

Schriftliche Kernfachprüfung 28. Februar 2005

Passive Bauelemente

Werkstoffkunde der Elektrotechnik

Der Beginn der Prüfung wird von der Prüfungsaufsicht bekannt gegeben. Wenn Sie vor dem offiziellen Beginn diese Seite umschlagen und die Aufgaben einsehen, wird dies als Täuschungsversuch gewertet. Füllen Sie folgenden Kasten vollständig aus.

Nachname Musterlösung	Vorname Aushang	Matrikelnummer 00000000
Zutreffendes bitte ankreuzen <input type="checkbox"/> Passive Bauelemente <input type="checkbox"/> Werkstoffkunde der Elektrotechnik	Zutreffendes bitte ankreuzen <input type="checkbox"/> Erstprüfung <input type="checkbox"/> Wiederholungsprüfung	EDV-Nummer
Wiederholer/innen bitte ausfüllen		
Straße/ Nummer	Postleitzahl/ Ort	
Telefon	E-Mail	

Zur Prüfung zugelassene/ mitzubringende Hilfsmittel

- Es sind keine Hilfsmittel außer den angegebenen erlaubt.
- Formelsammlung für PB und WET SS 2004 (ohne handschriftliche Notizen)
- Zwei handschriftlich (einseitig) beschriebene DIN-A4-Seiten
- Taschenrechner und Schreibzeug (Lineal, Stifte etc., keine Bleistifte verwenden)

Hinweise zum Ablauf der Prüfung

- Halten Sie Ihren Studierendenausweis und Ihre Zulassungsbescheinigung bereit.
- Nach Prüfungsbeginn kontrollieren Sie bitte zuerst, ob das vorliegende Prüfungsheft vollständig ist.
- Die Prüfungsdauer beträgt 3 Zeitstunden.
- Jegliche Kommunikation ist während der Prüfung untersagt.
- Während der Prüfung werden Fragen zu Aufgaben oder Stoffgebiet nicht beantwortet.
- Beachten Sie Tafelanschriften und Folien, die zu Beginn oder während der Prüfung gezeigt werden.

Hinweise zum Bearbeiten der Aufgaben

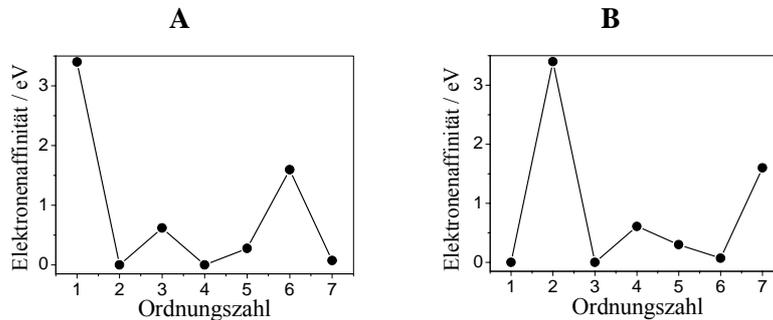
- Die Prüfung besteht aus 10 Kurzaufgaben (Teil 1) und 3 Rechenaufgaben (Teil 2). In den beiden Teilen sind jeweils 30 Punkte erreichbar.
- Falls Ihnen die deutsche Sprache Schwierigkeiten bereitet, können Sie Begründungstexte alternativ in englischer Sprache formulieren.
- Wenn Sie den Unterpunkt einer Rechenaufgabe nicht gelöst haben, rechnen Sie mit den angegebenen Größen/ Zahlenwerten weiter.
- Lösungen auf eigenen Blättern, unzureichend gekennzeichnete Lösungen und Lösungen auf Blättern ohne Angabe von Name, Matrikelnummer oder Aufgabennummer werden nicht gewertet.
- Für die Lösung ist der dafür vorgesehene Bereich unterhalb der jeweiligen Aufgabenstellung zu verwenden. Falls der vorhandene Platz nicht ausreichen sollte, verwenden Sie das hinten beigefügte Zusatzblatt. Bei Bedarf werden von der Prüfungsaufsicht weitere Blätter ausgegeben. Für jede Aufgabe muss eine separate Zusatzseite verwendet werden. Sind auf einer Seite Teile mehrerer Aufgaben gelöst worden, wird entsprechend der Aufgabennummer in der Kopfzeile gewertet.
- Die Ergebnisse und Begründungen sind in die dafür vorgesehenen Bereiche, Felder oder Diagramme zu schreiben bzw. anzukreuzen. Beschriften Sie keinesfalls die grau hinterlegten Korrekturfelder.

Viel Erfolg!

Teil 1: Kurzaufgaben (30 Punkte)

Kurzaufgabe K1: Elektronenaffinität und Elementarzellen

a) Betrachtet werden die ersten Elemente des Periodensystems. Welcher der nachfolgenden Verläufe A oder B der Elektronenaffinität über der Ordnungszahl ist korrekt? Begründen Sie kurz Ihre Antwort. (1 Punkt)



Richtigen Verlauf bitte ankreuzen und kurz begründen:

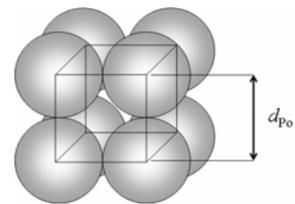
- A
 B Elektronenaffinität muss für Helium (Ordnungszahl 2) null sein, da abgeschlossene Schale.

b) Gegeben ist die kubisch primitive Elementarzelle des Elements Polonium. Geben Sie die Koordinationszahl K sowie den Grad der Raumerfüllung β_R in % an. (1 Punkt)

Hinweis: Betrachten Sie das Volumen der pro Elementarzelle vorhandenen Materie im Verhältnis zum Volumen der Elementarzelle. Nehmen Sie vereinfachend an, dass die Atome kugelförmig sind und sich berühren.

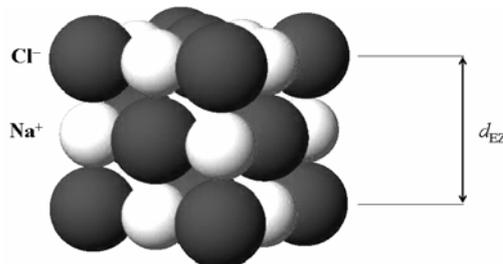
$$K = 6$$

$$\beta_R = \frac{8 \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{4\pi}{3} \left(\frac{d_{Po}}{2}\right)^3}{d_{Po}^3} = \frac{\pi}{6} \approx 52,4 \%$$



c) Betrachten Sie nun die Elementarzelle des Ionenkristalls NaCl. Die Ionen haben unterschiedliche Radien. Die Kantenlänge der Elementarzelle beträgt d_{EZ} . Wie groß ist jetzt der Grad der Raumerfüllung β_R in %? (1 Punkt)

Zahlenwerte:
 $r_{Na^+} = 1,02 \cdot 10^{-10} \text{ m}$
 $r_{Cl^-} = 1,81 \cdot 10^{-10} \text{ m}$
 $d_{EZ} = 5,66 \cdot 10^{-10} \text{ m}$



$$\beta_R = \frac{4 \cdot \frac{4\pi}{3} (r_{Na^+})^3 + 4 \cdot \frac{4\pi}{3} (r_{Cl^-})^3}{d_{EZ}^3} = 4 \cdot \frac{4\pi}{3} \cdot \frac{(1,02)^3 + (1,81)^3}{(5,66)^3} \approx 64,6 \%$$

Punkte K1

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

Kurzaufgabe K2: Orbitale

a) Schreiben Sie in die Tabelle, mit wie vielen Elektronen die angegebenen Orbitale maximal besetzt werden können. (1 Punkt)

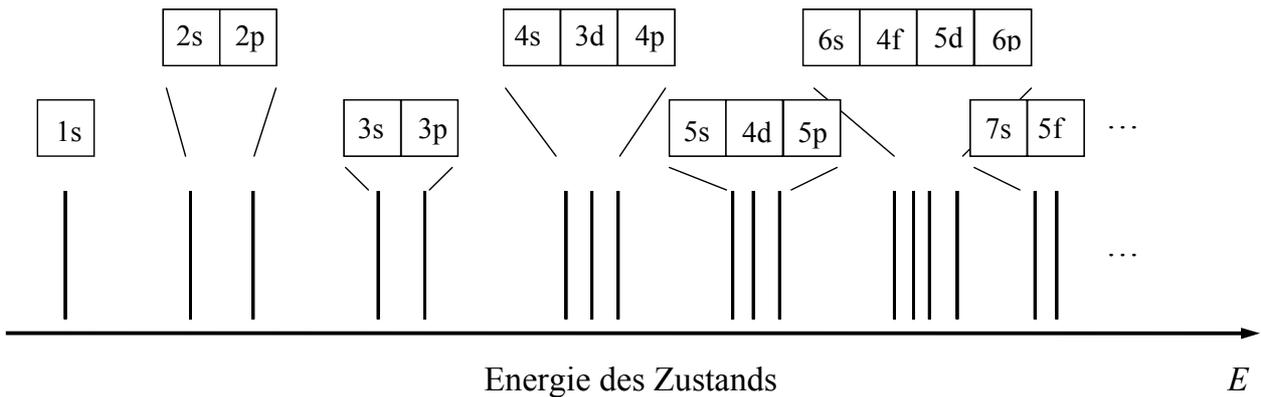
Orbital	Anzahl Elektronen
s	2
p	6
d	10
f	14

b) Ordnen Sie den unten angegebenen Energieniveaus jeweils ein Orbital zu (1s, 2s, 2p, usw.). (2 Punkte)

Hinweis: Betrachten Sie das Periodensystem der Elemente.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	1 1,008 H Wasserstoff																	2 4,003 He Helium
2	3 6,941 Li Lithium	4 9,012 Be Beryllium											5 10,81 B Bor	6 12,01 C Kohlenstoff	7 14,01 N Stickstoff	8 16,00 O Sauerstoff	9 19,00 F Fluor	10 20,18 Ne Neon
3	11 22,99 Na Natrium	12 24,31 Mg Magnesium											13 26,98 Al Aluminium	14 28,09 Si Silicium	15 30,97 P Phosphor	16 32,06 S Schwefel	17 35,45 Cl Chlor	18 39,95 Ar Argon
4	19 39,10 K Kalium	20 40,08 Ca Calcium	21 44,96 Sc Scandium	22 47,90 Ti Titan	23 50,94 V Vanadium	24 52,00 Cr Chrom	25 54,94 Mn Mangan	26 55,85 Fe Eisen	27 58,93 Co Cobalt	28 58,71 Ni Nickel	29 63,55 Cu Kupfer	30 65,37 Zn Zink	31 69,72 Ga Gallium	32 72,59 Ge Germanium	33 74,92 As Arsen	34 78,96 Se Selen	35 79,90 Br Brom	36 83,80 Kr Krypton
5	37 84,45 Rb Rubidium	38 87,62 Sr Strontium	39 88,91 Y Yttrium	40 91,22 Zr Zirkonium	41 92,91 Nb Niob	42 95,94 Mo Molybdän	43 (98) Tc Technetium	44 101,1 Ru Ruthenium	45 102,9 Rh Rhodium	46 106,4 Pd Palladium	47 107,9 Ag Silber	48 112,4 Cd Cadmium	49 114,8 In Indium	50 118,7 Sn Zinn	51 121,8 Sb Antimon	52 127,6 Te Tellur	53 126,9 J Jod	54 131,3 Xe Xenon
6	55 132,9 Cs Cäsium	56 137,3 Ba Barium	57 138,9 La Lanthan	72 178,5 Hf Hafnium	73 180,9 Ta Tantal	74 183,9 W Wolfram	75 186,2 Re Rhenium	76 190,2 Os Osmium	77 192,2 Ir Iridium	78 195,1 Pt Platin	79 197,0 Au Gold	80 200,6 Hg Quecksilber	81 204,4 Tl Thallium	82 207,2 Pb Blei	83 209,0 Bi Bismut	84 210 Po Polonium	85 (210) At Astat	86 (222) Rn Radon
7	87 223,0 Fr Francium	88 226,0 Ra Radium	89 227,0 Ac Actinium															

Lanthanoide	58 104,1 Ce Cer	59 140,9 Pr Praseodym	60 144,2 Nd Neodym	61 147,0 Pm Promethium	62 150,4 Sm Samarium	63 152,0 Eu Europium	64 157,3 Gd Gadolinium	65 158,9 Tb Terbium	66 162,5 Dy Dysprosium	67 164,9 Ho Holmium	68 167,3 Er Erbium	69 168,9 Tm Thulium	70 173,0 Yb Ytterbium	71 175,0 Lu Lutetium
Actinoide	90 232,0 Th Thorium	91 231,0 Pa Protactinium	92 238,0 U Uran	93 237,0 Np Neptunium	94 (244) Pu Plutonium	95 (243) Am Americium	96 247 Cm Curium	97 (247) Bk Berkelium	98 (251) Cf Californium	99 (252) Es Einsteinium	100 257 Fm Fermium	101 (258) Md Mendelevium	102 (259) No Nobelium	103 (260) Lr Lawrencium



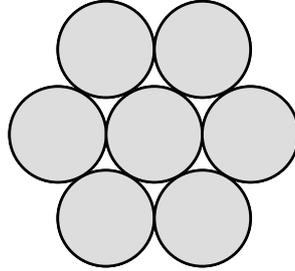
Punkte K2

Kurzaufgabe K3: Dichteste Kugelpackung

a) Betrachtet wird ein Material, das in der dichtesten Kugelpackung vorliegt und aus einer Sorte Atome besteht. Wie viele nächste Nachbarn hat ein Atom maximal in einer Kristallebene? Zeichnen Sie für diesen Fall die Nachbarn des gegebenen Atoms. (1 Punkt)

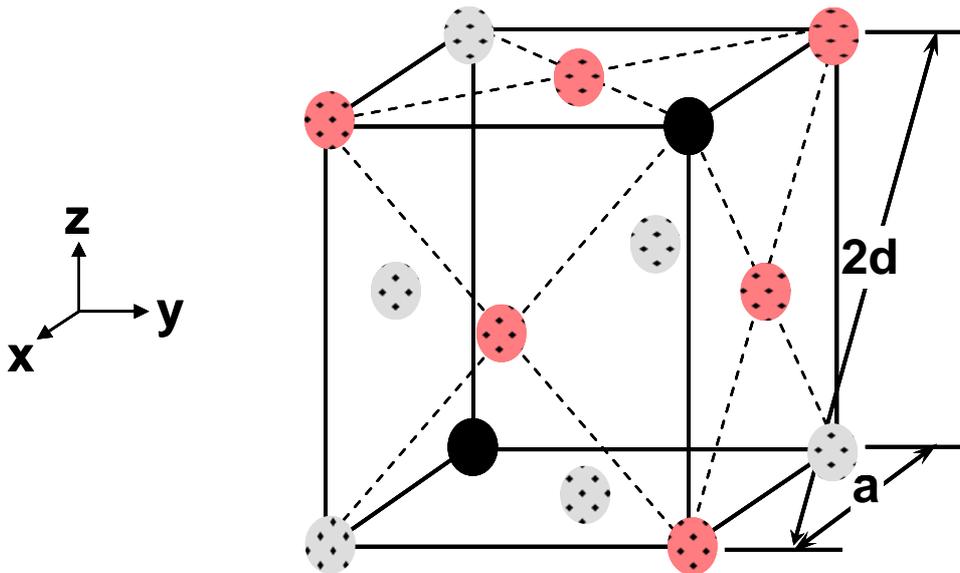
Hinweis: Die Zeichenebene entspricht der Kristallebene.

Ein Atom hat maximal 6 Nachbarn:



b) In der Zeichnung ist eine Gitterstruktur angegeben, bei der die Atome in der kubisch dichtesten Kugelpackung vorliegen. Betrachtet werden Kristallebenen mit dem Normalenvektor $(1, 1, 1)$. Färben Sie alle Atome von diesen Kristallebenen mit derselben Farbe und verwenden Sie für benachbarte Ebenen unterschiedliche Farben. (1 Punkt)

Hinweis: Anstelle der Färbung können Sie auch eine andere Kennzeichnung verwenden.



c) Es gibt eine weitere Gitterstruktur, bei der die Atome in der dichtesten Kugelpackung vorliegen. Erklären Sie den Unterschied zwischen den beiden Strukturen bezüglich der Stapelfolge der Ebenen aus a). (1 Punkt)

Außer der kubisch dichtesten Kugelpackung gibt es noch die hexagonal dichteste Kugelpackung.

Die kubisch dichteste Kugelpackung hat die Stapelfolge: A-B-C-A-B-C-

Die hexagonal dichteste Kugelpackung hat die Stapelfolge: A-B-A-B-

Punkte K3

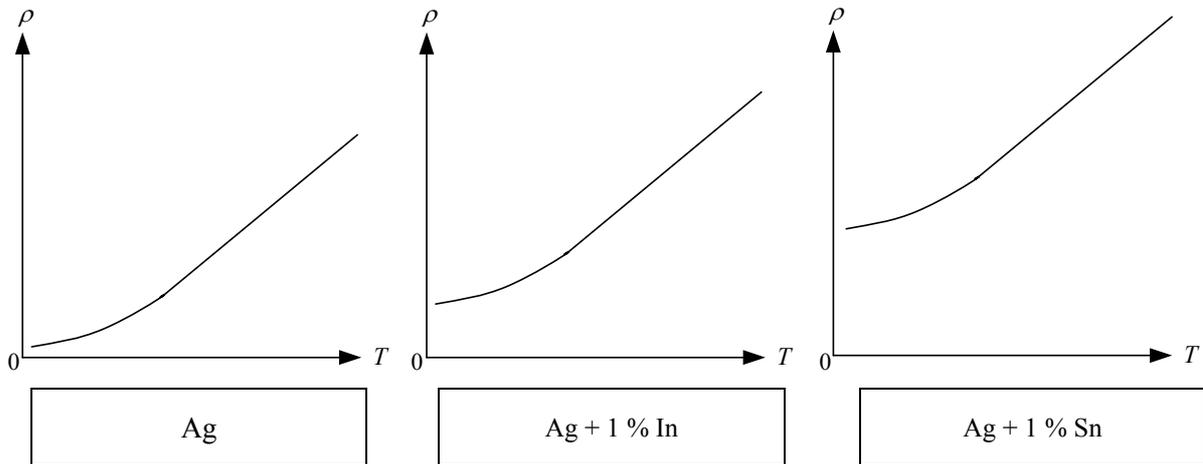
Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

Kurzaufgabe K4: Metalle, Leitfähigkeit und Kontaktspannung

a) Der spezifische Widerstand folgender Materialien wurde über der Temperatur ermittelt:

- undotiertes Silber: Ag
- mit 1 % Zinn dotiertes Silber: Ag + 1 % Sn
- mit 1 % Indium dotiertes Silber: Ag + 1 % In

Ordnen Sie den Messkurven die jeweilige Dotierung zu und begründen Sie kurz Ihre Wahl. (1 Punkt)



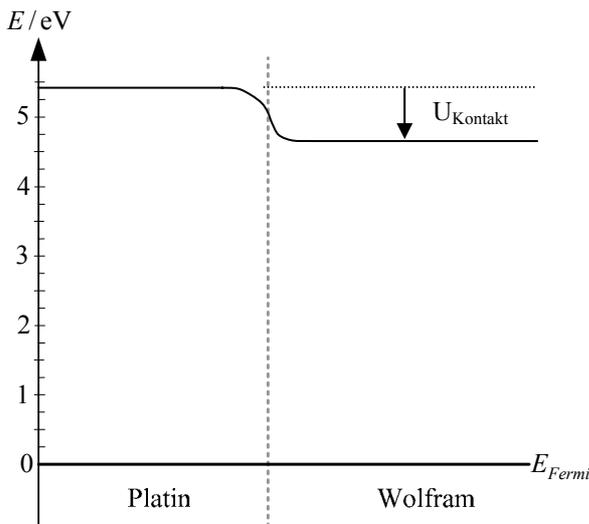
Je größer die Differenz der Ordnungszahlen, desto größerer Widerstand.

b) Warum steigt bei Metallen der spezifische Widerstand mit der Temperatur? (1 Punkt)

thermische Gitterschwingungen; mehr Stöße; geringere Beweglichkeit

$$\rho = \frac{1}{e \cdot \mu \cdot n}$$

c) Platin (Pt) und Wolfram (W) werden elektrisch leitend miteinander verbunden. Skizzieren Sie den Verlauf des Vakuumniveaus in dem Diagramm. Zeichnen Sie außerdem die Kontaktspannung ein. (1 Punkt)



Metall	Austrittsarbeit W_A / eV
Pt	5,36
W	4,55

$$U_{\text{Kontakt}} = \frac{W_{\text{Pt}} - W_{\text{W}}}{e} = \frac{5,36\text{eV} - 4,55\text{eV}}{1 \frac{\text{eV}}{\text{V}}} = 0,81\text{V}$$

Punkte K4

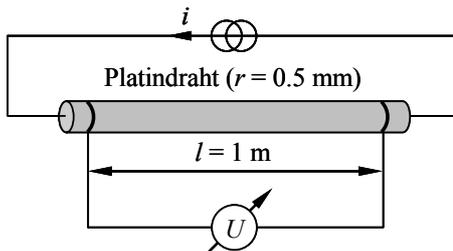
Kurzaufgabe K5: Textanalyse zur Elektronenleitung

Im Folgenden ist eine Publikation über die elektronische Leitung von Metallen bei hohen Stromdichten abgedruckt. Ihre Aufgabe ist, die wissenschaftliche Arbeit der Autoren sowie deren Text zu beurteilen. Bearbeiten Sie dazu die unten stehenden Fragestellungen.

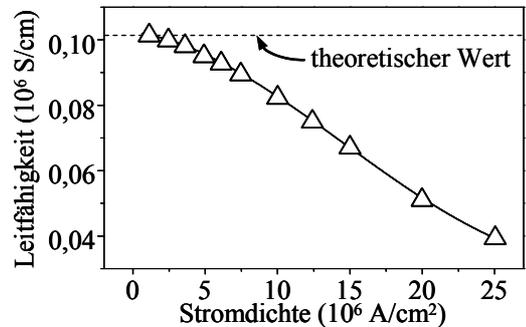
Elektronische Leitung bei hohen Stromdichten

H. Desiato und D. Adams

Zur Untersuchung der elektronischen Leitfähigkeit metallischer Werkstoffe bei höchsten technischen Stromdichten wurde ein Platindraht mit Radius r und Länge l mittels der im Bild dargestellten Vier-Punkt-Anordnung vermessen.



Die Leitfähigkeit σ wurde aus den geometrischen Daten der Anordnung, dem Strom i und der gemessenen Spannung U gemäß der Formel $\sigma = l \cdot i / (2\pi r^2 \cdot U)$ ermittelt. Im Diagramm sind die Messergebnisse über der Stromdichte dargestellt.



Entgegen aller Erwartung bleibt die Leitfähigkeit nicht konstant, sondern sinkt mit zunehmender Stromdichte ab. Dieses Verhalten kann mit den etablierten Leitungstheorien nicht erklärt werden. Wir führen die Abnahme der Leitfähigkeit auf einen Verlust an Beweglichkeit der Elektronen bei Stromdichten größer 10^6 A/cm^2 zurück und werden dieses neuartige Phänomen in unserer zukünftigen Arbeit weiter untersuchen.

a) Finden Sie einen Fehler in den Zeilen 1-20. Geben Sie Zeilennummer(n) an und beschreiben Sie, worin der Fehler besteht. (1 Punkt)

Die Formel zur Berechnung der Leitfähigkeit in Zeile 18 ist falsch. Richtig ist $\sigma = l \cdot i / (\pi r^2 \cdot U)$.

b) Beurteilen Sie die Argumentation der Autoren in den Zeilen 31-40, indem Sie erklären, warum die Leitfähigkeit tatsächlich sinkt. (1 Punkt)

Aufgrund der elektrischen Verlustleistung erhöht sich mit steigender Stromdichte die Temperatur des Drahts. Da bei Metallen der Widerstand mit zunehmender Temperatur steigt, sinkt scheinbar die Leitfähigkeit.

c) Geben Sie den Autoren einen Rat, mit welcher Anordnung sie das Messziel erreichen können. (1 Punkt)

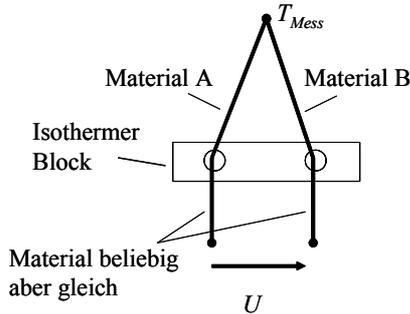
Die Temperatur des Drahts muss während des Experiments konstant gehalten werden. Die Anordnung ist z.B. mittels Eiswasser oder ähnlichem zu kühlen.

Punkte K5

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

Kurzaufgabe K6: Thermoelemente

Dargestellt ist ein typischer Messaufbau zur Temperaturmessung mittels Thermoelement.



Messbedingungen:

Temperatur isothermer Block	$T_{iso} = 5\text{ °C}$
Seebeck-Koeffizient Material A	$\eta_A = 20,352\text{ mV/K}$
Seebeck-Koeffizient Material B	$\eta_B = 20,311\text{ mV/K}$

a) Welche Funktion hat der isotherme Block im Messaufbau und wie kann er praktisch realisiert werden? Geben Sie jeweils eine kurze Erklärung. (1 Punkt)

- es wird nur Temperaturdifferenz gemessen -> daher Vergleichstemperatur nötig
- Temperatur an beiden Schenkeln muss konstant sein
- Praktische Realisierung: Klemmleiste mit guter Wärmeleitfähigkeit ODER Eisbad

b) Zur Bestimmung der Raumtemperatur wird ein Thermoelement gemäß obigem Bild verschaltet und unter den angegebenen Bedingungen eingesetzt. Während der Messung stellt sich eine Spannung $U = 0,943\text{ mV}$ an den Enden des Thermoelementes ein. Wie groß ist die gemessene Raumtemperatur T_{Mess} ? (1 Punkt)

$$U = (\eta_A - \eta_B) \cdot \Delta T$$

$$\Delta T = T_{Mess} - T_{iso}$$

$$\Delta T = \frac{U}{(\eta_A - \eta_B)} = \frac{0,943\text{ mV}}{0,041 \frac{\text{mV}}{\text{K}}} = 23\text{ K}$$

$$T_{Mess} = \Delta T + T_{iso} = 28\text{ °C} = 301\text{ K}$$

c) Zur Messung der Temperatur in einem Sinterofen mit einem Nenntemperaturbereich von 1000 °C bis 1400 °C stehen Ihnen drei Materialkombinationen zur Verfügung. Welche wählen Sie aus? Begründen Sie Ihre Wahl. (1 Punkt)

PtRh-Pt

Fe-CuNi

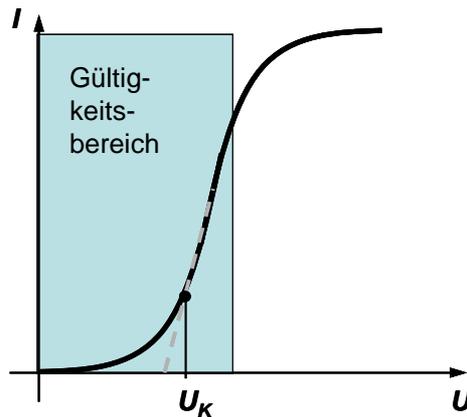
Mg-Na

PtRh-Pt temperaturstabil über längere Zeit bei diesen hohen Temperaturen, andere Werkstoffe für diese Temperaturen nicht ausgelegt.

Punkte K6

Kurzaufgabe K7: Varistor

Gegeben ist die Strom-Spannungskennlinie eines ZnO-Varistors.



a) Welchen Bereich der Kennlinie beschreibt die Varistorgleichung aus der Formelsammlung? Tragen Sie diesen Bereich in das Diagramm ein. (1 Punkt)

b) Geben Sie eine physikalisch sinnvolle Erklärung für den Verlauf der Kennlinie außerhalb des Gültigkeitsbereichs der Varistorgleichung an. (1 Punkt)

Alle Potenzialbarrieren an den Korngrenzen bei Überschreiten der Durchbruchspannung/Korngrenze durchbrochen \rightarrow **alle Körner tragen zur Leitung bei** $\rightarrow \alpha$ sinkt auf 1 \rightarrow **Widerstand der Körner begrenzt Strom**

c) Geben Sie zwei Maßnahmen an, die zu einer Erhöhung der Durchbruchspannung U_K bei ZnO-Varistoren führen. (1 Punkt)

1) Einsatz kleinerer Körner durch geringere Sintertemperatur

2) Erhöhung der Varistordicke bei gleicher Korngröße oder Serienschaltung von Varistoren gleicher Bauform

3) stärkere Akzeptordotierung an Korngrenzen

Punkte K7

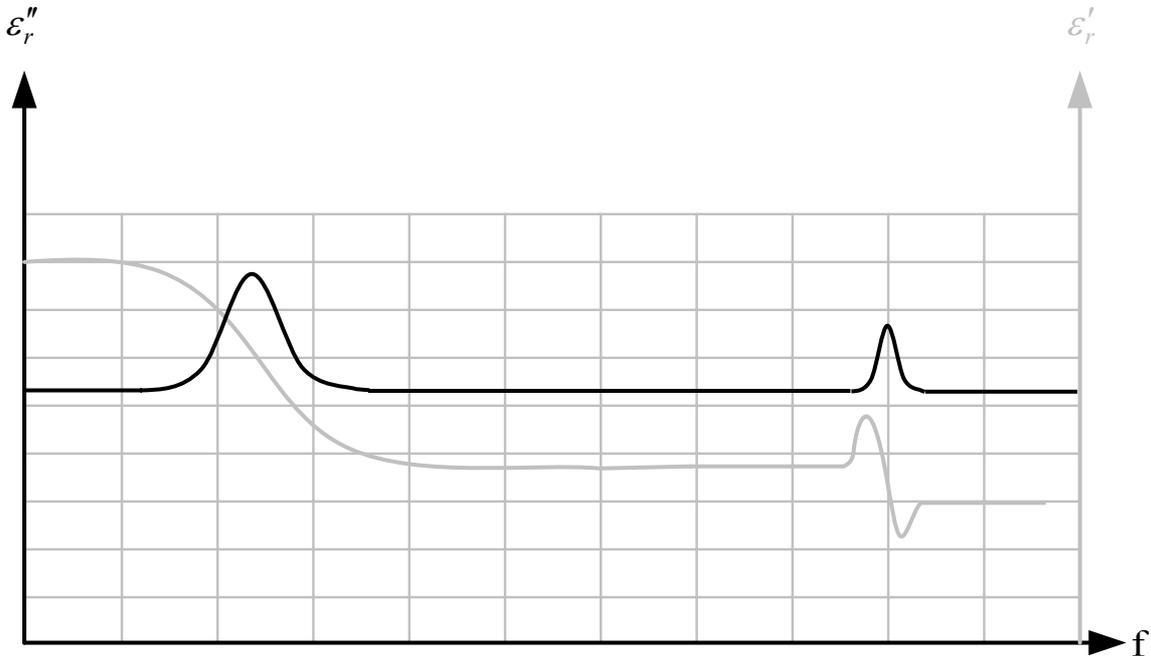
Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

Kurzaufgabe K8: Dielektrische Dispersion

a) Kreuzen Sie an, welche Polarisationsmechanismen in folgenden Verbindungen bei Raumtemperatur auftreten. (2 Punkte)

	einkristallines Natriumchlorid NaCl	einkristallines Silizium Si	Wasser H ₂ O
Elektronische Polarisation	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Ionische Polarisation	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Orientierungspolarisation	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Raumladungspolarisation	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

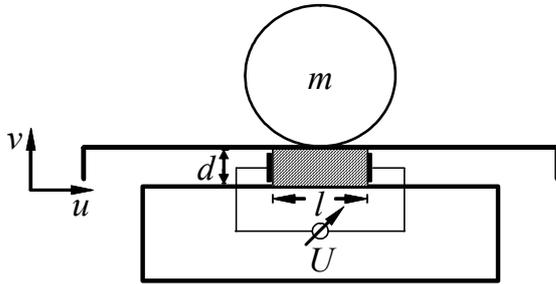
b) Ein Material hat das nachfolgend angegebene dielektrische Dispersionsspektrum ϵ'_r (grau). Zeichnen Sie in das gleiche Diagramm das zugehörige Verlustspektrum ϵ''_r ein. (1 Punkt)



Punkte K8

Kurzaufgabe K9: Piezoelektrizität

Betrachtet wird eine Waage, deren Messaufbau in dem Schnittbild angegeben ist. Der schraffiert dargestellte Piezokristall befindet sich zwischen zwei leitfähigen Platten. Die Spannung U zwischen den Platten wird mit einem idealen Spannungsmessgerät gemessen.



- d Dicke des Piezokristalls
- l Länge des Piezokristalls
- t Tiefe des Piezokristalls
- m Masse des Gewichts
- g Erdbeschleunigung (wirkt in negativer v -Richtung)
- g_p Piezoelektrische Spannungskonstante

a) Geben Sie die Funktion $U(m)$ in Abhängigkeit von den gegebenen Parametern an. (1 Punkt)

Es gilt $E = \frac{U}{l}$ bzw. $U = l \cdot E$. Weiterhin ist $E = -g_p \cdot \sigma_M$ mit $\sigma_M = \frac{m \cdot g}{t \cdot l}$

Insgesamt also: $U(m) = -\frac{g_p \cdot g}{t} \cdot m$

b) Wie muss das Kristallgitter des Piezokristalls orientiert sein, damit der in a) verwendete Messaufbau funktioniert? Kreuzen Sie diese Orientierung an und zeichnen Sie an die Seiten der schraffiert dargestellten Piezokristalle die unter Einwirkung der Kraft F entstehenden Polarisationsladungen ein. (1 Punkt)

Kristallgitter unbelastet	Orientierung 1 belastet	<input checked="" type="checkbox"/>	Orientierung 2 belastet	<input type="checkbox"/>
<p> </p>				

c) Welche Beziehung besteht zwischen ferroelektrischen und piezoelektrischen Kristallen? (1 Punkt)

Jeder ferroelektrischer Kristall ist piezoelektrisch, doch es gibt piezoelektrische Kristalle die nicht ferroelektrisch sind.

Punkte K9

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

Kurzaufgabe K10: Magnetismus

a) Ein ferromagnetischer Werkstoff, der zu Beginn bei $H = 0$ A/m keine Magnetisierung M aufweist, wird bis zur Sättigung magnetisiert. Welche Magnetisierungsprozesse treten auf? (**2 Punkte**)

- 1) reversible Wandverschiebungen
- 2) irreversible Wandverschiebungen
- 3) Drehprozesse

b) Wie groß ist die reversible Permeabilitätszahl eines ferromagnetischen Kerns, der sich in Sättigung befindet? (**1 Punkt**)

1

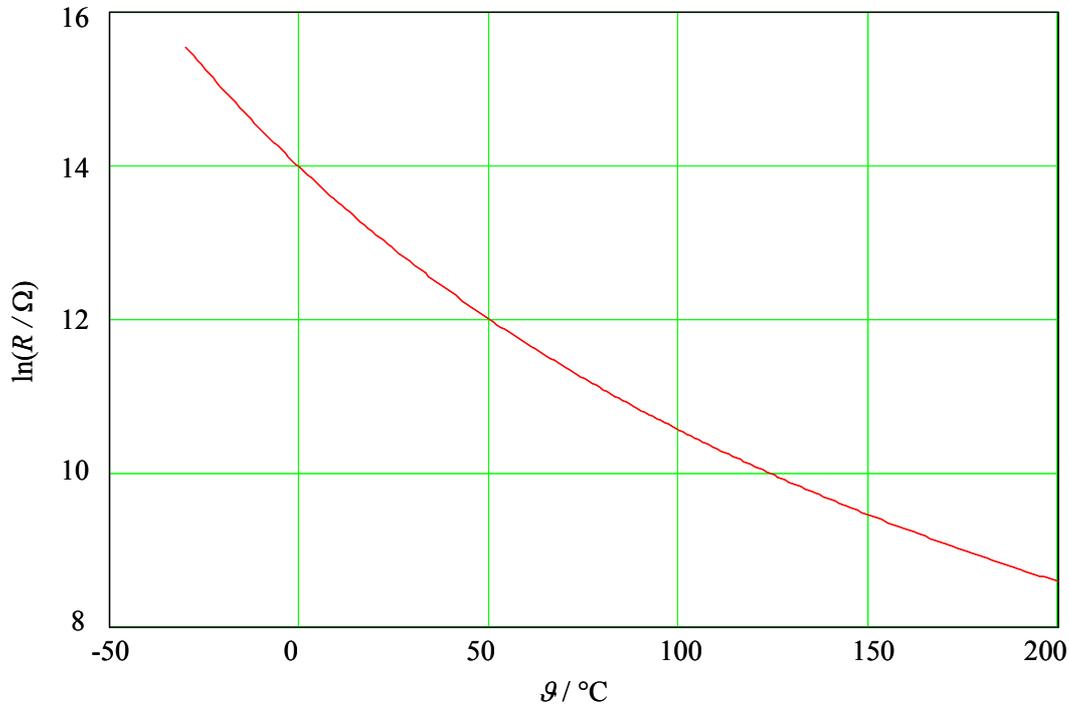
Punkte K10

Teil 2: Rechenaufgaben (30 Punkte)

Rechenaufgabe A1: Heißeleiter

a) Die Abhängigkeit des elektrischen Widerstands R von der Temperatur ϑ_{Th} (in $^{\circ}\text{C}$) ist im folgenden Diagramm für einen Thermistor gezeigt. Bestimmen Sie die Aktivierungsenergie E_A und den Koeffizienten A zur Beschreibung der Temperaturabhängigkeit von R gemäß der Beziehung $R(T_{Th}) = A \exp(E_A/(2kT_{Th}))$.

(3 Punkte)



Ablezen der Werte aus dem Diagramm:

$$\begin{array}{llll} \ln R_1 = 14 & R_1 = 1,203 \text{ M}\Omega & \vartheta_1 = 0 \text{ }^{\circ}\text{C} & T_1 = 273,15 \text{ K} \\ \ln R_2 = 12 & R_2 = 162,8 \text{ k}\Omega & \vartheta_2 = 50 \text{ }^{\circ}\text{C} & T_2 = 323,15 \text{ K} \end{array}$$

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{e^{\frac{E_A}{2kT_1}}}{e^{\frac{E_A}{2kT_2}}} \rightarrow E_A = \ln\left(\pi \frac{R_1}{R_2}\right) \cdot \frac{2k}{\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}}$$

$$\rightarrow A = \frac{R_1}{e^{\frac{E_A}{2kT_1}}}$$

$$E_A = 0,609 \text{ eV}$$

$$A = 2,896 \text{ }\Omega$$

Punkte A1.a

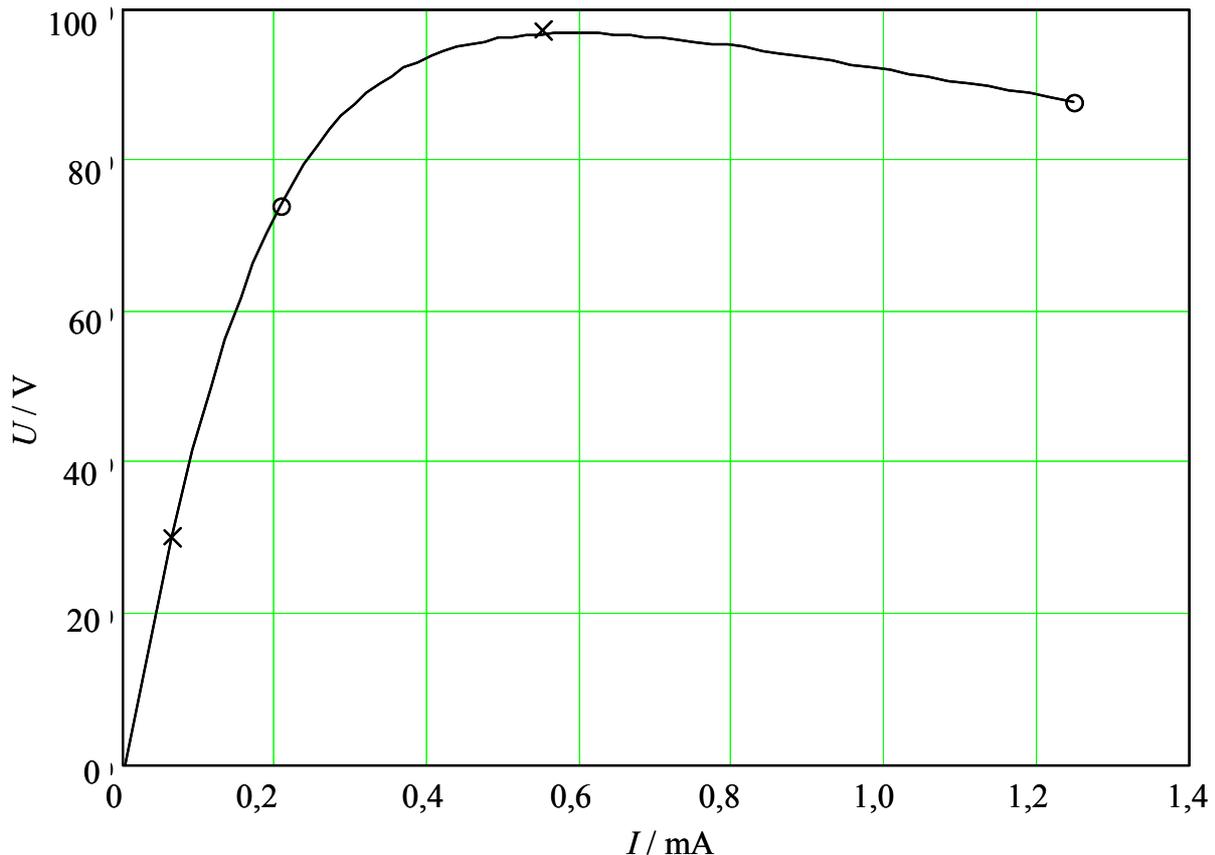
Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

b) Ein Thermistor (zylinderförmig) wird an Luft der Temperatur ϑ_U betrieben. Berechnen Sie die fehlenden Werte in der nachfolgenden Tabelle unter Berücksichtigung der Selbsterwärmung. Skizzieren Sie die U - I -Kennlinie mit Hilfe der Tabellenwerte ins unten stehende Diagramm. (3 Punkte)

Zahlenwerte:

Durch Konvektion abgeführte Leistung	$P_K = \alpha_L \cdot A_O \cdot (T_{Th} - T_U)$
Temperaturabhängigkeit des Widerstands	$R(T_{Th}) = A \cdot \exp(B/T_{Th})$
Gesamte Oberfläche des Heißleiters	A_O
Durchmesser des Heißleiters	$d = 5 \text{ mm}$
Dicke des Heißleiters	$h = 0,5 \text{ mm}$
Umgebungstemperatur	$\vartheta_U = 22 \text{ }^\circ\text{C}$
Wärmeübergangszahl an Luft	$\alpha_L = 4 \text{ mW} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$
Thermistorkonstanten	$A = 3,5 \text{ } \Omega$
	$B = 3500 \text{ K}$

Temperatur des Thermistors $\vartheta_{Th} / \text{ }^\circ\text{C}$	Spannung am Thermistor $U / \text{ V}$	Strom durch Thermistor $I / \text{ mA}$
23	30	0,063
$\vartheta_{Th,2} = 30$	$U_2 = ?$	$I_2 = ?$
50	97	0,55
$\vartheta_{Th,4} = 80$	$U_4 = ?$	$I_4 = ?$



Gesamte Oberfläche des Heißleiters: $A_0 = \left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot \pi \cdot 2 + d \cdot \pi \cdot h = 0,471 \text{ cm}^2$

Abgeführte Leistung: $P_K = \frac{U^2}{R} = I^2 \cdot R$

Widerstand des Thermistors: $R_{(T_{Th})} = A \cdot e^{\frac{B}{T_{Th}}}$

Spannung am Thermistor: $U_{(T_{Th})} = \pm \sqrt{R_{(T_{Th})} \cdot [\alpha_L \cdot A_0 \cdot (T_{Th} - T_U)]}$; $T_U = \vartheta_U + 273,15$

Strom am Thermistor: $I_{(T_{Th})} = \pm \sqrt{\frac{[\alpha_L \cdot A_0 \cdot (T_{Th} - T_U)]}{R_{(T_{Th})}}}$

Lösungen, die im Kennlinienfeld liegen:

Spannung und Strom bei Thermistortemperatur von 30 °C: $U_2 = 73,821 \text{ V}$; $I_2 = 0,204 \text{ mA}$

Spannung und Strom bei bei Thermistortemperatur von 80 °C: $U_4 = 87,779 \text{ V}$; $I_4 = 1,245 \text{ mA}$

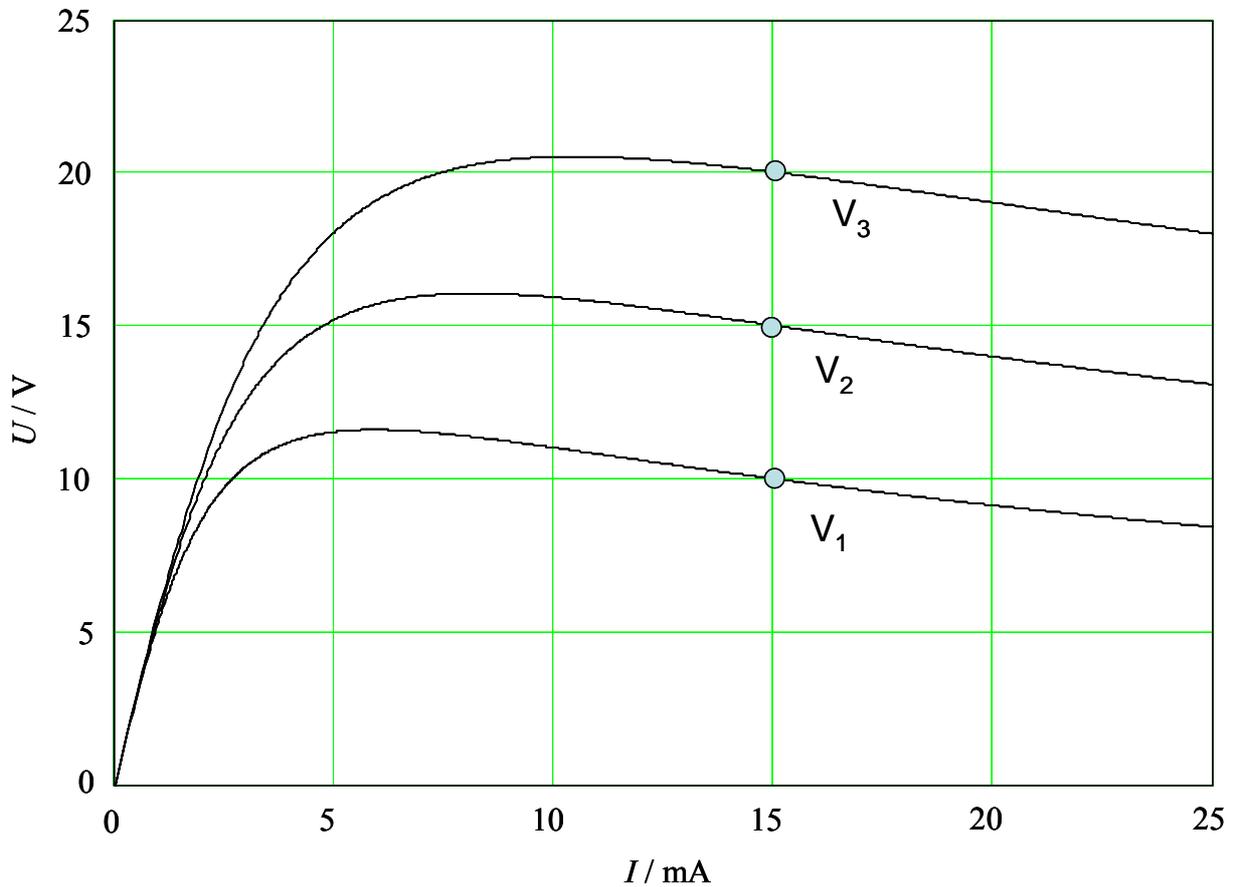
$U_2 = 73,821 \text{ V}$ $I_2 = 0,204 \text{ mA}$ $U_4 = 87,779 \text{ V}$ $I_4 = 1,245 \text{ mA}$	Punkte A1.b
--	-------------

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

c) Ein Thermistor mit den unten angegebenen Kenndaten wird zur Bestimmung der Strömungsgeschwindigkeit v von Luft eingesetzt. Die Wärmeübergangszahl α ist eine Funktion der Strömungsgeschwindigkeit: $\alpha = \alpha_L + k_v \cdot \sqrt{v}$. In dem folgenden Diagramm sind Kennlinien für die drei Strömungsgeschwindigkeiten v_1 , v_2 und v_3 gegeben. Berechnen Sie mit Hilfe der Kennlinien die Koeffizienten k_v und α_L sowie die Strömungsgeschwindigkeit v_3 . **(4 Punkte)**

Hinweis: Überlegen Sie sich die Zuordnung von v_1 , v_2 und v_3 zu den Kennlinien.

Abgeführte Leistung	$P_K = \alpha \cdot A_O \cdot (T_{Th} - T_U)$
Thermistoroberfläche	$A_O = 0,5 \text{ cm}^2$
Strömungsgeschwindigkeiten	$v_1 = 0 \text{ cm/s}$
	$v_2 = 21 \text{ cm/s}$
	$v_3 > v_2$
Umgebungstemperatur	$\vartheta_U = 22 \text{ °C}$
Thermistorkonstanten	$A = 0,015 \text{ } \Omega$
	$B = 3800 \text{ K}$



Auswahl von geeigneten Wertepaaren im Kennlinienfeld der Eigenerwärmung. V_1 ist die untere Kurve, da hier die kleinste thermische Leistung abgeführt wird. V_3 ist die oberste Kurve, da $V_3 > V_2$.

$U_1 = 10 \text{ V};$	$I_1 = 15 \text{ mA}$
$U_2 = 15 \text{ V};$	$I_2 = 15 \text{ mA}$
$U_3 = 20 \text{ V};$	$I_3 = 15 \text{ mA}$

$$P_K = U \cdot I = (\alpha_L + k_v \sqrt{v}) \cdot A_0 \cdot (T - T_U)$$

$$P_{K1} = U_1 \cdot I_1 = I_1^2 \cdot R_1 = I_1^2 \cdot A \cdot e^{\frac{B}{T_1}} \rightarrow T_1 = \frac{B}{\ln\left(\frac{U_1 \cdot 1}{I_1 \cdot A}\right)} = 335,074 \text{ K}; \quad T_2 = 342,112 \text{ K}; \quad T_3 = 333,475 \text{ K}$$

Mit Hilfe von $V_1 = 0 \text{ cm/s}$

$$U_1 \cdot I_1 = \alpha_L \cdot A_0 \cdot (T_1 - T_U) \rightarrow \alpha_L = \frac{U_1 \cdot I_1}{A_0 \cdot (T_1 - T_U)} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ W}/(\text{cm}^2 \cdot \text{K})$$

Mit Hilfe von $V_2 = 21 \text{ cm/s}$

$$P_{K2} = U_2 \cdot I_2 = (\alpha_L + k_v \sqrt{v}) \cdot A_0 \cdot (T_2 - T_U) \rightarrow k_v = \left(\frac{U_2 \cdot I_2}{A_0 \cdot (T_2 - T_U)} - \alpha_L \right) \cdot \frac{1}{\sqrt{v_2}} = 1 \cdot 10^{-5} \frac{\text{W} \cdot \text{s}^{\frac{1}{2}}}{\text{K} \cdot \text{cm}^{\frac{3}{2}}}$$

$$P_{K3} = U_3 \cdot I_3 = (\alpha_L + k_v \sqrt{v_3}) \cdot A_0 \cdot (T_3 - T_U) \rightarrow v_3 = \left(\left(\frac{U_3 \cdot I_3}{A_0 \cdot (T_3 - T_U)} - \alpha_L \right) \cdot \frac{1}{k_v} \right)^2 = 113,7 \text{ cm/s}$$

$\alpha_L = 5 \cdot 10^{-3} \text{ W}/(\text{cm}^2 \cdot \text{K})$ $k_v = 1 \cdot 10^{-5} \frac{\text{W} \cdot \text{s}^{\frac{1}{2}}}{\text{K} \cdot \text{cm}^{\frac{3}{2}}}$ $v_3 = 113,7 \text{ cm/s}$	Punkte A1.c
---	-------------

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

Rechenaufgabe A2: Keramikkondensatoren

Vor kurzer Zeit wurden Elektrolytkondensatoren auf der Basis des Metalls Niob (Nb) entwickelt. Zur Charakterisierung grundlegender elektrischer Eigenschaften dieser neuen Kondensatoren wurden Modellstrukturen auf einem planaren Substrat gemäß Bild 1 untersucht.

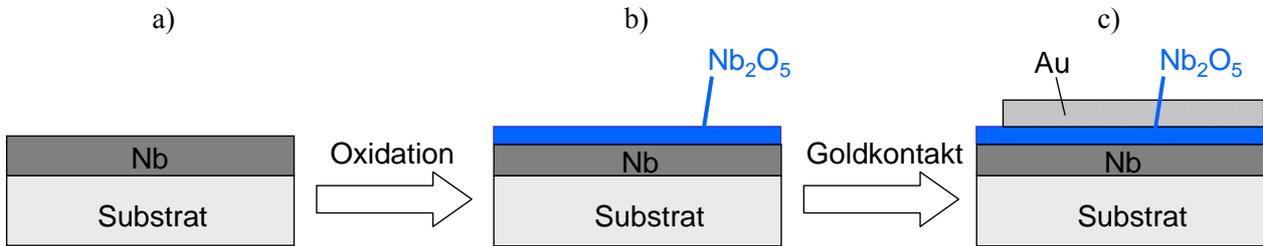


Bild 1: Planare Nb-Modellstrukturen

Die als Dielektrikum wirkende Niobpentoxidschicht (Nb_2O_5) wird in einer zweistufigen elektrochemischen Oxidation der Nb-Schicht gebildet. Bild 2 zeigt eine typische Oxidationskurve für die Formierung von Nb zu Nb_2O_5 . Die Oxidation besteht aus einem galvanostatischen ($I = \text{konstant}$) und einem potentiostatischen ($U = \text{konstant}$) Schritt. Danach wird auf das Dielektrikum eine Goldelektrode aufgebracht.

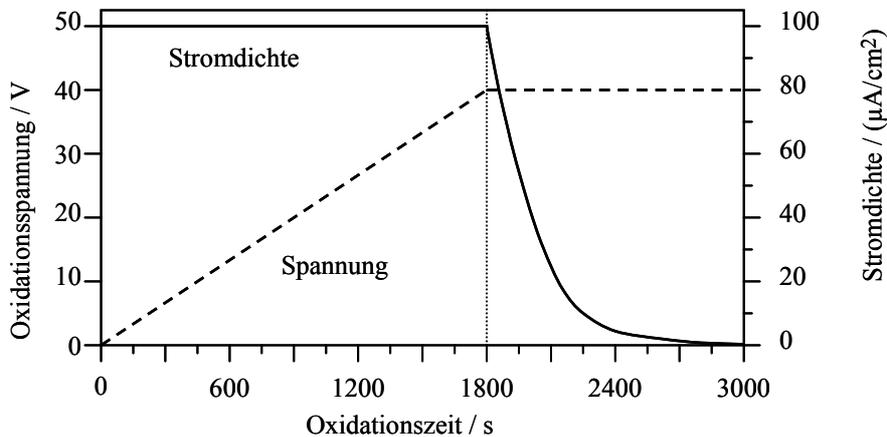
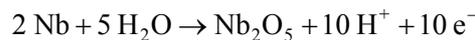


Bild 2: Oxidationskurve für die Bildung des Nb_2O_5 auf Nb-Schichten

Bei der Oxidation läuft an der Oberfläche der Nb-Schicht folgende Reaktion ab:



Zahlenwerte:

Dichte von Nb_2O_5	$\rho = 4,47 \text{ g/cm}^3$
Molmasse von Nb_2O_5	$M = 265,82 \text{ g/mol}$
Faradaykonstante	$F = 96485 \text{ C/mol}$
Fläche der Au-Elektrode	$A_2 = 0,95 \text{ cm}^2$

a) Berechnen Sie allgemein die Dicke Δd_{ox} der gebildeten Oxidschicht (Nb_2O_5) in Abhängigkeit der geflossenen Ladungsmenge pro Flächeneinheit $\Delta q = Q/A$ aus dem Faraday-Gesetz $Q = z \cdot F \cdot m / M$. (2 Punkte)

$z = 10$ (10 Elektronen pro Mol Nb_2O_5);

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{d_{ox} A} \rightarrow m = \rho d_{ox} A$$

$$\Delta q = \frac{z F \Delta m_{ox}}{M_{ox} A} = \frac{z F \rho \Delta d_{ox}}{M_{ox}}$$

$$\Delta d_{ox} = \frac{M_{ox}}{z F \rho_{ox}} \Delta q$$

$\Delta d_{ox}(\Delta q) = \frac{M_{ox}}{z F \rho_{ox}} \Delta q = 6,163 * 10^{-5} \frac{cm^3}{C} \Delta q$	Punkte A2.a
---	-------------

b) Berechnen Sie die aufgewachsene Dicke d_{ges} der Nb₂O₅-Schicht nach dem gesamten Oxidationsprozess. Im potentiostatischen Oxidationsschritt wird der Verlauf der Oxidationsstromdichte durch folgende Exponentialfunktion approximiert: $J(t) = J_0 e^{-(t-t_0)/\tau}$ für $t > t_0$ mit $J_0 = 100 \mu A/cm^2$, $\tau = 300 s$ und $t_0 = 1800 s$. **(3 Punkte)**

Galvanostatischer Oxidationsschritt:

$$J = 100 \mu A / cm^2 = konst.$$

$$\Delta q = \int_0^{1800s} J dt = 100 \frac{\mu A}{cm^2} * 1800s = 0,18 \frac{C}{cm^2}$$

$$d_1 = k \Delta q = 6,163 * 10^{-5} \frac{cm^3}{C} * 0,18 \frac{C}{cm^2} = 111 nm$$

Potentiostatischer Oxidationsschritt:

$$\Delta q = \int_{t_0}^{t_0+900s} J(t) dt = \int_{t_0}^{t_0+900s} J_0 e^{-\frac{t-t_0}{\tau}} dt = -J_0 \tau e^{-\frac{t-t_0}{\tau}} \Big|_{t_0}^{t_0+900s} = J_0 \tau (1 - e^{-\frac{900s}{\tau}})$$

$$\Delta q = J_0 \tau (1 - e^{-3}) = 100 \frac{\mu A}{cm^2} 300s (1 - 0,05) = 0,028 \frac{C}{cm^2}$$

$$d_2 = k \Delta q = 6,163 * 10^{-5} \frac{cm^3}{C} 0,028 \frac{C}{cm^2} = 17.3 nm$$

$d_{ges} = d_1 + d_2 = 128 nm$	Punkte A2.b
--------------------------------	-------------

Wenn Sie diesen Punkt nicht gelöst haben, rechnen Sie mit $d_{ges} = 125 nm$ weiter.

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

c) Zur Bestimmung der relativen Dielektrizitätszahl ϵ_r der Niobpentoxidschicht und des Leckstroms der Kondensator-Anordnung nach Bild 1c wurde das in Bild 3 gezeigte Impedanzspektrum aufgenommen. Stellen Sie, basierend auf dem angegebenen Bodediagramm der Impedanz Z , ein physikalisch sinnvolles Ersatzschaltbild für den planaren Niobkondensator auf. Bestimmen Sie aus dem Bodediagramm die Werte der Größen des Ersatzschaltbilds sowie die Werte für die relative Dielektrizitätszahl ϵ_r und für die Leitfähigkeit σ_{ox} der Nb_2O_5 -Schicht. (3 Punkte)

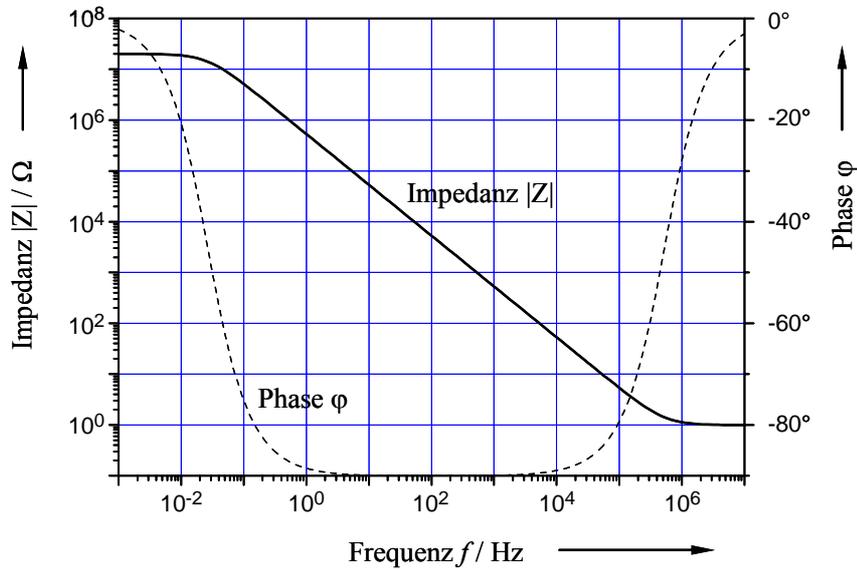


Bild 3: Impedanzspektrum des planaren Niob-Kondensators (Bodediagramm)

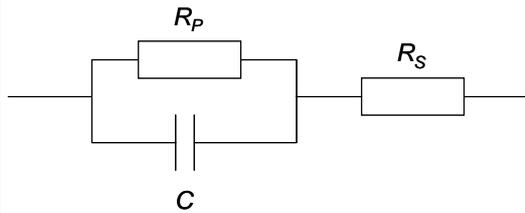
$$C = 300 \text{ nF}; \quad R_P = 2,0 \cdot 10^7 \Omega; \quad R_S = 1,0 \Omega;$$

$$C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d_{ges}} \rightarrow \epsilon_r = \frac{C d_{ges}}{\epsilon_0 A_2} = \frac{3 \cdot 10^{-7} \frac{As}{V} \cdot 128 \cdot 10^{-9} m}{8,85 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm} \cdot 0,95 \cdot 10^{-4} m^2} = \frac{3 \cdot 128}{8,85 \cdot 0,95} = 45,7$$

$$R_P = \frac{1}{\sigma_{ox}} \frac{d_{ges}}{A_2} \rightarrow \sigma_{ox} = \frac{1}{R_P} \frac{d_{ges}}{A_2} = \frac{1}{2,0 \cdot 10^7 \Omega} \frac{128 \cdot 10^{-9} m}{0,95 \cdot 10^{-4} m^2} = 6,74 \cdot 10^{-11} \frac{S}{m}$$

Skizze Ersatzschaltbild

Punkte A2.c



$$\sigma_{ox} = 6,74 \cdot 10^{-11} \text{ S/m}$$

$$\epsilon_r = 45,7$$

d) In welchem Spannungsbereich kann ein Kondensator betrieben werden, der mit einer Oxidationskurve gemäß Bild 2 formiert wurde? Was passiert (elektrisch und elektrochemisch), wenn dieser Spannungsbereich überschritten wird? (2 Punkte)

Punkte A2.d

Zulässige Betriebsspannung U_c : $0 \text{ V} \leq U_c \leq 40 \text{ V}$

Bei Unterschreiten:

Stromfluss, Zurückbildung der Oxidschicht, Erwärmung, Tod

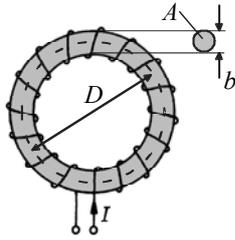
Bei Überschreiten:

Stromfluss, (Sauerstofftransport), Erwärmung, Tod

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

Rechenaufgabe A3: Magnetismus

In Bild 1 ist eine Anordnung aus Ringkern und Spule skizziert.



Zahlenwerte:

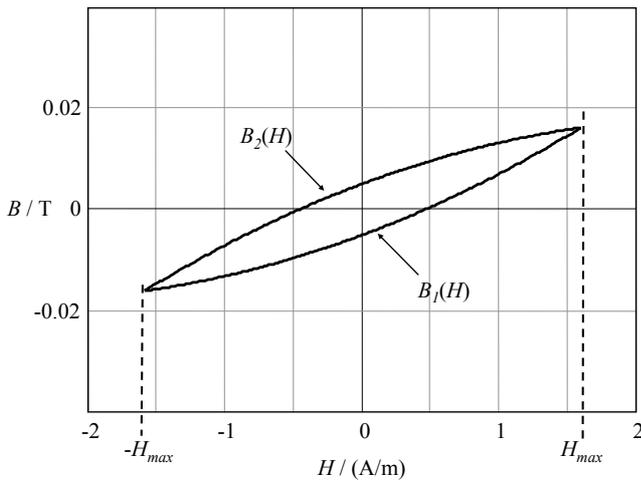
Durchmesser des Rings	$D = 2 \text{ cm}$
Durchmesser des Kerns	$b = 4 \text{ mm}$
Windungszahl	$n = 100$
Drahtdurchmesser	$d_D = 0,1 \text{ mm}$
Drahtlänge	$l_D = n \cdot \pi \cdot b$

Bild 1: Ringkern und Spule

Für die Lösung der Aufgabe gelten folgende Vereinfachungen:

- Das Volumen des Magnetkerns wird durch $V_K \approx \frac{\pi^2}{4} \cdot D \cdot b^2$ angenähert.
- Streifelder sind zu vernachlässigen, die magnetische Flussdichte ist im gesamten magnetischen Kreis über die Querschnittsfläche A konstant.

a) Der Kern besteht aus einem nichtleitfähigen ferrimagnetischen Werkstoff. In Bild 2 ist der $B(H)$ -Zusammenhang für kleine Auslenkungen dargestellt. Dieser kann mit den Gleichungen (1) und (2) analytisch beschrieben werden. Die Spule wird von einem Wechselstrom $I(t) = I_0 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t)$ mit $I_0 = 1 \text{ mA}$ und $f = 1 \text{ kHz}$ durchflossen. Berechnen Sie die Hystereseverlustleistung $P_H = V_K \cdot f \cdot \oint H dB$. (3 Punkte)



$$B_1(H) = \mu_a \cdot H - 2 \cdot \nu \cdot H_{\max}^2 + \nu \cdot (H + H_{\max})^2 \quad (1)$$

$$B_2(H) = \mu_a \cdot H + 2 \cdot \nu \cdot H_{\max}^2 - \nu \cdot (H - H_{\max})^2 \quad (2)$$

$$\mu_a = 3000 \cdot \mu_0$$

$$\nu = 0.002 \frac{\text{V} \cdot \text{s}}{\text{A}^2}$$

Bild 2: Magnetische Hysterese

$$P_H = V \cdot f \cdot \oint H dB = V_K \cdot f \cdot \int_{-H_{\max}}^{H_{\max}} B_2(H) - B_1(H) dH$$

$$\begin{aligned} B_2(H) - B_1(H) &= \mu_a \cdot H + 2 \cdot \nu \cdot H_{\max}^2 - \nu \cdot (H - H_{\max})^2 - \left(\mu_a \cdot H - 2 \cdot \nu \cdot H_{\max}^2 + \nu \cdot (H + H_{\max})^2 \right) = \\ &= 4 \cdot \nu \cdot H_{\max}^2 - \nu \cdot (H^2 - 2 \cdot H \cdot H_{\max} + H_{\max}^2) - \nu \cdot (H^2 + 2 \cdot H \cdot H_{\max} + H_{\max}^2) = \\ &= 4 \cdot \nu \cdot H_{\max}^2 - 2 \cdot \nu \cdot H_{\max}^2 - 2 \cdot \nu \cdot H^2 = 2 \cdot \nu \cdot H_{\max}^2 - 2 \cdot \nu \cdot H^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_H &= V_K \cdot f \cdot \int_{-H_{\max}}^{H_{\max}} B_2(H) - B_1(H) dH = \\
&= V_K \cdot f \cdot \left[2 \cdot \nu \cdot H_{\max}^2 H - \frac{2 \cdot \nu}{3} \cdot H^3 \right]_{-H_{\max}}^{H_{\max}} = \\
&= V_K \cdot f \cdot \left[2 \cdot \nu \cdot H_{\max}^3 - \frac{2 \cdot \nu}{3} \cdot H_{\max}^3 + 2 \cdot \nu \cdot H_{\max}^3 - \frac{2 \cdot \nu}{3} \cdot H_{\max}^3 \right] = \\
&= V_K \cdot f \cdot \left(4 - \frac{4}{3} \right) \cdot \nu \cdot H_{\max}^3 = \frac{8}{3} \cdot V_K \cdot f \cdot \nu \cdot H_{\max}^3
\end{aligned}$$

mit

$$V_K \approx \frac{\pi^2}{4} \cdot D \cdot b^2 = 0.79 \text{ cm}^3$$

$$H_{\max} = \frac{n \cdot I_0}{\pi \cdot D} = 1.592 \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

$$P_H = 1,698 \cdot 10^{-5} \text{ W}$$

$P_H = 1,698 \cdot 10^{-5} \text{ W}$	Punkte A3.a
---------------------------------------	-------------

Wenn Sie diesen Punkt nicht gelöst haben, rechnen Sie mit $P_H = K_1 \cdot f \cdot V_K \cdot H_{\max}^3$ weiter.

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

b) Für den komplexen Widerstand $Z_L(\omega)$ der Ringkernspule ist in Bild 3 ein Ersatzschaltbild angegeben. Die Hystereseverlustleistung P_H wird durch den frequenzabhängigen Ersatzwiderstand $R_H(\omega)$ berücksichtigt. Leiten Sie eine Gleichung für $R_H(\omega)$ ab und geben Sie diese in Abhängigkeit von den auftretenden Parametern an, d.h. setzen Sie keine Zahlenwerte ein. (3 Punkte)

Hinweis: Vernachlässigen Sie bei der Lösung dieses Aufgabenteils die Kapazität C_W .

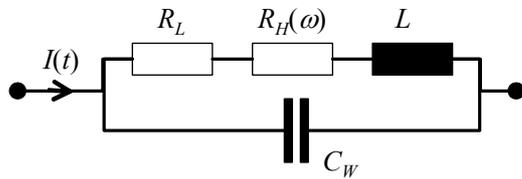


Bild 3: Ersatzschaltbild

C_W : Kapazität
 L : Induktivität
 R_L : ohmscher Leitungswiderstand
 $R_H(\omega)$: frequenzabhängiger Ersatzwiderstand zur Beschreibung der Hystereseverluste

Es gilt:

$$P_H = V \cdot f \cdot \oint H dB = \frac{1}{2} \cdot R_H \cdot I_0^2 \Rightarrow R_H = \frac{2 \cdot P_H}{I_0^2}$$

mit

$$P_H = \frac{8}{3} \cdot V_K \cdot f \cdot v \cdot H_{\max}^3 = \frac{8}{3} \cdot \frac{\pi^2}{4} \cdot D \cdot b^2 \cdot f \cdot v \cdot \left(\frac{n \cdot I_0}{\pi \cdot D} \right)^3 = \frac{2 \cdot b^2 \cdot f \cdot v \cdot n^3 \cdot I_0^3}{3 \cdot \pi \cdot D^2}$$

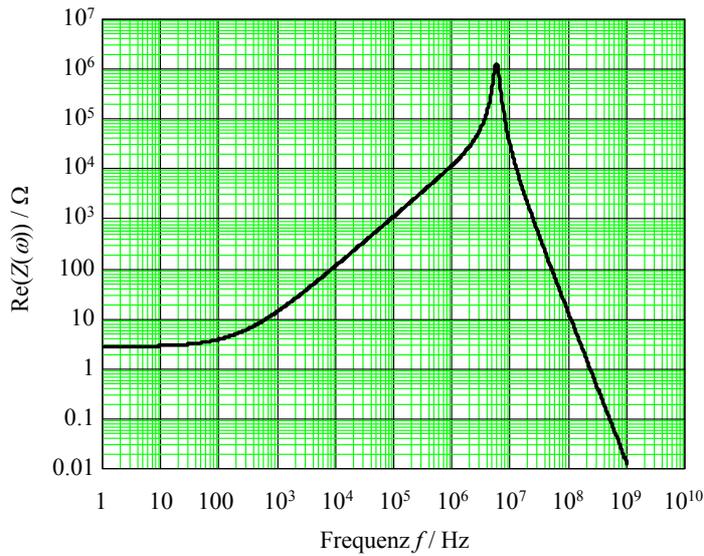
folgt

$$R_H = \frac{2 \cdot P_H}{I_0^2} = \frac{2}{I_0^2} \cdot \frac{2 \cdot b^2 \cdot f \cdot v \cdot n^3 \cdot I_0^3}{3 \cdot \pi \cdot D^2} = \frac{4 \cdot b^2 \cdot f \cdot v \cdot n^3 \cdot I_0}{3 \cdot \pi \cdot D^2}$$

$$R_H(\omega) = \frac{2 \cdot b^2 \cdot \omega \cdot v \cdot n^3 \cdot I_0}{3 \cdot \pi^2 \cdot D^2}$$

$R_H(\omega) = \frac{2 \cdot b^2 \cdot \omega \cdot v \cdot n^3 \cdot I_0}{3 \cdot \pi^2 \cdot D^2} = \frac{b^2 \cdot \omega \cdot K_1 \cdot n^3 \cdot I_0}{4 \cdot \pi^2 \cdot D^2}$	Punkte A3.b
---	-------------

c) Der Realteil der Impedanz $\text{Re}(Z_L(\omega))$ ist in Bild 4 über der Frequenz f aufgetragen. Aus welchem der in Tabelle 1 angegebenen Materialien besteht der Draht der Spule (begründen Sie Ihre Wahl rechnerisch)? **(3 Punkte)**



Metall	spez. Widerstand ρ $10^{-8} \Omega\text{m}$
Platin	10,6
Nickel	6,84
Kupfer	1,67

Tabelle 1

Bild 4: Realteil der Impedanz Z

$$P_H(1 \text{ kHz}) = 1.698 \cdot 10^{-5} \text{ W}$$

$$P_H(1 \text{ Hz}) = 1.698 \cdot 10^{-8} \text{ W}$$

→ bei niedrigen Frequenzen ist der Hystereseverlust zu vernachlässigen, $R_H \approx 0$

die Verluste sind auf den Leitungswiderstand R_L zurückzuführen

R_L aus Diagramm ablesen (bei $f = 1 \text{ Hz}$): $R_L \approx 3 \Omega$

$$R_L = \rho \cdot \frac{l}{A} = \rho \cdot \frac{n \cdot \pi \cdot b}{\frac{\pi \cdot d_D^2}{4}} = \rho \cdot \frac{4 \cdot n \cdot b}{d_D^2}$$

$$\rho = \frac{R_L \cdot d_D^2}{4 \cdot n \cdot b} \approx 1,875 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m}$$

1,875 liegt nahe bei 1,67 ⇒ Der Draht besteht aus Kupfer.

Der Draht besteht aus: Kupfer	Punkte A3.c
-------------------------------	-------------

d) Der Ferritkern wird durch einen Kern aus einem ferromagnetischen Material ersetzt. Welche zusätzlichen Verluste müssen nun berücksichtigt werden? **(1 Punkt)**

Wirbelstromverluste	Punkte A3.d
---------------------	-------------

Nachname	Vorname	Matrikelnummer
----------	---------	----------------

Zusatzblatt zu Aufgabe _____

A large grid of dashed lines for calculations or drawing, consisting of 20 columns and 25 rows.

Erreichte Punkte

A large grid of dashed lines, approximately 20 columns wide and 30 rows high, intended for drawing or calculation. The grid is composed of small squares formed by dashed lines.

Erreichte Punkte
