

Schriftliche Kernfachprüfung 12. August 2008

Passive Bauelemente

Der Beginn der Prüfung wird von der Prüfungsaufsicht bekannt gegeben. Wenn Sie vor dem offiziellen Beginn diese Seite umschlagen und die Aufgaben einsehen, wird dies als Täuschungsversuch gewertet. Füllen Sie folgenden Kasten vollständig aus.

Nachname Musterlösung	Vorname extern	Matrikelnummer
	Zutreffendes bitte ankreuzen <input type="checkbox"/> Erstprüfung <input type="checkbox"/> Wiederholungsprüfung	EDV-Nummer
Wiederholer/innen bitte ausfüllen		
Straße/Nummer	Postleitzahl/Ort	
Telefon	E-Mail	

Zur Prüfung zugelassene / mitzubringende Hilfsmittel

- Es sind keine Hilfsmittel außer den angegebenen erlaubt.
- Formelsammlung für P SS 2008 (ohne handschriftliche Notizen)
- Zwei handschriftlich (einseitig) beschriebene DIN-A4-Seiten
- Taschenrechner und Schreibzeug (Lineal, Stifte etc., keine Bleistifte verwenden)

Hinweise zum Ablauf der Prüfung

- Halten Sie Ihren Studierendenausweis und Ihre Zulassungsbescheinigung bereit.
- Nach Prüfungsbeginn kontrollieren Sie bitte zuerst, ob das vorliegende Prüfungsheft vollständig ist.
- Die Prüfungsdauer beträgt 3 Zeitstunden.
- Jegliche Kommunikation ist während der Prüfung untersagt.
- Während der Prüfung werden Fragen zu Aufgaben oder Stoffgebiet nicht beantwortet.
- Beachten Sie Tafelanschriften und Folien, die zu Beginn oder während der Prüfung gezeigt werden.

Hinweise zum Bearbeiten der Aufgaben

- Die Prüfung besteht aus 10 Kurzaufgaben (Teil 1) und 3 Rechenaufgaben (Teil 2). In den beiden Teilen sind jeweils 30 Punkte erreichbar.
- Falls Ihnen die deutsche Sprache Schwierigkeiten bereitet, können Sie Begründungstexte alternativ in englischer Sprache formulieren.
- Wenn Sie den Unterpunkt einer Rechenaufgabe nicht gelöst haben, rechnen Sie mit den angegebenen Größen / Zahlenwerten weiter.
- Lösungen auf eigenen Blättern, unzureichend gekennzeichnete Lösungen und Lösungen auf Blättern ohne Angabe von Name, Matrikelnummer oder Aufgabennummer werden nicht gewertet.
- Für die Lösung ist der dafür vorgesehene Bereich unterhalb der jeweiligen Aufgabenstellung zu verwenden. Falls der vorhandene Platz nicht ausreichen sollte, verwenden Sie das hinten beigefügte Zusatzblatt. Bei Bedarf werden von der Prüfungsaufsicht weitere Blätter ausgegeben. Für jede Aufgabe muss eine separate Zusatzseite verwendet werden. Sind auf einer Seite Teile mehrerer Aufgaben gelöst worden, wird entsprechend der Aufgabennummer in der Kopfzeile gewertet.
- Die Ergebnisse und Begründungen sind in die dafür vorgesehenen Bereiche, Felder oder Diagramme zu schreiben bzw. anzukreuzen. Beschriften Sie keinesfalls die grau hinterlegten Korrekturfelder.

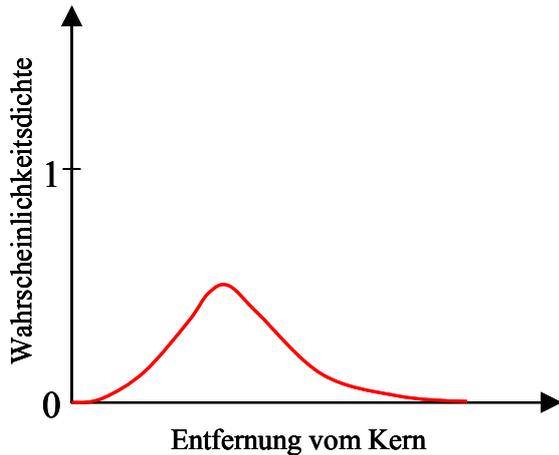
Viel Erfolg!

Teil 1: Kurzaufgaben (30 Punkte)

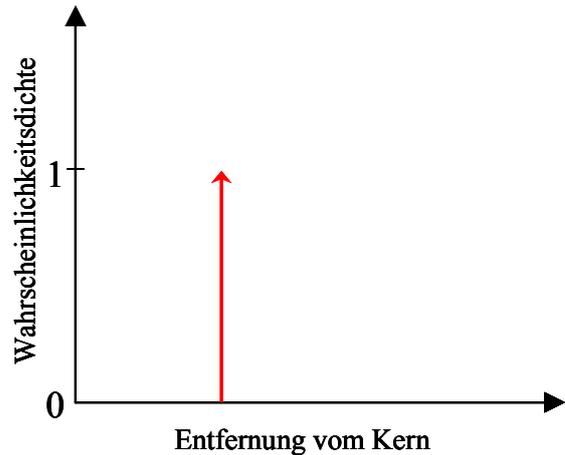
Kurzaufgabe K1: Atommodell

a) Zeichnen Sie jeweils für das quantenmechanische und das Bohrsche Atommodell den qualitativen Verlauf der Aufenthaltswahrscheinlichkeitsdichte des Elektrons eines Wasserstoffatoms in Abhängigkeit von der Entfernung zum Atomkern in die vorbereiteten Diagramme ein. (2 Punkte)

Quantenmechanische Anschauung



Bohrsche Anschauung



b) Berechnen Sie den 2. Bohrschen Bahnradius im Wasserstoffatom. (1 Punkt)

Hinweis: Der Bahndrehimpuls nimmt nur diskrete Werte an: $m_e v r_n = n \hbar$.

Coulombkraft gleich Zentripetalkraft:

$$|F| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze_0^2}{r_n^2} = \frac{m_e v^2}{r_n} \quad (1)$$

Bohrsches Postulat (siehe Hinweis):

$$m_e v r_n = n \hbar \quad (2)$$

Durch einsetzen von Gleichung (2) in (1) erhält man die allgemeine Formel:

$$r_n = n^2 \frac{\epsilon_0 \hbar^2}{\pi m_e Z e_0^2}$$

Für $Z=1$ und $n=2$ (2. Bohrsche Bahnradius) ergibt sich:

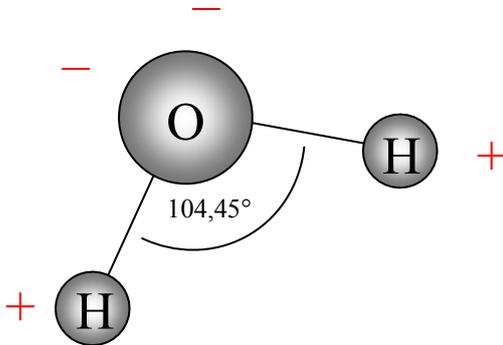
$$r_2 = 0,2116 \text{ nm}$$

Punkte K1

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

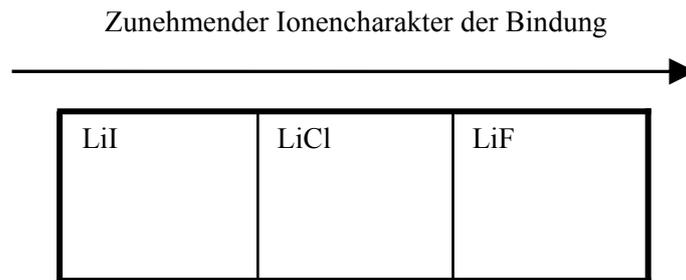
Kurzaufgabe K2: Chemische Bindungen

a) Aufgrund welcher Tatsache besitzt Wasser ein permanentes Dipolmoment P ? Kennzeichnen Sie in der folgenden Skizze die lokale Polarität des Wassermoleküls mit „+“ und „-“. (1 Punkt)



Erklärung: Sauerstoff besitzt eine höhere Elektronegativität als Wasserstoff. Es zieht die Elektronen im Molekül stärker an, wodurch ein permanentes Dipolmoment entsteht.

b) Ordnen Sie die drei binären Verbindungen LiI, LiF, LiCl nach zunehmendem Ionencharakter der chemischen Bindung und begründen Sie kurz Ihre Antwort. (1 Punkt)



Begründung:

Wenn Reihenfolge falsch: 0 Punkte

Der Ionencharakter einer Verbindung steigt mit zunehmender Differenz der Elektronegativitäten der an der Verbindung teilhabenden Atome. (Folienskript Seite 25)

Die Elektronegativität der Elemente innerhalb einer gleichen Hauptgruppe steigt mit abnehmender Periode: XF [Periode 2] > XCl [Periode 3] > XI [Periode 4]. Xi: bezeichnet hier die Elektronegativität des Elements i.

Daraus folgt: $(XF - XLi) > (XCl - XLi) > (XI - XLi)$.

Wenn Begründung fehlt oder falsch: 0Punkte

c) Für welches der angegebenen Elemente Natrium (Na) oder Chlor (Cl) ist der Ionenradius größer als der Atomradius? Geben Sie eine kurze Begründung. (1 Punkte)

Chlor

Begründung:

Elektronenaufnahme bei Ionisierung (hohe Elektronegativität) bei gleicher Kernladungszahl.

Punkte K2

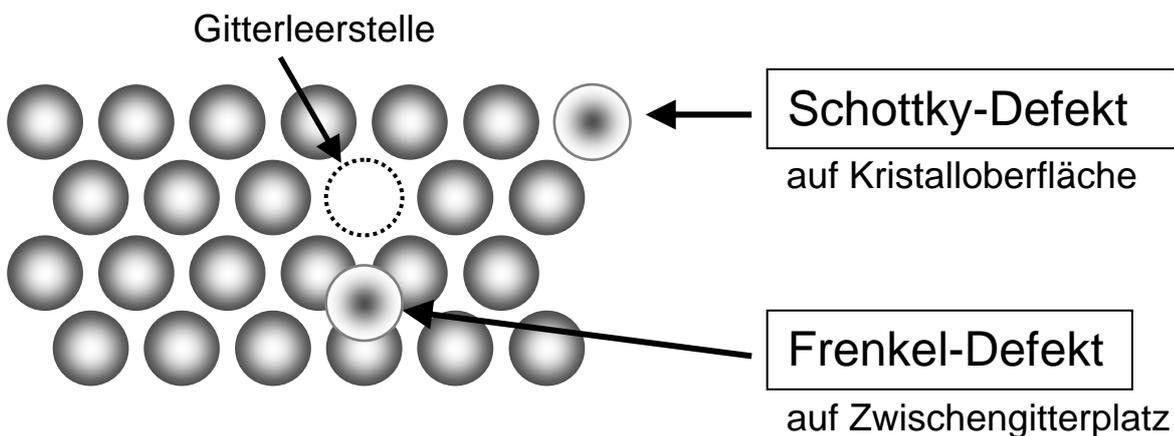
Kurzaufgabe K3: Defekte, Kröger-Vink-Notation

In den Werkstoffwissenschaften werden Gitterbaufehler genutzt, um die Materialeigenschaften gezielt zu beeinflussen. So kann z.B. der elektrische Leitwert oder auch der Temperatureausdehnungskoeffizient angepasst werden.

a) Vervollständigen sie die Tabelle, indem sie jeweils den Kristallfehlertyp und dessen Ursache dem Unterscheidungsmerkmal (Dimension des Kristallfehlers) zuordnen. (2 Punkte)

Dimension	Typ	Bildung/Ursache
0-dimensional	Eigenfehleranordnung (Schottky, Frenkel)	Thermodynamisch bedingt, d.h. temperaturabhängig
	Fremdkörperstörstelle (Verunreinigung, Dotierung)	Unreines Ausgangsmaterial oder gezielte Beigabe
1-dimensional	Stufenversetzung Schraubenversetzung	Herstellungsbedingt Wachstumsprozesse (intern) und /oder mechanische Beanspruchung (extern)
2-dimensional	Korngrenze Zwillingssebene Stapelfehler Pore ist falsch	

b) Schottky- und Frenkeldefekt gehören zu den Punktdefekten und werden beide durch Gitterleerstellen erzeugt. Zeichnen sie für beide Defekte ein, wo sich das „freie“ Atom anlagert, und ordnen Sie die skizzierten Atome dem jeweiligen Defekt mit Pfeilen zu. Beschreiben Sie zudem, bei welchem der beiden Defekte das Gittervolumen zunimmt. (1 Punkt)



- Volumenzunahme bei: Schottky - Defekt (weil Anlagerung auf Kristalloberfläche)

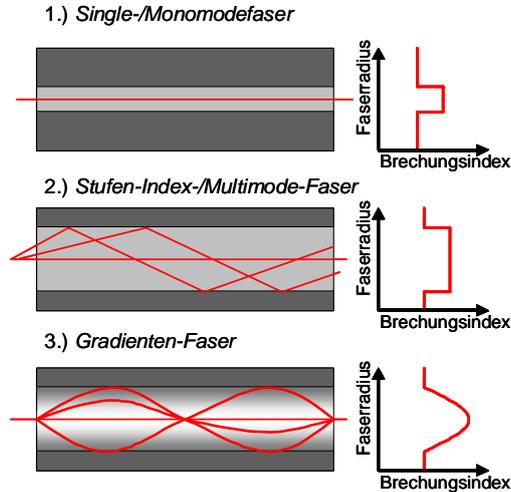
Punkte K3

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

Kurzaufgabe K4: Lichtwellenleiter

Daten können durch Photonen über Lichtwellenleiter (LWL) übermittelt werden. Hinsichtlich der möglichen Führung der Strahlen gibt es verschiedene Fasertypen von LWL.

a) Benennen Sie die 3 gezeigten Fasertypen. (1 Punkt)



b) Skizzieren Sie mindestens zwei Strahlenverläufe je LWL-Typ in die vorbereiteten Felder. (1 Punkt)

c) Welcher Fasertyp wird verwendet, um Lichtsignale über lange Distanzen zu übertragen, und weshalb? (1 Punkt)

Singlemodedfasern

Geringste Signalverzerrung/Dispersionseigenschaften

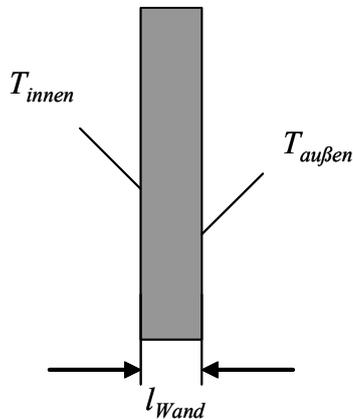
Durch langen Signalweg wird bei den anderen Typen das Signal verbreitert. Darum kann es zu Überlagerungs-/Verwischungseffekten kommen.

Punkte K4

Kurzaufgabe K5: Wärmeleitung, Strahlung, Konvektion

a) Auf einer Berghütte wird ein Kachelofen zur Heizung eines Wohnraumes mit der Temperatur T_{Raum} verwendet. Mit Hilfe der Außentemperatur des Kachelofens $T_{außen}$ soll die Temperatur im Inneren des Ofens T_{innen} ermittelt werden. Berechnen Sie T_{innen} und begründen Sie Ihren Ansatz. (2 Punkte)

Hinweis: Rechnen Sie mit flächenspezifischen Größen.



Materialdaten:

Außentemperatur	$T_{außen}$	= 70 °C
Raumtemperatur	T_{Raum}	= 25 °C
Wanddicke	l_{Wand}	= 10 cm
Materialkonstante	c	= 0,8
Wärmeübergangszahl	α_K	= 20 W/(m ² K)
Wärmeleitfähigkeit	λ	= 1,2 W/(m K)

Die abgegebene flächenbezogene Leistung des Ofens ist:

$$P/A = P_{Strahlung}/A + P_{Konvektion}/A = c \cdot \sigma \cdot (T_{außen}^4 - T_{Raum}^4) + \alpha_K \cdot (T_{außen} - T_{Raum})$$

$$P_{Strahlung}/A = 0,8 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 \cdot K} \cdot ((343,15 K)^4 - (298,15 K)^4) = 270,5 W/m^2$$

$$P_{Konvektion}/A = 20 \frac{W}{m^2 \cdot K} \cdot (343,15 K - 298,15 K) = 900 W/m^2$$

Diese muss durch Wärmeleitung nachgeliefert werden und damit folgt:

$$P_{Leitung}/A = \lambda \cdot \frac{T_{außen} - T_{innen}}{l_W}$$

$$\begin{aligned} T_{innen} &= \frac{P_{Leitung}/A \cdot l_W}{\lambda} + T_{außen} \\ &= \frac{360,5 W/m^2 \cdot 0,1 m}{1,2 W/m/K} + 70 °C \\ &= 167,54 °C \hat{=} 440,61 K \end{aligned}$$

Lösung ohne Strahlung: 145 °C $\hat{=} 418,15 K$ dann gab es nur einen Punkt für den Ansatz

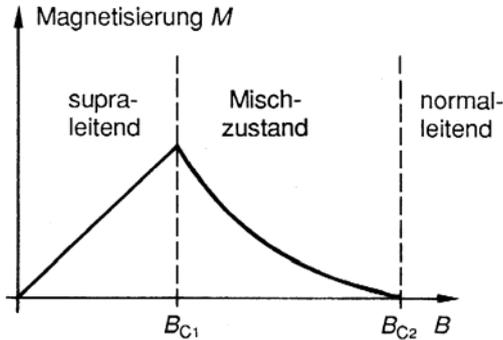
b) Auf Grund eines Sturms wird die Berghütte eingeschneit. Geben Sie an, wie sich die Temperatur des Wohnraums verändert, und begründen Sie Ihre Angabe. (1 Punkt)

Die Temperatur im Inneren der Berghütte steigt, da die Hütte durch den Schnee besser isoliert wird.

Punkte K5

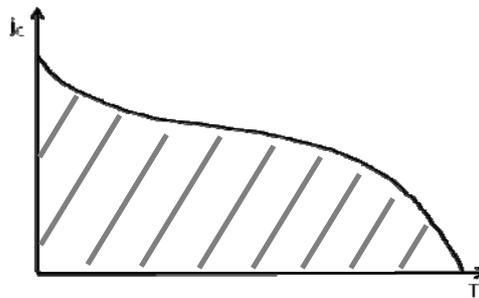
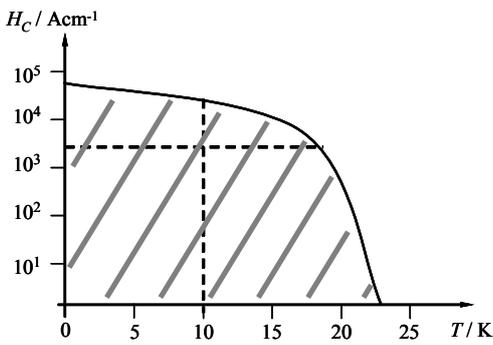
Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

a) Erklären Sie im Zusammenhang mit Supraleitern zweiter Art die Bedeutung der beiden Größen B_{C1} und B_{C2} : Was passiert im Supraleiter bei $B < B_{C1}$, $B_{C1} < B < B_{C2}$ und $B > B_{C2}$? Tragen Sie zusätzlich die Magnetisierung M über dem äußeren Magnetfeld B auf. (2 Punkte)

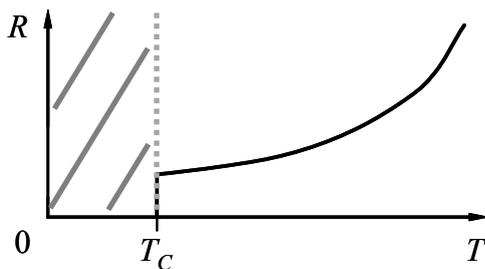


Steigt das äußere Feld über den Wert B_{C1} , so dringt es in Form von Flußschläuchen in den SL 2.Art ein, das Material ist dort normalleitend, die Magnetisierung nimmt zusammen mit dem noch supraleitenden Volumen ab. Bei Erreichen des Feldes B_{C2} bricht die SL komplett zusammen und der gesamte SL ist vom äußeren Feld durchdrungen

b) Skizzieren Sie in das dargestellte Diagramm den typischen Verlauf einer der drei kritischen Größen (H_C , j_C und T_C) für einen Supraleiter erster Art, und kennzeichnen Sie, in welchem Bereich Supraleitung vorliegt. (1 Punkt)



Metallischer Supraleiter



Punkte K6

Kurzaufgabe K7: Dielektrikum

In Abbildung 1 sind zwei mögliche Verläufe für das Dispersionsspektrum $\chi'(\omega)$ der Polarisation gegeben.

a) Ordnen Sie den beiden Verläufen die Begriffe Resonanz und Relaxation zu und zeichnen Sie jeweils das entsprechende Verlustspektrum $\chi''(\omega)$ ein. (2 Punkte)

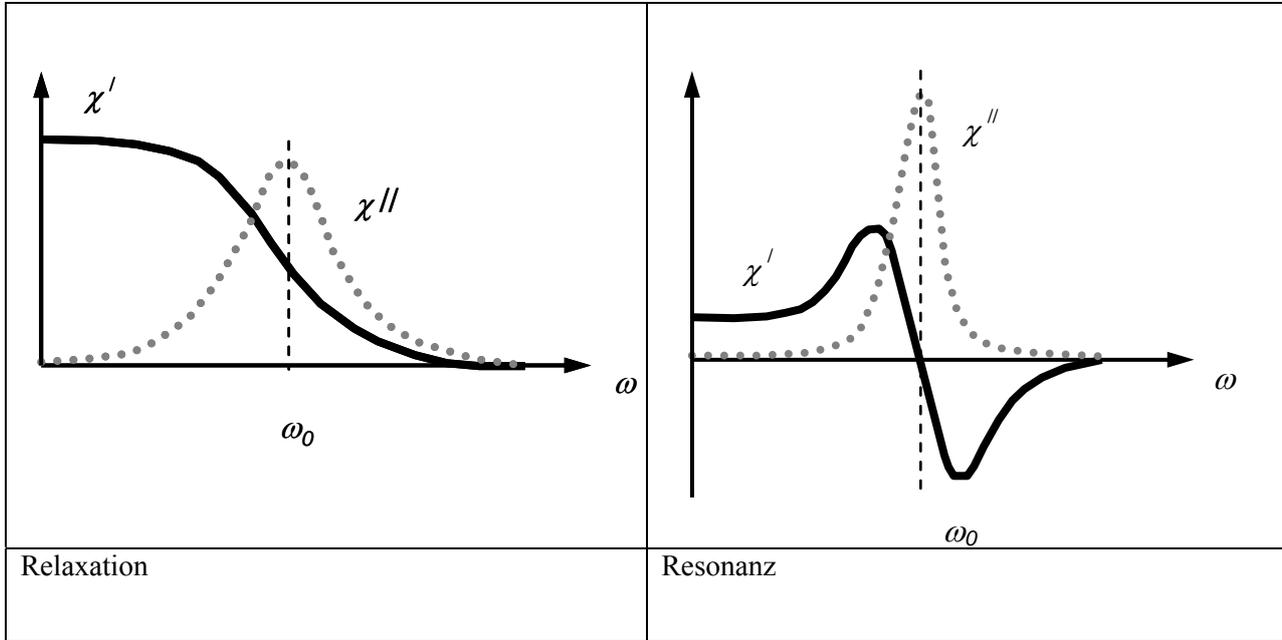


Abbildung 1: Dispersionsspektren der Polarisation

b) Geben Sie zu jedem der Verläufe aus Aufgabenteil a) einen Polarisationsmechanismus an. (1 Punkt)

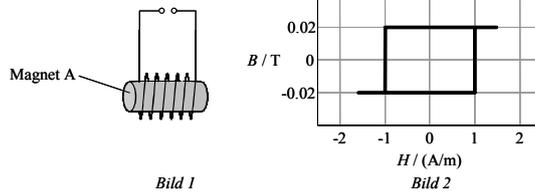
Resonanz: Ionenpolarisation, Elektronenpolarisation
 Relaxation: Raumladungspolarisation, Orientierungspolarisation

Punkte K7

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

Kurzaufgabe K8: Magnetismus und Wechselfeld

Ein verlustbehafteter Magnet (Bild 1) wird durch einen Wechselstrom ummagnetisiert. Der Magnet ($V_K = 10 \text{ cm}^3$) besitzt die in Bild 2 dargestellte Hystereseckennlinie. Die Spule wird von einem Wechselstrom $i(t) = I_0 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t)$ mit $I_0 = 0,5 \text{ mA}$ und $f = 5 \text{ kHz}$ durchflossen. Berechnen Sie die Hystereseverlustleistung $P_H = V_K \cdot f \cdot \oint HdB$. (1 Punkt)



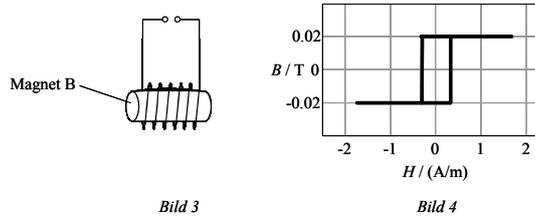
Lösung:

$$P_H = V_K \cdot f \cdot \oint HdB$$

$$= 10 \cdot 10^{-6} \cdot 5 \cdot 10^3 \cdot \int_{-1}^1 0.02 - (-0.02) dH = 4 \text{ mW}$$

Einheit muss in Watt angegeben werden, sonst kein Punkt

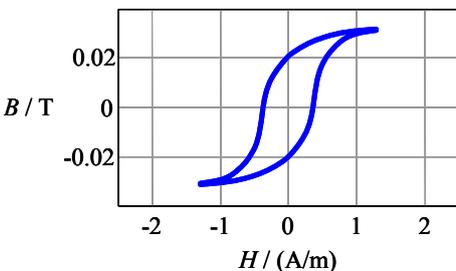
b) Bild 3 zeigt einen anderen verlustbehafteten Magneten mit der in Bild 4 dargestellten Hystereseckennlinie. Geben Sie jeweils eine Anwendung für die Magneten A und B an und erläutern Sie kurz Ihre Wahl. (1 Punkt)



Anwendung Magnet A: Digitale Informationsspeicher, Magnetband, Festplatte, Kernspeicher, Dauermagnet
 Begründung: möglichst rechteckige B(H) Kennlinie mit notwendig, hohe Koerzitivfeldstärke → magnetisch hartem Material, zur Neuorientierung werden hohe Feldstärken benötigt. Bei Speichermedien entspricht dieses einer hohen Datensicherheit, da die geschriebenen Informationen nicht zufällig durch Streufelder umorientiert werden.

Anwendung Magnet B: Transformatoren, Motoren, Generatoren
 Begründung: geringe Koerzitivfeldstärke gewünscht, um geringere Verluste durch Hysterese zu Erreichen

c) Zeichnen Sie in das vorbereitete Diagramm eine B(H) Kurve wie sie in realen weich- oder hartmagnetischen Werkstoffen vorkommt und begründen Sie kurz. (1 Punkt)



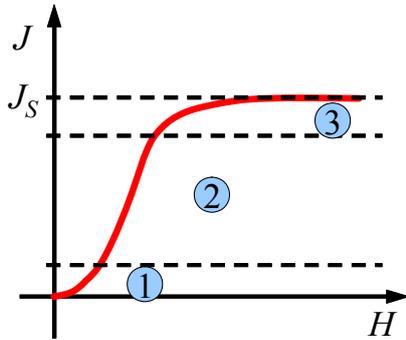
Hystereseckennlinie nicht eckig, sondern „rund“, da Domänen nacheinander erst umklappen, nicht alle auf einmal.

Punkte K8

Kurzaufgabe K9: Magnetismus

a) Ein ferromagnetischer Werkstoff, der zu Beginn bei $H = 0$ A/m keine Magnetisierung M aufweist, wird bis zur Sättigung magnetisiert. Welche Magnetisierungsprozesse treten auf? Erklären Sie die Prozesse anhand einer $J(H)$ -Kurve im gegebenen Diagramm. (2 Punkte)

Neukurve



- ① reversible
Drehprozesse
- ② irreversible
Blochwandverschiebung
- ③ reversible
Blochwandverschiebung

b) Jedes magnetische Material zeigt einen diamagnetischen Anteil. Was ist das Besondere an den magnetischen Dipolen, welche diesen Anteil verursachen? (1 Punkt)

Diese Dipole werden induziert und sind nicht von sich aus im Material vorhanden.

Punkte K9

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

Kurzaufgabe K10: Textanalyse Lambda-Sonde

Im Folgenden ist ein wissenschaftlicher Text über die Funktionsweise der Lambda-Sonde abgedruckt. Ihre Aufgabe ist es, den Text zu beurteilen. Bearbeiten Sie dazu die unten stehenden Fragestellungen.

Lambda-Sonde

<p>2 In der Abgassensorik moderner Benzinmotoren werden potentiometrische Lambda-Sonden eingesetzt. Der Arbeitsweise potentiometrischer Sensoren liegt das Nernst-Sonde-Prinzip und somit die Nernstsche Gleichung zugrunde. Es wird stromlos das Potential zwischen einer Referenz- und einer Messelektrode gemessen. Bei der Lambda-Sonde wird der gasundurchlässige elektronenleitende Elektrolyt so eingesetzt, dass er Abgas (Messraum) und Umgebungsluft (Referenzumgebung), in denen unterschiedliche Sauerstoffpartialdrücke herrschen, voneinander trennt. Als Elektroden werden auf beiden Seiten blockierende Elektroden aus Platin verwendet. Durch das Nichtgleichgewicht der chemischen Potentiale zwischen Abgasseite und Umgebungsluftseite bauen sich an den Grenzschichten zwischen den Pt-Elektroden und dem Festelektrolyten Ladungsansammlungen (Ladungsdoppelschichten) auf.</p>	<p>Da durch den Elektrolyten keine Elektronen zum Ladungsausgleich fließen können, baut sich ein elektrisches Feld auf, das der Diffusion der O^{2-}-Ionen entgegenwirkt. Das elektrische Feld erzeugt eine Spannung U_{Nernst}, die über die Pt-Elektroden an beiden Seiten des Festelektrolyten abgegriffen werden kann.</p> $U_{Nernst} = \frac{RT}{2F} \ln \left(\frac{\sqrt{p_{O_2}^{Luft}}}{\sqrt{p_{O_2}^{Abgas}}} \right)$ <p>Die Spannung U_{Nernst} ist von der Temperatur und den Sauerstoffpartialdrücken auf Abgas- und Umgebungsluftseite abhängig.</p>	<p>24 26 28 30 32 34</p>
--	---	---

a) Finden Sie einen Fehler in den Zeilen 1-15. Geben Sie die Zeilennummer(n) an und beschreiben Sie, worin der Fehler besteht. **(1 Punkt)**

Z. 10 elektronenleitender Elektrolyt statt ionenleitender Elektrolyt

b) Finden Sie einen Fehler in den Zeilen 16-40. Geben Sie die Zeilennummer(n) an und beschreiben Sie, worin der Fehler besteht. **(1 Punkt)**

Z.17 blockierende Elektroden ist falsch, es werden Gasdiffusionselektroden verwendet

Kein Punkt für Z27 → das ist richtig

c) Welches Material wird für den Festelektrolyten der potentiometrischen Lambda-Sonde oder einer Hochtemperatur- Festelektrolyt- Brennstoffzelle verwendet? **(1 Punkt)**

Yttrium dotiertes Zirkonoxid

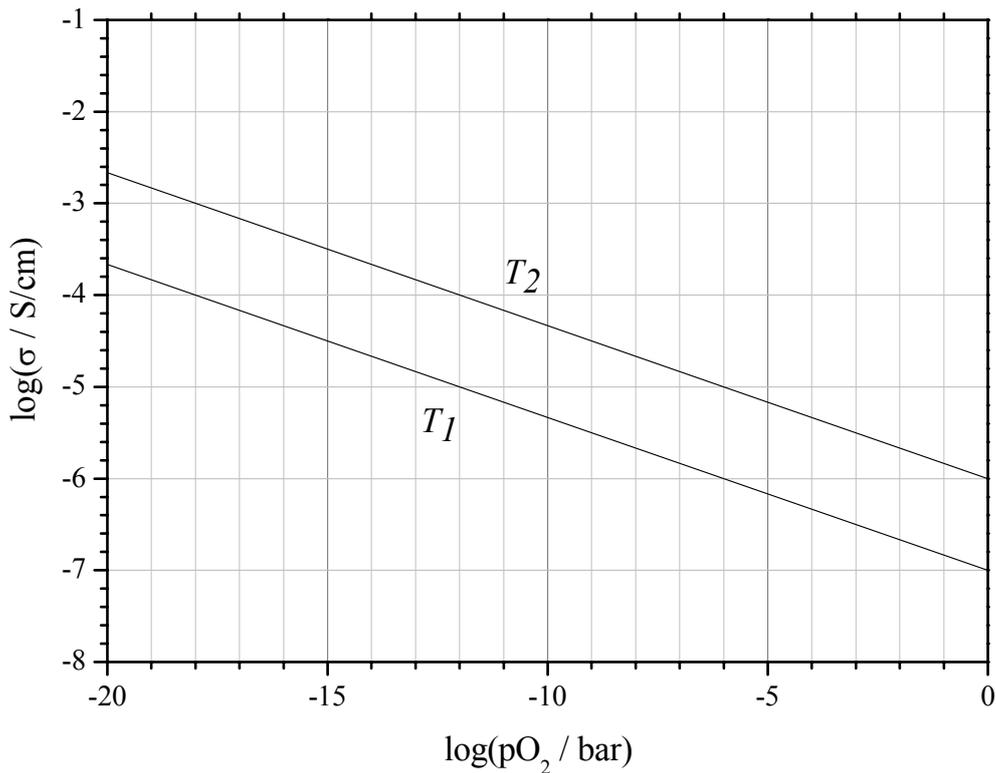
Punkte K10

Teil 2: Rechenaufgaben (30 Punkte)

Rechenaufgabe A1: Defektchemie

Gegeben ist die spezifische Leitfähigkeit σ von undotiertem BaTiO_3 für die zwei unterschiedlichen Temperaturen $T_1 = 900\text{ °C}$ und $T_2 = 1000\text{ °C}$ als Funktion des Sauerstoffpartialdruckes $p\text{O}_2$ der umgebenden Atmosphäre.

Hinweise: Die Beweglichkeiten $\mu_p = \mu_n = 1\text{ cm}^2/(\text{Vs})$ werden als konstant angenommen. Alle Defekte können bei den gegebenen Temperaturen als vollständig ionisiert angesehen werden.



a) Um welchen Leitertyp (*p*-Leiter, *n*-Leiter) handelt es sich? Begründen Sie kurz Ihre Antwort. (1 Punkt)

Lösung: *n*-Leiter, da mit $p\text{O}_2 \uparrow \rightarrow [V_{\text{O}}^{\bullet\bullet}] \downarrow \rightarrow n \downarrow \rightarrow \sigma \downarrow$

Leitertyp: <i>n</i> -Leiter	Punkte A1.a
-----------------------------	-------------

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

b) Berechnen Sie alle notwendigen Materialkonstanten (σ_0 , ΔG_0 , m), die für eine vollständige Beschreibung der spez. Leitfähigkeit σ notwendig sind: $\sigma = \sigma_0 \cdot e^{-\frac{\Delta G_0}{kT}} \cdot \left(\frac{pO_2}{\text{bar}}\right)^m$. Verwenden Sie hierzu die Daten aus der gegebenen Kennlinie. (4 Punkte)

Aus der Kennlinien im Diagramm kann die Steigung m mit Hilfe von $\sigma \propto pO_2^m$ leicht bestimmt werden. abgelesen werden $\rightarrow m = -\frac{1}{6}$ (1 Punkt)

ΔG_0 wird wie folgt bestimmt:

$$\text{Mit } \sigma_1 = \sigma_0 \cdot e^{-\frac{\Delta G_0}{kT_1}} \cdot pO_2^{-\frac{1}{6}} \quad \text{und} \quad \sigma_2 = \sigma_0 \cdot e^{-\frac{\Delta G_0}{kT_2}} \cdot pO_2^{-\frac{1}{6}}$$

ergibt sich aus dem Verhältnis:

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = e^{-\frac{\Delta G_0}{k} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right)} \quad (1 \text{ Punkt}) \quad \text{die Beziehung} \quad \log \sigma_1 - \log \sigma_2 = \frac{1}{\ln(10)} \cdot \frac{-\Delta G_0}{k} \cdot \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right)$$

Durch Umformung und mit den angegebenen Daten aus der Grafik kann der Zahlenwert von ΔG_0 berechnet werden:

$$\Delta G_0 = -\ln(10) \cdot k \cdot \frac{\log \sigma_1 - \log \sigma_2}{\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}} = -2.303 \cdot 8.617 \cdot 10^{-5} \frac{eV}{K} \cdot \frac{-7 - (-6)}{\frac{1}{(900 + 273.15)K} - \frac{1}{(1000 + 273.15)K}} = 2.96 eV$$

Auf Ergebnis: (1 Punkt)

Lösung für σ_0 : Durch umformen von

$$\sigma_1 = \sigma_0 \cdot e^{-\frac{\Delta G_0}{kT_1}} \cdot \left(\frac{pO_2}{\text{bar}}\right)^{-\frac{1}{6}}$$

und einsetzen der Zahlenwerte aus der Grafik ergibt sich:

$$\sigma_0 = \sigma_1 \cdot e^{\frac{\Delta G_0}{kT_1}} \cdot \left(\frac{pO_2}{\text{bar}}\right)^{\frac{1}{6}} = 10^{-7} S/cm \cdot e^{\left(\frac{2.96 eV}{8.617 \cdot 10^{-5} eV/K (900 + 273.15)K}\right)} \cdot (10^0)^{\frac{1}{6}} = 5.2 \cdot 10^5 S/cm$$

(1 Punkt) auf Ergebnis

$m = -\frac{1}{6}$;	$\Delta G_0 = 2.96 eV$;	$\sigma_0 = 5.2 \cdot 10^5 S/cm$	Punkte A1.b
$\Delta G_0 = 4,74 \cdot 10^{-19} J$			
Universität Karlsruhe (TH)	Seite 13/24	Passive	
Institut für Werkstoffe der Elektrotechnik		Klausur 12. August 2008	

c) Der Werkstoff BaTiO₃ soll als keramisches Kondensatormaterial mit unedlen Kontaktmaterialien eingesetzt werden. Zur Vermeidung der Oxidation der Kontakte muss das Bauelement in einer Stickstoffatmosphäre mit einem Restsauerstoff von $pO_2 = 10^{-6}$ bar bei $T = 1000$ °C hergestellt werden. Wie hoch ist die Sauerstoffleerstellenkonzentration $[V_O^{\bullet\bullet}]$ bei diesen Bedingungen? (2 Punkte)

Lösung:

$$ENB: 2[V_O^{\bullet\bullet}] = [e'] \quad (1 \text{ Punkt}) \quad \sigma = e\mu_n n = e\mu_n 2[V_O^{\bullet\bullet}]$$

$$[V_O^{\bullet\bullet}] = \frac{\sigma_2}{2e\mu_n} = \frac{10^{-5}}{2e\mu_n} = 3.12 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3} \quad (1 \text{ Punkt})$$

$[V_O^{\bullet\bullet}] = 3.12 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3}$	Punkte A1.c
---	-------------

Hinweis: Wenn Sie diese Aufgabe nicht gelöst haben, rechnen Sie bitte mit $[V_O^{\bullet\bullet}] = 1 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ weiter

d) Die Sauerstoffleerstellen sollen mithilfe einer entsprechenden Dotierung neutralisiert werden. Machen Sie einen konkreten Vorschlag einer geeigneten Dotierung. Geben Sie die entsprechende Elektroneutralitätsbeziehung an und berechnen Sie die notwendige Dotierungskonzentration, damit in der Stickstoffatmosphäre ($pO_2 = 10^{-6}$ bar) bei $T = 1000$ °C alle Sauerstoffleerstellen „kompensiert“ werden. (1 Punkt)

Sauerstoffleerstellen sind Donatoren, die sich nur durch Akzeptoren z. B. dreiwertiges Fe auf vierwertigen Ti-Platz neutralisieren lassen.

$$ENB: 2[V_O^{\bullet\bullet}] = [Fe_{Ti}']$$

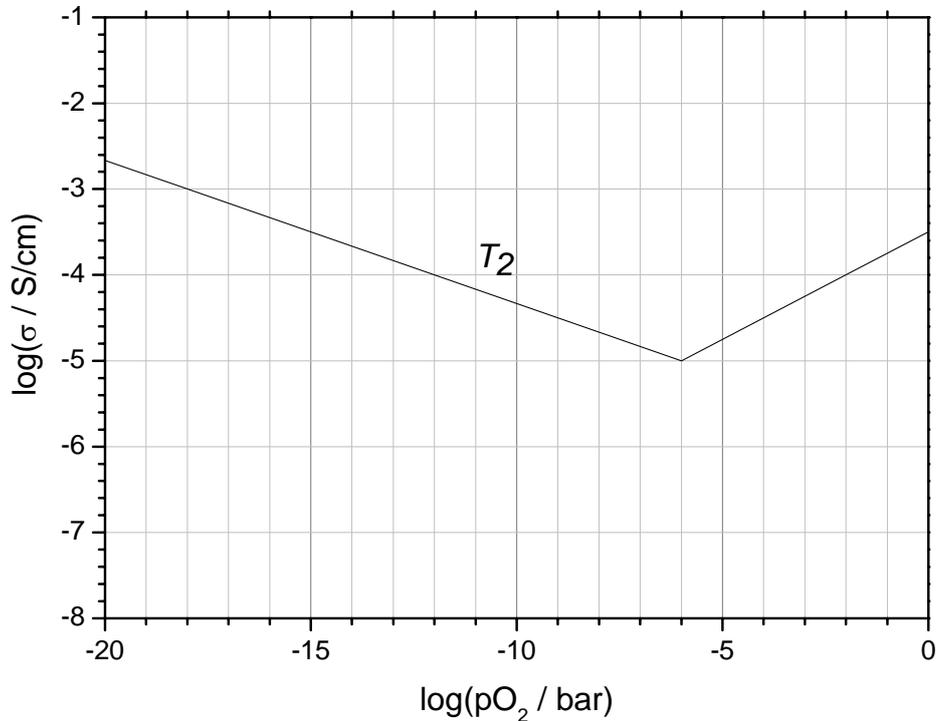
Aus Lösung c) $2[V_O^{\bullet\bullet}] = [Fe_{Ti}'] = 6.24 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3}$

Dotierung: z.B. Fe, $[Fe_{Ti}'] = 6.24 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3}$ bzw. $[Fe_{Ti}'] = 2 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$	Punkte A1.d
---	-------------

e) Skizzieren Sie den Verlauf der Leitfähigkeit σ in das gegebene Diagramm für den Fall einer vollständigen Kompensation der durch die Sauerstoffleerstellen eingebrachten elektronischen Ladungsträger durch eine

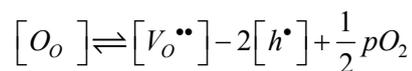
Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

Dotierung bei Stickstoffatmosphäre ($pO_2 = 10^{-6}$ bar). Berechnen Sie zudem die Steigung der Kennlinie für $pO_2 > 10^{-3}$ bar. (2 Punkte)



Für $pO_2 > 10^{-3}$ bar ist die Probe aufgrund des Akzeptors (zur Kompensation der Sauerstoffleerstellen) p-leitend.

Ansatz für Sauerstoffabhängigkeit: Jede Sauerstoffleerstelle „vernichtet“ 2 Defektelektronen (h):



$$\frac{[V_o^{\bullet\bullet}] p^{-2} pO_2^{1/2}}{[O_o]} = K \quad \text{mit} \quad 2[V_o^{\bullet\bullet}] = [Fe_{Ti}'] \quad \text{folgt} \quad p = \frac{[Fe_{Ti}'] pO_2^{1/4}}{2[O_o] K}$$

Da die Beweglichkeit $\mu_p = \mu_n = 1 \text{ cm}^2/(\text{Vs})$ angenommen werden darf, folgt die Leitfähigkeit dem Partialdruck mit dem Exponenten $m=1/4$ für $pO_2 > 10^{-3}$ (1Punkt)

	Punkte A1.e
--	-------------

Rechenaufgabe A2: Nichtlineare Widerstände

Farbfernseh-Bildröhren enthalten magnetisierbare Teile. Daher wird bei jedem Einschalten eine Entmagnetisierung durchgeführt. Diese erfolgt im Prinzip mit einer Schaltung nach Bild 1, bei der eine um die Bildröhre geschlungene Entmagnetisierungsspule aus Kupferdraht und zwei Kaltleiter-Widerstände (PTCs) eingesetzt werden. Bild 2 zeigt die R - T -Kennlinie der beiden Kaltleiter. Durch ihre Eigenerwärmung wird ein abklingendes magnetisches Wechselfeld erzeugt.

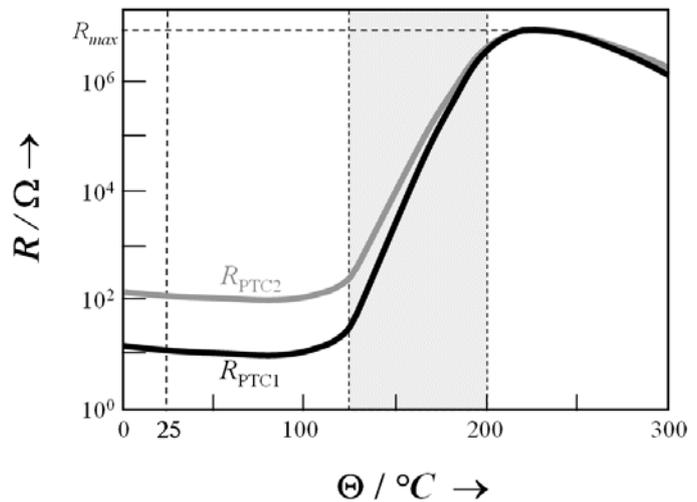
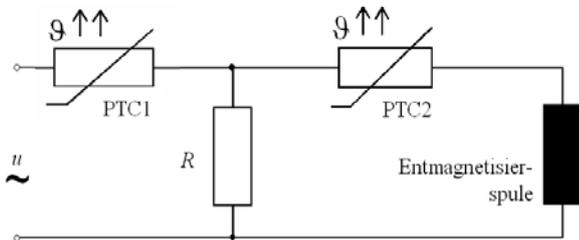


Bild 1

Bild 2

a) Berechnen Sie die Amplitude \hat{i}_A des durch PTC1 fließenden Stroms unmittelbar nach Anlegen der Spannung u . (3 Punkte)

Hinweise: Die induktiven Eigenschaften der Spule sollen vernachlässigt werden, berücksichtigen Sie nur deren Ohmschen Widerstand. Für die angelegte Spannung gilt: $u = \hat{u} \cdot \sin(\omega t)$.

Zahlenwerte:	Amplitude der Spannung	$\hat{u} = 50 \text{ V}$
	Widerstand	$R = 500 \text{ } \Omega$
	Windungszahl der Spule	$n = 20$
	Länge der Spule	$l = 10 \text{ mm}$
	Durchmesser der zylinderförmigen Spule	$d = 300 \text{ mm}$
	Durchmesser des Spulendrahtes	$\delta = 1 \text{ mm}$
	el. Leitfähigkeit von Kupfer	$\sigma_{\text{Cu}} = 6 \cdot 10^5 \text{ S/m}$
	Umgebungstemperatur	$\Theta_U = 25 \text{ } ^\circ\text{C}$

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

Ohmscher Widerstand der Spule:

$$R_{\text{Spule}} = \frac{1}{\sigma_{\text{Cu}}} \cdot \frac{l_{\text{Draht}}}{A_{\text{Draht}}} = \frac{1}{\sigma_{\text{Cu}}} \cdot \frac{n \cdot \pi \cdot d}{\pi \cdot \left(\frac{\delta}{2}\right)^2} = \frac{1}{6 \cdot 10^5 \text{ S/m}} \cdot \frac{20 \cdot 0,3 \text{ m}}{\left(\frac{1 \cdot 10^{-3} \text{ m}}{2}\right)^2} \approx 40 \Omega$$

Impedanz der Schaltung (ohne Induktivität L): $Z = R_{\text{PTC1}} + \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{1}{R_{\text{PTC2}} + R_{\text{Spule}}}}$

Impedanz zu Beginn (PTCs auf Raumtemperatur; R_{PTC1} , R_{PTC2} aus Schaubild):

$$Z_{\text{RT}} = 10 \Omega + \frac{1}{\frac{1}{500 \Omega} + \frac{1}{100 \Omega + 40 \Omega}} \approx 119 \Omega$$

$$\Rightarrow \text{Amplitude der Stromstärke zu Beginn: } \hat{i}_{\text{RT}} = \frac{\hat{u}}{Z_{\text{RT}}} = \frac{50 \text{ V}}{119 \Omega} \approx 400 \text{ mA}$$

$\hat{i}_{\text{A}} =$	Punkte A2.a
------------------------	-------------

b) Schätzen Sie anhand der Kaltleiterkennlinien in Bild 2 einen Endwert für \hat{i}_{E} ab, wenn die beiden (thermisch gekoppelten) Kaltleiter PTC1 und PTC2 sich beide erwärmt haben. **(2 Punkte)**

Impedanz am Ende (PTCs erhitzt; R_{PTC1} , R_{PTC2} aus Schaubild abschätzen):

$$Z_{\text{RT}} \approx 10^6 \Omega + \frac{1}{\frac{1}{500 \Omega} + \frac{1}{10^6 \Omega + 40 \Omega}} \approx 10^6 \Omega$$

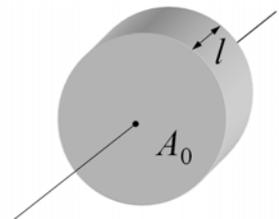
$$\Rightarrow \text{Amplitude der Stromstärke am Ende: } \hat{i}_{\text{HT}} = \frac{\hat{u}}{Z_{\text{RT}}} = \frac{50 \text{ V}}{10^6 \Omega} \approx 0,05 \text{ mA}$$

$\hat{i}_{\text{E}} =$	Punkte A2.b
------------------------	-------------

c) An den PTC-Widerstand R_{PTC1} (Kennlinie aus Bild 2) mit zylindrischer Scheibengeometrie (Bild 3) werde eine konstante Gleichspannung U angelegt. Hierdurch erwärmt sich das Bauteil.

Bild 3

Berechnen Sie die Endtemperatur, die der PTC annimmt. Nehmen Sie dazu an, dass sich nach einer gewissen Zeit durch Wärmeabgabe (Konvektion) stationäre Bedingungen einstellen. (5 Punkte)



Hinweise: Im schraffierten Bereich von Bild 2 lässt sich die Kennlinie in guter Näherung als $R = R_0 \cdot e^{\beta(T-T_0)}$ beschreiben. Nutzen Sie zur Lösung die Tabelle 1 und interpolieren Sie gegebenenfalls.

Zahlenwerte:

Tabelle 1:

Spannung	$U = 10 \text{ V}$
Umgebungstemperatur	$T_U = 298 \text{ K}$
Wärmeübergangszahl an Luft	$\alpha_K = 2 \text{ mW} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$
Nennwiderstand	$R_0 = 1000 \Omega$
Nenntemperatur	$T_0 = 400 \text{ K}$
Konstante	$\beta = 0,3 \text{ K}^{-1}$
Länge des PTC	$l = 3 \text{ mm}$
Grundfläche des PTC	$A_0 = 1 \text{ cm}^2$

x	$0,3x + \ln x$
10	5,3
50	18,9
100	34,6
125	42,3
150	50,0
155	51,8
160	53,1
165	54,6
170	56,1
175	57,7
200	65,3

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

Für das Gleichgewicht zwischen zugeführter elektrischer Energie und abgeführter Wärme (Konvektion) gilt:

$$\begin{aligned}
 U \cdot I &= \alpha_K \cdot A \cdot (T - T_U) \\
 \Rightarrow \frac{U^2}{R} &= \alpha_K \cdot A \cdot (T - T_U) \\
 \Rightarrow \frac{U^2}{R_0 \cdot e^{\beta(T-T_0)}} &= \alpha_K \cdot A \cdot (T - T_U) \\
 \Rightarrow \frac{U^2}{\alpha_K \cdot A \cdot R_0} &= e^{\beta(T-T_0)} \cdot (T - T_U) \\
 \Rightarrow C = e^{\beta(T-T_0)} \cdot (T - T_U) & \quad (1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{mit } C &\equiv \frac{U^2}{\alpha_K \cdot A \cdot R_0} = \frac{U^2}{\alpha_K \cdot (2A_0 + \pi \cdot 2\sqrt{A_0/\pi} \cdot l) \cdot R_0} \\
 &= \frac{(10 \text{ V})^2}{2 \cdot 10^{-3} \text{ W} \cdot 10^4 \text{ m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1} \cdot (2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 + 2\pi \cdot \sqrt{10^{-4} \text{ m}^2/\pi} \cdot 3 \cdot 10^{-3} \text{ m}) \cdot 1000 \Omega} \\
 &\approx 16,3 \text{ K}
 \end{aligned}$$

Logarithmieren von Gl. (1) führt auf:

$$\Rightarrow \beta(T - T_0) + \ln(T - T_U) = \ln C$$

(Hierbei sind die Temperaturen in K als Zahlenwerte einzusetzen. Formal entspräche dies einer Division durch 1 K auf beiden Seiten von Gl. (1), was hier nun zu einem konstanten Summanden auf beiden Seiten führt, der somit entfallen kann.)

$$\Rightarrow \beta(T - T_U + T_U - T_0) + \ln(T - T_U) = \ln C$$

$$\Rightarrow \beta(T - T_U) + \beta(T_U - T_0) + \ln(T - T_U) = \ln C$$

$$\Rightarrow \beta(T - T_U) + \ln(T - T_U) = \ln C - \beta(T_0 - T_U)$$

$$\Rightarrow \beta(T - T_U) + \ln(T - T_U) = 2,79 + 0,3 \text{ K}^{-1} (400 \text{ K} - 298 \text{ K})$$

$$\Rightarrow \beta(T - T_U) + \ln(T - T_U) \approx 33,39$$

Mit der Substitution $x \equiv T - T_U$ ist folglich eine Lösung der Gleichung

$$\beta \cdot x + \ln x \approx 33,39$$

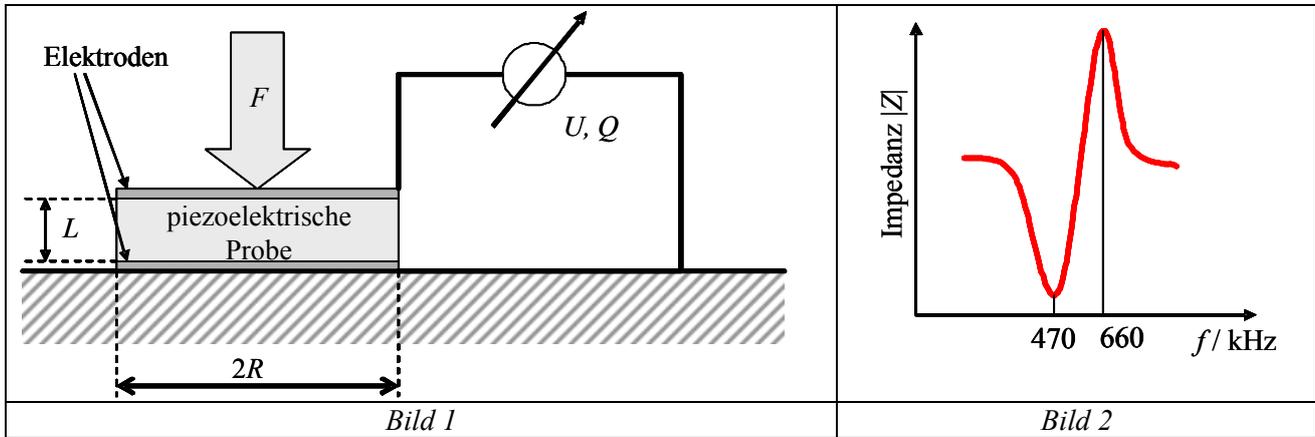
zu finden. Aus Tabelle 1 entnimmt man, dass $x \approx 95$ sein muss,

d.h.: $T_{\text{PTC}} \approx 298 \text{ K} + 95 \text{ K} = 393 \text{ K}$.

$T_{\text{PTC,max}} \approx 393 \text{ K}$	Punkte A2.c
--	-------------

Rechenaufgabe A3: Piezoelektrizität

Die in Bild 1 dargestellte scheibenförmige piezoelektrische Probe mit den in der Tabelle angegebenen Geometriedaten werde mit einer axial angreifenden Kraft $F = 120 \text{ N}$ zweimal hintereinander belastet.



Dicke	$L = 2 \text{ mm}$
Radius	$R = 1 \text{ cm}$
	$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ As/Vm}$
axial angreifende Kraft	$F = 120 \text{ N}$

a) Beim ersten Mal wird mit einem (idealen) Voltmeter eine Spannung $|U| = 30 \text{ V}$ zwischen den Elektroden gemessen. Beim zweiten Mal wird mit einem (idealen) Amperemeter die Ladung $|Q| = \int Idt = 5,5 \cdot 10^{-8} \text{ As}$, die auf die Elektroden fließt, ermittelt. Zusätzlich wird, ohne mechanische Belastung, die Impedanz in Abhängigkeit von der Frequenz (siehe Bild 2) gemessen.

Berechnen Sie die Materialkonstanten d , ϵ_r^T und k . (3 Punkte)

$$D = d \cdot \sigma_M + \epsilon_r^T \cdot \epsilon_0 \cdot E$$

$$\text{Ladungsmessung: } E = 0 \text{ und } D = Q/A \Rightarrow d = \frac{D}{\sigma_M} = \frac{Q/A}{F/A} = \frac{Q}{F} = 4,583 \cdot 10^{-10} \frac{C}{N}$$

$$\text{Spannungsmessung: } D = 0 \text{ und } E = U/l \Rightarrow \epsilon_r^T = \frac{d \cdot \sigma_M}{\epsilon_0 \cdot E} = \frac{d \cdot (F/A)}{\epsilon_0 \cdot (U/L)} = 1318$$

$$\text{Impedanz: } k_{eff}^2 = \frac{f_P^2 - f_S^2}{f_P^2} = \frac{660^2 - 470^2}{660^2} = 0,493 \Rightarrow k_{eff} = 0,702$$

$d = 4,583 \cdot 10^{-10} \frac{C}{N}$ 1Punkt $\epsilon_r^T = 1318$ 1Punkt $k = 0,702$ 1Punkt	Punkte A3.a
---	-------------

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

Hinweis: Wenn Sie die Aufgabe nicht gelöst haben, rechnen Sie mit $d = 4,5 \cdot 10^{-10} \frac{C}{N}$, $\epsilon_r^T = 1400$ und $k = 0,65$ weiter.

b) Berechnen Sie das Elastizitätsmodul s^E . (1 Punkt)

aus

$$k^2 = \frac{\text{abgegebene mechanische Energie}}{\text{aufgenommene elektrische Energie}} = \frac{d^2}{s^E \cdot \epsilon_r^T \cdot \epsilon_0} = \frac{g^2 \cdot \epsilon_r^T \cdot \epsilon_0}{s^E}$$

$$s^E = \frac{g^2 \cdot \epsilon_r^T \cdot \epsilon_0}{k^2}$$

$$\text{mit } E = -g \cdot \sigma_M + \frac{D}{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r^T} \Rightarrow g = \frac{D}{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r^T \cdot \sigma_M} = \frac{d}{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r^T} = 0.039 \text{ Vm/N}$$

$$s^E = 3,652 \cdot 10^{-11} \text{ m}^2/\text{N}$$

$s^E = 3,652 \cdot 10^{-11} \text{ m}^2/\text{N}$ 1Punkt	Punkte A3.b
--	-------------

c) An den unbelasteten Aktor wird eine Spannung $U = 500 \text{ V}$ angelegt. Berechnen Sie die Dickenänderung ΔL .

(1 Punkt)

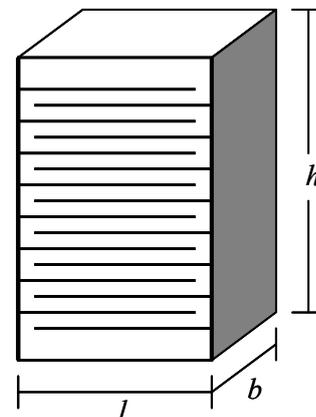
$$\text{mit } \epsilon_M = s^E \cdot \sigma_M + d \cdot E \text{ und } \sigma_M = 0 \text{ folgt } \epsilon_M = E \cdot d = \frac{U}{L} \cdot d = 1.146 \cdot 10^{-4}$$

$$\Delta L = \epsilon_M \cdot L = 0,229 \text{ } \mu\text{m}$$

$\Delta L = 0,229 \text{ } \mu\text{m}$ 1Punkt	Punkte A3.c
--	-------------

Mit dem piezoelektrischen Werkstoff aus Teilaufgabe a) soll ein Vielschichtaktor aufgebaut werden, der folgende Anforderungen erfüllen soll:

- maximale Betriebsspannung $U_{\max} = 100 \text{ V}$
- maximale elektrische Feldstärke $E_{\max} = 0,6 \text{ kV/mm}$
- Längenänderung $\Delta h = 10 \text{ } \mu\text{m}$
- $b = l = 10 \text{ mm}$.



d) Wie viele Schichten sind dazu erforderlich? Welche minimale Höhe h_{\min} ergibt sich für diesen Aktor?

Hinweis: Die Dicke der Elektroden soll im Folgenden vernachlässigt werden. (**3 Punkte**)

minimale Schichtdicke $L_{S,\min}$:
$$L_{S,\min} = \frac{U_{\max}}{E_{\max}} = 166,7 \mu m$$

Längenänderung pro Schicht Δh_S :
$$\Delta h_S = d \cdot E_{\max} \cdot L_{S,\min} = 0,046 \mu m \quad \text{1 Punkt für korrekte Formeln}$$

Anzahl der Schichten n :
$$n = \frac{\Delta h}{\Delta h_S} = 219$$

minimale Höhe des Aktors h_{\min} :
$$h_{\min} = n \cdot d_{S,\min} = 36,4 mm$$

Anzahl der Schichten: $n = 219$ 1 Punkt	Punkte A3.d
$h_{\min} = 36,4$ mm 1 Punkt	

Hinweis: Wenn Sie die Aufgabe nicht gelöst haben, rechnen Sie mit $n = 200$ und $h_{\min} = 30$ mm weiter

e) Mit welchem Strom I muss der Aktor angesteuert werden, wenn die geforderte Längenänderung im unbelasteten Fall in $t_L = 0,2$ msec erreicht werden soll? (**2 Punkte**)

Hinweis: Folgende Annahmen können gemacht werden:

- Elektrodenfläche = Grundfläche
- konstanter Strom

Verschiebungsdichte:
$$D = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r^T \cdot E_{\max} = 7 \cdot 10^{-7} \frac{As}{cm^2}$$

Gesamtladung:
$$Q = D \cdot l \cdot b \cdot n = 1,528 \cdot 10^{-4} C \quad \text{1 Punkt auf Ansatz}$$

Strom:
$$I = \frac{Q}{t_L} = 0,764 A$$

$I = 0,764$ A 1 Punkt	Punkte A3.e
------------------------------	-------------

A large grid of dashed lines for drawing or calculation, with a small box at the bottom right labeled "Erreichte Punkte".

Erreichte Punkte