, deren Speicher permanent nachgeladen wird.
- kann Strom erzeugen durch die Aufspaltung von Wasser in Wasserstoff und Sauerstoff.
- zeigt bei Belastung einen Leistungsabfall, der durch innere kinetische Verlustprozesse erklärt werden kann.

10. Die Verschiebungsdichte D

- ist die Ladung Q pro Fläche, die nach Anlegen eines elektrischen Felds E auf die Kondensatorplatten verschoben wird.
- wird größer wenn bei angeschlossener Spannungsquelle ein Dielektrikum mit $\epsilon_r > 1$ zwischen zwei Kondensatorplatten gebracht wird.
- wird kleiner wenn bei angeschlossener Spannungsquelle ein Dielektrikum mit $\epsilon_r > 1$ zwischen zwei Kondensatorplatten gebracht wird.
- ist gleich der Spannung, die zwischen den Kondensatorplatten gemessen wird.

11. Legt man eine Wechelspannung an einen mit einem Dielektrikum gefüllten Kondensator an,

- so ändert sich die Polarisation P des Dielektrikums mit der Frequenz.
- so ändern sich die Eigenschaften des Kondensators im Vergleich zum Gleichspannungsfall nicht.
- so zeigen Elektronen- und Ionenpolarisation bei bestimmten Frequenzen eine Resonanz.
- so klingt mit steigender Frequenz der Anteil der Orientierungspolarisations an der Gesamtpolarisation ab.

12. Die Ionisierungsenergie von Atomen innerhalb einer Periode

- steigt im Periodensystem von links nach rechts.
- ist für Edelgase betragmäßig am geringsten.
- zeigt keine systematische Abhängigkeit.
- weist in der Mitte der Periode ein Maximum auf.

13. Die Dichte der Schottky-Defekte in einem Kristall ist proportional zu

- T
- $\exp(-W/kT)$
- $\exp(+W/kT)$

14. Welches Material eignet sich besonders für resistive Temperatursensoren?

- Platin
- Bariumtitanat
- Aluminiumoxid
- Konstantan

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

15. Zwei identische Widerstände mit gleichem Temperaturkoeffizienten (TK) werden parallel geschaltet. Der TK des Gesamtwiderstands ist dann im Vergleich zum TK des Einzelwiderstandes:

- kleiner.
- größer.
- unverändert.

16. Der pyroelektrische Effekt

- basiert auf Wärmeausdehnung eines piezoelektrischen Kristalls in Polarisationsrichtung.
- findet Anwendung in elektrischen Feuerzeugen.
- tritt nur bei ferroelektrischen Materialien auf.

17. Im Metalloxid TiO_{2-d} gilt für d:

- d kennzeichnet die Nichtstöchiometrie des Sauerstoffgitters.
- $d > 0$ tritt für hohe äußere Sauerstoffpartialdrücke auf.
- $d > 0$ tritt für niedrige äußere Sauerstoffpartialdrücke auf.
- d ist unabhängig von der Temperatur.

18. Bei einem Thermistor ist die abgeführte thermische Leistung P

- davon abhängig wie er gekühlt wird.
- davon abhängig ob er an einer Strom- oder Spannungsquelle betrieben wird.
- unabhängig von seiner Oberfläche.

19. Heißleiter (NTCs)

- verringern ihren elektrischen Widerstand mit steigender Temperatur, da die Ladungsträgerbeweglichkeit abnimmt.
- weisen üblicherweise eine R(T)-Kennlinie der Form $R \sim \exp(\text{const.}/T)$ auf.
- die im Bereich der Eigenerwärmung betrieben werden, eignen sich hervorragend als Temperatursensoren.
- besitzen in der Regel eine Spinell-Gitterstruktur.

20. Thermoelektrische Effekte:

- Treten durch den wechselseitigen Einfluss von Wärme und elektrischen Größen (Strom, Spannung) in Leitern auf.
- Treten auf, wenn zwei Metalle mit unterschiedlichen Austrittsarbeiten in Kontakt kommen.
- Ein Thermoelement kann hergestellt werden unter Verwendung eines einzigen Leiters.
- Sorgen dafür, dass sich das wärmere Ende eines metallischen Leiters positiv gegenüber dem kälteren Ende auflädt (Seebeck-Effekt).

Punkte AWF

Teil 2: Kurzaufgaben (10 Punkte)

Kurzaufgabe K1: Dielektrikum

Gegeben sei ein idealer Plattenkondensator an dem eine Spannung U anliegt (siehe *Bild K1-1*). Zwischen die Kondensatorplatten werden zwei unterschiedliche Dielektrika eingebracht. Für Fall A sind diese parallel und für Fall B senkrecht zu den Elektroden geschichtet.

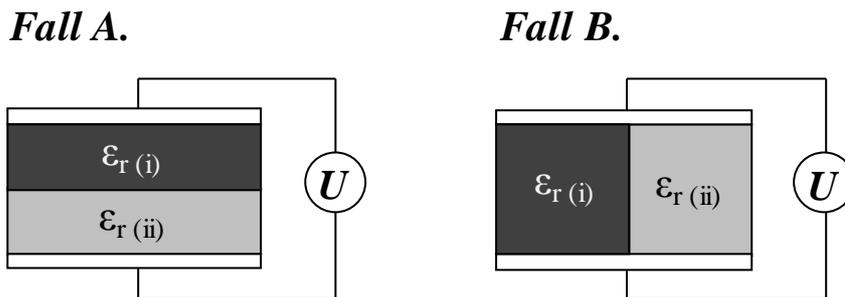


Bild K1-1: Plattenkondensatoren mit parallel bzw. senkrecht zu den Elektroden geschichteten Dielektrika.

- a) Zeichnen ein vereinfachtes Ersatzschaltbild für Fall A und Fall B in die nachfolgende Grafik (*Bild K1-2*). (1 Punkt)

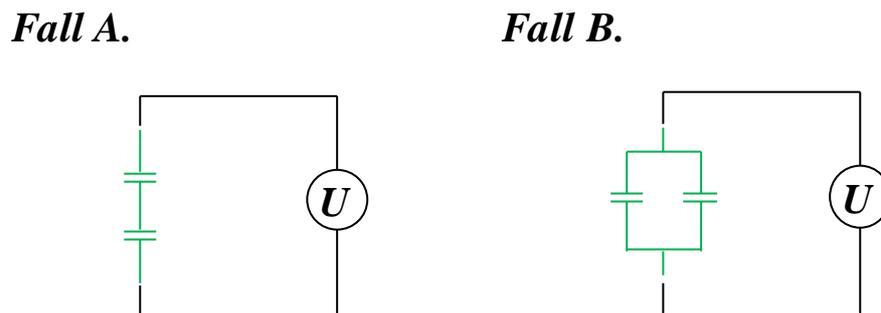


Bild K1-2

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

b) Geben Sie für die Fälle A und B jeweils die korrekten Verhältnisse von E- und D-Feld, sowie die Polarisation P an. Verwenden Sie dazu die fehlenden Operatoren (\neq , $=$) und tragen Sie diese in *Bild K1-3* ein. (1 Punkt)

Fall A.

Fall B.

$$E_{(i)} \neq E_{(ii)}$$

$$D_{(i)} = D_{(ii)}$$

$$P_{(i)} \neq P_{(ii)}$$

$$E_{(i)} = E_{(ii)}$$

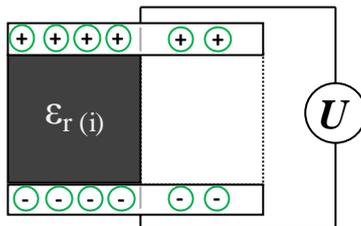
$$D_{(i)} \neq D_{(ii)}$$

$$P_{(i)} \neq P_{(ii)}$$

Bild K1-3

c) Für Fall B wird das Dielektrikum (ii) entfernt, wie die nachfolgende Grafik verdeutlicht. Zeichnen Sie die Verteilung der **vorhandenen Ladungsmenge** quantitativ korrekt auf die Kondensatorplatten ein. Es gilt $\epsilon_{r(i)} = 2$. (1 Punkt)

Fall B.



Vorhandene Ladungsmenge:

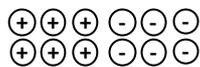


Bild K1-4

Punkte K1.c

Kurzaufgabe K2: Magnetismus

Bild K2-1 zeigt die Temperaturabhängigkeit der inversen magnetischen Suszeptibilität dreier Materialien. Dabei ist eines der Materialien ferromagnetisch, eines diamagnetisch und eines paramagnetisch.

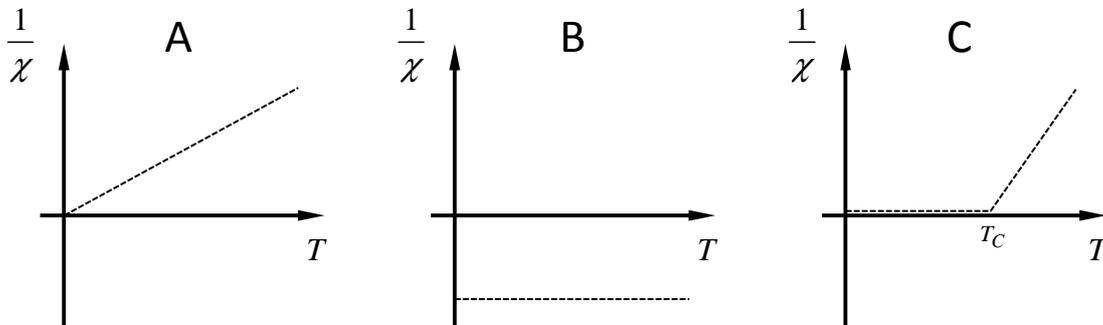


Bild K2-1: Temperaturabhängigkeit der inversen magnetischen Suszeptibilität für drei unterschiedliche Materialien

a) Ordnen Sie den Diagrammen in Bild K2-1 die jeweils darin dargestellte magnetische Eigenschaft zu. Begründen Sie Ihre Zuordnung sorgfältig. (2 Punkte)

Diagramm	Eigenschaft	Begründung
A	paramagnetisch	Bei Paramagnetismus werden atomare magnetische Dipole durch ein äußeres Magnetfeld ausgerichtet und verstärken es somit. Mit zunehmender Temperatur zerstört jedoch die thermische Eigenbewegung der Dipole diesen Effekt und die Suszeptibilität nimmt ab.
B	diamagnetisch	Bei Diamagnetismus ist die Magnetisierung der magnetischen Feldstärke entgegengerichtet und die Suszeptibilität somit negativ.
C	ferromagnetisch	Bei Ferromagnetismus ist die Suszeptibilität aufgrund der Domänenbildung sehr groß, die inverse Suszeptibilität ist daher nahezu null. Oberhalb der Curie-Temperatur werden ferromagnetische Materialien paramagnetisch und die inverse Suszeptibilität steigt nach dem Curie-Weiss-Gesetz linear an.

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

b) Gegeben ist nun die Hysteresekurve eines ferromagnetischen Materials (*Bild K2-2*). Benennen Sie zunächst die charakteristischen Punkte P_1 , P_2 und P_3 . Zeichnen Sie dann Größe und Ausrichtung der Domänen in den verschiedenen Bereichen der Hysteresekurve in die vorgegebenen Kreise ein. Orientieren Sie sich dabei an der vorgegebenen Domänenanordnung im Punkt P_1 . (2 Punkte)

P_1 : Remanenzflussdichte

P_2 : Sättigungsflussdichte

P_3 : Koerzitivfeldstärke

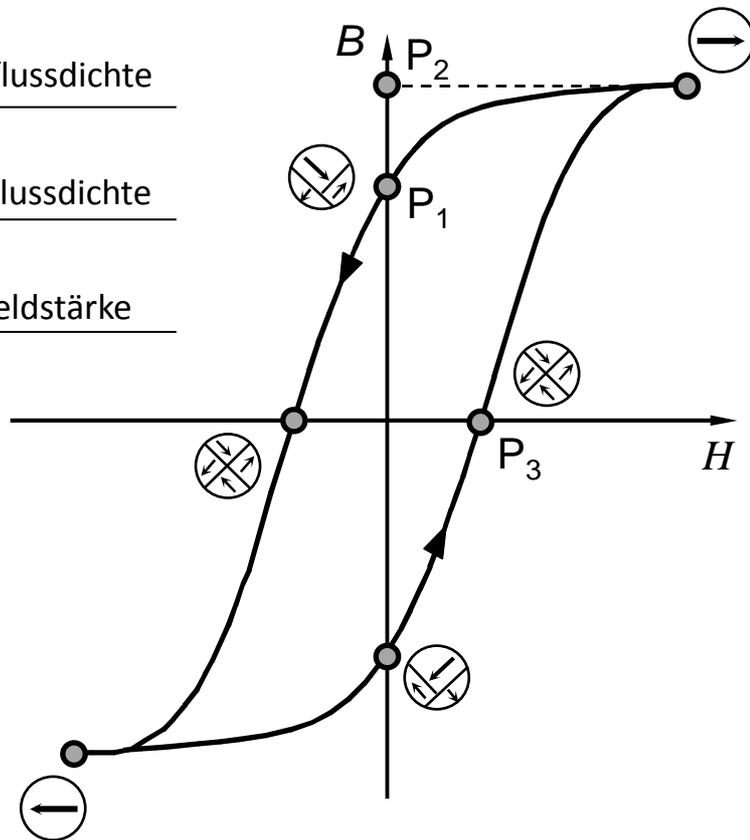


Bild K2-2: Hysteresekurve eines ferromagnetischen Materials

Punkte K2.b

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

Kurzaufgabe K3: Metalle

Dargestellt in *Bild K3-1* ist ein Dehnmessstreifen (DMS) aus Nickel, wie er auf Tragflächen von Flugzeugen zum Einsatz kommen könnte, um die Biegung der Tragflächen während des Fluges zu überwachen.

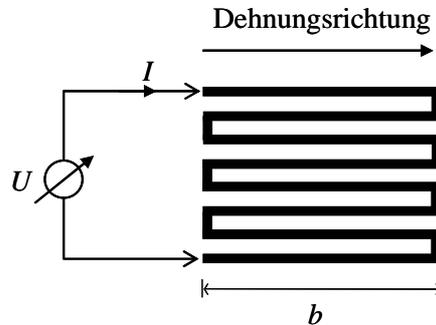


Bild K3-1: Dehnmessstreifen

a) Warum ist der mäanderförmige Aufbau bei Dehnmessstreifen sinnvoll? Geben Sie eine kurze Erklärung. **(1 Punkt)**

- Bei gleicher Drahtlänge **größere Änderung** der Länge bei **gleicher Dehnung Δl** .
- Damit **höhere Empfindlichkeit** oder somit **höhere Messgenauigkeit**

Punkte K3.a

b) Durch die Verwendung welcher Materialklasse kann die Empfindlichkeit des Dehnmessstreifens drastisch gegenüber einem metallischen Dehnmessstreifen erhöht werden und warum? Begründen Sie kurz. **(2 Punkte)**

Halbleiter, piezoresistiver Effekt wird ausgenutzt

K-Faktor von Halbleitern ~ 200 im Vergleich zu Metallen ~ 2

Nicht: Metalloxid (Beispiel ist hier die Keramik und Metalloxid, die nicht elektronenleitend ist: ZrO_2)

Punkte K3.b

Teil 3: Rechenaufgaben (30 Punkte)

Rechenaufgabe A1: Defektchemie

Gegeben sei ein akzeptordotierter Werkstoff. Die Sauerstoffleerstellenkonzentration dieses Werkstoffs ist eine wichtige Größe und lässt sich auf Basis der gegebenen Reaktionsgleichungen (1) bis (3) und der Elektroneutralitätsbedingung (4) berechnen.

a) In das gegebene Diagramm (*Bild R1-1*) soll der Verlauf der Sauerstoffleerstellenkonzentration in Abhängigkeit von der Sauerstoffkonzentration der umgebenden Gasatmosphäre $[O_{2(g)}]$ skizziert werden. Ermitteln Sie hierzu zunächst die jeweilige Steigung a für die vier Bereiche, in denen unterschiedliche, vereinfachte Elektroneutralitätsbedingungen gelten. Beachten Sie beim Einzeichnen die logarithmische Skalierung und die vorgegebene Konzentration des hinzudotierten Akzeptors $[A'_M]$. Die Herleitung der Steigung a sowie der exakten Lage der Kennlinie muss in Ihrer Lösung ersichtlich sein! (4 Punkte)

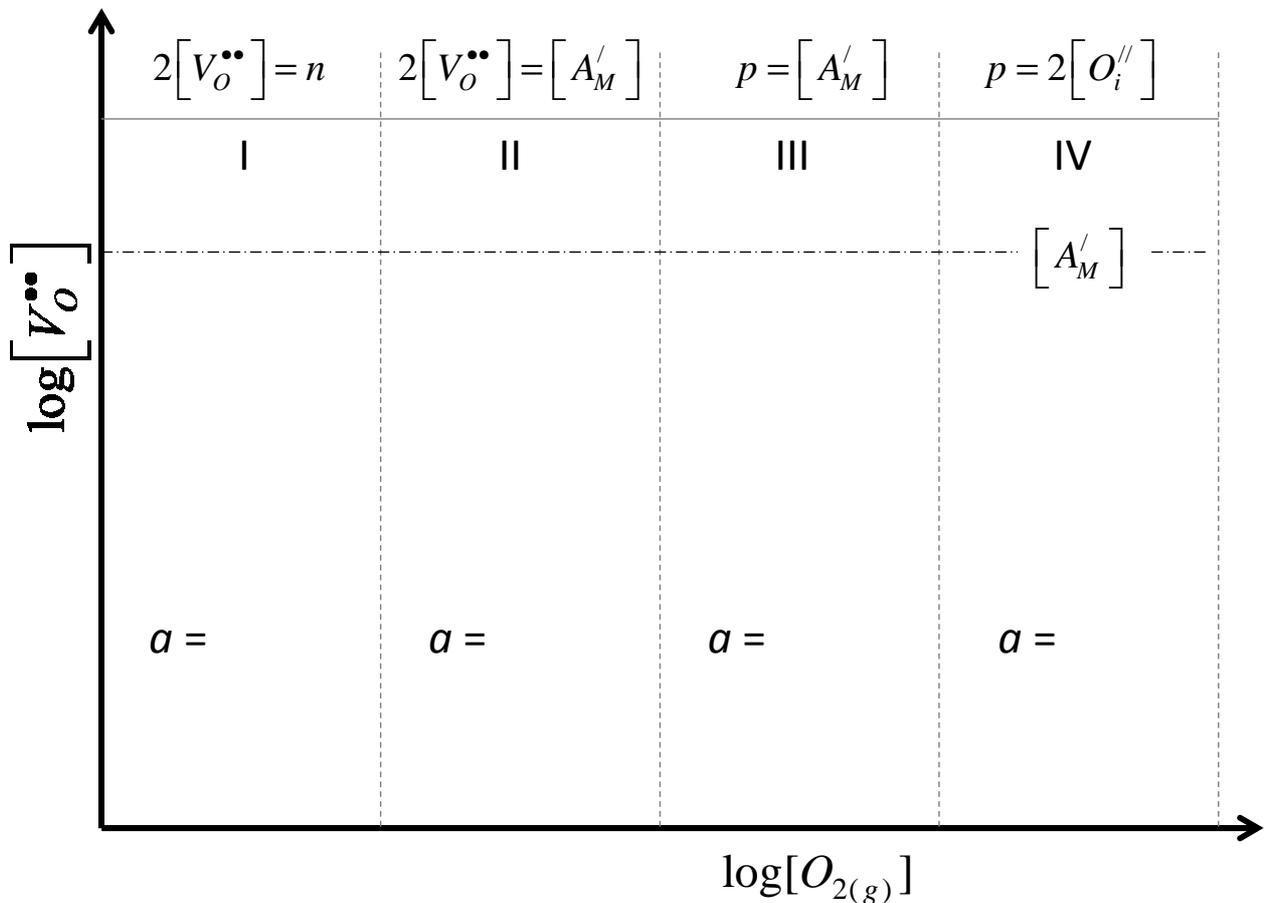
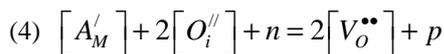
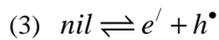
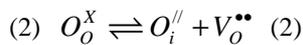
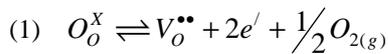
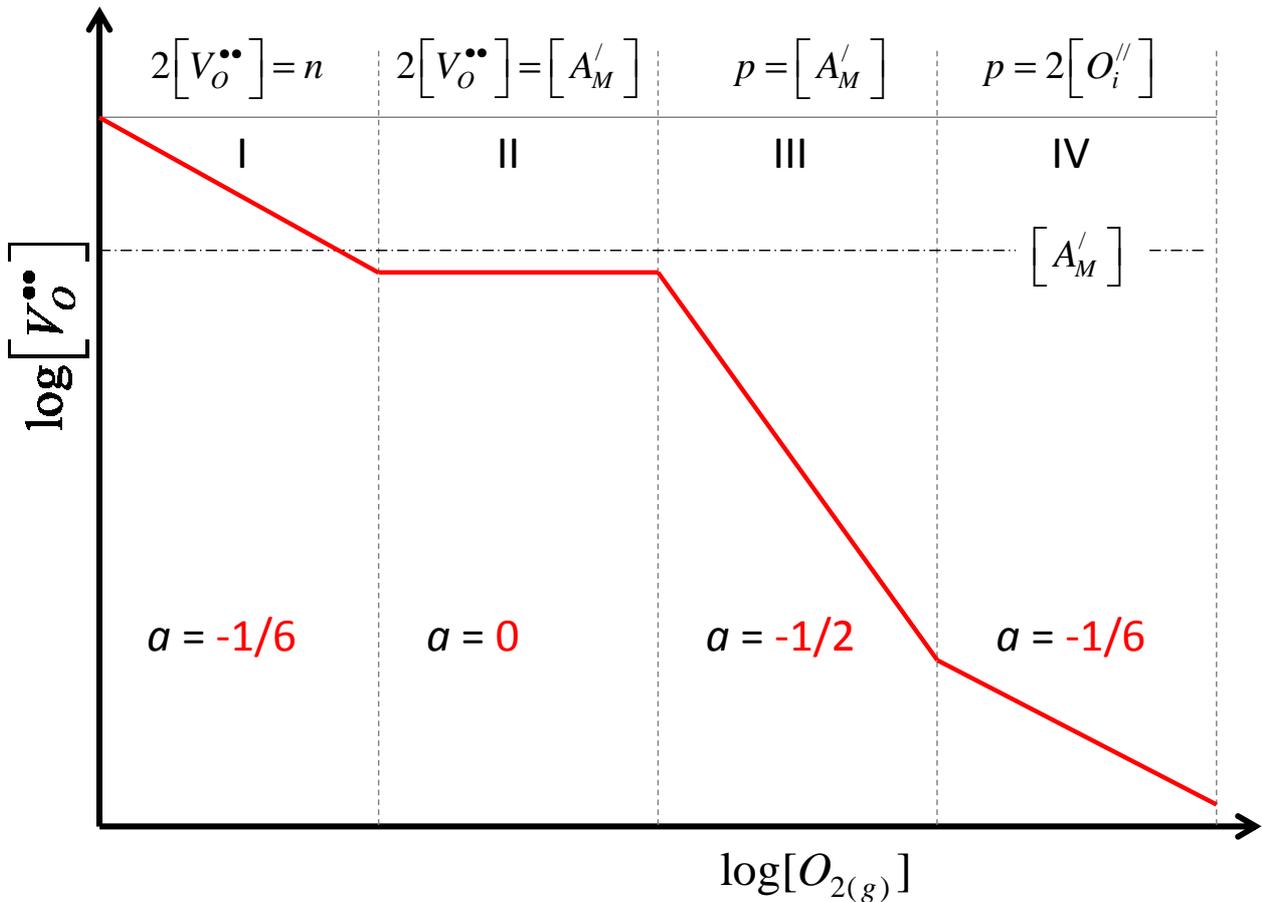


Bild R1-1

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------



Bereich I

mit (1) und vereinfachter ENB:

$$[V_O^{**}] \cdot n^2 \cdot [O_{2(g)}]^{1/2} = [V_O^{**}]^3 [O_{2(g)}]^{1/2} = K \rightarrow a = -1/6$$

Bereich II

Mit $[A'_M] = 2[V_O^{**}]$ ist die Sauerstoffleerstellenkonzentration festgelegt (konstant) und halb so groß

wie die Akzeptordotierung. Damit $\log[V_O^{**}] = \log[A'_M] + \log \frac{1}{2}$ für Lage der Kennlinie

Bereich III:

mit (1), (3) und vereinfachter ENB:

$$[V_O^{**}] \cdot n^2 \cdot [O_{2(g)}]^{1/2} = [V_O^{**}] \cdot p^{-2} \cdot [O_{2(g)}]^{1/2} = [V_O^{**}] \cdot p^{-2} \cdot [O_{2(g)}]^{1/2} =$$

$$[V_O^{**}] \cdot [O_{2(g)}]^{1/2} = K \rightarrow a = -1/2$$

Bereich IV:

mit (1), (2), (3) und vereinfachter ENB:

$$\begin{aligned} [V_{O^{\bullet\bullet}}] \cdot n^2 \cdot [O_{2(g)}]^{1/2} &= [V_{O^{\bullet\bullet}}] \cdot p^{-2} \cdot [O_{2(g)}]^{1/2} = [V_{O^{\bullet\bullet}}] \cdot p^{-2} \cdot [O_{2(g)}]^{1/2} \\ &= [V_{O^{\bullet\bullet}}] \cdot [O_i^{\bullet\bullet}]^{-2} \cdot [O_{2(g)}]^{1/2} = [V_{O^{\bullet\bullet}}]^3 \cdot [O_{2(g)}]^{1/2} = K \quad \rightarrow \quad a = -1/6 \end{aligned}$$

	Punkte A1.a
--	-------------

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

- b) $(\text{Ba}_{0.5}\text{Sr}_{0.5})(\text{Ti}_{1-x}\text{Fe}_x)\text{O}_{3-\delta}$ ist ein mischleitender Werkstoff, der aufgrund seiner hohen ionischen und elektronischen Leitfähigkeit bei Temperaturen über 600 °C z.B. als Sauerstoffmembran oder Gassensor eingesetzt werden kann. Dieser Werkstoff besitzt eine kubische Kristallstruktur (Perowskit) mit einer Gitterkonstante $a = 0.4 \text{ nm}$. Der Nichtstöchiometriekoeffizient δ quantifiziert die Abweichung der Sauerstoffkonzentration im Werkstoff. Der Koeffizient x den Anteil an Eisen im Kristallgitter. Durch Wiegen wurde ein $\delta = 0.2$ bestimmt. Wie viele Sauerstoffleerstellen pro cm^3 hat der Werkstoff? (1 Punkt)

Lösung:

Elementarzellen im Gitter: $\frac{1}{a^3}$

$\delta=0.2$ heißt 0.2 Sauerstoffleerstellen pro Elementarzelle. Somit:

$$[V_{\text{O}}^{\times}] = \frac{1}{a^3} \cdot 0.2 = 3.124 \cdot 10^{21} \text{ cm}^{-3}$$

<u>Lösung:</u> $[V_{\text{O}}^{\times}] = 3.124 \cdot 10^{21} \text{ cm}^{-3}$	Punkte A1.b
--------------------------------------------------------------------------------	-------------

- c) In der gegebenen Verbindung $(\text{Ba}_{0.5}\text{Sr}_{0.5})(\text{Ti}_{1-x}\text{Fe}_x)\text{O}_{3-\delta}$ liegt Eisen 3-wertig und Titan 4-wertig vor. Wie groß ist x , wenn ein $\delta = 0.15$ gemessen wird? Gehen Sie davon aus, dass alle Sauerstoffleerstellen vollständig ionisiert seien, und dass die Fe-Dotierung ausschließlich durch Sauerstoffleerstellen kompensiert wird. (2 Punkte)

x ist Anzahl der Fe pro Elementarzelle, dies ist gesucht.

Vorhandene Sauerstoffleerstellen pro cm^3 :

$$[V_{\text{O}}^{\times}] = \frac{1}{a^3} \cdot \delta$$

Alle Leerstellen ionisiert:

$$[V_{\text{O}}^{\times}] = [V_{\text{O}}^{\bullet\bullet}] = \frac{1}{a^3} \cdot \delta$$

Eisen-Dotierung wird durch Sauerstoffleerstellen kompensiert. Somit gilt für die Anzahl an Fe pro cm^3 :

$$2[V_{\text{O}}^{\bullet\bullet}] = [Fe_{\text{Ti}}'] = 2 \cdot \frac{1}{a^3} \cdot \delta$$

Pro Elementarzelle sind dies

$$[Fe_{\text{Ti}}'] \cdot a^3 = 2 \cdot \frac{1}{a^3} \cdot a^3 \cdot \delta = 2 \cdot \delta = 0.3$$

<u>Lösung:</u> $2[V_{\text{O}}^{\bullet\bullet}] \approx [Fe_{\text{Ti}}'] ; \quad x = 0.3$	Punkte A1.c
---------------------------------------------------------------------------------------------	-------------

Durch Messung der elektrischen Leitfähigkeit als Funktion der Temperatur und des umgebenden Sauerstoffpartialdrucks $pO_2 = [O_{2(g)}]$ wurden am $(Ba_{0.5}Sr_{0.5})(Ti_{1-x}Fe_x)O_{3-\delta}$ folgende Werte bestimmt:

	$pO_{2,1} = 0.21 \text{ bar}$	$pO_{2,2} = 10^{-5} \text{ bar}$
$T_1 = 700 \text{ °C}$	6.185 S/cm	1.390 S/cm
$T_2 = 900 \text{ °C}$	12.097 S/cm	2.719 S/cm

Tabelle R1-1

d) Berechnen Sie die Materialkonstanten σ_0, W und m mit Hilfe der gegebenen Leitfähigkeitswerte

(siehe Tabelle R1-1) und des funktionalen Zusammenhangs $\sigma = \sigma_0 \cdot e^{-\frac{W}{k_B T}} \cdot \left(\frac{pO_2}{\text{bar}}\right)^m$. **(3 Punkte)**

Lösungsweg für m:

$$m = \frac{\ln\left(\frac{\sigma'}{\sigma''}\right)}{\ln(pO_2') - \ln(pO_2'')} = 0.15$$

Lösungsweg für W:

Für die Leitfähigkeit an zwei verschiedenen Temperaturen gilt:

$$\sigma_1 = \sigma_0 \cdot e^{-\frac{\Delta G}{kT_1}} \cdot pO_2^m \text{ bzw. } \sigma_2 = \sigma_0 \cdot e^{-\frac{\Delta G}{kT_2}} \cdot pO_2^m$$

Aus dem Verhältnis $\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = e^{-\frac{\Delta G}{k} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right)}$ kann ΔG berechnet werden:

$$\Delta G = k \frac{\ln \sigma_1 - \ln \sigma_2}{\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}} = 8.617 \cdot 10^{-5} \frac{\text{eV}}{\text{K}} \cdot \frac{\ln(6.185) - \ln(12.097)}{\frac{1}{1173.15\text{K}} - \frac{1}{973.15\text{K}}} = 0.33 \text{ eV}$$

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

Lösungsweg für σ_0 :

Durch Umformen von $\sigma = \sigma_0 \cdot e^{-\frac{\Delta G}{kT}} \cdot \left(\frac{pO_2}{bar}\right)^m$ und einem passenden Leitfähigkeitswert z.B. bei $T_1=700^\circ C$ und $pO_2 = 0,21 bar$ kann σ_0 berechnet werden:

$$\sigma_0 = \sigma_1 \cdot e^{\frac{\Delta G}{kT_1}} \cdot \left(\frac{pO_2}{bar}\right)^{\frac{1}{5}} = 400 \frac{S}{cm}$$

$m = 0.15$ $W = 0.33 eV$ $\sigma_0 = 400 \frac{S}{cm}$	Punkte A1.d
----------------------------------------------------------------------	-------------

Rechenaufgabe A2: Varistor

An einem keramischen Varistor mit gegebener Geometrie (*Bild R2-1*) ergibt eine elektrische Charakterisierung die in *Tabelle R2-1* gegebenen Messwerte.

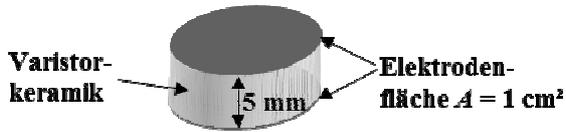


Bild R2-1: Varistor-Probe

angelegte Spannung	gemessener Strom
$U_1 = 1.342 \text{ kV}$	$I_1 = 8 \cdot 10^{-10} \text{ A}$
$U_2 = 2.394 \text{ kV}$	$I_2 = 1.4 \text{ A}$

Tabelle R2-1: Messwerte

- a) Geben Sie die Werte für die Konstante I_0 und den Nichtlinearitätskoeffizienten α für den Zusammenhang zwischen Strom und Spannung $I = \pm I_0 \cdot |U/U_0|^\alpha$ an ($U_0 = 1 \text{ kV}$). Welchen Werkstoff vermuten Sie typischerweise in diesem Bauteil? (2 Punkte)

$$I_1 = I_0 \cdot (U_1 / \text{kV})^\alpha$$

$$I_2 = I_0 \cdot (U_2 / \text{kV})^\alpha$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \left(\frac{U_1}{U_2} \right)^\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{\log(I_1 / I_2)}{\log(U_1 / U_2)} = 36.8$$

$$I_0 = \frac{I_1}{(U_1 / \text{kV})^\alpha} = 1.606 \cdot 10^{-14} \text{ A}$$

$\alpha = 36.8$ (exakt = 36,7704) $I_0 = 1.61 \cdot 10^{-14} \text{ A}$ (exakt=1.6054) Werkstoff: Zinkoxid / SiC (V7F17)	A2.a Punkte
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------

Wenn Sie diesen Punkt nicht gelöst haben, rechnen Sie mit $\alpha = 40$ und $I_0 = 3 \cdot 10^{-14} \text{ A}$ weiter.

Der in Aufgabenteil a) beschriebene Zusammenhang zwischen Strom und Spannung beschreibt die Korngrenzeffekte in der Varistorkeramik. Der ohmsche Widerstand der Körner ist dabei *bisher* vernachlässigt worden, wird im Folgenden aber berücksichtigt.

- b) Ein einfaches Ersatzschaltbild für den Varistor in *Bild R2-1* bestehe nun aus einer Serienschaltung zweier ohmscher Widerstände. Begründen Sie **wann und warum** dieses Ersatzschaltbild gilt. Geben Sie die **Spannung über den Elementen als Funktion des Stromes für jedes Element** einzeln an, wenn für den spez. Widerstand der Körner ($\rho_K = 1 \text{ } \Omega\text{cm}$) gilt. **Welche Korngröße schätzen** Sie grob für die Keramik ab, wenn Sie eine Nennansprechspannung von 1 kV berücksichtigen? (3 Punkte)

Hinweis: Verwenden Sie für die Abschätzung Ihnen bekannte Größen aus der Vorlesung.

(Wann und Warum): muss **beides** **sinngemäß** **enthalten** **sein** **in** **der** **Art...**

- durchgeschalteten Zustand
- Potentialbarrieren an den Korngrenzen abgebaut
- Korngrenzeffekt aufgehoben

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

- Alle Potentialbarrieren an den KG werden bei Überschreiten der Durchbruchspannung pro KG Korngrenze durchbrochen.
- nur noch ohmscher Widerstand der Körner begrenzt den Strom
- Nichtlinearitätskoeffizient α sinkt auf eins

U_K : ohmscher Widerstand der Körner, lineares Verhalten mit $R_K = \rho_K \cdot \frac{0.5 \text{ cm}}{1 \text{ cm}^2} = 0.5 \Omega$

$$U_K = R_K \cdot I = 0.5 \Omega \cdot I$$

U_{KG} : Korngrenzeffekte, nichtlineares Verhalten

$$I = I_0 \cdot \left(\frac{U_{KG}}{\text{kV}} \right)^\alpha \Rightarrow U_{KG} = \left(\frac{I}{I_0} \right)^{\frac{1}{\alpha}} \text{ kV}$$

Bei $\sim 3 \text{ V}$ Spannungsabfall pro Korngrenze sind bei einer Nennansprechspannung von 1000 V grob geschätzt ~ 333 serielle Korngrenzen über der Varistoricke von 5 mm vertreten \rightarrow **mittlere Korngröße von ca. $15 \mu\text{m}$.**

Wann und Warum $U_K(I)$ und $U_{KG}(I)$ Lösung $15 \mu\text{m}$	A2.b Punkte
-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------

c) Berechnen Sie die Stromstärke, bei der nur noch 10 % der angelegten Spannung an den Korngrenzen abfallen. Wie hoch ist die angelegte Spannung U_1 ? (**3 Punkte**)

Hinweis: Verwenden Sie das Ersatzschaltbild aus Aufgabenteil b).

$$U_1 = U_{KG} + U_K, \text{ mit } U_{KG} = 0,1 \cdot U_1 \text{ folgt: } U_{KG} = 1/9 \cdot U_K$$

$$I = I_0 \cdot \left(\frac{U_{KG}}{\text{kV}} \right)^\alpha \Rightarrow \left(\frac{I}{I_0} \right)^{\frac{1}{\alpha}} \text{ kV} = 1/9 \cdot R_K \cdot I$$

$$\Rightarrow I^{\left(\frac{1}{\alpha}-1\right)} = \frac{1/9 \cdot R_K \cdot I_0^{\frac{1}{\alpha}}}{\text{kV}} = \frac{1/9 \cdot 0.5 \text{ V} \cdot (1.61 \cdot 10^{-14} \text{ A})^{\frac{1}{36,8}}}{1000 \text{ V} \cdot \text{A}} = 2.341 \cdot 10^{-5} \text{ A}^{\frac{1}{36,8}-1}$$

$$\Rightarrow I = (2,341 \cdot 10^{-5})^{\frac{36,8}{1-36,8}} \text{ A} = 57537 \text{ A}$$

Damit folgt:

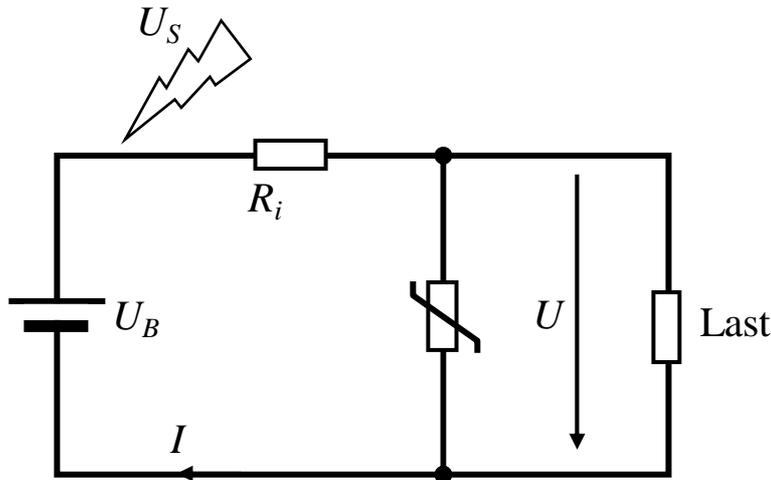
$$U_K = R_K \cdot I = 0,5 \Omega \cdot 57537 \text{ A} = 28.77 \text{ kV}$$

$$U_{KG} = 1/9 \cdot U_K = 3.20 \text{ kV}$$

und schließlich $U_1 = 28.77 \text{ kV} + 3.20 \text{ kV} = 31.97 \text{ kV}$

Ansatz Lösung $I \approx 57537 \text{ A}$ Lösung $U_1 \approx 31959 \text{ kV}$	A2.c Punkte
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------

d) Um eine Last gegen externe Störspannungen zu schützen, wird der Varistor aus Aufgabenteil a) zu ihr parallel geschaltet (siehe *Bild R2-2*).



Zahlenwerte
 $U_B = 500 \text{ V}$
 $U_S = 20 \text{ kV}$

Bild R2-2: Verschaltung von Spannungsquelle U_B mit Innenwiderstand R_i und Varistor, der eine parallel dazu geschaltete Last vor einer Überspannung U_S schützen soll.

Wie muss der Innenwiderstand R_i dimensioniert sein, damit über dem Varistor eine Spannung von maximal $U = 3 \text{ kV}$ abfällt? Welcher Strom fließt dann (kurzzeitig) durch den Varistor? (2 Punkte)

$$U = U_B + U_S - R_i \cdot I = U_B + U_S - R_i \cdot I_0 \cdot \left(\frac{U}{\text{kV}}\right)^\alpha$$

$$\Rightarrow R_i = \frac{U_B + U_S - U}{I_0 \cdot \left(\frac{U}{\text{kV}}\right)^\alpha}$$

Mit Maximalwert: $U = 3 \text{ kV}$ folgt

$$\Rightarrow R_i = \frac{500 \text{ V} + 20000 \text{ V} - 3000 \text{ V}}{1.61 \cdot 10^{-14} \text{ A} \cdot \left(\frac{3 \text{ kV}}{\text{kV}}\right)^{36.8}} = \frac{17500 \text{ V}}{5819.53 \text{ A}} \approx 3.0 \Omega$$

<p>$R_i = 3 \Omega$ (exakt = 3.1154)</p> <p>$I = 5.8 \text{ kA}$ (exakt = 56172)</p>	A2.d Punkte
------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

Rechenaufgabe A3: Sawyer-Tower-Schaltung

Ein $10 \times 10 \times 1 \text{ mm}^2$ großes, rechteckiges Keramikplättchen (*Bild R3-1*) aus Barium-Strontium-Titanat hat die Zusammensetzung $\text{Ba}_{1-x}\text{Sr}_x\text{TiO}_3$. x gibt dabei den Anteil an Strontium an und $1-x$ den Anteil an Barium ($0 \leq x \leq 1$).

Um die komplexe Permittivität $\epsilon = \epsilon' - j\epsilon''$ des Materials zu messen ist die Ober- und Unterseite des Materials mit Elektroden versehen:

Höhe $h = 1 \text{ mm}$

Breite $b = 10 \text{ mm}$

Tiefe $t = 10 \text{ mm}$

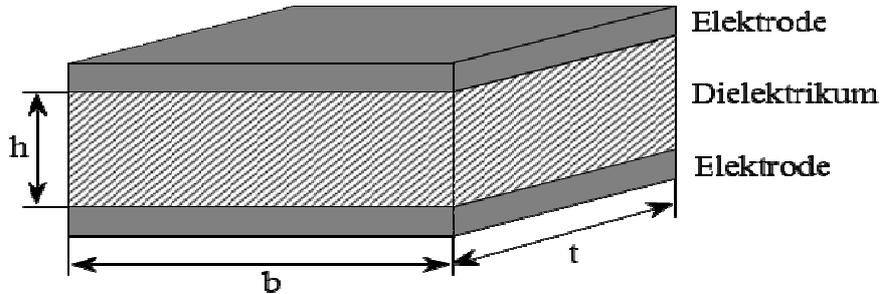


Bild R3-1: Probe

Bei der Frequenz $f = 740 \text{ kHz}$ wird der Betrag des komplexen Widerstandes $|Z| = 57.1 \Omega$ und der Verlustwinkel $\tan \delta = 0.002$ bei Raumtemperatur ($23 \text{ }^\circ\text{C}$) gemessen.

- a) Berechnen Sie daraus den Realteil der Permittivität ϵ' des Kondensators. Der Rechenweg muss ersichtlich sein! (3 Punkte)

Hinweis: Es gilt $Z = \frac{1}{j\omega\epsilon_0(\epsilon' - j\epsilon'')\frac{A}{d}}$

$$Y = j\omega\epsilon_0\epsilon_r \frac{A}{d} = j\omega\epsilon_0(\epsilon' - j\epsilon'')\frac{A}{d}$$

$$\frac{1}{Z} = Y = \omega\epsilon_0 \frac{A}{d} (j\epsilon' + \epsilon'')$$

$$\tan \delta = \frac{\epsilon''}{\epsilon'} \Rightarrow \epsilon'' = \tan \delta \cdot \epsilon'$$

$$\frac{1}{|Z|} = \omega \epsilon_0 \frac{A}{d} \sqrt{(\tan \delta \cdot \epsilon')^2 + (\epsilon')^2}$$

$$\epsilon' = \frac{d}{|Z| \cdot \omega \cdot \epsilon_0 \cdot A \cdot \sqrt{1 + \tan^2 \delta}} = \frac{h}{|Z| \cdot 2\pi \cdot f \cdot \epsilon_0 \cdot b \cdot t \cdot \sqrt{1 + \tan^2 \delta}}$$

$$\epsilon' = \frac{1 \cdot 10^{-3} \text{ m}}{|57,1 \Omega| \cdot 2\pi \cdot 740 \cdot 10^3 \frac{1}{\text{s}} \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}} \cdot 10 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot 10 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \sqrt{1 + 0,002^2}} = 4254,2$$

$\epsilon' = 4254,2$	Punkte A3.a
----------------------	-------------

Hinweis: Wenn sie ϵ' in a) nicht berechnen konnten, rechnen Sie mit $\epsilon' = 4200$ weiter.

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

Mit Hilfe der Sawyer–Tower-Schaltung (Bild R3-2) wird die Polarisation P der Keramik bei 23 °C gemessen und in ein Diagramm mit linearen Achsen (Bild R3-3) eingezeichnet.

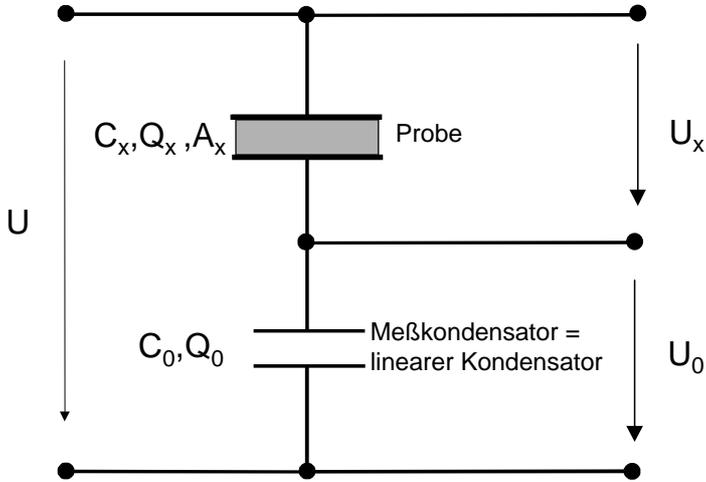


Bild R3-2: Polarisationsmessung nach Sawyer und Tower

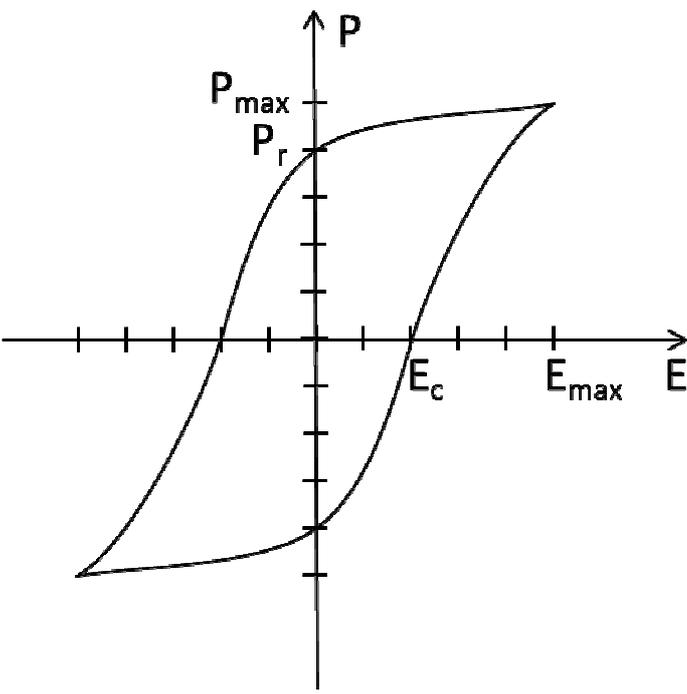


Bild R3-3: Polarisation über Feldstärke

Bei einer Spannung von $U_x = U_{max} = 1,8 \text{ kV}$ wird die Polarisation $P = P_{max}$ und die Spannung $U_0 = U_{0max} = 14 \text{ mV}$ erreicht. Die Messkondensatorkapazität beträgt $C_0 = 100 \text{ }\mu\text{F}$.

b) Wie groß ist die remanente Polarisation P_r und die Koerzitivfeldstärke E_c des Dielektrikums? (3 Punkte)

Hinweis: Berechnen Sie zunächst E_{\max} und P_{\max} und bestimmen Sie E_c und P_r dann aus dem Schaubild.

$$D = \varepsilon_0 E + P$$

$D = \varepsilon_0 \cdot E$ oder dergleichen ist hier falsch (in Übung ausführlich erklärt)

$$E_{\max} = \frac{U_{\max}}{d} = \frac{1800V}{1mm} = 1800 \frac{V}{mm}$$

$$\text{Aus Bild 3: } \frac{E_{\max}}{E_c} = \frac{5}{2} \Rightarrow E_c = E_{\max} \frac{2}{5} = 720 \frac{V}{mm}$$

$$D = \varepsilon_0 E + P \quad \Rightarrow \quad P_{\max} = D - \varepsilon_0 E_{\max} = \frac{Q_x}{A_x} - \varepsilon_0 E_{\max}$$

$$Q_x = Q_0$$

$$U_0 = \frac{Q_0}{C_0} = \frac{Q_x}{C_0} \quad \Rightarrow \quad Q_x = C_0 \cdot U_0$$

$$P_{\max} = \frac{C_0 U_0}{A_x} - \varepsilon_0 E_{\max} = \frac{100 \mu F \cdot 0,014V}{100 \cdot 10^{-6} m^2} - 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{C}{Vm} 1800 \frac{V}{mm} = 0,14 \frac{C}{m^2} - 15,9 \cdot 10^{-6} \frac{C}{m^2} = 0,14 \frac{C}{m^2}$$

$$\text{Aus Bild R3-3: } \frac{P_{\max}}{P_r} = \frac{5}{4} \Rightarrow P_r = P_{\max} \frac{4}{5} = 0,112 \frac{C}{m^2}$$

$$P_r = 0,0112 \text{ C/m}^2$$

$$E_c = 720 \text{ V/mm}$$

Punkte A3.b

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

Die folgende Kurvenschar zeigt die Permittivität ϵ' des Materialsystems $Ba_{1-x}Sr_xTiO_3$ in Abhängigkeit von der Temperatur T und vom Strontiumanteil x :

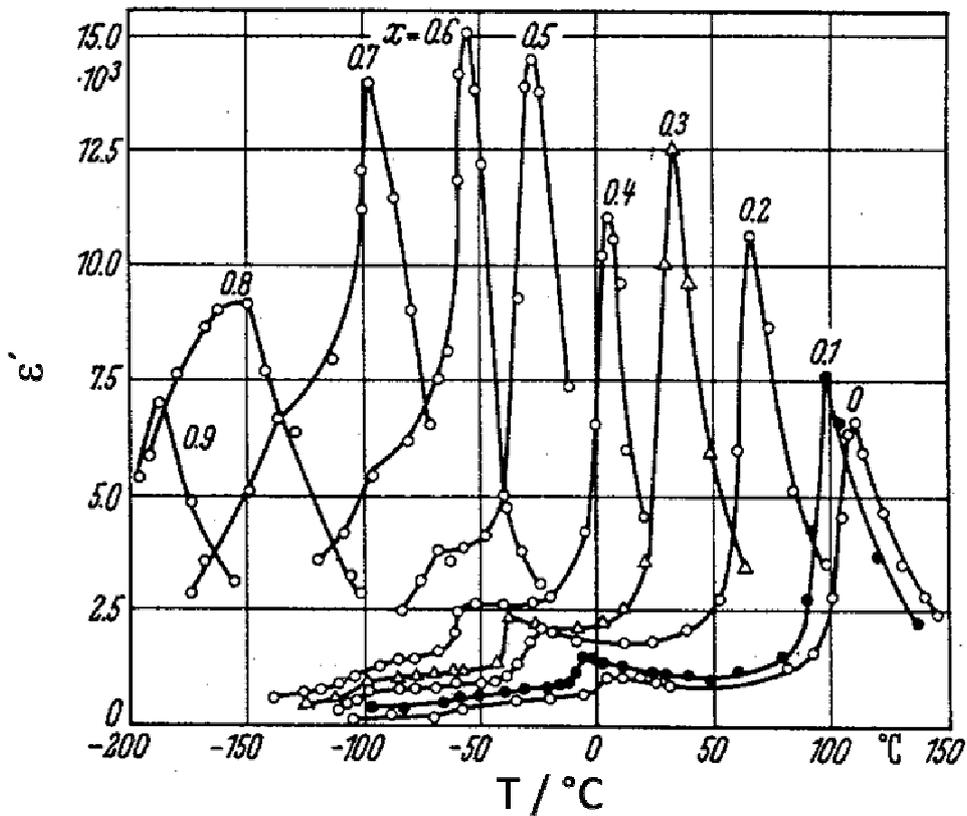


Bild R3-4: $Ba_{1-x}Sr_xTiO_3$ – Permittivität ϵ' über Temperatur T , Parameter: x , Frequenz $f = 740\text{kHz}$

c) Aus welcher der in Bild R3-4 angegebenen Zusammensetzungen wurde die Probe hergestellt? (1 Punkt)

Es gibt in Bild R3-4 zwei Zusammensetzungen bei denen $\epsilon' = 4254,2$ bzw. 4200 (aus Hinweis) bei 23°C erfüllt ist: $x = 0,3$ und $x = 0,4$. Da das Material bei Raumtemperatur ferroelektrisch ist (Hysterese), ist die einzig mögliche Lösung $x = 0,3$.

$x = 0,3$	Punkte A3.c
-----------	-------------

d) Bestimmen Sie die mit Hilfe von *Bild R3-4* die ferroelektrische Umwandlungstemperatur T_C des Materials $\text{Ba}_{0,9}\text{Sr}_{0,1}\text{TiO}_3$, sowie seine Curie-Konstante.

Hinweis: Die Curie-Temperatur liegt 10 K unter der ferroelektrischen Umwandlungstemperatur (3 Punkte)

Maximum der $\text{Ba}_{0,9}\text{Sr}_{0,1}\text{TiO}_3$ – Kurve bei $100\text{ }^\circ\text{C}$ → Dies ist T_C **Dies ist nicht die Curie-Temperatur!**

Die Curie Temperatur T_0 liegt $10\text{ }^\circ\text{C}$ darunter → $T_0 \approx T_C - 10\text{ K} = 90\text{ }^\circ\text{C}$

$$\varepsilon' = \frac{C}{T - T_0}$$

Bei $T \approx 130\text{ }^\circ\text{C}$ ist $\varepsilon' \approx 2500$ (Wert abgelesen, Achtung es ist laut Aufgabenstellung die $x=0.1$ Kurve zu verwenden)

$$C = (T - T_0)\varepsilon' = (130^\circ\text{C} - 90^\circ\text{C}) \cdot 2500 = 100000\text{ K}$$

$T_C = 100\text{ }^\circ\text{C}$ $C = 100000\text{ K}$	Punkte A3.d
------------------------------------------------------------	-------------

A large grid of dashed lines for drawing or calculation, with a shaded box at the bottom right labeled "Erreichte Punkte".