

Passive Bauelemente

Der Beginn der Prüfung wird von der Prüfungsaufsicht bekannt gegeben. Wenn Sie vor dem offiziellen Beginn diese Seite umschlagen und die Aufgaben einsehen, wird dies als Täuschungsversuch gewertet. Füllen Sie folgenden Kasten vollständig aus.

Nachname Musterlösung	Vorname extern	Matrikelnummer
	Zutreffendes bitte ankreuzen ☐ Erstprüfung ☐ Wiederholungsprüfung	EDV-Nummer
Wiederholer/innen bitte ausfüllen		
Straße/Nummer	Postleitzahl/Ort	
Telefon	E-Mail	

Zur Prüfung zugelassene / mitzubringende Hilfsmittel

- Es sind keine Hilfsmittel außer den angegebenen erlaubt.
- Formelsammlung für PB SS 2007 (ohne handschriftliche Notizen)
- Zwei handschriftlich (einseitig) beschriebene DIN-A4-Seiten
- Taschenrechner und Schreibzeug (Lineal, Stifte etc., keine Bleistifte verwenden)

Hinweise zum Ablauf der Prüfung

- Halten Sie Ihren Studierendenausweis und Ihre Zulassungsbescheinigung bereit.
- Nach Prüfungsbeginn kontrollieren Sie bitte zuerst, ob das vorliegende Prüfungsheft vollständig ist.
- Die Prüfungsdauer beträgt 3 Zeitstunden.
- Jegliche Kommunikation ist während der Prüfung untersagt.
- Während der Prüfung werden Fragen zu Aufgaben oder Stoffgebiet nicht beantwortet.
- Beachten Sie Tafelanschriften und Folien, die zu Beginn oder während der Prüfung gezeigt werden.

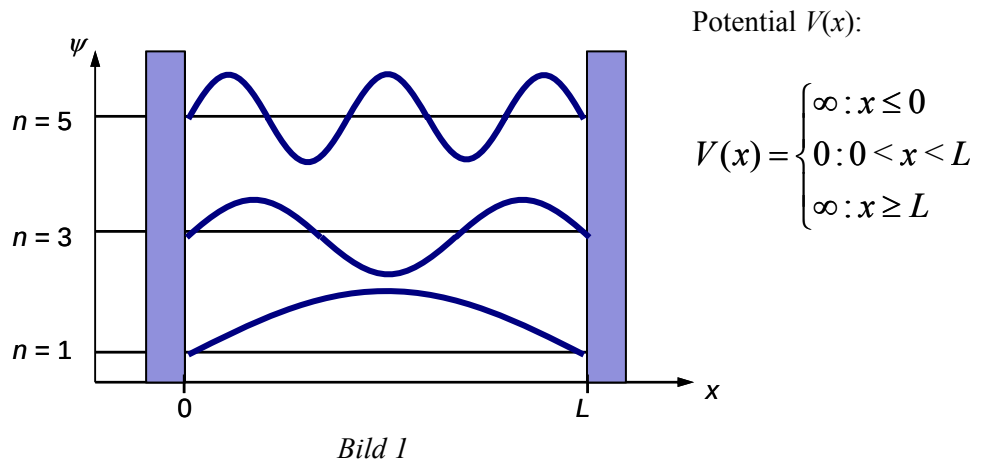
Hinweise zum Bearbeiten der Aufgaben

- Die Prüfung besteht aus 10 Kurzaufgaben (Teil 1) und 3 Rechenaufgaben (Teil 2). In den beiden Teilen sind jeweils 30 Punkte erreichbar.
- Falls Ihnen die deutsche Sprache Schwierigkeiten bereitet, können Sie Begründungstexte alternativ in englischer Sprache formulieren.
- Wenn Sie den Unterpunkt einer Rechenaufgabe nicht gelöst haben, rechnen Sie mit den angegebenen Größen / Zahlenwerten weiter.
- Lösungen auf eigenen Blättern, unzureichend gekennzeichnete Lösungen und Lösungen auf Blättern ohne Angabe von Name, Matrikelnummer oder Aufgabennummer werden nicht gewertet.
- Für die Lösung ist der dafür vorgesehene Bereich unterhalb der jeweiligen Aufgabenstellung zu verwenden. Falls der vorhandene Platz nicht ausreichen sollte, verwenden Sie das hinten beigefügte Zusatzblatt. Bei Bedarf werden von der Prüfungsaufsicht weitere Blätter ausgegeben. Für jede Aufgabe muss eine separate Zusatzseite verwendet werden. Sind auf einer Seite Teile mehrerer Aufgaben gelöst worden, wird entsprechend der Aufgabennummer in der Kopfzeile gewertet.
- Die Ergebnisse und Begründungen sind in die dafür vorgesehenen Bereiche, Felder oder Diagramme zu schreiben bzw. anzukreuzen. Beschriften Sie keinesfalls die grau hinterlegten Korrekturfelder.

Teil 1: Kurzaufgaben (30 Punkte)

Kurzaufgabe K1: Atommodell

a) Skizzieren in Bild 1 den Verlauf der Wellenfunktion $\Psi(x)$ eines Elektrons im Potentialtopf für den Fall $n=1$, $n=3$ und $n=5$ (n : sog. Quantenzahl). (1 Punkt)



b) Geben Sie für den Fall $n=4$ und $L=5$ die Orte innerhalb des Potentialtopfs ($0 < x < L$) an in denen die höchste Wahrscheinlichkeit besteht das Elektron anzutreffen. (2 Punkte)

Hinweis: Lösung per Zeichnung oder per Rechnung

Die Aufenthaltswahrscheinlichkeit des Elektrons am Ort x ist $|\Psi(x)|^2 dx$.

Deshalb sind die Orte, in denen die höchste Wahrscheinlichkeit besteht ein Elektron anzutreffen die Maximas und die Minimas der Wellenfunktion $\Psi(x)$. Für den Fall $n=4$ und $L=5$ liegen diese bei:

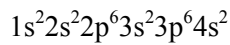
$$x_1 = \frac{1}{8}L = \frac{5}{8}; \quad x_2 = \frac{3}{8}L = \frac{15}{8}; \quad x_3 = \frac{5}{8}L = \frac{25}{8}; \quad x_4 = \frac{7}{8}L = \frac{35}{8}.$$

Punkte K1

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

Kurzaufgabe K2: Periodensystem der Elemente

a) Wie lautet die Elektronenkonfiguration des Ions Sc^{+} ? (1 Punkt)



b) Ordnen Sie die folgenden Elemente nach steigender Ionisierungsenergie: N, O, F, Ne. Begründen Sie kurz Ihre Antwort. (1 Punkt)

Steigende Ionisierungsenergie 			
O	N	F	Ne

Die Ionisierungsenergie steigt prinzipiell mit zunehmender Gruppenzahl an (wegen steigender Kernladungszahl bei gleich bleibender Hauptschale der äußeren Elektronen).

In Periode 2 wird diese Periodizität durch das Element N (Stickstoff) unterbrochen. Stickstoff hat eine höhere Ionisierungsenergie als der nachfolgende Sauerstoff.

Dies lässt sich dadurch erklären, dass im Stickstoffatom die 3 äußersten Elektronen jeweils ungepaart in den Orbitalen p_x , p_y und p_z zu finden sind und deshalb energetisch günstiger als die 2 gepaarten p-Elektronen im Sauerstoffatom liegen (denn diese erfahren durch das Spinnmoment eine Abstoßung).

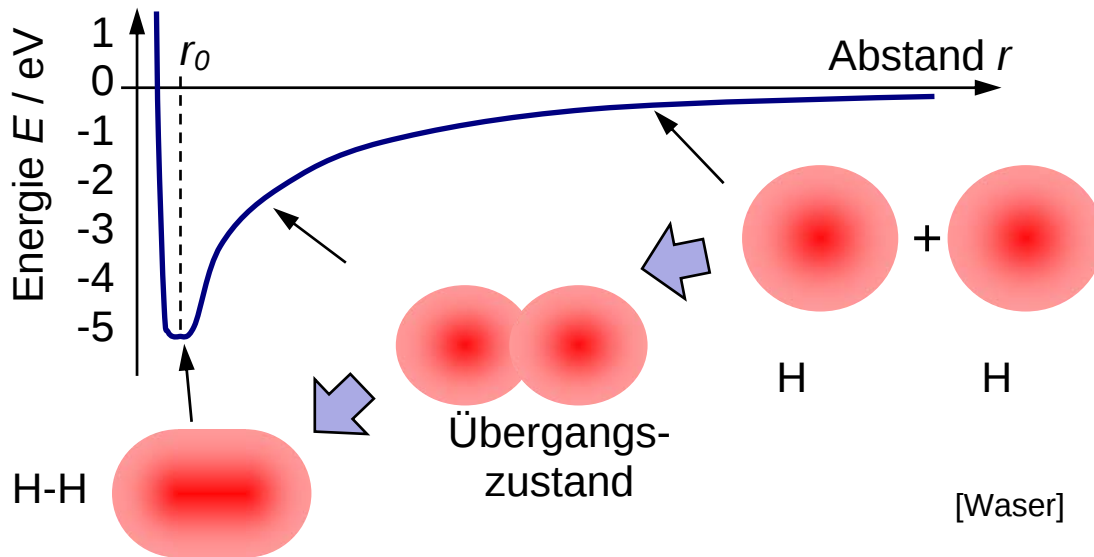
c) Geben Sie alle vier Quantenzahlen (n , l , m_l und m_s) für die 3 äußersten Elektronen von Phosphor an. (1 Punkt)

$n = 3$	$n = 3$	$n = 3$
$l = 1$	$l = 1$	$l = 1$
$m_l = +1$	$m_l = 0$	$m_l = -1$
$m_s = +1/2$	$m_s = +1/2$	$m_s = +1/2$

Punkte K2

Kurzaufgabe K3: Chemische Bindungen

a) Zeichnen sie qualitativ den Energieverlauf für Wasserstoff über dem Abstand r der beiden Atome ein. (1 Punkt)



b) Welche Hybridisierung (sp^x) hat Kohlenstoff in Diamant, welche in Graphit? Ordnen sie die beiden Materialien den folgenden Gittern zu. Erläutern sie weshalb Graphit ein guter elektronischer Leiter ist und Diamant nicht. (2 Punkte)

Gitter:		
Hybridisierung:	sp^3	sp^2
Material:	Diamant	Graphit

$sp^2 \rightarrow$ Graphit: In Graphit bildet jedes C-Atom drei σ -Bindungen mit drei weiteren C Atomen aus. Das vierte Valenzelektron ist in einem p-Orbital, das nicht an der Hybridisierung beteiligt ist. Es ist an einem ausgedehnten delokalisierten π -Bindungssystem beteiligt. In diesem π -Bindungssystem sind die Elektronen verschiebbar, weshalb Graphit ein elektrischer Leiter ist.

$sp^3 \rightarrow$ Diamant: Sämtliche Valenzelektronen (4 Stück) sind an kovalenten Bindungen zu weiteren C-Atomen beteiligt. Sie können somit nicht zur elektrischen Leitfähigkeit beitragen.

Punkte K3

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

Kurzaufgabe K4: Kristallgitter Elementarzelle

a) Natrium liegt in metallischer Form als kubisch-raumzentriertes Gitter vor. Die Kantenlänge einer Elementarzelle beträgt 430 pm. Berechnen Sie den metallischen Atomradius eines Na Atoms und die Dichte von metallischem Natrium. **(2 Punkte)**

$$r(\text{Na}) = \frac{1}{4} \cdot a \cdot \sqrt{3} = \frac{1}{4} \cdot 430 \cdot \sqrt{3} \text{ pm} = 186 \text{ pm}$$

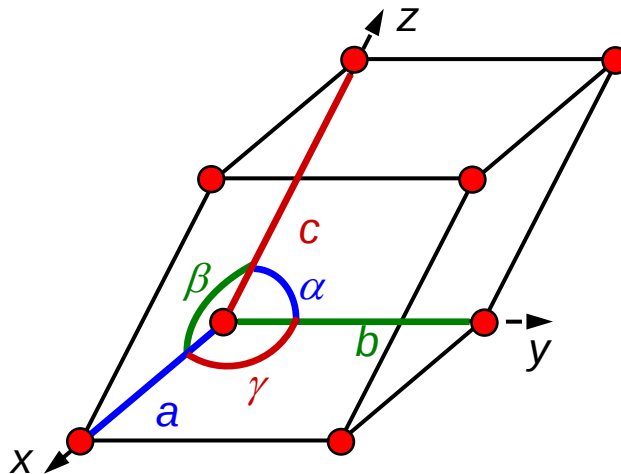
$$\text{Volumen einer Elementarzelle: } V_a = a^3 = 430^3 \text{ pm}^3 = 7,95 \cdot 10^{-23} \text{ cm}^3$$

$$\text{Masse der Na Atome in einer Elementarzelle: } m(2\text{Na}) = 2 \cdot \frac{M(\text{Na})}{N_A} = 2 \cdot \frac{23,0 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}}{6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}} = 7,64 \cdot 10^{-23} \text{ g}$$

$$\text{Dichte von metallischem Na: } \rho(\text{Na}) = \frac{m(\text{Na})}{V} = \frac{7,64 \text{ g} \cdot 10^{-23} \text{ g}}{7,95 \cdot 10^{-23} \text{ cm}^3} = 0,961 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

b) Vervollständigen Sie die Eigenschaften folgender Kristallgittertypen mit = oder ≠. **(1 Punkt)**

Kubisch	orthorhombisch
$a = b = c$	$a \neq b \neq c$
$\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$	$\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$



Punkte K4

Kurzaufgabe K5: Lichtwellenleiter

Das Internet stützt sich bei der Informationsübertragung auf Glasfasernetze. Um Licht der Wellenlänge $\lambda = 1,55 \mu\text{m}$ innerhalb einer Glasfaser mit dem Radius r_{Kern} zu leiten wird der Effekt der Totalreflektion ausgenutzt. Dazu wird das im Bild 1 skizzierte Verhalten eines Lichtstrahls am Übergang zwischen Faserkern und -mantel mit unterschiedlichen optischen Brechungsindizes ausgenutzt.

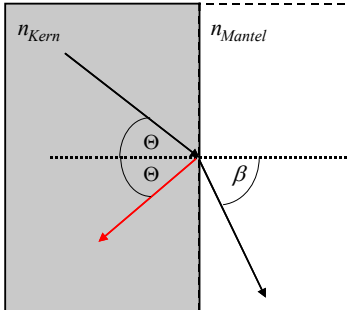


Bild 1: Übergang von Licht an Grenzflächen

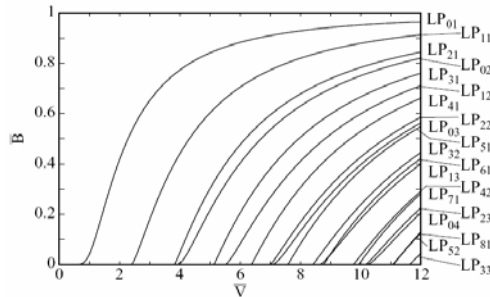


Bild 2: Moden in einer Stufen-Index-Faser

$$\bar{V} = 2\pi \cdot \frac{r_{\text{Kern}}}{\lambda} \cdot \sqrt{n_{\text{Kern}} - n_{\text{Mantel}}}$$

a) Zur Herstellung von Glasfasern wird hochreiner und germaniumdotierter Quarz (SiO_2) verwendet. Geben Sie an, welches der gegebenen Materialien für Faserkern bzw. -mantel verwendet wird und berechnen Sie den kritischen Winkel Θ_{krit} ab dem Totalreflektion auftritt. **(1 Punkt)**

Hinweis: Brechungsindizes $n_{\text{rein}} = 1,405$ und $n_{\text{dotiert}} = 1,453$

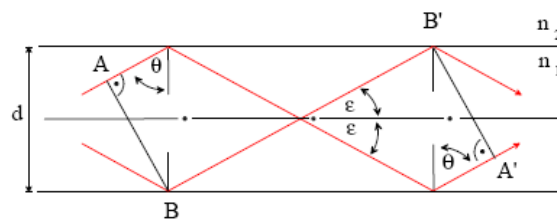
$$n_{\text{Kern}} = n_{\text{dotiert}}$$

$$n_{\text{Mantel}} = n_{\text{rein}}$$

$$\sin \Theta_{\text{krit}} = \frac{n_{\text{Mantel}}}{n_{\text{Kern}}} \rightarrow \Theta_{\text{krit}} = 75,2^\circ$$

b) Licht in einem Lichtwellenleiter muss konstruktiv interferieren (Phasendifferenz $\Delta\Phi = 2\pi m$) um ausbreitungsfähig zu sein, deshalb sind nur diskrete Moden ($m = 0, 1, 2, \dots$) erlaubt. Leiten Sie für den im Bild skizzierten Schichtwellenleiter ab, welche Winkel $\Theta(m)$ erlaubt sind. **(1 Punkt)**

Hinweis: Betrachten Sie den zurückgelegten Weg der zwei eingezeichneten Strahlen zwischen den Wellenfronten AB und A'B'. Vernachlässigen Sie Phasensprünge bei den Totalreflektionen $\Delta\Phi_{\text{tot}}$.



$$l_{\text{diff}} = 2 \cdot d \cdot \cos(\Theta)$$

$$\Delta\Phi = 2\pi \cdot \frac{l_{\text{diff}}}{\lambda} = 2\pi \cdot m$$

$$\Theta(m) = \arccos\left(\frac{\lambda}{2 \cdot d} \cdot m\right)$$

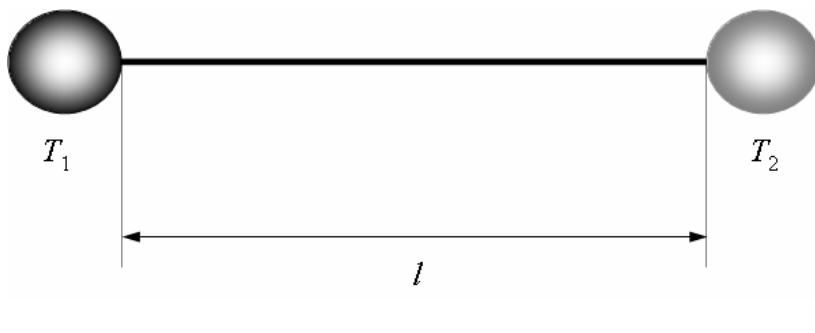
c) Für die in einer Stufen-Index-Faser möglichen Moden L_{xy} gilt der in Bild 2 gezeigte Zusammenhang zwischen der normierten Phasenkonstante $\bar{B}$ und der normierten Frequenz $\bar{V}$. Ein Mode ist nicht mehr ausbreitungsfähig, wenn die normierte Phasenkonstante den Wert Null annimmt. Welche Bedingung muss für den Faserradius erfüllt sein, damit nur noch ein Mode möglich ist? **(1 Punkt)**

$$r_{\text{Kern}} < \frac{2,5 \cdot \lambda}{2\pi \cdot \sqrt{n_{\text{Kern}} - n_{\text{Mantel}}}} = \frac{2,5 \cdot 1,55 \mu\text{m}}{2\pi \cdot \sqrt{1,453 - 1,405}} = 2,815 \mu\text{m}$$

Punkte K5

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

Kurzaufgabe K6: Wärmetransport in Metallen



Zahlenwerte:

$$l = 1000 \text{ mm}$$

$$d = 5 \text{ mm}$$

$$T_1 = 150 \text{ °C}$$

$$T_2 = 25 \text{ °C}$$

$$T_2' = 35 \text{ °C}$$

Skizziert sind zwei massive Kugeln, die jeweils aus einem Mol Metall bestehen und mittels einer dünnen Stange aus demselben Metall verbunden sind. Die Stange der Länge l hat einen kreisförmigen Querschnitt mit dem Durchmesser d . Zum Zeitpunkt $t = 0$ befinden sich die Kugeln auf unterschiedlichen (homogenen) Temperaturen T_1 und T_2 . Die Temperatur T_1 wird durch Wärmezufuhr von außen konstant gehalten. Für Zeiten $t > 0$ fließt ein Wärmestrom zwischen den beiden Kugeln.

a) Wodurch erfolgt der Wärmetransport? (1 Punkt)

Elektronen

b) Innerhalb von $\Delta t = 210 \text{ s}$ erwärmt sich die Kugel 2 von der Temperatur T_2 auf T_2' . Berechnen Sie die Wärmeleitfähigkeit λ_w des Metalls, wenn seine Wärmekapazität $c = 25,4 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$ beträgt. (1 Punkt)

Hinweise: Die über die Stange übertragene Wärmeleistung sei zeitlich konstant (da $T_2' - T_2 \ll T_1 - T_2$). Wärmeverluste durch Konvektion bzw. Abstrahlung können vernachlässigt werden.

Wärmeleitung (Fourier):
$$P = \left| -\lambda_w \cdot A \cdot \frac{dT}{dx} \right| \approx \lambda_w \cdot \pi \left(\frac{d}{2} \right)^2 \cdot \frac{T_1 - T_2}{l}$$

Mit molarer Wärmekapazität $c = \frac{\partial U}{\partial T} \approx \frac{\Delta U}{\Delta T_2} = \frac{P \cdot \Delta t}{T_2' - T_2}$ folgt:

$$\lambda_w = \frac{4}{\pi d^2} \cdot \frac{c \cdot l}{\Delta t} \cdot \frac{(T_2' - T_2)}{T_1 - T_2} \cdot 1 \text{ mol} = \frac{4}{\pi \cdot (5 \cdot 10^{-3} \text{ m})^2} \cdot \frac{25,4 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1} \cdot 1 \text{ m}}{210 \text{ s}} \cdot \frac{10 \text{ K}}{125 \text{ K}} \cdot 1 \text{ mol} \approx 493 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}$$

c) Es gibt eine alternative Möglichkeit zur Bestimmung der Wärmeleitfähigkeit, und zwar mit Hilfe des elektrischen Widerstands R . Dieser wird über der skizzierten Anordnung zu $R = 0,85 \text{ m}\Omega$ bestimmt. Berechnen Sie hieraus die Wärmeleitfähigkeit λ_w des Metalls bei der mittleren Temperatur $T = 336 \text{ K}$. (1 Punkt)

Hinweis: Die Lorenz-Zahl hat den Wert $L \approx 2,45 \cdot 10^{-8} \text{ V}^2 \text{ K}^{-2}$.

Wiedemann-Franz-Gesetz:
$$L = \frac{\lambda_w}{\sigma} \cdot \frac{1}{T}$$

Mit $R = l / (\sigma \cdot A) \Rightarrow \sigma = l / (R \cdot \pi (d/2)^2)$ folgt:

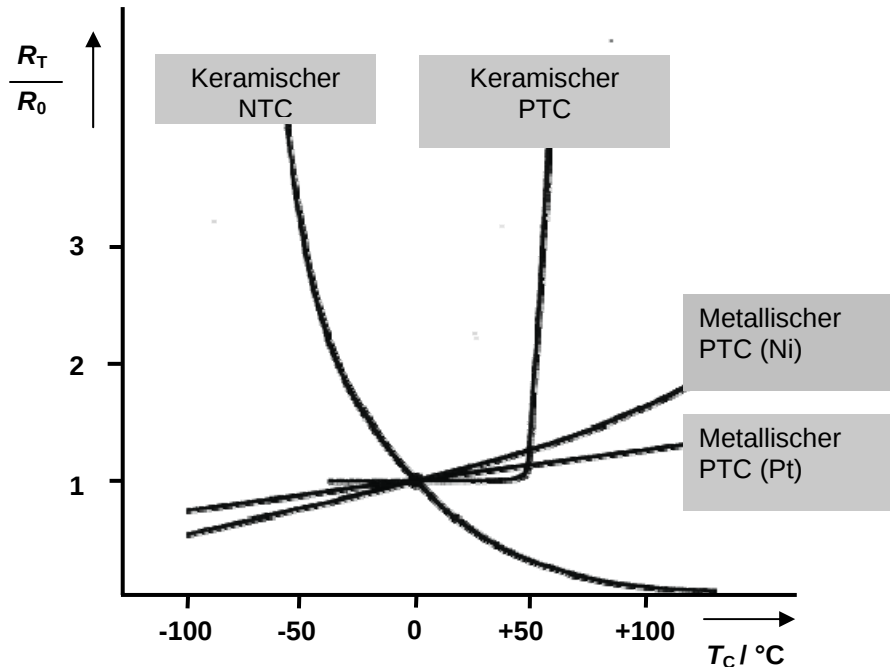
$$\lambda_w = \frac{L \cdot l \cdot T}{R \cdot \pi (d/2)^2} \approx \frac{2,45 \cdot 10^{-8} \text{ V}^2 \text{ K}^{-2} \cdot 1 \text{ m} \cdot 336 \text{ K}}{8,5 \cdot 10^{-4} \Omega \cdot \pi \cdot (2,5 \cdot 10^{-3} \text{ m})^2} \approx 493 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}$$

Punkte K6

Kurzaufgabe K7: Nichtlineare Widerstände

a) Zeichnen Sie die Kennlinien für folgende Bauelemente ein: NTC, PTC, metallischer Widerstand (z.B. Ni oder Pt) (1 Punkt)

Hinweis: R_T ist der temperaturabhängige Widerstand; R_0 der Widerstand bei $T = 0\text{ °C}$



b) Heißeiter (NTC) lassen sich u.a. zur Spannungsstabilisierung verwenden. Dazu schaltet man sie mit geeigneten Festwiderständen R_1 und R_2 zu einem Spannungsteiler zusammen. Erklären Sie, warum die Schaltung in Abb. 1 nur beim Einsatz eines NTC Widerstandes eine stabilisierte Ausgangsspannung $U_{\text{stabilisiert}}$ liefern kann. (1 Punkt)

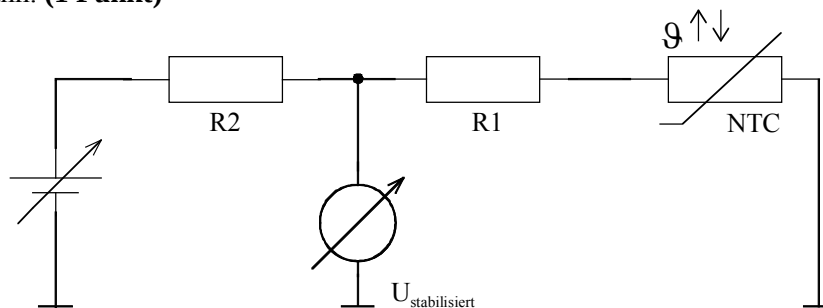


Abbildung 1: Schaltung zur Spannungsstabilisierung

geringe Eingangsspannung --> NTC hochohmig, hoher Spannungsabfall

große Eingangsspannung --> Stromfluss --> NTC niederohmig --> Spannungspotential bei $U_{\text{stabilisiert}}$ sinkt

c) Welches Material würden Sie für die Realisierung des NTCs in der Schaltung (Abb. 1) verwenden? (1 Punkt)

- ☐ BaTiO₃
- ☐ FeAl₂O₄ (richtige Lösung)
- ☐ Pt

Punkte K7

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

Kurzaufgabe K8: Textanalyse Ferroelektrizität

Im Folgenden ist ein wissenschaftlicher Text über den piezoelektrischen Effekt abgedruckt. Ihre Aufgabe ist es, den Text zu beurteilen. Bearbeiten Sie dazu die unten stehenden Fragestellungen.

Piezoelektrizität

Unter Piezoelektrizität und ihrem inversen Effekt versteht man die Erscheinung, dass sich in bestimmten dielektrischen Kristallen durch eine von außen angelegte mechanische Spannung eine elektrische Polarisation erzeugen lässt und umgekehrt. Die Piezoelektrizität tritt in Ionenkristallen mit Symmetriezentrum auf, nur dort entsteht durch Deformation eine elektrische Polarisation ohne Einwirken eines äußeren elektrischen Feldes.

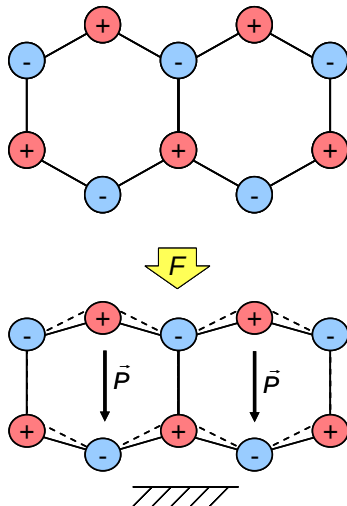


Bild 1: Zweidimensionales Gittermodell von Quarz: (SiO_2)-Einkristall

Bild 1 zeigt schematisch die positiven und negativen Ionen der Struktur SiO_2 . Wird die Anordnung in Richtung einer polaren Achse zusammengedrückt, tritt eine Ladungsverschiebung auf. An der einen Seite gibt es einen Überschuss an positiver Ladung, an der anderen Seite einen Überschuss an negativer Ladung. Die wichtigsten piezoelektrischen Werkstoffe sind neben Quarz Einkristallen vor allem polykristalline Ferroelektrika wie BaTiO_3 und $\text{Pb}(\text{Zr,Ti})\text{O}_3$. Im Unterschied zu piezoelektrischen Einkristallen besteht Piezokeramik aus einer Vielzahl von kristallographisch zufällig orientierten Körnern. Ferroelektrische Keramik zeigt im elektrischen Wechselfeld eine Hysterese $P(E)$. Nach Abschalten eines elektrischen Feldes, nimmt die Substanz nicht wieder den Ausgangszustand $P=0$ an, sondern den Zustand der Sättigungspolarisation in Richtung des zuvor angelegten Feldes ein. Im feldfreien Fall bleibt somit die piezoelektrische Eigenschaft erhalten.

a) Finden Sie einen Fehler in den Zeilen 1-11. Geben Sie Zeilennummer(n) an und beschreiben Sie, worin der Fehler besteht. **(1 Punkt)**

Z7: Ionenkristall ohne Symmetriezentrum

b) Finden Sie einen Fehler in den Zeilen 26-50. Geben Sie Zeilennummer(n) an und beschreiben Sie, worin der Fehler besteht. **(1 Punkt)**

Z46: nicht Sättigungspolarisation sondern: remanenten Polarisation P_R bei $E=0$

Z40: kein Fehler!!! Polykrist.Piezokeramiken sind nach der Herstellung kristallographisch zufällig orientiert. Für die Anwendung findet eine Polung statt. Danach sind einige Körner ausgerichtet und der Piezoeffekt kann ausgenutzt werden.

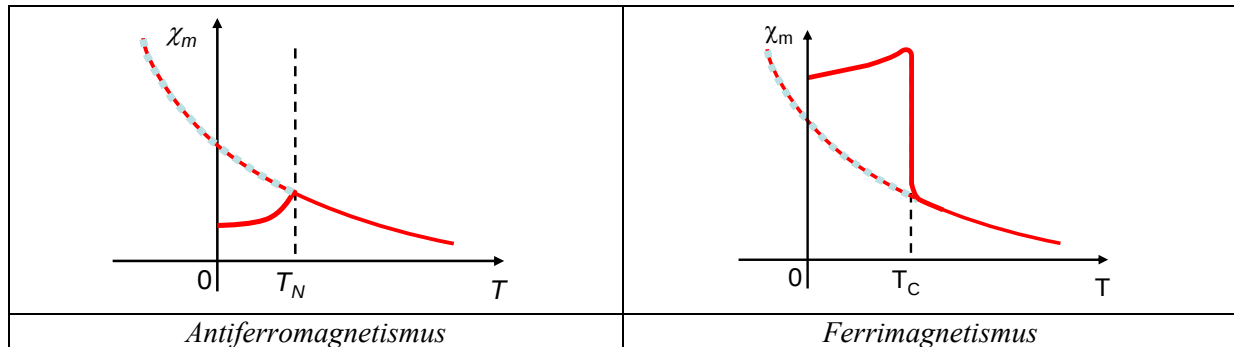
c) Geben Sie zwei konkrete Anwendungen an, in denen piezoelektrische Materialien technisch genutzt werden. **(1 Punkt)**

Oberflächenwellenfilter, Wandler, Ultraschall, Vielschicht Aktoren, Einspritzdüsen, Feuerzeug, Tintenstrahldrucker,....

Punkte K8

Kurzaufgabe K9: Magnetismus

a) Ordnen Sie den in den Diagrammen dargestellten Verläufen der Suszeptibilität χ_m über der Temperatur T die zugehörigen Polarisationsmechanismen zu. **(1 Punkt)**



b) Die Abhängigkeit der magnetischen Suszeptibilität χ_m von der Temperatur T für paramagnetische Stoffe kann mit der folgenden Formel angegeben werden:

$$\chi_m = C \cdot T^n$$

C ist dabei eine Konstante. Geben Sie den Wert für n an. **(1 Punkt)**

n = -1

c) Ordnen Sie den in der Tabelle aufgeführten dielektrischen Kenngrößen die zugehörigen magnetischen Kenngrößen zu. **(1 Punkt)**

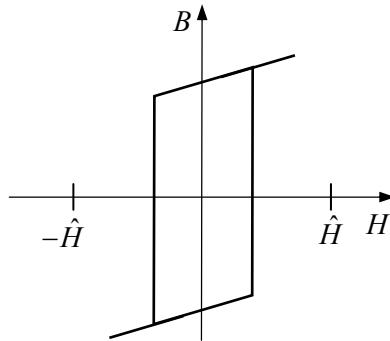
Dielektrische Größe	dielektrische Verschiebungsdichte D	relative Dielektrizitätszahl ϵ_r	dielektrische Polarisation P
Magnetische Größe	magn. Flussdichte B	relative Permeabilitätszahl μ_r	magn. Polarisation J

Punkte K9

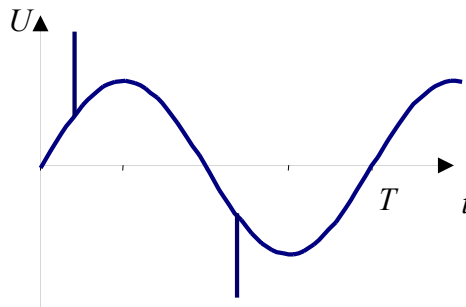
Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

Kurzaufgabe K10: Magnetismus im Wechselfeld

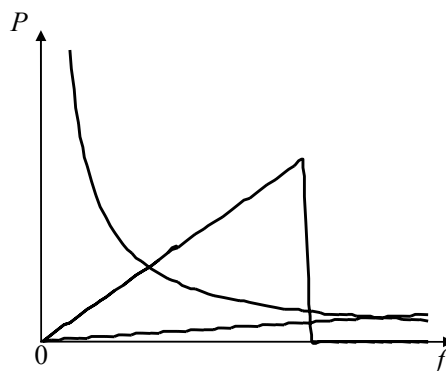
Ein Transformator mit einem geschichteten Eisenkern besitzt die angegebene $B(H)$ -Kurve. Primärseitig wird eine sinusförmige Spannung so eingeprägt, dass die $B(H)$ -Kurve bei der Betriebsfrequenz zwischen $-\hat{H}$ und $+\hat{H}$ durchlaufen wird.



a) Zeichnen Sie den Verlauf der sekundären Leerlaufspannung des Transformators in das vorbereitete Diagramm ein. **(1 Punkt)**



b) Zeichnen Sie in das folgende Diagramm die auftretenden Hystereseverluste in Abhängigkeit von der Betriebsfrequenz ein. **(1 Punkt)**



c) Beim Betrieb des Transformators treten Spannungsspitzen auf, die sich schädlich auf die angeschlossenen Verbraucher auswirken. Warum treten diese Spannungsspitzen auf und wie können Sie diese vermeiden **(1 Punkt)**

Die Spannungsspitzen treten beim Überschreiten der Koerzitivfeldstärke auf. Entweder muss ein anderer Magnet mit größerer Koerzitivfeldstärke verwendet werden oder die Betriebsfrequenz wird solange erhöht bis der sich einstellende Strom eine maximale Feldstärke kleiner der Koerzitivfeldstärke verursacht.

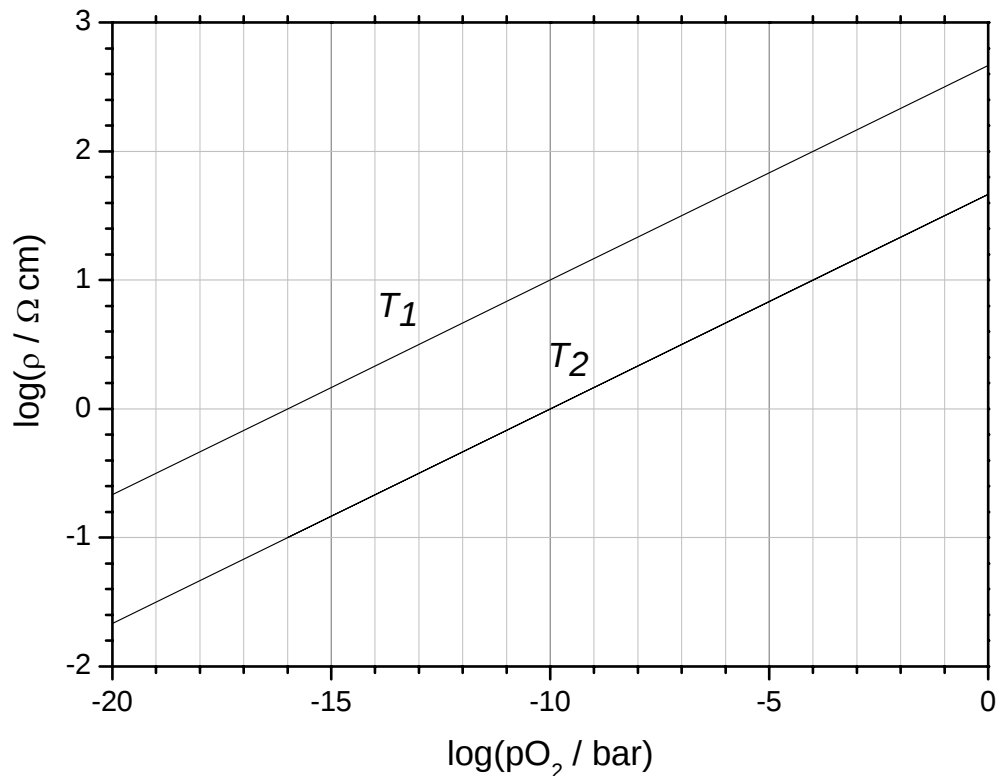
Punkte K10

Teil 2: Rechenaufgaben (30 Punkte)

Rechenaufgabe A1: Defektchemie

Gegeben ist der spezifische elektrische Widerstand ρ (nicht die Leitfähigkeit!) von SnO_2 für die zwei unterschiedlichen Temperaturen $T_1 = 1000^\circ\text{C}$ und $T_2 = 1200^\circ\text{C}$ als Funktion des Sauerstoffpartialdruckes $p\text{O}_2$ der umgebenen Atmosphäre.

Hinweis: Die Beweglichkeiten $\mu_p = \mu_n = 1 \text{ cm}^2/(\text{Vs})$ werden als konstant angenommen.



a) Um welchen Leitertyp (p -Leiter, n -Leiter) handelt es sich? Begründen Sie kurz Ihre Antwort. **(1 Punkt)**

Lösung: n -Leiter, da mit $p\text{O}_2 \uparrow \rightarrow [V_{\text{O}}^{\bullet\bullet}] \downarrow \rightarrow n \downarrow \rightarrow \rho \uparrow$

	Punkte A1.a 1
--	-------------------------

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

b) Berechnen Sie alle notwendigen Materialkonstanten (ρ_0 , ΔG_0 , m), die für eine vollständige Beschreibung des spez. el. Widerstands ρ notwendig sind: $\rho = \rho_0 \cdot e^{\frac{\Delta G_0}{kT}} \cdot \left(\frac{pO_2}{\text{bar}} \right)^m$. Ermitteln Sie zunächst die Steigung aus der gegebenen Kennlinie. Verwenden Sie zur Bestimmung von ΔG_0 und ρ_0 zwei Wertepaare aus der gegebenen Kennlinie. **(4 Punkte)**

Aus der Kennlinien im Diagramm kann die Steigung m mit Hilfe von $\rho \sim pO_2^m$ leicht bestimmt werden.

$$\rightarrow m = \frac{1}{6}$$

ΔG_0 wird wie folgt bestimmt:

$$\text{Mit } \rho_1 = \rho_0 \cdot e^{\frac{\Delta G_0}{kT_1}} \cdot pO_2^{\frac{1}{6}} \quad \text{und} \quad \rho_2 = \rho_0 \cdot e^{\frac{\Delta G_0}{kT_2}} \cdot pO_2^{\frac{1}{6}}$$

ergibt sich aus dem Verhältnis:

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = e^{\frac{\Delta G_0}{k} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right)} \quad \text{die Beziehung} \quad \log \rho_1 - \log \rho_2 = \frac{1}{\ln(10)} \cdot \frac{\Delta G_0}{k} \cdot \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right)$$

Durch Umformung und mit den angegebenen Daten aus der Grafik kann der Zahlenwert von ΔG_0 berechnet werden:

$$\Delta G_0 = \ln(10) \cdot k \cdot \frac{\log \rho_1 - \log \rho_2}{\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}} = 2.303 \cdot 8.617 \cdot 10^{-5} \frac{eV}{K} \cdot \frac{1-0}{\frac{1}{(1000+273.15)K} - \frac{1}{(1200+273.15)K}} = 1.86 eV$$

Lösung für ρ_0 :

Durch umformen von

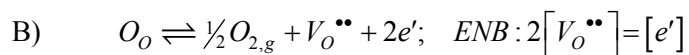
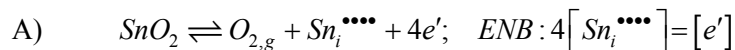
$$\rho_1 = \rho_0 \cdot e^{\frac{\Delta G_0}{kT_1}} \cdot \left(pO_2 / \text{bar} \right)^{\frac{1}{6}}$$

und einsetzen der Zahlenwerte aus der Grafik ergibt sich:

$$\rho_0 = \rho_1 \cdot e^{\frac{-\Delta G_0}{kT_1}} \cdot \left(pO_2 / \text{bar} \right)^{-\frac{1}{6}} = 10^1 \Omega \text{cm} \cdot e^{\left(\frac{-1.86 \text{ eV}}{8.617 \cdot 10^{-5} \frac{\text{eV}}{\text{K}} (1000 + 273.15) \text{K}} \right)} \cdot (10^{-10})^{-\frac{1}{6}} \approx 2 \cdot 10^{-5} \Omega \text{cm}$$

$m = \frac{1}{6}$	$\Delta G_0 = 1.86 \text{ eV}$	$\rho_0 = 2 \cdot 10^{-5} \Omega \text{cm}$	Punkte A1.b 4
-------------------	--------------------------------	---	-------------------------

c) Zur Erklärung der Abhängigkeit $\rho = f(pO_2, T)$ werden zwei unterschiedliche Reaktionsmechanismen (A, B) mit entsprechender Elektroneutralitätsbedingung (ENB) vorgeschlagen:



Berechnen Sie für jeden Reaktionsmechanismus mit Hilfe des Massenwirkungsgesetzes (MWG) jeweils die Abhängigkeit des spez. el. Widerstands ρ vom Sauerstoffpartialdruck pO_2 in der Form $\rho_j \sim pO_2^{m_j}$ mit $j = A, B$. Geben Sie die Zahlenwerte von m_A und m_B an. Benutzen Sie für den Sauerstoffpartialdruck die Beziehung: $[O_{2(g)}] = pO_2$. Welcher der beiden Reaktionsmechanismen (A, B) ist der Wahrscheinlichste? Begründen Sie kurz Ihre Antwort! (5 Punkte)

Das MWG angewandt auf Reaktion A liefert:

$$\frac{[O_{2,g}] \cdot [Sn_i^{\bullet\bullet\bullet\bullet}] \cdot n^4}{[SnO_2]} = K_A \quad \text{durch einsetzen der ENB A und } pO_2 = [O_{2(g)}] \rightarrow \rho_A \sim pO_2^{\frac{1}{5}}$$

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

Das MWG angewandt auf Reaktion B liefert:

$$\frac{[O_{2,g}]^{\frac{1}{2}} \cdot [V_O^{\bullet\bullet}] \cdot n^2}{[O_O]} = K_B \quad \text{durch einsetzen der ENB B und } pO_2 = [O_{2(g)}] \rightarrow \rho_B \sim pO_2^{\frac{1}{6}}$$

Lösung: Die Steigung der Messkurve beträgt $m = \frac{1}{6}$, somit ist die Reaktion B der wahrscheinlichste Mechanismus.

$m_A = \frac{1}{5};$ Wahrscheinlichster Mechanismus: B	$m_B = \frac{1}{6}$ Punkte A1.c 5
---	--

Rechenaufgabe A2: Dielektrika

Zur Bestimmung der Dielektrizitätszahl ϵ_r einer Polyesterprobe wird die in Abbildung 1 dargestellte Schaltung realisiert: Zwei baugleiche Plattenkondensatoren werden in Reihe geschaltet. In einen davon wird die Polyesterprobe eingebracht. Der zweite Kondensator dient als Referenz und ist luftleer.

In Tabelle 1 ist die gemessene Spannung am Referenzkondensator für zwei verschiedene Temperaturen bei angelegter Gleichspannung von $U_0 = 10 \text{ V}$ gegeben.

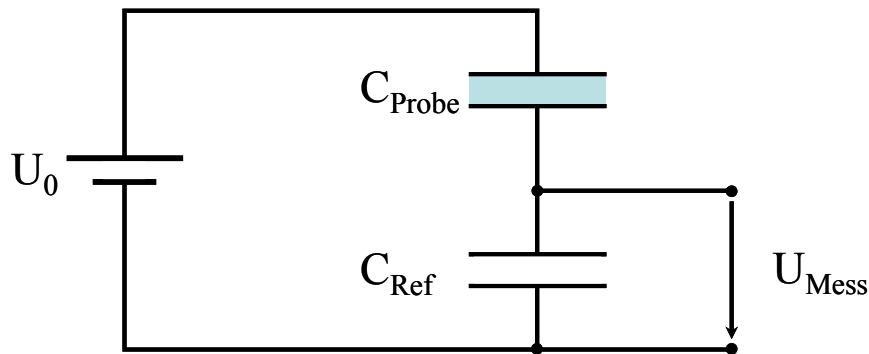


Abbildung 1: Schaltung zur Ermittlung der Dielektrizitätszahl eines Dielektrikums

$T / ^\circ\text{C}$	$U_{\text{Mess}} / \text{V}$	$\epsilon_r / -$	$\chi_e / -$
$T_1 = 25$	7,5	3	2
$T_2 = 225$	7,0	2,33	1,33

Tabelle 1: U_{Mess} bei unterschiedlicher Temperatur

a) Berechnen Sie die Dielektrizitätszahlen ϵ_r und den Suszeptibilitäten χ_e für die angegebenen Temperaturen und tragen Sie diese in Tabelle 1 ein. (3 Punkte)

Aufgrund der Serienschaltung ist die Ladung Q auf Referenz- und Probekondensator gleich groß

$$Q = C_{\text{Ref}} U_{\text{Mess}}$$

$$Q = C_{\text{Probe}} (U_0 - U_{\text{Mess}})$$

$$\epsilon_{r,\text{Probe}}(T_1) = \frac{U_{\text{Mess}}}{U_0 - U_{\text{Mess}}} = \frac{7,5\text{V}}{10\text{V} - 7,5\text{V}} = 3$$

$$\epsilon_{r,\text{Probe}}(T_2) = \frac{U_{\text{Mess}}}{U_0 - U_{\text{Mess}}} = \frac{7,0\text{V}}{10\text{V} - 7,0\text{V}} = 2,33$$

Punkte A2.a

3

Hinweis: Wenn Sie die Aufgabe nicht gelöst haben, rechnen Sie mit $\epsilon_r(T_1) = 3,1$ und $\epsilon_r(T_2) = 2,4$.

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

b) Die Temperaturabhängigkeit der Suszeptibilität χ_e lässt sich mit folgender Formel beschreiben:

$$\chi_e(T) = K + \frac{C}{T}$$

Bestimmen Sie die temperaturunabhängige Konstante K und das Maß für die Temperaturempfindlichkeit C. **(2 Punkte)**

$$2 = K + \frac{C}{273 + 25} \quad (1)$$

$$1,33 = K + \frac{C}{273 + 225} \quad (2)$$

$$\text{aus (1): } K = 2 - \frac{C}{273 + 25}$$

$$\text{in (2): } 1,33 = 2 - \frac{C}{273 + 25} + \frac{C}{273 + 225}$$

$$C = \frac{-0,67}{\frac{1}{498} - \frac{1}{298}} = 497,15$$

$$K = 2 - \frac{497,15}{298} = 0,33$$

K = 0,33 mit Alternativwert K = 0,36	
C = 497,15 mit Alternativwert C = 519,41K	Punkte A2.b 2

Hinweis: Wenn Sie die Aufgabe nicht gelöst haben, rechnen Sie mit K = 0,4 und C = 476,8

c) Berechnen Sie die Anteile χ_{el} und χ_{or} an der Suszeptibilität χ_e bei T_1 , wenn davon ausgegangen wird, dass lediglich Elektronen- und Orientierungspolarisation auftreten. **(2 Punkte)**

Hinweis: Die Konzentration der permanenten Dipole im Dielektrikum n sei temperaturunabhängig.

Additive Zusammensetzung: $\chi_e = \chi_{el} + \chi_{or}$ da n und ϵ_0 konstant

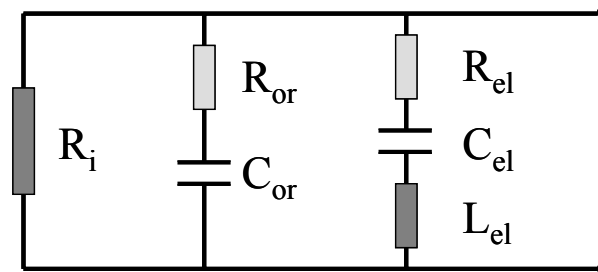
Elektronenpolarisation ist temperaturunabhängig, damit $\chi_{el} = K = 0,33$

Bei Orientierungspolarisation gilt: $TK_{or} = -1/T$, damit $\chi_{or} = C/T = 497,15/298 = 1,67$

Oder $\chi_{or} = \chi_e - \chi_{el} = 2 - 0,33 = 1,67$

$\chi_{el} = 0,33$ mit Alternativwert $\chi_{el} = 0,36 / 0,4$	
$\chi_{or} = 1,67$ mit Alternativwert $\chi_{or} = 1,74 / 1,6$	Punkte A2.c 2

d) Die Gleichspannung U_0 wird nun durch eine Wechselspannung $U_{\sim}$ ersetzt. Zeichnen Sie das Ersatzschaltbild des Probenkondensators für das gesamte Frequenzspektrum und kennzeichnen Sie die entsprechenden Bauteile. (2 Punkte)



Parallelschaltung aus Restwiderstand R_i und den Widerständen aufgrund von Orientierungspolarisation und Elektronenpolarisation.

Punkte A2.d

2

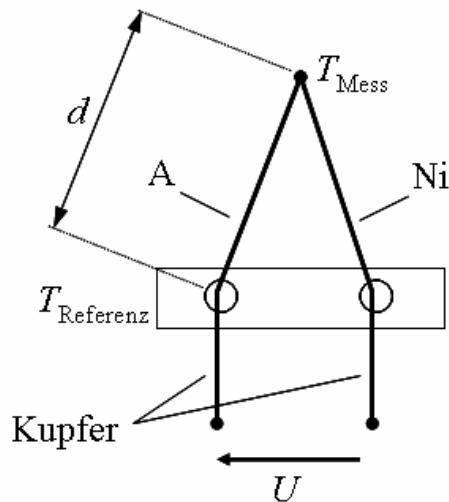
e) In einem weiteren Experiment wird, wieder bei Gleichspannung, die Polyesterprobe durch einen Diamant ersetzt. Welche Änderung der Messspannung U_{Mess} ergibt sich daraus bei der Temperaturänderung von T_1 auf T_2 ? (1 Punkt)

Bei Diamant tritt lediglich Elektronenpolarisation auf. Die Elektronenpolarisation ist temperaturabhängig, damit kommt es infolge einer Temperaturerhöhung zu keiner Änderung der Messspannung.

Punkte A2.e

1

Rechenaufgabe A3: Schwingquarz



Material	η / ($\mu\text{V/K}$)
Konstantan	- 35,0
Ni	- 15,0
Pd	-2,8
PtRh	6,9
Cu	7,8
Mo	12,0
Fe	19,2
NiCr	25,4

Bild 1:

Thermoelement, bestehend aus zwei Schenkeln
(Drahtstücke A, Ni)

Tab. 1:

Thermokraft (Seebeck-Koeffizient η)
verschiedener Materialien

Schenkellänge jeweils $d = 100 \text{ mm}$

Temperaturen: $T_{\text{Referenz}} = 30 \text{ }^\circ\text{C}$

$T_{\text{Mess}} = 100 \text{ }^\circ\text{C}$

a) Betrachten Sie das in Bild 1 skizzierte Thermoelement. Welches Material A würden Sie aus Tab. 1 auswählen, um eine möglichst empfindliche Temperaturmessung zu gewährleisten? Begründen Sie Ihre Antwort kurz. **(1 Punkt)**

NiCr, Grund: maximale Differenz des Seebeck-Koeffizienten zu dem von Ni	Punkte A2.a
---	-------------

b) Wie groß ist die gemessene Thermospannung U , wenn für Schenkel A Eisen verwendet wird? **(1 Punkt)**

$$\begin{aligned}
 U &= \eta_{AB} \cdot \Delta T = (\eta_A - \eta_B) \cdot \Delta T \\
 &= (\eta_{\text{Fe}} - \eta_{\text{Ni}}) \cdot \Delta T = (19,2 - (-15)) \frac{\mu\text{V}}{\text{K}} \cdot 70 \text{ K} \approx 2,4 \text{ mV}
 \end{aligned}$$

$U \approx 2,4 \text{ mV}$	Punkte A2.b
----------------------------	-------------

c) Wie viele Leitungselektronen N befinden sich im Nickel-Drahtstück (rechter Schenkel des Thermoelements), und wie groß ist ihre Konzentration n ? **(2 Punkte)**

Hinweise: Nehmen Sie an, dass jedes Nickelatom ein Elektron als Leitungselektron abgibt. Die Dichte von Nickel beträgt $\rho_{\text{Ni}} = 8,9 \text{ g/cm}^3$. Der Draht habe einen kreisförmigen Querschnitt mit dem Durchmesser $D = 2 \text{ mm}$.

$$(1) \quad \frac{N}{V} = \frac{N_A}{V_{\text{mol, Ni}}}$$

$$(2) \quad \rho_{\text{Ni}} = \frac{m_{\text{mol, Ni}}}{V_{\text{mol, Ni}}}$$

$$(2) \text{ in } (1): N = \frac{N_A}{m_{\text{mol, Ni}}} \cdot \rho_{\text{Ni}} \cdot V = \frac{N_A}{m_{\text{mol, Ni}}} \cdot \rho_{\text{Ni}} \cdot \frac{\pi D^2}{4} \cdot d$$

$$= \frac{6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}}{58,69 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}} \cdot 8,9 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3} \cdot \frac{\pi (0,2 \text{ cm})^2}{4} \cdot 10 \text{ cm} \approx 2,9 \cdot 10^{22}$$

$$\text{bzw.: } n = \frac{N}{V} = \frac{2,9 \cdot 10^{22}}{\frac{\pi (0,2 \text{ cm})^2}{4} \cdot 10 \text{ cm}} \approx 9,2 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3}$$

$$N \approx 2,9 \cdot 10^{22} \text{ Elektronen und } n \approx 9,2 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3}$$

Punkte A2.c

Hinweis: Wenn Sie diesen Punkt nicht gelöst haben, rechnen Sie mit $n = 1 \cdot 10^{23} \text{ cm}^{-3}$ weiter.

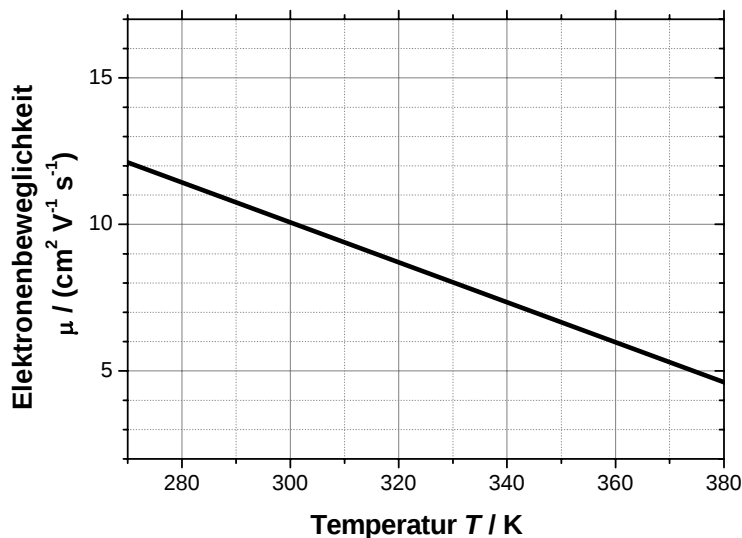


Bild 2: Elektronenbeweglichkeit $\mu(T)$ von Ni im Bereich zwischen 270 ... 380 K

d) In Bild 2 ist die Elektronenbeweglichkeit μ im betrachteten Temperaturintervall (näherungsweise) skizziert. Bestimmen Sie den technischen Temperaturkoeffizienten α der Elektronenbeweglichkeit bei Raumtemperatur (300 K). (2 Punkte)

Aus Bild 2 zwei Wertepaare bestimmen, z. B.: $(T, \mu) \approx (300 \text{ K}, 10 \frac{\text{cm}^2}{\text{Vs}}), (360 \text{ K}, 6 \frac{\text{cm}^2}{\text{Vs}})$

$$\Rightarrow \alpha_{300 \text{ K}} = \frac{1}{\mu(300 \text{ K})} \cdot \frac{\Delta \mu}{\Delta T} = \frac{1}{10 \frac{\text{cm}^2}{\text{Vs}}} \cdot \frac{6 \frac{\text{cm}^2}{\text{Vs}} - 10 \frac{\text{cm}^2}{\text{Vs}}}{360 \text{ K} - 300 \text{ K}} \approx -6,7 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$$

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

$\alpha_{300\text{ K}} \approx -6,7 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$	Punkte A2.d
---	-------------

Hinweis: Wenn Sie diesen Punkt nicht gelöst haben, rechnen Sie mit $\alpha = -0,01 \text{ K}^{-1}$ weiter.

e) Berechnen Sie den elektrischen Widerstand R des Nickel-Drahtstücks. Berücksichtigen Sie dabei den Temperaturgradienten im Draht. Nehmen Sie vereinfachend an, dass die Temperatur im Draht linear mit der Länge abfällt. Die thermische Längenausdehnung des Drahtes sei vernachlässigbar. **(4 Punkte)**

Hinweis: Mathematische Hilfestellung $\int \frac{dx}{a \pm bx} = \pm \frac{1}{b} \ln(a \pm bx) + c$

$R = \rho \cdot \frac{l}{A}$ bzw. differentiell: $R = \int_0^d \rho(l) \cdot \frac{1}{A} dl$, da der spezifische Widerstand ρ sich mit der Länge l ändert.

$\rho(l)$ erhält man aus $\rho(T)$ und $T(l)$:

$$\rho(T) = \frac{1}{e \cdot n \cdot \mu(T)}$$

Nach Teilaufgabe c) gilt für die Elektronenkonzentration: $n \approx 9,2 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3}$

Mit $\mu(T) = \mu_0 (1 + \alpha(T - T_0))$ (vgl. Bild 2) und dem Temperaturverlauf im Nickel-Draht ($0 \leq l \leq d$):

$$\begin{aligned} T(l) &= T_{\text{Referenz}} + (T_{\text{Mess}} - T_{\text{Referenz}}) \cdot \frac{l}{d} \\ &\equiv T_0 + (T_{\text{Mess}} - T_0) \cdot \frac{l}{d} \end{aligned}$$

folgt:

$$\begin{aligned} R &= \int_0^d \frac{1}{e \cdot n \cdot \mu_0 \cdot A} \cdot \frac{1}{1 + \alpha(T(l) - T_0)} dl \\ &= \frac{1}{e \cdot n \cdot \mu_0 \cdot A} \cdot \int_0^d \frac{1}{1 + \alpha \cdot \left(T_0 + (T_{\text{Mess}} - T_0) \cdot \frac{l}{d} - T_0 \right)} dl \\ &= \frac{1}{e \cdot n \cdot \mu_0 \cdot A} \cdot \frac{1}{\alpha \cdot \frac{(T_{\text{Mess}} - T_0)}{d}} \cdot \ln \left(1 + \alpha \cdot (T_{\text{Mess}} - T_0) \cdot \frac{l}{d} \right) \Bigg|_{l=0}^{l=d} \\ &= \frac{d}{e \cdot n \cdot \mu_0 \cdot A \cdot \alpha \cdot (T_{\text{Mess}} - T_0)} \cdot \ln(1 + \alpha \cdot (T_{\text{Mess}} - T_0)) \\ &\approx \frac{10 \text{ cm} \cdot \ln(1 - 6,7 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1} \cdot 70 \text{ K})}{1,602 \cdot 10^{-19} \text{ As} \cdot 9,2 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3} \cdot 10 \frac{\text{cm}^2}{\text{Vs}} \cdot \frac{\pi \cdot (0,2 \text{ cm})^2}{4} \cdot (-6,7 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}) \cdot 70 \text{ K}} \\ &\approx 2,9 \text{ m}\Omega \end{aligned}$$

$R \approx 2,9 \text{ m}\Omega$	Punkte A2.e
---------------------------------	-------------



