Schriftliche Kernfachprüfung 11. September 2009

Passive Bauelemente (Diplom)

Der Beginn der Prüfung wird von der Prüfungsaufsicht bekannt gegeben. Wenn Sie vor dem offiziellen Beginn diese Seite umschlagen und die Aufgaben einsehen, wird dies als Täuschungsversuch gewertet. Füllen Sie folgenden Kasten vollständig aus.

Nachname	Vorname	Matrikelnummer
Musterlösung	extern	
	Zutreffendes bitte ankreuzen ☐ Erstprüfung ☐ Wiederholungsprüfung	EDV-Nummer
Wiederholer/innen bitte ausfüllen		
Straße/Nummer Telefon	Postleitzahl/Ort E-Mail	

Zur Prüfung zugelassene / mitzubringende Hilfsmittel

- Es sind keine Hilfsmittel außer den angegebenen erlaubt.
- Formelsammlung für PB SS 2009 (ohne handschriftliche Notizen)
- Zwei handschriftlich (einseitig) beschriebene DIN-A4-Seiten
- Taschenrechner und Schreibzeug (Lineal, Stifte etc., keine Bleistifte verwenden)

Hinweise zum Ablauf der Prüfung

- Halten Sie Ihren Studierendenausweis, Ihre Immatrikulationsbescheinigung und Ihre Zulassungsbescheinigung bereit.
- Nach Prüfungsbeginn kontrollieren Sie bitte zuerst, ob das vorliegende Prüfungsheft vollständig ist.
- Die Prüfungsdauer beträgt 3 Zeitstunden.
- Jegliche Kommunikation ist während der Prüfung untersagt.
- Während der Prüfung werden Fragen zu Aufgaben oder Stoffgebiet nicht beantwortet.
- Beachten Sie Tafelanschriebe und Folien, die zu Beginn oder während der Prüfung gezeigt werden.

Hinweise zum Bearbeiten der Aufgaben

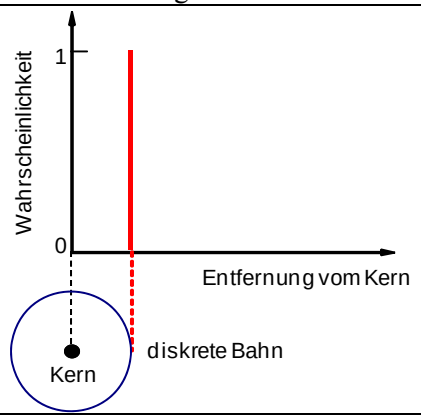
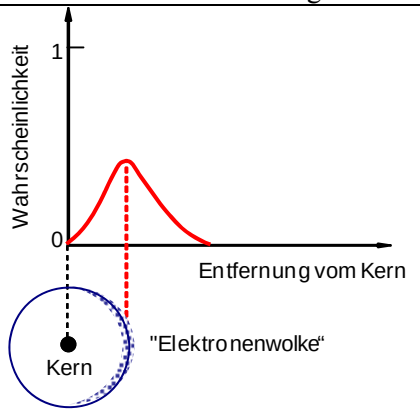
- Die Prüfung besteht aus 10 Kurzaufgaben (Teil 1) und 3 Rechenaufgaben (Teil 2). In den beiden Teilen sind jeweils 30 Punkte erreichbar.
- Falls Ihnen die deutsche Sprache Schwierigkeiten bereitet, können Sie Begründungstexte alternativ in englischer Sprache formulieren.
- Wenn Sie den Unterpunkt einer Rechenaufgabe nicht gelöst haben, rechnen Sie mit den angegebenen Größen / Zahlenwerten weiter.
- Lösungen auf eigenen Blättern, unzureichend gekennzeichnete Lösungen und Lösungen auf Blättern ohne Angabe von Name, Matrikelnummer oder Aufgabennummer werden nicht gewertet.
- Für die Lösung ist der dafür vorgesehene Bereich unterhalb der jeweiligen Aufgabenstellung zu verwenden. Falls der vorhandene Platz nicht ausreichen sollte, verwenden Sie das hinten beigefügte Zusatzblatt. Bei Bedarf werden von der Prüfungsaufsicht weitere Blätter ausgegeben. Für jede Aufgabe muss eine separate Zusatzseite verwendet werden. Sind auf einer Seite Teile mehrerer Aufgaben gelöst worden, wird entsprechend der Aufgabennummer in der Kopfzeile gewertet.
- Die Ergebnisse und Begründungen sind in die dafür vorgesehenen Bereiche, Felder oder Diagramme zu schreiben bzw. anzukreuzen. Beschriften Sie keinesfalls die grau hinterlegten Korrekturfelder.

Viel Erfolg!

Teil 1: Kurzaufgaben (30 Punkte)

Kurzaufgabe K1: Atommodell

a) Skizzieren Sie die Aufenthaltswahrscheinlichkeit eines Elektrons als Funktion der Entfernung vom Kern nach der Bohrschen Anschauung und nach der quantenmechanischen Anschauung. **(1 Punkt)**

Bohrsche Anschauung:	Quantenmechanische Anschauung:
	

b) Wie groß ist die maximale Elektronenanzahl pro Hauptschale (Formel)? **(1 Punkt)**

$$\sum_{l=0}^{n-1}(2l+1)\cdot 2 = 2\cdot n^2$$

c) Im Inneren eines Potentialtopfs (0<x<L) gilt die zeitunabhängige Schrödinger-Gleichung:

$$-\left(\frac{\hbar^2}{2m}\right)\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2} = E\Psi \quad \text{mit den Lösungen} \quad \Psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}}\sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \quad (\text{n} = 1, 2, 3, \ldots).$$

Wie kann die Aufenthaltswahrscheinlichkeit eines Elektrons am Ort x berechnet werden? **(1 Punkt)**

Betragsquadrat der Wellenfunktion: $|\Psi(x)|^2\,dx$

Punkte K01

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer

Kurzaufgabe K2: Chemische Bindungen

a) Welches Atom bzw. Ion der folgenden Paare hat jeweils den größeren Radius? Begründen Sie jeweils kurz Ihre Antwort. **(1 Punkt)**

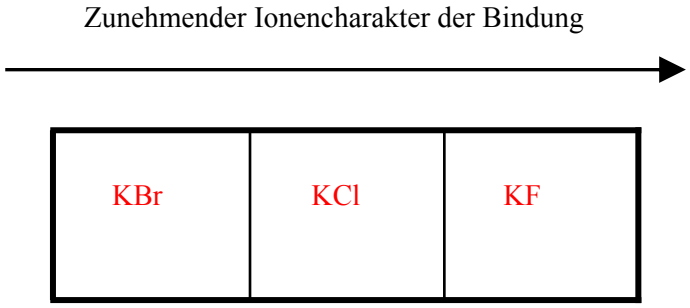
Na Na^+	Antwort: Na	Begründung: Die gleiche Kernladung wirkt bei Na^+ auf insgesamt weniger Elektronen, daher werden die äußeren e^- näher an den Kern gezogen.

Br Br^-	Antwort: Br^-	Begründung: Die gleiche Kernladung wirkt bei Br auf insgesamt weniger Elektronen, daher werden die äußeren e^- näher an den Kern gezogen.

b) Welche Art von Bindung geht Neon (Ne) bei Temperaturen unter -246 °C ein, wenn es von der Gasphase in den flüssigen Aggregatzustand übergeht? **(1 Punkt)**

Interatomare Bindung aufgrund der Ausbildung momentaner Dipolmomente: Van-der-Waals Bindung.

c) Ordnen Sie die drei binären Verbindungen KBr, KF, KCl nach zunehmendem Ionencharakter der chemischen Bindung. **(1 Punkt)**

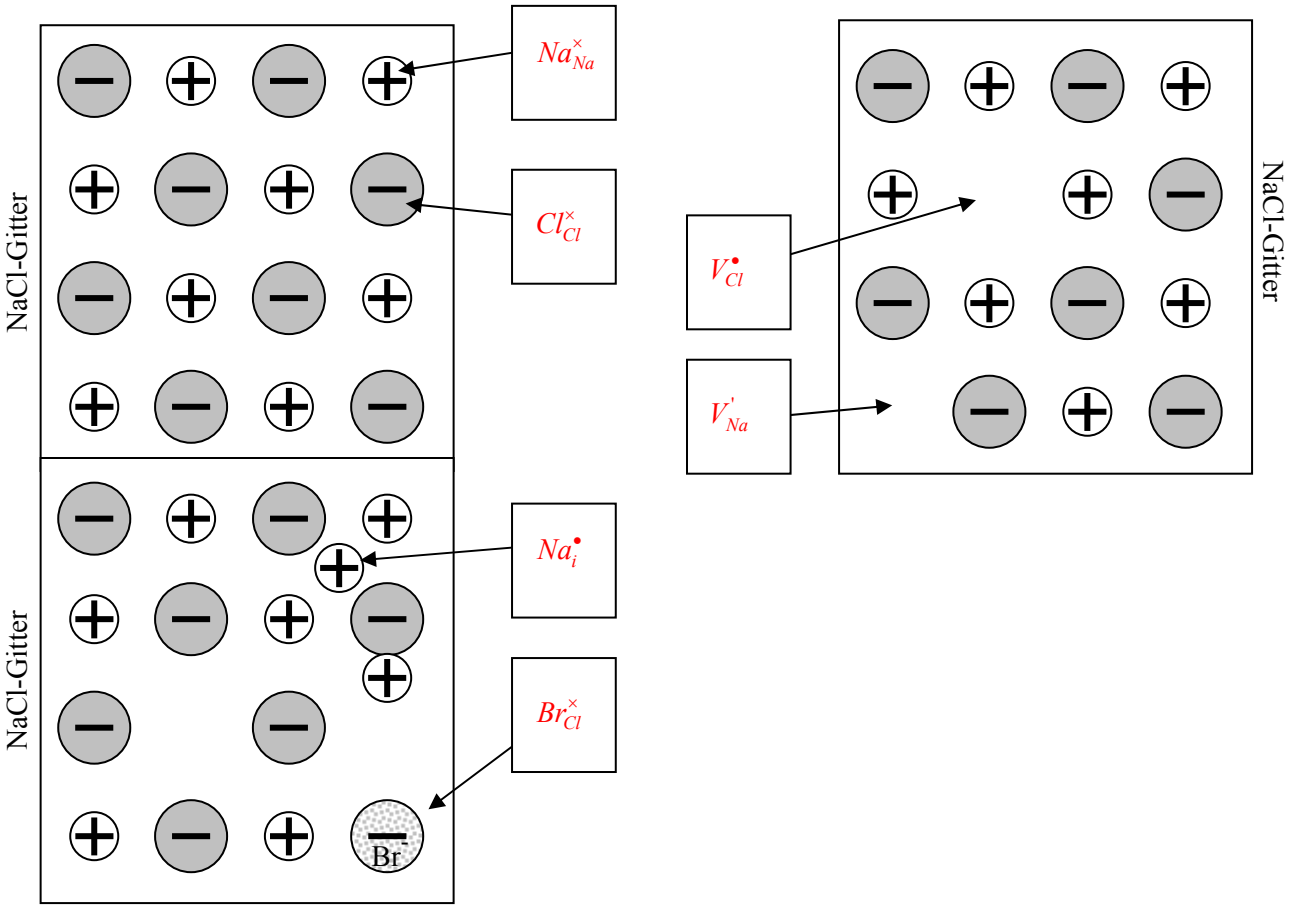


Der Ionencharakter einer Verbindung steigt mit zunehmender Differenz der Elektronegativitäten der an der Verbindung teilhabenden Atome. (Folienskript Seite 25)
Die Elektronegativität der Elemente innerhalb einer gleichen Hauptgruppe steigt mit abnehmender Periode: XF [Periode 2] > XCl [Periode 3] > XBr [Periode 4]. Xi: bezeichnet hier die Elektronegativität des Elements i.
Daraus folgt:
(XF – XK) > (XCl – XK) > (XBr – XK).

Punkte K02

Kurzaufgabe K3: Defekte, Kröger-Vink-Notation

a) Benennen Sie die mit einem Pfeil gekennzeichneten Positionen im NaCl-Kristallgitter mittels des korrekten Ausdrucks der Kröger-Vink-Notation. **(2 Punkte)**



b) Welcher Kristallfehler hat eine Volumenvergrößerung des Kristalls zur Folge? **(1 Punkt)**

Schottky-Defekt

Punkte K03

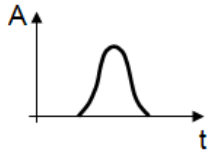
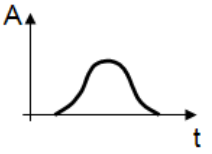
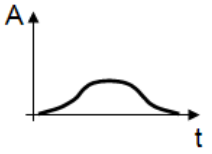
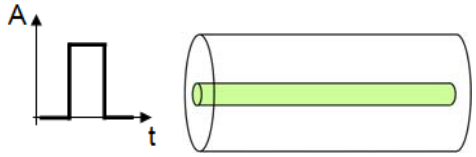
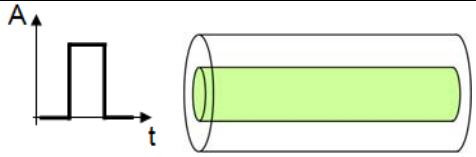
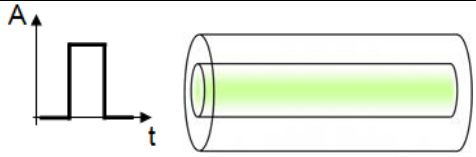
Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer

Kurzaufgabe K4: Lichtwellenleiter

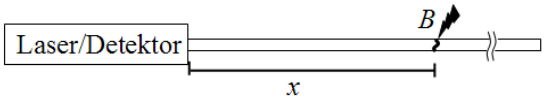
Am Eingang von drei unterschiedlichen Lichtwellenleitern wird jeweils der gleiche Signalimpuls eingekoppelt und werden die jeweiligen Ausgangssignale am Ende der Leitungen aufgezeichnet. Alle Fasern sind gleich lang, ihre Länge L wurde so gewählt, dass die auftretende Modendispersion bereits messbar, die Dämpfung aber vernachlässigbar ist.

a) Benennen Sie die drei Lichtwellenleitertypen und ordnen Sie ihnen die entsprechenden Ausgangssignale zu. **(2 Punkte)**

i) Monomodefaser	ii) Stufenindexfaser	iii) Gradientenfaser

Eingangssignal \ Ausgangssignal			
i) 	X		
ii) 			X
iii) 		X	

b) Ein unterirdisch verlegter Lichtwellenleiter aus Kieselglas wurde durch Versetzungen im Erdreich an einer Stelle beschädigt. Zur Lokalisation der Bruchstelle B wurde eine Reflektionsmessung mittels eines Lasers durchgeführt. Ein Messimpuls wurde am Faseranfang eingekoppelt und die Laufzeit bis zum Eintreffen des an der Bruchstelle reflektierten Signals mit $t = 11{,}8$ µs bestimmt.



Geben Sie die Ausbreitungsgeschwindigkeit v des Lichtstrahls im Lichtwellenleiter in Abhängigkeit von der Lichtgeschwindigkeit c_0 an. Berechnen Sie die Strecke x vom Leitungsanfang bis zur Bruchstelle

Hinweis: Kieselglas (Brechungsindex des Faserkerns $n = 1{,}47$). **(1 Punkt)**

i) $v = \frac{c_0}{n}$

ii) Der Messpuls legt während der gemessenen Zeit zwei Mal die Strecke x zurück. Daraus ergibt sich:

$v = \frac{c_0}{n} = \frac{2 \cdot x}{t} \Rightarrow x = \frac{c_0 \cdot t}{2 \cdot n}$ mit $n = 1{,}47$ und $t = 11{,}8$ µs erhält man:

$$x = \frac{2{,}998 \cdot 10^8 m/s \cdot 11{,}8 \cdot 10^{-6} s}{2 \cdot 1{,}47} \approx 1203{,}28 m$$

Punkte K04

Kurzaufgabe K5: Wärmeleitung/-strahlung

a) In Bild 1 ist der Querschnitt eines doppelverglasten Fensters gezeigt. Geben Sie die physikalischen Prozesse der Wärmeübertragung im Glas und im Gasraum (Füllstoff: Luft) an. **(1 Punkte)**

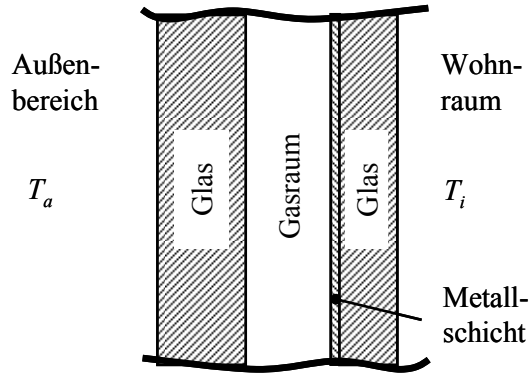


Bild 1: Querschnitt eines doppelverglasten Fensters

Wärmeübertragung im Glas durch:
- Wärmeleitung
- keine Konvektion
- (transmittierte) Strahlung

Wärmeübertragung im Gasraum durch:
- Wärmeleitung
- Konvektion (Gas zirkuliert)
- Strahlung (die Glasoberfläche strahlt Wärme ab)

b) Der Gasraum wird bei herkömmlichen doppelverglasten Fenstern mit Luft gefüllt. Um die Isolationswirkung des Fensters zu verbessern, werden andere Gase benutzt. Nennen Sie ein mögliches Gas. Was ändert sich bei der Wärmeübertragung durch einen evakuierten Gasraum? **(1 Punkt)**

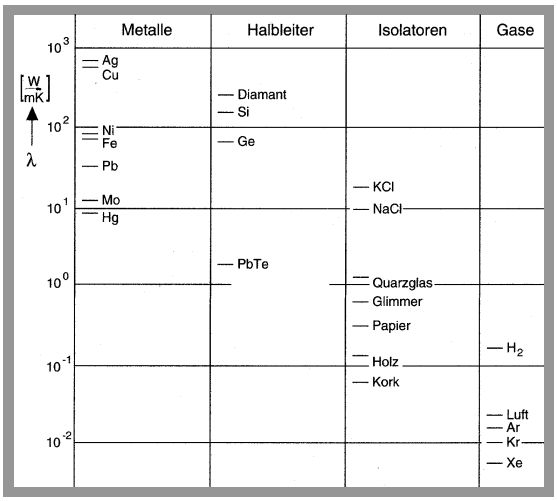


Bild 2: Wärmeleitfähigkeit verschiedener Werkstoffe

Mögliche Gasfüllung zur Isolationsverbesserung:
- Gase mit geringerer Wärmeleitfähig keit wie Argon, Krypton;
- Xenon wird in der Praxis nicht einge setzt, ist aber richtig.

Evakuierter Gasraum:
- Keine Wärmeleitung/ Konvektion (keine Teilchen zum Transport)

c) Um die Wärmeübertragung weiter zu senken, wird eine dünne Metallschicht aufgedampft (Bild 1). Wie wirkt sich die Metallschicht auf die Wärmeübertragung durch das Fenster aus? **(1 Punkt)**

Die durch die Außenscheibe transmittierte Strahlung und die von der Außenscheibe zur Innenscheibe abgestrahlte Energie werden (teilweise) reflektiert → Geringerer Wärmetransport nach innen→ vor allem im Sommer weniger Wärmeeintrag in den Wohnraum

Punkte K05

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer

Kurzaufgabe K6: Nichtlineare Widerstände

a) Der PTC wird z.B. zur Detektion von Temperaturänderungen verwendet. In Abbildung 1 ist die Widerstands-Temperatur-Kennlinie für einen solchen nichtlinearen Widerstand gegeben. In welchem Temperaturbereich kann der Widerstand für möglichst genaue Temperaturmessungen betrieben werden? Geben Sie eine kurze Begründung. **(1 Punkt)**

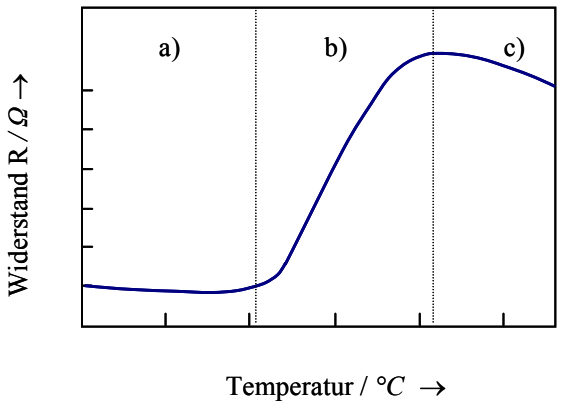


Abbildung 1: Widerstands-Temperatur-Kennlinie eines PTCs

Lösung: Bereich b), um auch geringe Temperaturänderungen möglichst genau detektieren zu können

b) Auf welchem Effekt beruht das PTC-Verhalten? **(1 Punkt)**

Lösung: Korngrenzphänomene in halbleitenden Ferroelektrika

c) Hat das Überschreiten der Curietemperatur einen Einfluss auf das Verhalten eines PTCs? Geben Sie eine kurze Begründung. **(1 Punkt)**

Lösung: ja, T>Tc → Raumladungen kompensieren negative Korngrenzladungen → Schottky-Barriere groß → Leitfähigkeit sinkt stark ab.

Punkte K06

Kurzaufgabe K7: Metalle, Supraleitung

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer

Im Labor für Qualitätssicherung sollen die Materialeigenschaften unterschiedlich legierter Zinkstäbe identischer Geometrie geprüft werden.

Probe	Material
A	Zn
B	Zn + 1 % Fe
C	Zn + 1 % Cu

Der Prüfingenieur Konrad Onfusz hat vor seinem Urlaub die Datenblätter von den Stäben entfernt und kann sie jetzt nicht mehr korrekt zuordnen. Er erinnert sich aber aus seinem Studium, dass die Lösung dieses Problems durch Widerstandsmessung der Stäbe möglich ist.

a) Helfen Sie Herrn K. Onfusz und tragen Sie die korrekte Zuordnung in die Tabelle ein.

Was ist zu beachten und welchen Effekt macht man sich dabei zunutze? **(2 Punkte)**

gemessener Widerstand	Probe
R_1°=°184,8 mΩ	B Fe besitzt im PSE größeren Abstand zu Zn als Cu
R_2°=°31,7 mΩ	A niedrigster Widerstand reines Zn
R_3°=°62,5 mΩ	C Cu näher an Zn als Fe im PSE

Da die Stäbe identische Abmessungen besitzen, ist eine Zuordnung durch Widerstandsmessungen möglich, sofern diese bei der gleichen Temperatur durchgeführt werden.
Matthiesensche Regel; Differenz der Ordnungszahlen.

b) Mit welchem Modell wird die elektronische Leitfähigkeit σ_{el} in Metallen erklärt? Wie verändert sich die Leitfähigkeit σ_{el} des metallischen Leiters mit steigender Stoßzeit τ ?
Ordnen Sie die Leitfähigkeitswerte σ_{el} von Zn, Cu und Fe den zu erwartenden Stoßzeiten zu. **(1 Punkt)**

			Stoßzeit τ / s		
			$0{,}2\ 10^{-14}$	$2.5\ 10^{-14}$	$0{,}4\ 10^{-14}$
elektrische Leitfähigkeit σ_{el} / Sm^{-1}	Zn:	$16{,}34\ 10^{6}$			X
	Fe:	$10{,}30\ 10^{6}$	X		
	Cu:	$59{,}52\ 10^{6}$		X	

Modell der elektrischen Leitfähigkeit nach Drude.

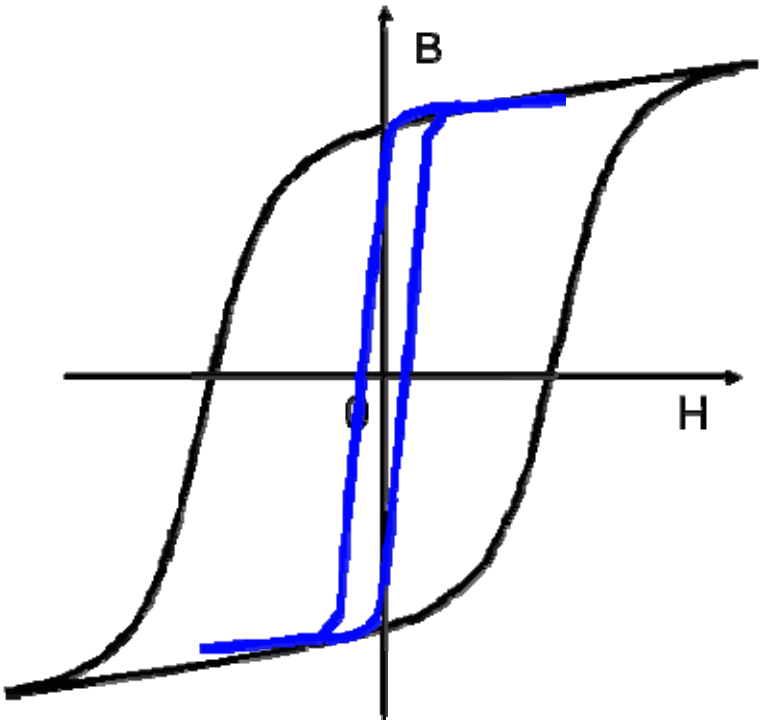
$$j = \sigma_{el} \cdot E = \frac{n \cdot e_0^2 \cdot \tau}{m_e} \cdot E$$

Mit steigender Stoßzeit τ erhöht sich die elektrische Leitfähigkeit σ_{el}.

Punkte K07

Kurzaufgabe K8: Magnetismus

a) Skizzieren Sie im untenstehenden Diagramm die Hysteresekurven $B(H)$ für einen weich- und einen **hart**-magnetischen Werkstoff. **(1 Punkt)**



b) Welchen Werkstoff würden Sie für einen Transformatorkern verwenden, welchen für einen Magnetspeicher und warum? **(1 Punkt)**

Transformatorkern: weichmagnetischer Werkstoff, da geringere Fläche unter der Hysteresekurve und somit geringere Hystereseverluste

Magnetspeicher: hartmagnetischer Werkstoff, da hohe Koerzitivfeldstärke

c) Nennen Sie zwei Möglichkeiten zur Entmagnetisierung eines Werkstücks. **(1 Punkt)**

- Wechselfeldabmagnetisierung
- Scheinbare Abmagnetisierung
- Erwärmen über T_C

Punkte K08

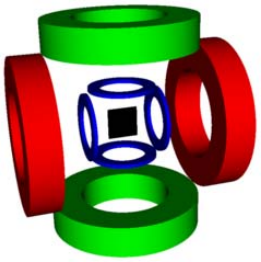
Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer

Kurzaufgabe K9: Magnetismus und Wechselfeld

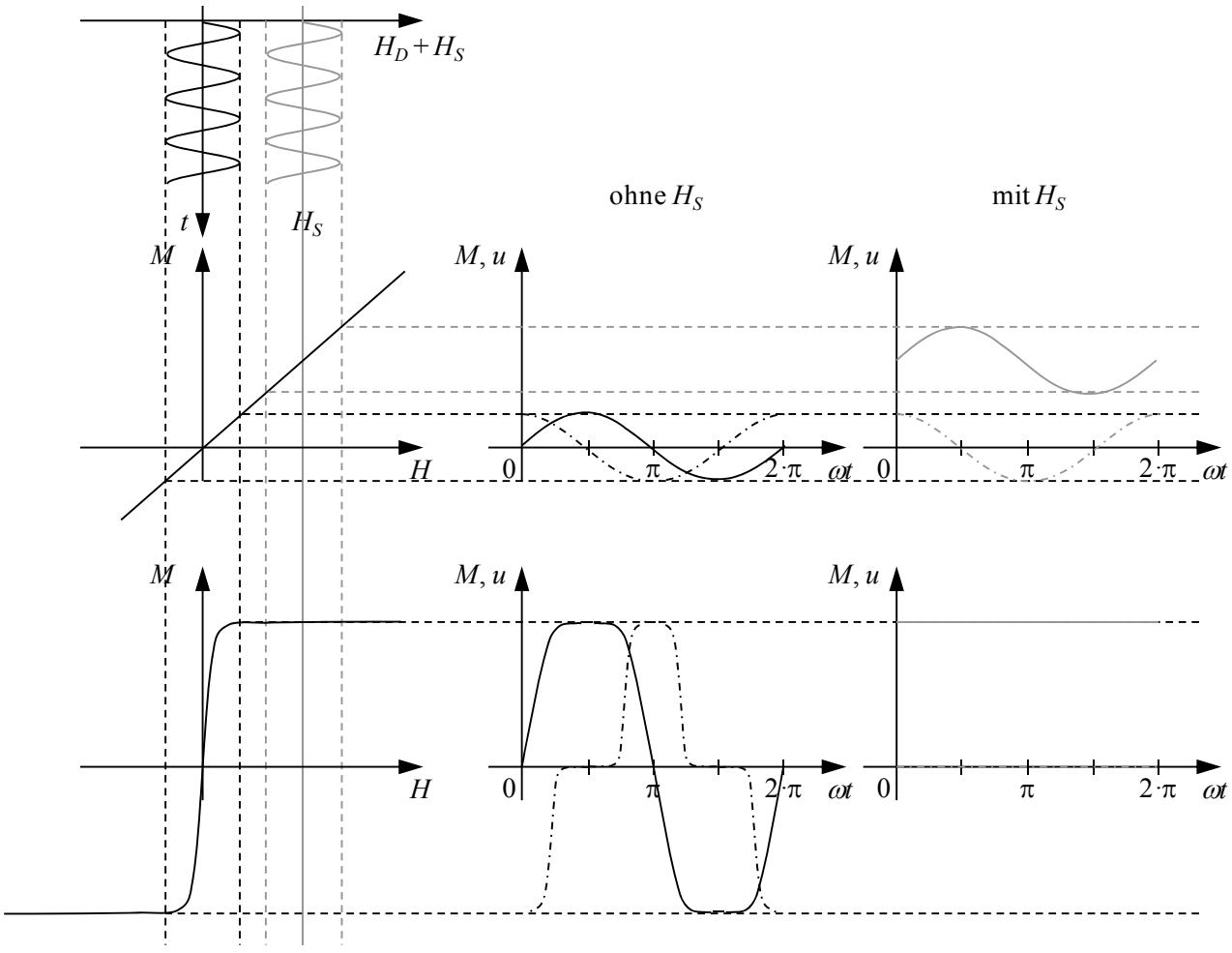
MPI – Magnetic Particle Imaging – befindet sich als abbildendes Verfahren in der Entwicklung für medizinische Anwendungen. Der Patient bekommt magnetische Nanopartikel verabreicht, deren Konzentration im Körper ortsaufgelöst detektiert wird.

Funktionsweise:

- Mit den äußeren Spulenpaaren wird ein konstantes Magnetfeld H_S aufgeprägt.
- Mit den inneren Spulen wird an einem beliebigen Punkt der Probe das äußere Magnetfeld H_S neutralisiert und ein sinusförmiges Magnetfeld H_D aufgebracht.
- Die entstehende Induktionsspannung $u(t)$ wird gemessen.
- Aus $u(t)$ wird die Nanopartikelkonzentration errechnet. Folglich soll $u(t)$ maßgeblich von den Partikeln am Punkt ohne H_S bestimmt werden.



Es sind zwei verschiedene Nanopartikel mit unterschiedlicher Magnetisierungskurve $M(H)$ verfügbar. Zeichnen Sie den zeitlichen Verlauf der Magnetisierung $M(t)$ und der Induktionsspannung $u(t)$ in die vorbereiteten Diagramme ein. Welches der beiden Nanopartikel ist für das MPI-Verfahren einsetzbar? **(3 Punkte)**



Punkte K09

Kurzaufgabe K10: Textanalyse

Im Folgenden ist ein wissenschaftlicher Text über Ionenleiter abgedruckt. Ihre Aufgabe ist es, den Text zu beurteilen. Bearbeiten Sie dazu die unten stehenden Fragestellungen.

Ionenleiter

In Hochtemperaturbrennstoffzellen kommen als Elektrolyte ionenleitende Materialien wie z.B. Yttrium-dotiertes Zirkonoxid (YSZ) zum Einsatz. Die Sauerstoffionenleitung basiert dabei auf Platzwechselvorgängen zwischen Leerstellen und Sauerstoffionen im Kristallgitter. Durch Zugabe von Fremdstoffen (Dotierung), z.B. Yttrium, können Sauerstoffleerstellen im Zirkonoxidgitter gezielt erzeugt werden. Auf einem Zr^{4+}-Platz wird dann ein Y^{3+}-Ion eingebaut, wodurch dieser Gitterplatz positiv geladen wird. Zur Erhaltung der Ladungsneutralität wird Sauerstoff aus dem Kristallgitter ausgebaut. Mit steigendem Dotiergehalt entstehen mehr Fehlstellen für die Wanderung von Sauerstoffionen im Kristallgitter. Dadurch steigt die Wahrscheinlichkeit, dass ein Sauerstoffion von einer Leerstelle zur nächsten springen kann (Hopping). Bild 1 zeigt die Leitfähigkeit in Abhängigkeit von der Yttrium-Dotierung. Bei einer Dotierkonzentration von ca. 8 mol% Yttriumoxid besitzt das Material die höchste Leitfähigkeit. Die Leitfähigkeit von YSZ ist außerdem von der Temperatur abhängig. Mit steigender Temperatur steigt die Wahrscheinlichkeit für das Hopping der Sauerstoffionen exponentiell an, und damit sinkt die Leitfähigkeit des Materials.

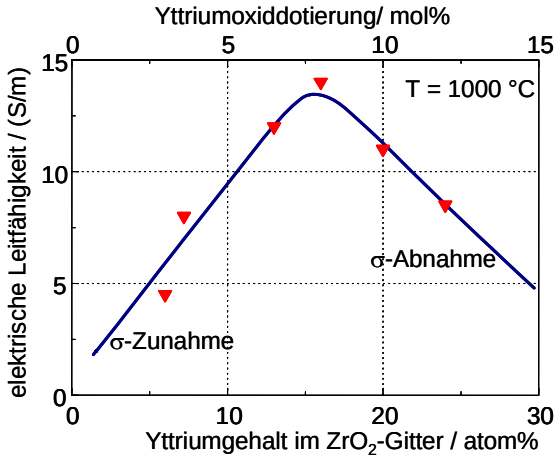


Bild 1 Leitfähigkeit in Abhängigkeit von der Yttrium-Dotierung

a) Finden Sie einen Fehler in den Zeilen 4-17. Geben Sie die Zeilennummer(n) an und beschreiben Sie, worin der Fehler besteht. **(1 Punkt)**

Lösung: Z.14: Gitterplatz ist nicht positiv, sondern negativ geladen

b) Finden Sie einen Fehler in den Zeilen 20-32. Geben Sie die Zeilennummer(n) an und beschreiben Sie, worin der Fehler besteht. **(1 Punkt)**

Lösung: Z.31: Leitfähigkeit steigt bei steigender Temperatur und steigender Wahrscheinlichkeit für Hopping der O2- Ionen

c) Wie ist die Leitfähigkeitsabnahme in Bild 1 für eine Yttriumdotierung von ca. 8-15 mol% zu erklären? Begründen Sie kurz. **(1 Punkt)**

Lösung: Zu viele Sauerstoffleerstellen → bilden Cluster, Hopping nicht mehr möglich, Leerstellencluster, Verlust an Beweglichkeit

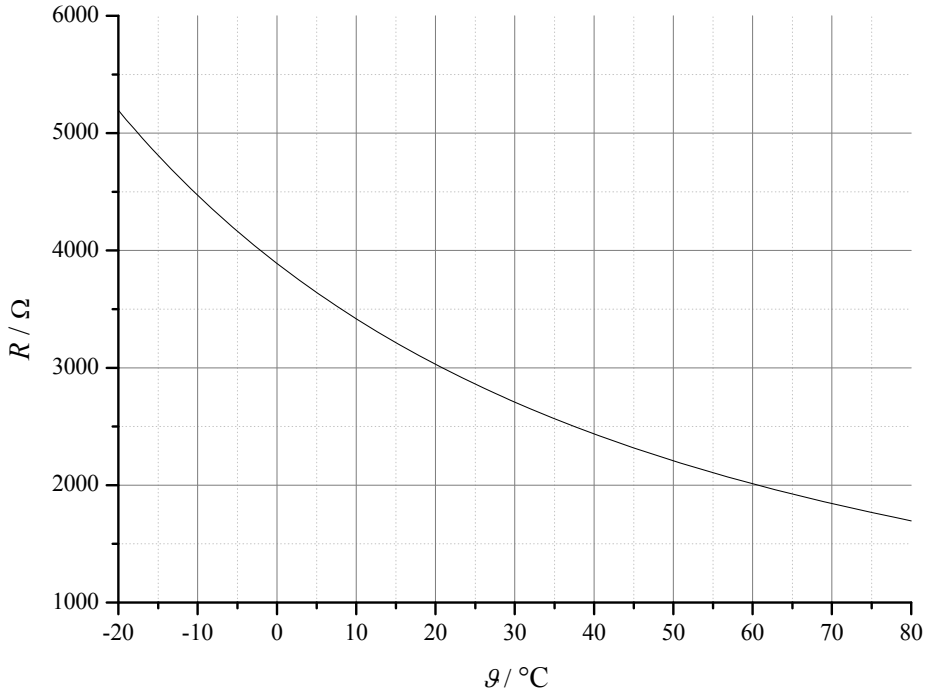
Punkte K10

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer

Teil 2: Rechenaufgaben (30 Punkte)

Rechenaufgabe A1: NTC

a) Im folgenden Diagramm ist die Abhängigkeit des elektrischen Widerstands R von der Temperatur ϑ (in °C) eines NTC-Widerstandes gezeigt. Bestimmen Sie die Koeffizienten A und B zur funktionalen Beschreibung der Temperaturabhängigkeit gemäß der Beziehung $R(T) = A \exp(B/T)$. **(3 Punkte)**



Ablesen der Werte aus dem Diagramm:

$R_1 = 3000\ \Omega$ $\quad \vartheta_1 = 20\ °C$ $\quad T_1 = 293{,}15\ K$

$R_2 = 2000\ \Omega$ $\quad \vartheta_2 = 60\ °C$ $\quad T_2 = 333{,}15\ K$

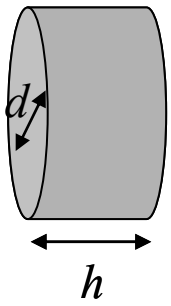
$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{e^{\frac{B}{T_1}}}{e^{\frac{B}{T_2}}} \quad \rightarrow \quad B = \ln\left(\frac{R_1}{R_2}\right) \cdot \frac{1}{\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}}$$

$$\rightarrow \quad A = \frac{R_1}{e^{\frac{B}{T_1}}}$$

	Punkte A1.a
$A \approx 100\ \Omega$ $B \approx 1000\ K$	

b) Ein zylinderförmiger NTC, siehe Abbildung, wird an ruhender Luft der Temperatur ϑ_U betrieben. Berechnen Sie die fehlenden Werte in der unten angegebenen Tabelle unter Berücksichtigung der Selbsterwärmung und skizzieren Sie mit Hilfe dieser „Stützpunkte“ die *U-I*-Kennlinie des NTCs. **(3 Punkte)**

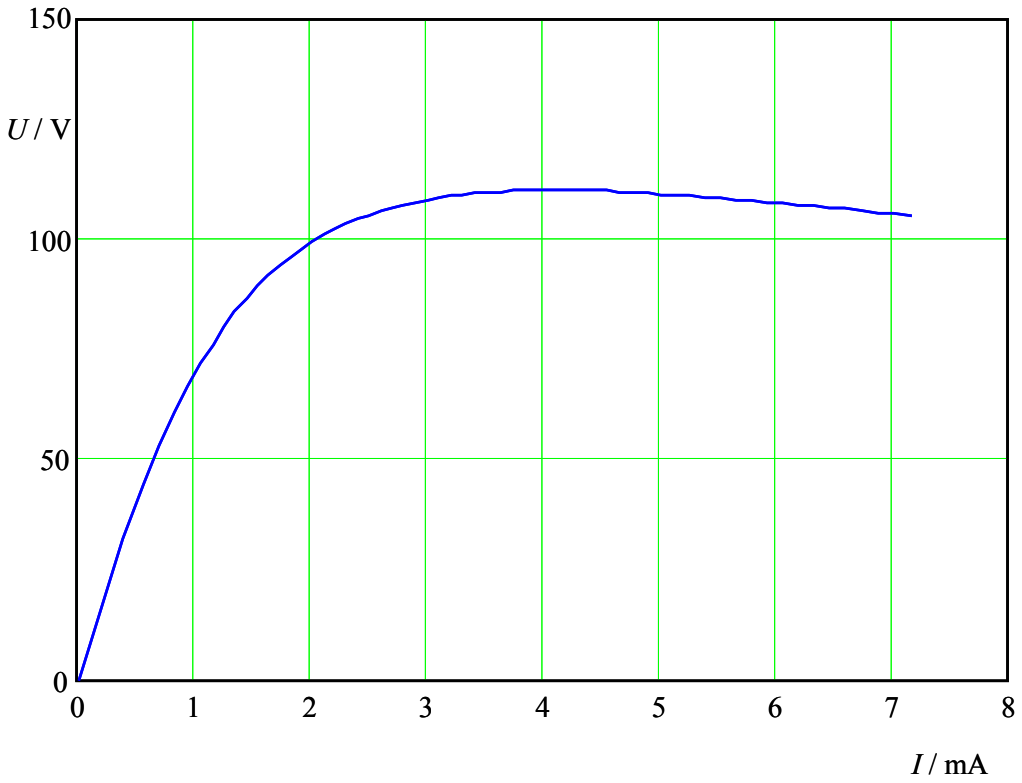
Hinweis: Berechnen Sie weitere, geeignete Stützpunkte!



Zahlenwerte:

Durch Konvektion abgeführte Leistung	P_K	=	$\alpha_L \cdot A_O \cdot (T_{Th} - T_U)$
Temperaturabhängigkeit des Widerstands	$R(T_{Th})$	=	$A \cdot \exp(B/T_{Th})$
Gesamte Oberfläche des Heißleiters	A_O		
Durchmesser des Heißleiters	d	=	10 mm
Dicke des Heißleiters	h	=	5 mm
Umgebungstemperatur	ϑ_U	=	20 °C
Wärmeübergangszahl an Luft	α_L	=	4 mW·cm^{-2}·K^{-1}
Thermistorkonstanten	A	=	3 Ω
	B	=	3000 K

Temperatur des NTC ϑ_{Th} / °C	Spannung am NTC U / V	Strom durch NTC I / mA
$\vartheta_{Th,1}$ = 36	U_1 = *99*	I_1 = *2*
$\vartheta_{Th,2}$ = *79*	U_2 = *105*	I_2 = 7



Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer

Lösung:

Gesamte Oberfläche des Heißleiters: $A_0 = \left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot \pi \cdot 2 + d \cdot \pi \cdot h = 3{,}14\,cm^2$

Abgeführte Leistung: $P_K = \frac{U^2}{R} = I^2 \cdot R$

Widerstand des Thermistors: $R_{(T_{Th})} = A \cdot e^{\frac{B}{T_{Th}}}$

Spannung am Thermistor: $U_{(T_{Th})=} \pm \sqrt{R_{(T_{Th})} \cdot \left[\alpha_L \cdot A_0 \cdot \left(T_{Th} - T_U\right)\right]}$; $T_U = \vartheta_U + 273{,}15$

Strom am Thermistor: $I_{(T_{Th})} = \pm \sqrt{\frac{\left[\alpha_L \cdot A_0 \cdot \left(T_{Th} - T_U\right)\right]}{R_{(T_{Th})}}}$

Lösungen, die im Kennlinienfeld liegen:

Siehe rote/kursive Werte in Tabelle

Siehe Tabelle	Punkte A1.b

c) Berechnen Sie für den in Teilaufgabe b) gegebenen NTC (gleiche Geometrie und gleiche thermische Randbedingungen), aber mit den Kennwerten A = 1 mΩ und B = 6000 K die Temperatur T_{max}, bei der die über dem Bauteil abfallende Spannung maximal wird. Geben Sie den Wert U_{max} der maximalen Spannung an.
(4 Punkte)

Durch Konvektion abgeführte Leistung: $$P_K = \frac{U^2}{R} = \alpha_L \cdot O \cdot (T - T_U)$$

Spannung am NTC als Funktion der Temperatur: $$U^2 = A \cdot e^{\frac{B}{T}} \cdot \alpha_L \cdot O \cdot (T - T_U)$$

Temperatur bei maximaler Spannung:

$$\frac{d}{dT}U^2 = \alpha_L \cdot O \cdot A \cdot (-\frac{B}{T} \cdot e^{\frac{B}{T}} + e^{\frac{B}{T}}) - \alpha_L \cdot O \cdot A \cdot T_U \cdot (-\frac{B}{T^2} \cdot e^{\frac{B}{T}}) = \alpha_L \cdot O \cdot A \cdot e^{\frac{B}{T}} \cdot (1 - \frac{B}{T^2} \cdot (T - T_U)) = 0$$

$$\Rightarrow T^2 - B \cdot T + B \cdot T_U = 0$$

$$\Rightarrow T_{\max} = \frac{B}{2}(1 \pm \sqrt{1 - 4\frac{T_U}{B}})$$

$$T_{\max} = \frac{6000\ \text{K}}{2}(1 \pm \sqrt{1 - 4\frac{(20 + 273{,}15)\ \text{K}}{6000\ \text{K}}})$$

$$\Rightarrow T_{\max 1} = 5690\ \text{K}\ \text{(unrealistisch)};\ T_{\max 2} = 309\ \text{K}\ \text{(Lösung)}$$

Maximale Spannung am Thermistor:

$$U(T_{\max 2}) = \sqrt{A \cdot e^{\frac{B}{T_{\max 2}}} \cdot \alpha_L \cdot O \cdot (T_{\max 2} - T_U)}$$

$$= \sqrt{0{,}001\ \Omega \cdot e^{\frac{6000\ \text{K}}{309\ \text{K}}} \cdot 4 \cdot 10^{-3}\ \text{W} \cdot \text{cm}^{-2}\text{K}^{-1} \cdot 3{,}14 \cdot \text{cm}^2 \cdot (309\ \text{K} - (273{,}15 + 22)\ \text{K})}$$

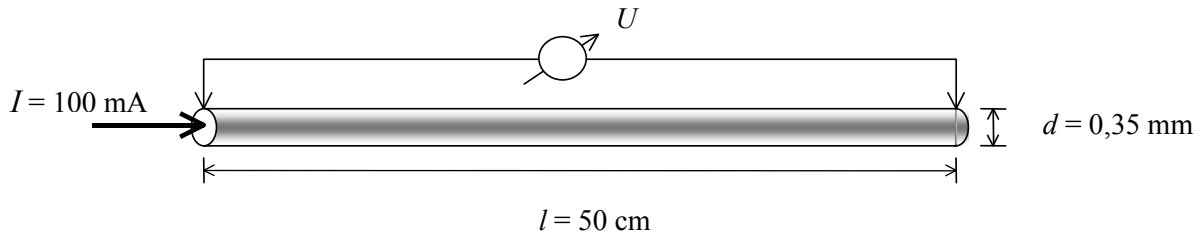
$$= 232\ \text{V}$$

	Punkte A1.c
T_{max} = 309 K U_{max} = 232 V	

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer

Rechenaufgabe A2: Metalle

Betrachtet wird ein zylindrischer Draht aus Platin (Pt) mit der Länge l und dem Durchmesser d. Der Draht wird auf der konstanten Temperatur T_U = 25 °C gehalten und von einem Strom I durchflossen (siehe Bild).



a) Über die Enden des Drahtes wird eine Spannung von U = 54,5 mV gemessen. Wie groß ist die elektrische Leitfähigkeit σ von Platin? **(1 Punkt)**

$$R = \rho\frac{l}{A} = \frac{1}{\sigma}\cdot\frac{l}{A}$$

$$\Rightarrow \sigma = \frac{l}{R\cdot A} = \frac{I\cdot l}{U\pi\left(d/2\right)^2} = \frac{100\text{ mA}\cdot 50\text{ cm}}{54{,}5\text{ mV}\cdot\pi\cdot\left(0{,}035\text{ cm}/2\right)^2}$$

$$\approx 9{,}54\cdot 10^4\ \text{S cm}^{-1}$$

	Punkte A2.a
σ = 9,54 · 10^4 S/cm	

b) Wird der Pt-Draht nun in Längsrichtung gedehnt, ändern sich aufgrund der Verformung zusätzlich die Querschnittsfläche A und der spezifische Widerstand ρ des Materials. Berechnen Sie aus dem totalen Differential der Widerstandsänderung allgemein die relative Widerstandsänderung $\mathrm{d}R/R$ bei Längsdehnung in Abhängigkeit von $\mathrm{d}l/l$, $\mathrm{d}\rho/\rho$ und der Querkontraktionszahl (Poisson-Zahl) υ. **(2 Punkte)**

Hinweis: Totales Differential $\mathrm{d}R = \frac{\partial R}{\partial l}\mathrm{d}l + \frac{\partial R}{\partial A}\mathrm{d}A + \frac{\partial R}{\partial \rho}\mathrm{d}\rho$. Der Rechenweg muss klar ersichtlich sein!

(1) $\frac{\partial R}{\partial l} = \frac{\rho}{A}$

(2) $\frac{\partial R}{\partial A} = -\frac{\rho l}{A^2}$

(3) $\frac{\partial R}{\partial \rho} = \frac{l}{A}$

(4) $\Rightarrow \frac{dR}{R} = \frac{dl}{l} - \frac{dA}{A} + \frac{d\rho}{\rho}$

(5) $\upsilon = -\frac{1}{2} \cdot \frac{dA/A}{dl/l}$ (siehe Formelsammlung)

(5) in (4) liefert dann das gesuchte Ergebnis:

$$\frac{dR}{R} = \frac{dl}{l}(1 + 2\upsilon) + \frac{d\rho}{\rho}$$

$\frac{\mathrm{d}R}{R} = \frac{dl}{l}(1 + 2\upsilon) + \frac{d\rho}{\rho}$	Punkte A2.b

In den folgenden Aufgabenteilen ist die Längenänderung des Drahtes aufgrund von Temperaturerhöhung zu vernachlässigen.

c) Der Messstrom I wird nun auf 3 A erhöht. Der Pt-Draht erwärmt sich dadurch auf eine Oberflächentemperatur von $T_O = 131$ °C. Die Umgebungstemperatur bleibt konstant bei $T_U = 25$ °C. Für die Temperaturerhöhung gilt $\Delta T = T_O - T_U$. Berechnen Sie hieraus den linearen Temperaturkoeffizienten $\alpha_\rho = (1/\rho) \cdot (\Delta\rho/\Delta T)$ des spezifischen Widerstands ρ von Platin zwischen 25 °C und 131 °C. **(3 Punkte)**

Hinweis: Die von dem Draht über die Oberfläche A_O durch Konvektion abgeführte Wärmeleistung berechnet sich gemäß $P_\mathrm{K} = s_\mathrm{W} \sqrt{l} \sqrt{A_O} \Delta T^{5/4}$ mit $s_W = 1{,}23\ \mathrm{W \cdot K^{-5/4} \cdot m^{-3/2}}$.

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer

$$P_{\mathrm{K}} = P_{\mathrm{elektrisch}} = I^2 R_{\mathrm{warm}}$$

$$s_{\mathrm{W}} \sqrt{l} \sqrt{A_{\mathrm{O}}} \cdot \Delta T^{5/4} = I^2 \cdot R_{25\,^{\circ}\mathrm{C}} \left(1 + \alpha_\rho \Delta T\right)$$

$$\Rightarrow \quad \alpha_\rho = \frac{1}{\Delta T} \cdot \left(\frac{s_{\mathrm{W}} \sqrt{l} \sqrt{A_{\mathrm{O}}} \cdot \Delta T^{5/4}}{I^2 \cdot R_{25\,^{\circ}\mathrm{C}}} - 1 \right) = \frac{1}{\Delta T} \cdot \left(\frac{s_{\mathrm{W}} \sqrt{l} \sqrt{\pi \cdot d \cdot l} \cdot \Delta T^{5/4}}{I^2 \cdot (U/I)_{25\,^{\circ}\mathrm{C}}} - 1 \right)$$

$$= \frac{1}{106\ \mathrm{K}} \cdot \left(\frac{1{,}23\ \mathrm{W \cdot K^{-5/4} \cdot m^{-3/2}} \cdot \sqrt{0{,}5\ \mathrm{m}} \sqrt{\pi \cdot 0{,}00035\ \mathrm{m} \cdot 0{,}5\ \mathrm{m}} \cdot (106\ \mathrm{K})^{5/4}}{(3\ \mathrm{A})^2 \cdot (54{,}5\ \mathrm{mV}/100\ \mathrm{mA})} - 1 \right)$$

$$\approx 3{,}9 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{K}^{-1}$$

	Punkte A2.c
$\alpha_\rho = 3{,}9 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{K}^{-1}$	

Wenn Sie diesen Punkt nicht gelöst haben, rechnen Sie mit $\alpha_\rho = 5{,}0 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{K}^{-1}$ *weiter.*

d) Der Pt-Draht wird nun bei 25 °C um 2,5 % längs gedehnt. Die Dehnung wird über den Widerstand des Drahtes gemessen. Um wie viel Kelvin darf der Draht durch den Messstrom maximal erwärmt werden, damit der durch die Eigenerwärmung des Drahtes resultierende Messfehler unterhalb von 10 % bleibt? **(2 Punkte)**

Hinweis: Platin weist einen *k*-Faktor von $k_{Pt} = 2{,}16$ auf.

$$\frac{\Delta l}{l} = 0{,}025$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta R_{\mathrm{Dehnung}}}{R} \overset{\text{Teil b)}}{\approx} 2{,}16 \cdot \frac{\Delta l}{l} = 0{,}054$$

Es soll nun gelten:

$$\frac{\Delta R_{\mathrm{Erwärmung}}}{R} \overset{!}{\leq} 0{,}1 \cdot \frac{\Delta R_{\mathrm{Dehnung}}}{R}$$

$$\Rightarrow \quad \alpha_\rho \cdot \Delta T \overset{!}{\leq} 0{,}1 \cdot 0{,}054$$

$$\Rightarrow \quad \Delta T \overset{!}{\leq} 0{,}0054 \cdot \frac{1}{\alpha_\rho} = 0{,}0054 \cdot \frac{1}{3{,}9 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{K}^{-1}} = 1{,}4\ \mathrm{K}$$

$\Delta T = 1{,}4\ \mathrm{K}$	Punkte A2.d

e) Die Temperaturabhängigkeit des Widerstands schränkt die erzielbare Messgenauigkeit von Dehnmessstreifen aus Metallen stark ein. Nennen Sie zwei Möglichkeiten, wie der Einfluss der Temperatur in der praktischen Anwendung reduziert werden kann. **(2 Punkte)**

(1) zwei DMS-Elemente in Brückenschaltung verwenden (2) temperaturkompensierte Widerstandsmaterialien (Konstantan) oder Halbleiter verwenden ebenfalls bewertbar: Widerstandsmaterial mit höherem *k*-Faktor	Punkte A2.e

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer

Rechenaufgabe A3: Dielektrika

Ein Dielektrikum lässt sich durch ein Ersatzschaltbild nach Bild 1 darstellen. Auf dem zylinderförmigen Plättchen sind zwei Elektroden (oben und unten) mit jeweils $A = 100\ \text{mm}^2$ aufgebracht. Die Dicke des Plättchens beträgt $d = 1$ mm.

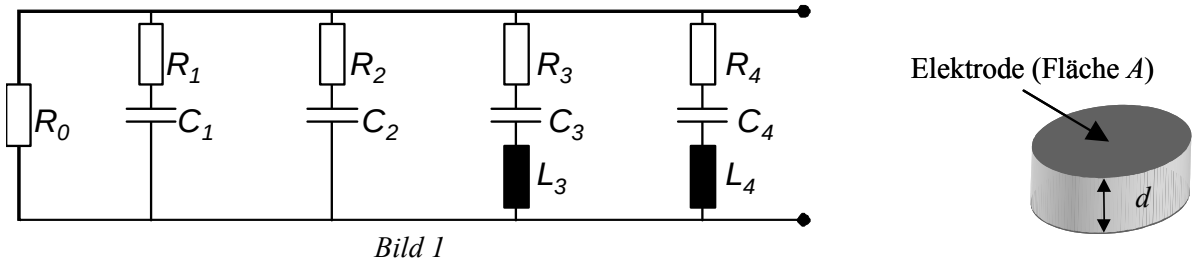


Bild 1

a) Es ist bekannt, dass das Dielektrikum keine Raumladungspolarisation aufweist. Welche der Ersatzschaltbildelemente sind damit bestimmt? Begründen Sie Ihre Auswahl. Geben Sie die Werte dieser Elemente an. **(2 Punkte)**

Raumladungspolarisation → Relaxation (Kap. 3, Folie 15)
Relaxation wird im ESB durch die Serienschaltung der Raumladungskapazität mit einem die Verluste repräsentierenden Widerstand abgebildet.
→ entweder $R1$ und C_1 oder R_2 und C_2 repräsentieren die Raumladungspolarisation
daher:
$R_1 = 0$ und $C_1 = 0$
oder $R_2 = 0$ und $C_2 = 0$

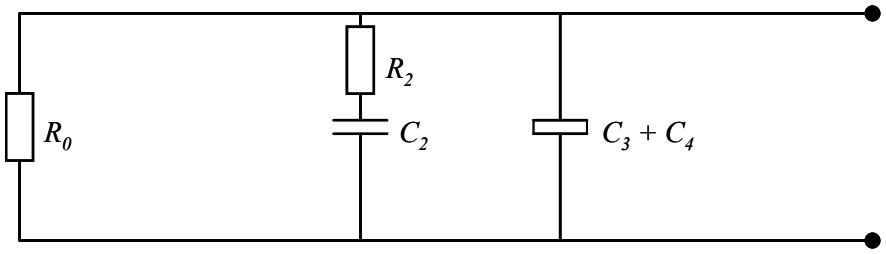
	Punkte A3.a

Wenn Sie diesen Punkt nicht gelöst haben, gehen Sie davon aus, dass Raumladungspolarisation auftritt.

b) Im Folgenden wird das Dielektrikum im technisch relevanten Frequenzbereich von 0 Hz bis 10 GHz betrachtet. Welche der Ersatzschaltbildelemente können in diesem Frequenzbereich vernachlässigt werden? Begründen Sie Ihre Auswahl. Welche Werte nehmen diese Ersatzschaltbildelemente an? Zeichnen Sie ein für den Frequenzbereich von 0 Hz bis 10 GHz gültiges, möglichst einfaches Ersatzschaltbild. **(3 Punkte)**

Da die Ionen- und die Elektronenpolarisation erst bei Frequenzen > 10^{11} Hz in die Resonanz gehen, können diese Effekte, die durch die Ersatzschaltbildelemente R_3, R_4, L_3 und L_4 beschrieben werden, vernachlässigt werden. Damit wird:
$R_3 = R_4 = 0$
$L_3 = L_4 = 0$
Die Kapazitätsbeiträge C_3 und C_4 bleiben erhalten.

ESB:



	Punkte A3.b

In Bild 2 sind Real- und Imaginärteil der komplexen Dielektrizitätszahl der Probe aus Bild 1 über der Frequenz aufgetragen.

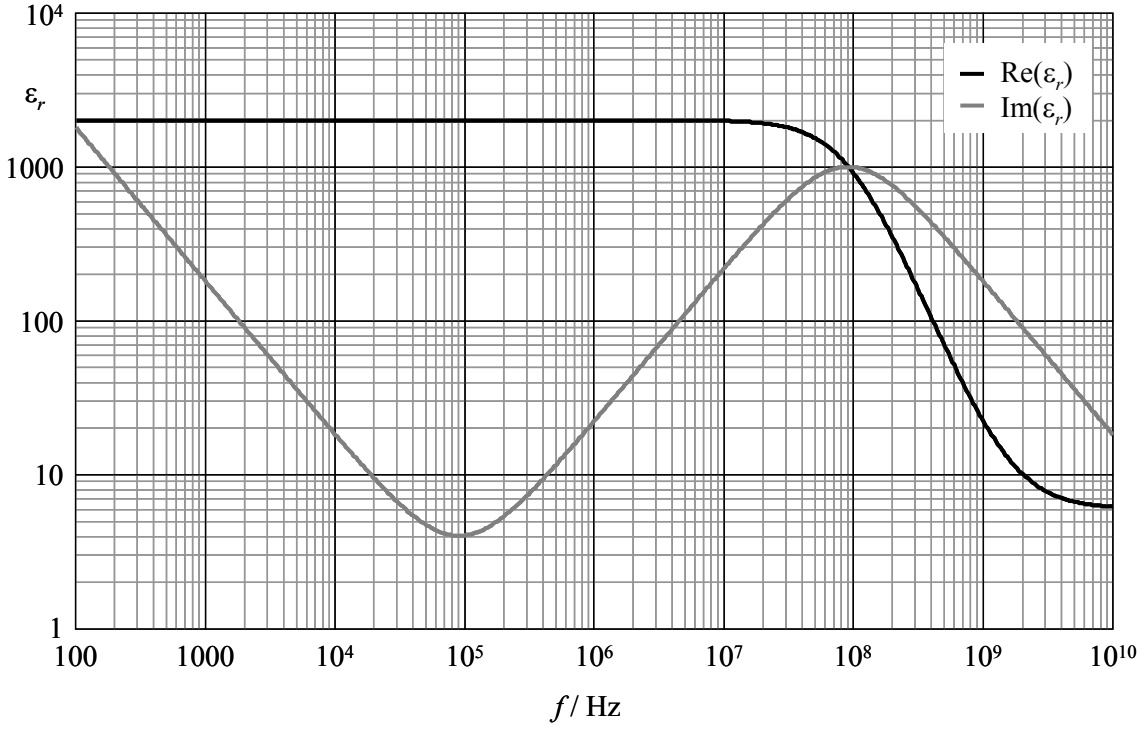


Bild 2

c) In welchem Frequenzbereich kann das Dielektrikum sinnvoll in einem Kondensator eingesetzt werden? **(1 Punkt)**

Anforderung an einen Kondensatorwerkstoff:
hohes, konstantes ε_r: ist gegeben für $f < 10^7$ Hz

	Punkte A3.c

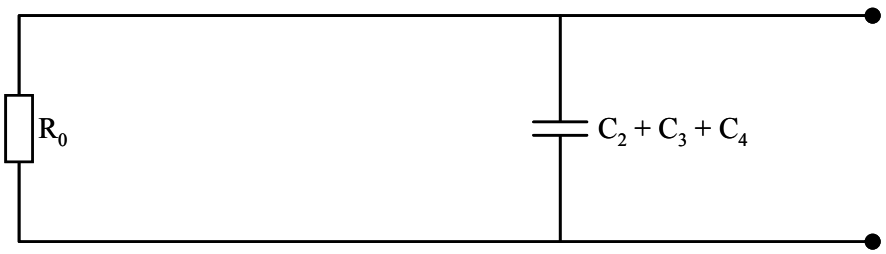
Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer

d) In welchem Frequenzbereich wird ein tan $\delta < 0{,}01$ erreicht? **(2 Punkte)**

Forderung $\tan\delta = \varepsilon_r'' / \varepsilon_r' < 0{,}01$
für $f < 10^7$ Hz ist $\varepsilon_r' \approx 2000$
für $\tan\delta < 0{,}01$ muss $\varepsilon_r'' < 20$ sein
dies ist im Frequenzbereich 7 kHz $< f <$ 700 kHz erfüllt.

	Punkte A3.d

e) Zeichnen Sie für den Kondensator aus Bild 2 ein für den Frequenzbereich von 0 Hz bis 30 kHz gültiges, möglichst einfaches Ersatzschaltbild. **(2 Punkte)**



	Punkte A3.e