

Schriftliche Kernfachprüfung 2. März 2006

Passive Bauelemente

Der Beginn der Prüfung wird von der Prüfungsaufsicht bekannt gegeben. Wenn Sie vor dem offiziellen Beginn diese Seite umschlagen und die Aufgaben einsehen, wird dies als Täuschungsversuch gewertet. Füllen Sie folgenden Kasten vollständig aus.

Nachname Musterlösung	Vorname extern	Matrikelnummer
	Zutreffendes bitte ankreuzen <input type="checkbox"/> Erstprüfung <input type="checkbox"/> Wiederholungsprüfung	EDV-Nummer
Wiederholer/innen bitte ausfüllen		
Straße/Nummer	Postleitzahl/Ort	
Telefon	E-Mail	

Zur Prüfung zugelassene / mitzubringende Hilfsmittel

- Es sind keine Hilfsmittel außer den angegebenen erlaubt.
- Formelsammlung für PB SS 2006 (ohne handschriftliche Notizen)
- Zwei handschriftlich (einseitig) beschriebene DIN-A4-Seiten
- Taschenrechner und Schreibzeug (Lineal, Stifte etc., keine Bleistifte verwenden)

Hinweise zum Ablauf der Prüfung

- Halten Sie Ihren Studierendenausweis und Ihre Zulassungsbescheinigung bereit.
- Nach Prüfungsbeginn kontrollieren Sie bitte zuerst, ob das vorliegende Prüfungsheft vollständig ist.
- Die Prüfungsdauer beträgt 3 Zeitstunden.
- Jegliche Kommunikation ist während der Prüfung untersagt.
- Während der Prüfung werden Fragen zu Aufgaben oder Stoffgebiet nicht beantwortet.
- Beachten Sie Tafelanschriften und Folien, die zu Beginn oder während der Prüfung gezeigt werden.

Hinweise zum Bearbeiten der Aufgaben

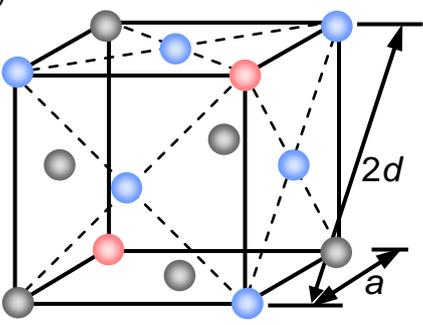
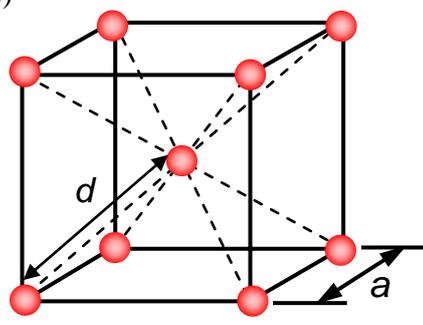
- Die Prüfung besteht aus 10 Kurzaufgaben (Teil 1) und 3 Rechenaufgaben (Teil 2). In den beiden Teilen sind jeweils 30 Punkte erreichbar.
- Falls Ihnen die deutsche Sprache Schwierigkeiten bereitet, können Sie Begründungstexte alternativ in englischer Sprache formulieren.
- Wenn Sie den Unterpunkt einer Rechenaufgabe nicht gelöst haben, rechnen Sie mit den angegebenen Größen / Zahlenwerten weiter.
- Lösungen auf eigenen Blättern, unzureichend gekennzeichnete Lösungen und Lösungen auf Blättern ohne Angabe von Name, Matrikelnummer oder Aufgabennummer werden nicht gewertet.
- Für die Lösung ist der dafür vorgesehene Bereich unterhalb der jeweiligen Aufgabenstellung zu verwenden. Falls der vorhandene Platz nicht ausreichen sollte, verwenden Sie das hinten beigefügte Zusatzblatt. Bei Bedarf werden von der Prüfungsaufsicht weitere Blätter ausgegeben. Für jede Aufgabe muss eine separate Zusatzseite verwendet werden. Sind auf einer Seite Teile mehrerer Aufgaben gelöst worden, wird entsprechend der Aufgabennummer in der Kopfzeile gewertet.
- Die Ergebnisse und Begründungen sind in die dafür vorgesehenen Bereiche, Felder oder Diagramme zu schreiben bzw. anzukreuzen. Beschriften Sie keinesfalls die grau hinterlegten Korrekturfelder.

Viel Erfolg!

Teil 1: Kurzaufgaben (30 Punkte)

Kurzaufgabe K1: Elementarzellen

a) Abgebildet sind die Elementarzellen zweier kubischer Kristallstrukturen. Bezeichnen Sie die Strukturen und berechnen Sie für die angegebenen Atomdurchmesser d jeweils die Kantenlänge a . (2 Punkte)

<p>Gitter a)</p>  <p style="text-align: center;">Kristallstruktur von Nickel ($d_{Ni} = 78\text{pm}$)</p>	<p>Gitter b)</p>  <p style="text-align: center;">Kristallstruktur von Wolfram ($d_W = 62\text{pm}$)</p>
Bezeichnung: Kubisch-flächenzentriertes Gitter (kfz)	Bezeichnung: Kubisch-raumzentriertes Gitter (krz)
$a_{Ni} = \sqrt{2} \cdot d_{Ni} = 1,10308658 \cdot 10^{-10} \text{ m} \approx 110,31 \text{ pm}$	$a_W = \sqrt{\frac{4}{3}} \cdot d_W = 7,15914334 \cdot 10^{-11} \text{ m} \approx 71,59 \text{ pm}$

b) Welche der zuvor abgebildeten Strukturen besitzt den höheren Grad der Raumerfüllung? Geben Sie jeweils die maximale Raumerfüllung an (in %). (1 Punkt)

Gitter a): Anzahl Atome in der Elementarzelle: $8 \cdot 1/8 + 6 \cdot 1/2 = 4$

$$\text{Volumen der Nickelatome: } V_{A,Ni} = 4 \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot \frac{d_{Ni}^3}{8}$$

$$\text{Volumen der Elementarzelle: } V_{K,Ni} = 2\sqrt{2} \cdot d_{Ni}^3$$

$$\text{Raumerfüllung: } R = \frac{V_{A,Ni}}{V_{K,Ni}} = \frac{16\pi}{48\sqrt{2}} = 0,74$$

Gitter b): Anzahl Atome in der Elementarzelle: $8 \cdot 1/8 + 1 = 2$

$$\text{Volumen der Nickelatome: } V_{A,W} = 2 \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot \frac{d_W^3}{8}$$

$$\text{Volumen der Elementarzelle: } V_{K,W} = \frac{4}{3} \sqrt{\frac{4}{3}} \cdot d_W^3$$

$$\text{Raumerfüllung: } R = \frac{V_{A,W}}{V_{K,W}} = \frac{24\pi\sqrt{3}}{96\sqrt{4}} = 0,68$$

Punkte K1

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

Kurzaufgabe K2: Periodensystem und Orbitale

a) Die Charakterisierung der atomaren Elektronenzustände erfolgt durch die vier Quantenzahlen n , l , m_l und m_s . Jedes Orbital kann eine maximale Anzahl von Elektronen aufnehmen. Geben Sie einen Ausdruck zur Berechnung dieser Anzahl an und vervollständigen Sie die angegebene Tabelle (die grau hinterlegten Felder). (2 Punkte)

Ausdruck: $(2l + 1) \cdot 2$ oder $2(2l+1)$

Tabelle:

Hauptschale	n	1	2	3	4
	Symbol	K	L	M	N
Unterschale (Orbital)	s	2	2	2	2
Unterschale	p	-	6	6	6
Unterschale	d	-	-	10	10
Unterschale	f	-	-	-	14
Gesamt		2 (2)	8 (10)	18 (28)	32 (60)

Tabelle zur Höchstbesetzung der Haupt- und Nebenschalen mit Elektronen

b) Bei der Besetzung der Unterschalen gelten das Ausschließungsprinzip von Wolfgang Pauli („Keine zwei Elektronen in einem Atom können denselben Satz von Quantenzahlen besitzen.“) und die sog. Hundsche Regel („Im Grundzustand von Atomen hat der resultierende Spin den größtmöglichen Wert, der mit dem Ausschließungsprinzip vereinbar ist.“).

Geben Sie alle vier Quantenzahlen für die Elektronen von Lithium an. (1 Punkt)

$n = 1$	$n = 1$	$n = 2$
$l = 0$	$l = 0$	$l = 0$
$m_l = 0$	$m_l = 0$	$m_l = 0$
$m_s = +1/2$	$m_s = -1/2$	$m_s = +1/2$

Punkte K2

Kurzaufgabe K3: Chemische Bindungen

Hinweis: Verwenden Sie zur Lösung dieser Aufgabe das Periodensystem aus Ihrer Formelsammlung.

a) Für welches der angegebenen Elemente Brom (Br) oder Rubidium (Rb) ist der Ionenradius größer als der Atomradius? Geben Sie eine kurze Begründung. (2 Punkte)

Brom

Begründung: Elektronenaufnahme bei Ionisierung, hohe Elektronegativität

b) Das Bruchverhalten von Metalllegierungen ist in der Regel duktil, das von Metalloxiden dagegen spröde. Welcher Bindungstyp überwiegt jeweils in den beiden Werkstoffgruppen? (2 Punkte)

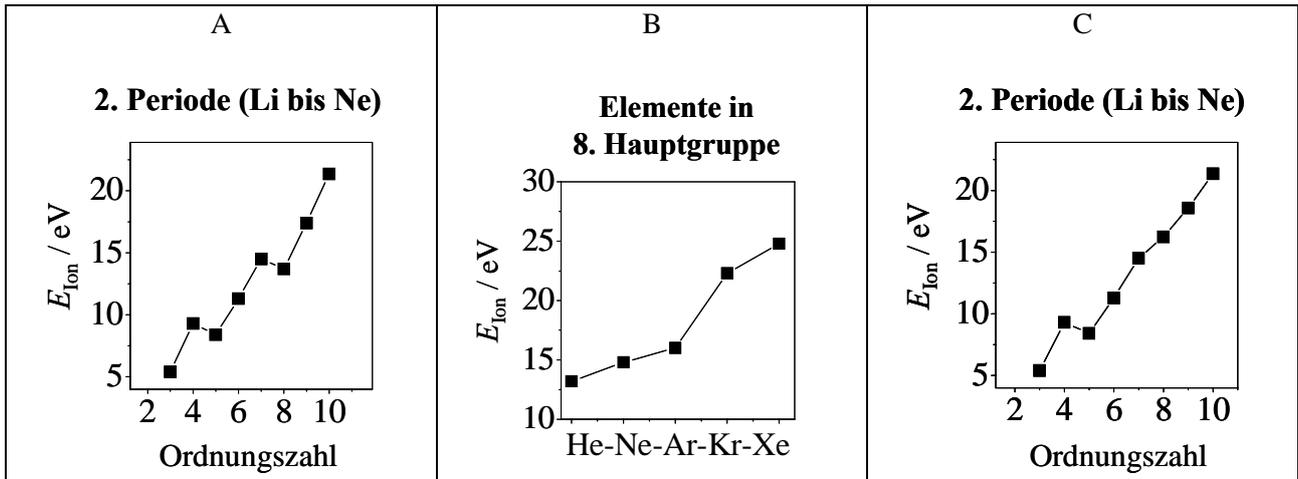
Bindungstyp Legierung: metallische Bindung

 Metalloxid: ionische oder kovalente Bindung

Punkte K3

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

Kurzaufgabe K4: Elektronegativität



a) Gegeben sind mögliche Verläufe der Ionisierungsenergie E_{ion} für ausgesuchte Elemente des Periodensystems. Welche der gezeigten Verläufe A, B und C sind richtig? Begründen Sie jeweils kurz Ihre Antwort. (1 Punkt)

Richtige Verläufe bitte ankreuzen und kurz begründen:

- A Zu A und C: E_{ion} steigt mit der Anzahl der Elektronen in der s- bzw. p-Unterschale an. Volles
- B s- und halbvolles p-Orbital sind stabil \rightarrow Abnahme von E_{ion} von Ordnungszahl 4 zu 5 und von
- C 7 zu 8.
Zu B: Verlauf gerade falsch herum.

b) Gegeben ist ein Ausschnitt aus der Elektronegativitätsskala nach Pauling. Ordnen Sie die drei binären Verbindungen BN, CdTe und SrO nach zunehmendem Ionencharakter der chemischen Bindung. (1 Punkt)

Li	Be	B											C	N	O	F
1,0	1,5	2,0											2,5	3,0	3,5	4,0
Na	Mg	Al											Si	P	S	Cl
0,9	1,2	1,5											1,8	2,1	2,5	3,0
K	Ca	Sc	Ti	V	Cr	Mn	Fe	Co	Ni	Cu	Zn	Ga	Ge	As	Se	Br
0,8	1,0	1,3	1,5	1,6	1,6	1,5	1,8	1,8	1,8	1,9	1,6	1,6	1,8	2,0	2,4	2,8
Rb	Sr	Y	Zr	Nb	Mo	Tc	Ru	Rh	Pd	Ag	Cd	In	Sn	Sb	Te	J
0,8	1,0	1,3	1,4	1,6	1,8	1,9	2,2	2,2	2,2	1,9	1,7	1,7	1,8	1,9	2,1	2,5

\rightarrow aufsteigender Grad der ionischen Bindung		
CdTe	BN	SrO

c) Bei welcher der genannten Verbindungen wird die höchste elektronische Leitfähigkeit erwartet? (1 Punkt)

CdTe

Punkte K4

Kurzaufgabe K5: Frenkel-Defekt

a) Berechnen Sie die Defektdichte (Sauerstoffteilgitter) pro m^3 in undotiertem ZrO_2 bei $1000\text{ }^\circ\text{C}$ (Annahme: es bilden sich nur Frenkel-Defekte). Erklären Sie, wie die Leerstellen zustande kommen. **(2 Punkte)**

Hinweis: Die Fehlorderungsenergie und die Dichte von ZrO_2 betragen $W_{Fr} = 4,1\text{ eV}$ bzw. $\rho = 5,6\text{ g/cm}^3$.

$$\frac{N_{\text{O}^{2-}}}{V} = \frac{\rho}{M} \cdot 2 \cdot N_A \cdot e^{-\frac{E_A}{k \cdot T}} = 3,16 \cdot 10^{12} \frac{1}{\text{m}^3}$$

$N_{\text{O}^{2-}}$: Leerstellenanzahl

V : Volumen

ρ : Dichte von ZrO_2

M : Molmasse von ZrO_2

N_A : Avogadrokonstante

E_A : Fehlorderungsenergie für Bildung v. Frenkel-Leerst.

k : Boltzmannkonst.

b) 8 mol% des ZrO_2 werden nun durch Y_2O_3 substituiert. Wird die O^{2-} -Ionenleitfähigkeit durch die Dotierung erhöht oder erniedrigt? Geben Sie eine kurze Begründung. **(1 Punkt)**

Hinweis: Gehen Sie davon aus, dass die Ionenleitung ausschließlich über Leerstellen erfolgt.

16% der Zr^{4+} -Ionen werden durch Y^{3+} ersetzt, für jedes 2. fehlt aufgrund der Elektroneutralität ein O^{2-} -Ion (also jedes $1/(0,16/(2 \cdot 2))$ te O^{2-} -Ion) -> Aus 4% der O^{2-} -Ionen werden Leerstellen gebildet

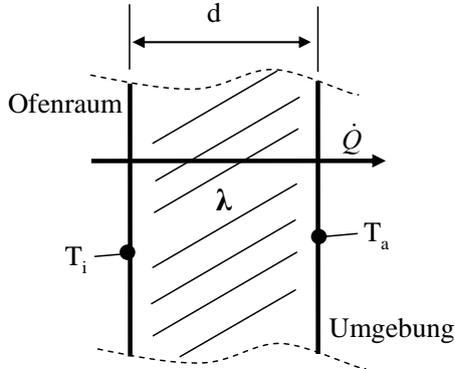
Die Leitfähigkeit wird durch die Dotierung erhöht (Eine Erhöhung der O^{2-} -Ionen-Leerstellenzahl führt zu einer Erhöhung der O^{2-} -Ionenleitfähigkeit)

Punkte K5

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

Kurzaufgabe K6: Wärmeübertragung

a) In einem Ofen herrscht eine Temperatur T_i . Welche Wärmeleitfähigkeit λ muss eine Dämmschicht haben, um bei einem maximalen Verlustwärmestrom \dot{Q} die Temperatur der Außenwand auf T_a zu reduzieren? **(1 Punkt)**



Temperatur Ofenwand Innen	T_i	=	800 °C
Temperatur Ofenwand Außen	T_a	=	35 °C
Fläche Außenwand	A	=	1,44 m ²
Dicke der Dämmschicht	d	=	250 mm
Verlustwärmestrom	\dot{Q}	=	0,8 kW

- Fourier-Gesetz:

$$P = \lambda \cdot A \cdot \frac{dT}{dx}$$

$$\lambda = \frac{P \cdot d}{A \cdot \Delta T} = 0,182 \frac{W}{m \cdot K}$$

b) Die Tür des Ofens steht offen, berechnen Sie die abgestrahlte Wärmeleistung. **(1 Punkt)**

Fläche Türöffnung	A	=	0,62 m ²
Temperatur Ofen	T_{Ofen}	=	800 °C
Temperatur Umgebung	T_{Umg}	=	27 °C
Strahlungsleistung schwarzer Strahler	σ	=	$5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2\text{K}^4)$
Materialkonstante	c	=	0,35

- Stefan-Boltzmann-Gesetz: $P = c \cdot \sigma \cdot A \cdot (T_{Ofen}^4 - T_{Umg}^4) = 16,21 \text{ kW}$

c) Nennen Sie ein Anwendungsbeispiel für Wärmeabfuhr und geben Sie an, ob es sich dabei um Wärmestrahlung, Wärmeleitung oder Konvektion handelt. **(1 Punkt)**

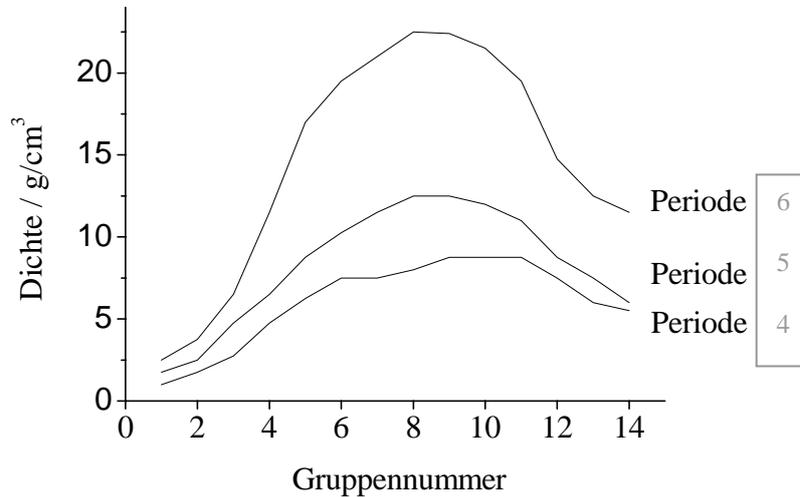
- Lüfter auf PC-Chip: erzwungene Konvektion
- Kühlkörper Transistor: Wärmeleitung, -strahlung, -konvektion

Punkte K6

Kurzaufgabe K7: Metalle

a) Dargestellt sind die Dichten von Metallen der 4., 5. und 6. Periode des Periodensystems gegen die Gruppennummer. Ordnen Sie den Kurven folgende Perioden zu: **(1 Punkt)**

- Periode 4: K – Fe – Cu – Ge
- Periode 5: Rb – Ru – Ag – Sn
- Periode 6: Cs – Os – Au – Pb



b) Die Dichte $\rho_{Dichte,Fe}$ von Eisen beträgt 7890 kg/m^3 . Jedes Eisenatom stelle im Kristall ein freies Elektron zur Verfügung. Der spezifische Widerstand beträgt $\rho = 10^{-5} \Omega\text{cm}$. Wie groß ist die mittlere freie Flugdauer zwischen den Kollisionen? **(2 Punkte)**

Inspiration: Physik für Ingenieure, S. 678, Ü 9.2-4

$$\tau = \frac{\mu \cdot m_{El}}{e_0}$$

$$\sigma = e_0 \cdot n \cdot \mu = \frac{1}{\rho}$$

$$n = \rho_{Dichte,Fe} \cdot \frac{N_A}{m_{Mol}}$$

$$\rightarrow \tau = \frac{m_{El} \cdot m_{Mol,Fe}}{e_0^2 \cdot \rho_{Leitf,Fe} \cdot \rho_{Dichte,Fe} \cdot N_A}$$

$$= \frac{9,105 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 55,85 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}{(1,602 \cdot 10^{-19} \text{ As})^2 \cdot 10^{-5} \Omega\text{cm} \cdot 7890 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 7,4 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}}}$$

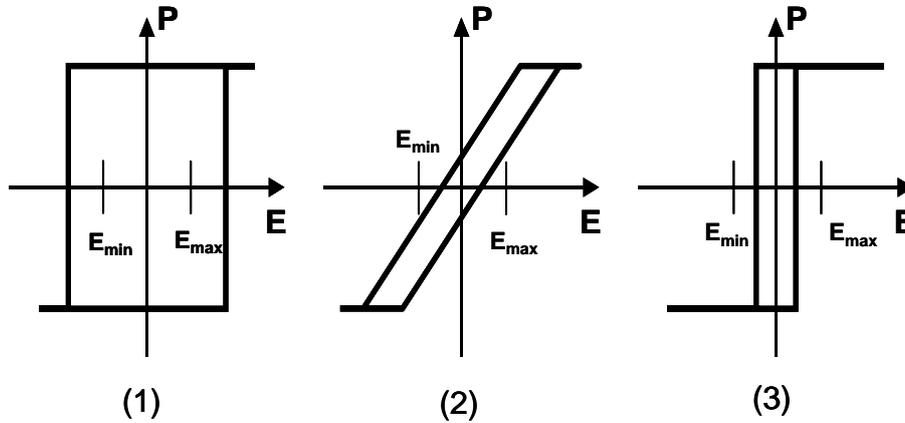
$$= 3,39 \cdot 10^{-15} \text{ s}$$

Punkte K7

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

Kurzaufgabe K8: Dielektrika und Kondensatoren

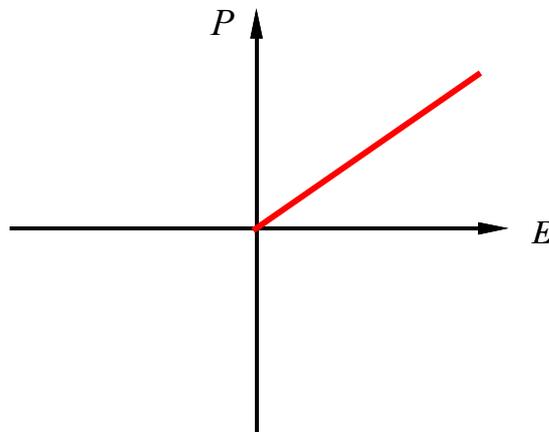
a) Für einen Kondensator stehen 3 ferroelektrische Dielektrika mit den unten dargestellten, vereinfachten Hysteresekurven zur Verfügung. Welches Material wählen Sie, wenn der Kondensator zwischen E_{min} und E_{max} eine möglichst große, spannungsunabhängige Kapazität aufweisen soll? (1 Punkt)



- Material (2)
Material 3 scheidet aus, da nicht komplett im Betriebsbereich nutzbar.

Material 1 scheidet aus, da im Betriebsbereich die Änderung dP/dE geringer ($=0$) als in (2) ist!

b) Skizzieren Sie qualitativ das P - E -Diagramm eines ferroelektrischen Werkstoffes für $T > T_C$. (1 Punkt)



- $P \sim E$

c) Ein ferroelektrischer Werkstoff mit ausgeprägter Hysterese wird über seine Curietemperatur erhitzt. In welchen Zustand geht der Werkstoff über? (1 Punkt)

- Werkstoff wird paraelektrisch

Punkte K8

Kurzaufgabe K9: Textanalyse

Im Folgenden ist eine Publikation über die experimentelle Bestimmung von Atomradien der Edelgase abgedruckt. Ihre Aufgabe ist die Arbeit zu beurteilen. Bearbeiten Sie die unten stehenden Fragestellungen.

Über den Atomradius von Edelgasen

H. Desiato und D. Adams

2	Zur Untersuchung der Atomradien von Edelgasen wurden deren Dielektrizitätszahlen ϵ_r mittels einer Schaltung nach Sawyer-Tower gemessen. Als Referenzkapazität diente dabei ein evakuierter Plattenkondensator.	18																		
4		20																		
6		22																		
8	<table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th>Testgas (273 K, 1 bar)</th> <th>Z</th> <th>ϵ_r</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Helium (He)</td> <td>2</td> <td>0,99995</td> </tr> <tr> <td>Neon (Ne)</td> <td>10</td> <td>1,00001</td> </tr> <tr> <td>Argon (Ar)</td> <td>18</td> <td>1,00055</td> </tr> <tr> <td>Krypton (Kr)</td> <td>36</td> <td>1,00085</td> </tr> <tr> <td>Xenon (Xe)</td> <td>54</td> <td>1,00145</td> </tr> </tbody> </table>	Testgas (273 K, 1 bar)	Z	ϵ_r	Helium (He)	2	0,99995	Neon (Ne)	10	1,00001	Argon (Ar)	18	1,00055	Krypton (Kr)	36	1,00085	Xenon (Xe)	54	1,00145	24
Testgas (273 K, 1 bar)	Z	ϵ_r																		
Helium (He)	2	0,99995																		
Neon (Ne)	10	1,00001																		
Argon (Ar)	18	1,00055																		
Krypton (Kr)	36	1,00085																		
Xenon (Xe)	54	1,00145																		
10		26																		
12		28																		
14	Die Daten zeigen, dass ϵ_r mit der Ordnungszahl Z zunimmt, also mit steigendem Atomradius abnimmt, was dem Verhalten elektronischer Polarisation gut entspricht.	30																		
16		32																		

Gemäß dieses Modells wurde der Atomradius mittels $\chi_e = \epsilon_r + 1 = 4 \pi n R^3$ berechnet und mit Angaben aus der Literatur verglichen. Für die Teilchendichte n wurde entsprechend 1 bar Gasdruck ein Wert von $10^{26} 1/m^3$ angenommen.	18																		
	20																		
	22																		
	24																		
<table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th></th> <th>R (pm)</th> <th>aus Lit. (pm)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Helium (He)</td> <td>-34</td> <td>31</td> </tr> <tr> <td>Neon (Ne)</td> <td>20</td> <td>38</td> </tr> <tr> <td>Argon (Ar)</td> <td>81</td> <td>76</td> </tr> <tr> <td>Krypton (Kr)</td> <td>88</td> <td>88</td> </tr> <tr> <td>Xenon (Xe)</td> <td>105</td> <td>108</td> </tr> </tbody> </table>		R (pm)	aus Lit. (pm)	Helium (He)	-34	31	Neon (Ne)	20	38	Argon (Ar)	81	76	Krypton (Kr)	88	88	Xenon (Xe)	105	108	26
	R (pm)	aus Lit. (pm)																	
Helium (He)	-34	31																	
Neon (Ne)	20	38																	
Argon (Ar)	81	76																	
Krypton (Kr)	88	88																	
Xenon (Xe)	105	108																	
	28																		
	30																		
Unklar bleibt, warum die berechneten Werte bei kleinen Ordnungszahlen Z schlecht mit der Literatur übereinstimmen.	32																		
	34																		

a) Finden Sie einen der beiden Fehler im Text und erklären Sie, worin der Fehler besteht. **(1 Punkt)**

Fehler in den Zeilen 15-17: Der Atomradius steigt mit der Ordnungszahl, daher steigt die Dielektrizitätszahl mit dem Atomradius und nicht umgekehrt.

Fehler in Zeile 19: Das Pluszeichen in der Formel ist falsch, es muss durch ein Minuszeichen ersetzt werden.

b) Beurteilen Sie die Qualität der verwendeten Messanordnung, indem Sie die Plausibilität einzelner Werte diskutieren. **(1 Punkt)**

Eine relative Dielektrizitätszahl < 1 ist unmöglich, da es keine dia-elektrischen Werkstoffe gibt. Ebenso sind negative Atomradien nicht vorstellbar. Beides deutet auf einen Messfehler hin, der insbesondere bei niedrigen Ordnungszahlen eine Rolle spielt.

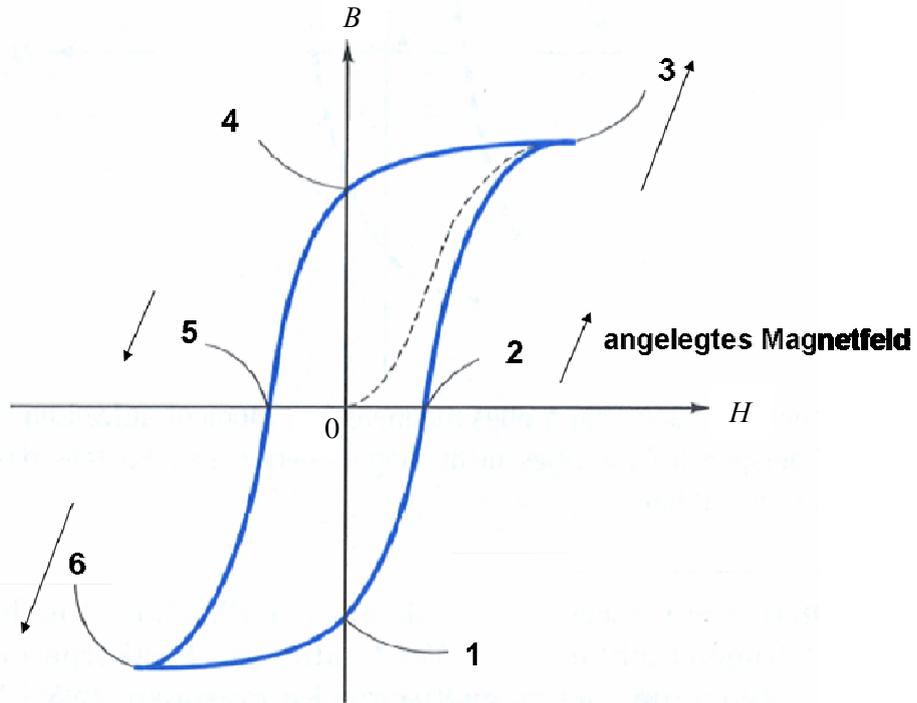
c) Geben Sie den Autoren einen Hinweis, wie die Messschaltung zu verbessern ist. **(1 Punkt)**

Brückenschaltung, z.B. Wien-Brücke

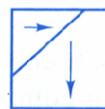
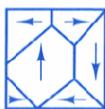
Punkte K9

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

Kurzaufgabe K10: Magnetismus



Ordnen Sie die Punkte 1 bis 6 der ferromagnetischen Hysteresekurve den unten abgebildeten Domänen zu. (2 Punkte)



 4

 2/5

 3

 5/2

 1

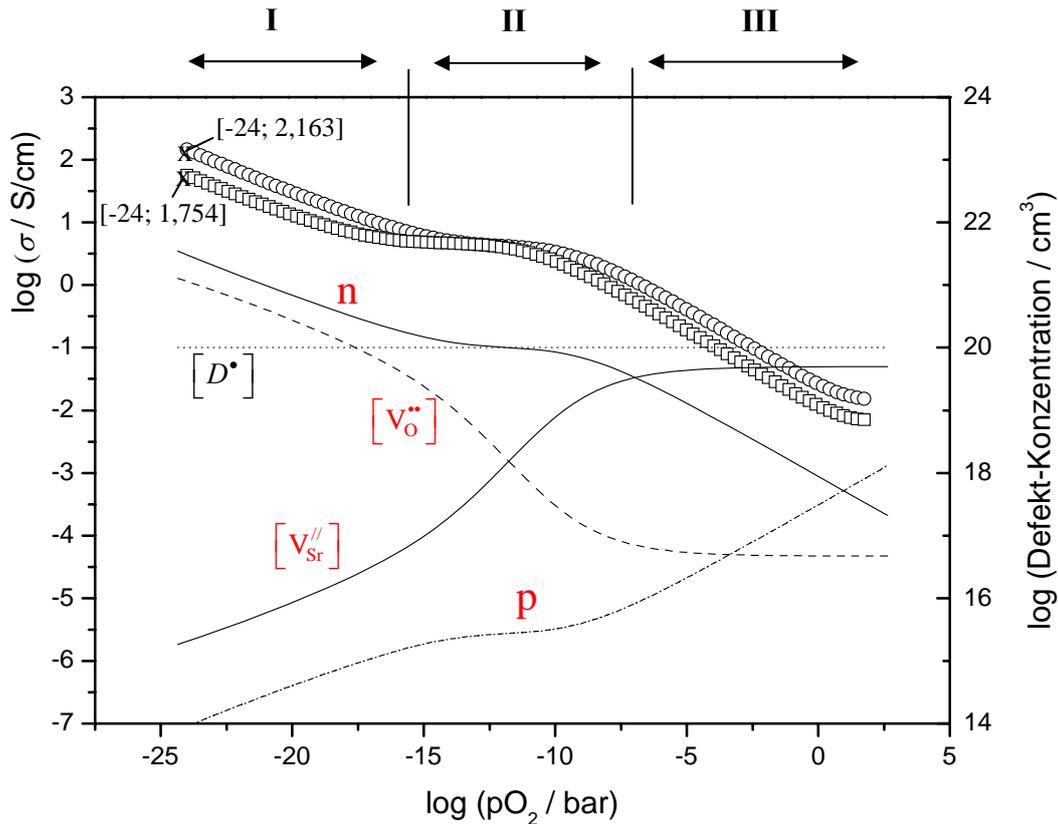
 6

Punkte K10

Teil 2: Rechenaufgaben (30 Punkte)

Rechenaufgabe A1: Defektchemie

Gegeben ist die elektronische Leitfähigkeit $\sigma = e\mu_p p + e\mu_n n$ von Strontiumtitanat (SrTiO_3) für zwei Temperaturen (Quadrate: $T = 1200 \text{ }^\circ\text{C}$; Kreise: $T = 1300 \text{ }^\circ\text{C}$) als Funktion des Sauerstoffpartialdrucks pO_2 der umgebenden Atmosphäre. Das SrTiO_3 ist mit einem Donator der Konzentration $[D^\bullet] = 10^{20} \text{ cm}^{-3}$ dotiert (Annahme: die Beweglichkeiten $\mu_p = \mu_n$ sind konstant bzgl. pO_2 und T). Weiterhin ist die pO_2 -Abhängigkeit der Defektkonzentrationen (siehe unten) für $T = 1300 \text{ }^\circ\text{C}$ gegeben.



Abszisse: Sauerstoffpartialdruck pO_2

linke Ordinate: el. Leitfähigkeit σ (Quadrate und Kreise)

rechte Ordinate: Defektkonzentrationen (dünne Linien): p : Löcher-, n : Elektronen-, $[V_O^{\bullet\bullet}]$: Sauerstoffleerstellen-, $[D^\bullet]$: Donator-, und $[V_{Sr}^{\prime\prime}]$: Strontiumleerstellen-Konzentration

a) Im Diagramm sind die Verläufe von 5 Defektkonzentrationen als Funktion des Sauerstoffpartialdrucks für $T = 1300 \text{ }^\circ\text{C}$ als dünne Linien eingezeichnet. Bereits gekennzeichnet ist die Donatorkonzentration $[D^\bullet]$. Ordnen Sie den restlichen 4 Kurven die entsprechenden Defektkonzentrationen p , n , $[V_O^{\bullet\bullet}]$ und $[V_{Sr}^{\prime\prime}]$ zu, indem Sie diese eindeutig an die 4 Kurvenverläufe schreiben. **(1 Punkt)**

Lösung siehe Grafik! Lösung siehe Grafik! ($[n]$ muss Donatorkonzentration schneiden; Material muss von n- nach p-Leitung wechseln (Schnittpunkt $[p]$ und $[n]$), beim abknicken der Leitfähigkeitskurve)

Punkte A1.a

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

b) Schreiben Sie die Elektroneutralitätsbedingung (ENB) für die im Diagramm aufgeführten 5 Defektkonzentrationen auf. **(1 Punkt)**

$$p + [D^\bullet] + 2[V_O^{\bullet\bullet}] = n + 2[V_{Sr}^{//}]$$

Für bestimmte pO_2 -Bereiche kann die allgemeine ENB ($T = 1300\text{ °C}$) jeweils auf 2 Defektkonzentrationen vereinfacht werden. Schreiben Sie für die Partialdruckbereiche II und III (siehe Diagramm) die entsprechende vereinfachte ENB in die Tabelle. **(2 Punkte)**

Bereich: pO_2 / bar:	II: $10^{-15} \dots 10^{-8}$	III: $10^{-6} \dots 10^0$
Vereinfachte ENB:	$n \approx [D^\bullet]$	$[D^\bullet] \approx 2[V_{Sr}^{//}]$

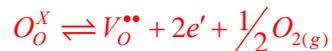
Siehe Tabelle	Punkte A1.b
---------------	-------------

SrTiO₃ befindet sich in einer sauerstoffarmen Atmosphäre, Bereich I: $pO_2 \leq 10^{-15}$ bar. Die Wechselwirkung zwischen dem Gittersauerstoff und der Atmosphäre wird durch das Reaktionsgleichgewicht $O_O^X \rightleftharpoons V_O^{\bullet\bullet} + 2e' + \frac{1}{2}O_{2(g)}$ beschrieben. Die Leitfähigkeit lässt sich im „sauerstoffarmen“

pO_2 -Bereich mit einer Gleichung der Form $\sigma = \sigma_0 \cdot e^{-\frac{\Delta G_0}{kT}} \cdot \left(\frac{pO_2}{\text{bar}}\right)^m$ berechnen.

c) Leiten Sie diese Gleichung mit Hilfe der vereinfachten Elektroneutralitätsbedingung $n \approx 2[V_O^{\bullet\bullet}]$ und der Beziehung $[O_{2(g)}] = pO_2$ her und bestimmen Sie die Konstante m . (2 Punkte)

1. Lösungsweg für m : Gegeben ist die Reaktion mit der Gasphase:



2. Mit Hilfe des Massenwirkungsgesetzes und der Beziehung $[O_{2(g)}] = pO_2$ folgt:

$$\frac{[V_O^{\bullet\bullet}] \cdot n^2 \cdot \sqrt{pO_2}}{[O_O^X]} = K \cdot e^{-\frac{\Delta G_0}{kT}}$$

3. Berechnung von m mit Hilfe der vereinfachten Elektroneutralitätsbedingung $n \approx 2[V_O^{\bullet\bullet}]$:

$$n \approx 2 \cdot [O_O^X] \cdot K \cdot e^{-\frac{\Delta G_0}{kT}} \cdot pO_2^{-\frac{1}{6}} \quad \rightarrow \quad m = -\frac{1}{6}$$

$m = -1/6$	Punkte A1.c
------------	-------------

Wenn Sie diesen Punkt nicht gelöst haben, rechnen Sie mit $m = 0,17$ weiter.

d) Bestimmen Sie die Konstanten σ_0 und ΔG_0 der oben angegebenen Gleichung mit Hilfe des eben berechneten Parameters m und der 2 Wertepaare $[\log(pO_2); \log(\sigma)]$ aus dem gegebenen Diagramm. (4 Punkte)

Lösungsweg für ΔG_0 :

Mit $\sigma_1 = \sigma_0 \cdot e^{-\frac{\Delta G_0}{kT_1}} \cdot pO_2^{-\frac{1}{6}}$ und $\sigma_2 = \sigma_0 \cdot e^{-\frac{\Delta G_0}{kT_2}} \cdot pO_2^{-\frac{1}{6}}$

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

Ergibt sich aus dem Verhältnis:

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = e^{-\frac{\Delta G_0}{kT_1} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right)} \quad \text{die Beziehung} \quad \ln \sigma_1 - \ln \sigma_2 = -\frac{\Delta G_0}{kT_1} \cdot \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right)$$

Durch Umformung und mit den angegebenen Daten aus der Grafik kann der Zahlenwert von ΔG_0 berechnet werden:

$$\Delta G_0 = k \frac{\ln \sigma_2 - \ln \sigma_1}{\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}} = 8.621 \cdot 10^{-5} \frac{eV}{K} \cdot \frac{\ln(10^{2.163}) - \ln(10^{1.754})}{\frac{1}{(1200 + 273.15)K} - \frac{1}{(1300 + 273.15)K}} = 1.882 eV$$

Lösung für σ_0 :

Durch umformen von

$$\sigma_1 = \sigma_0 \cdot e^{-\frac{\Delta G_0}{kT_1}} \cdot \left(\frac{pO_2}{bar} \right)^{-\frac{1}{6}}$$

und einsetzen der Zahlenwerte aus der Grafik ergibt sich:

$$\sigma_0 = \sigma_1 \cdot e^{\frac{\Delta G_0}{kT_1}} \cdot \left(\frac{pO_2}{bar} \right)^{\frac{1}{6}} = 10^{2.163} \frac{S}{cm} \cdot e^{\left(\frac{1.882 eV}{8.621 \cdot 10^{-5} \frac{eV}{K} (1300 + 273.15)K} \right)} \cdot (10^{-24})^{\frac{1}{6}} = 1.548 \cdot 10^4 \frac{S}{cm}$$

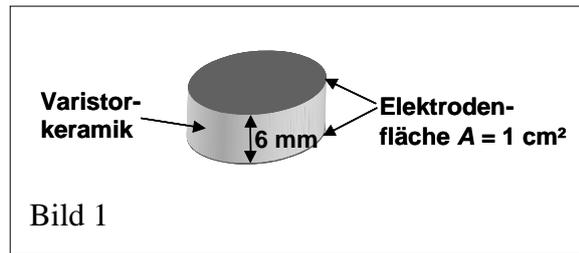
$\Delta G_0 = 1.88 eV$ $\sigma_0 = 1.55 \cdot 10^4 \frac{S}{cm}$	Punkte A1.d
---	-------------

Rechenaufgabe A2: Nichtlineare Widerstände

An einem Varistor (Abmessungen siehe Bild 1) werden folgende Messungen (Tabelle 1) durchgeführt:

Tabelle 1

angelegte Spannung	gemessener Strom
$U_1 = 1,163 \text{ kV}$	$I_1 = 5 \cdot 10^{-12} \text{ A}$
$U_2 = 2,475 \text{ kV}$	$I_2 = 1,5 \text{ A}$



a) Geben Sie die Werte für den Nennansprechstrom I_0 und den Nichtlinearitätskoeffizienten α für den Zusammenhang zwischen Strom und Spannung $I = \pm I_0 \cdot |U/U_0|^\alpha$ an ($U_0 = 1 \text{ kV}$). (2 Punkte)

$$I_1 = I_0 \cdot (U_1/\text{kV})^\alpha$$

$$I_2 = I_0 \cdot (U_2/\text{kV})^\alpha$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \left(\frac{U_1}{U_2}\right)^\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{\log(I_1/I_2)}{\log(U_1/U_2)} = 35$$

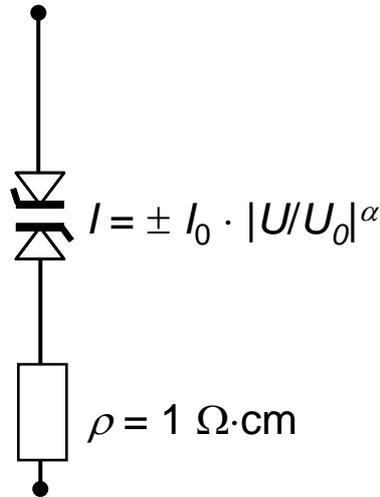
$$I_0 = \frac{I_1}{(U_1/\text{kV})^\alpha} = 2,533 \cdot 10^{-14} \text{ A}$$

$\alpha = 35$ $I_0 = 2,533 \cdot 10^{-14} \text{ A}$	A2.a Punkte
---	-------------

Wenn Sie diesen Punkt nicht gelöst haben, rechnen Sie mit $\alpha = 40$ und $I_0 = 3 \cdot 10^{-14} \text{ A}$.

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

b) Vorgegeben ist das vereinfachte Gleichstromersatzschaltbild eines Varistors. Was wird durch die Elemente beschrieben? Wie verhält sich der Varistor bei hohen Spannungen? (2 Punkte)



oberes Element: Korngrenze, nichtlineares Verhalten

unteres Element: Korn, ohmscher Widerstand

Bei hohen Spannungen brechen die Korngrenzen durch, es bleibt der Serienwiderstand übrig

A2.b Punkte

c) Zeigen Sie, dass mit den Messwerten aus Tabelle 1 die Parameter I_0 und α ohne großen Fehler bestimmt werden können. (2 Punkte)

Hinweis: Berechnen und vergleichen Sie die an den Elementen des Gleichstromersatzschaltbilds aus b) abfallenden Spannungen.

Korngrenzwiderstand RKG und Kornwiderstand RK sind in Serie verschaltet.

Falls $RKG \gg RK$ werden die Messwerte in Tabelle 1 von RKG bestimmt.

$$\text{Widerstand RK} = 1 \Omega \cdot \text{cm} \cdot 0,6 \text{ cm} / 1 \text{ cm}^2 = 0,6 \Omega$$

$$\text{UKG} = U_{\text{ges}} - \text{UK}$$

$$\text{bei } I_1 = 5 \cdot 10^{-12} \text{ A:} \quad \text{UK1} = I \cdot \text{RK} = 3 \cdot 10^{-12} \text{ V} \ll 1163 \text{ V}$$

$$\text{bei } I_2 = 1,5 \text{ A:} \quad \text{UK2} = 0,9 \text{ V} \ll 2475 \text{ V}$$

A2.c Punkte

d) Berechnen Sie die Stromstärke, bei der noch 50 % der angelegten Spannung an dem Widerstand abfallen! Wie hoch ist die angelegte Spannung? (2 Punkte)

$U_{ges} = U_{KG} + U_K$ und da $U_{KG} = U_K$ folgt $R_{KG} = R_K$

$$R_{KG} = \frac{U_{KG}}{I} \text{ wobei gilt } U_{KG} = \left(\frac{I}{I_0}\right)^{\frac{1}{\alpha}} \cdot U_0$$

$$\text{Insgesamt folgt } I^{\frac{1}{\alpha}-1} = \frac{R_K \cdot I_0^{\frac{1}{\alpha}}}{U_0} = \frac{0,6\Omega \cdot (2,533 \cdot 10^{-14})^{\frac{1}{35}} \cdot A^{\frac{1}{\alpha}}}{1000V \cdot A} = 2,45 \cdot 10^{-4} A^{\frac{1}{\alpha}-1}$$

$$I = (1,52 \cdot 10^{-17})^{\frac{35}{1-35}} A = 5206 A$$

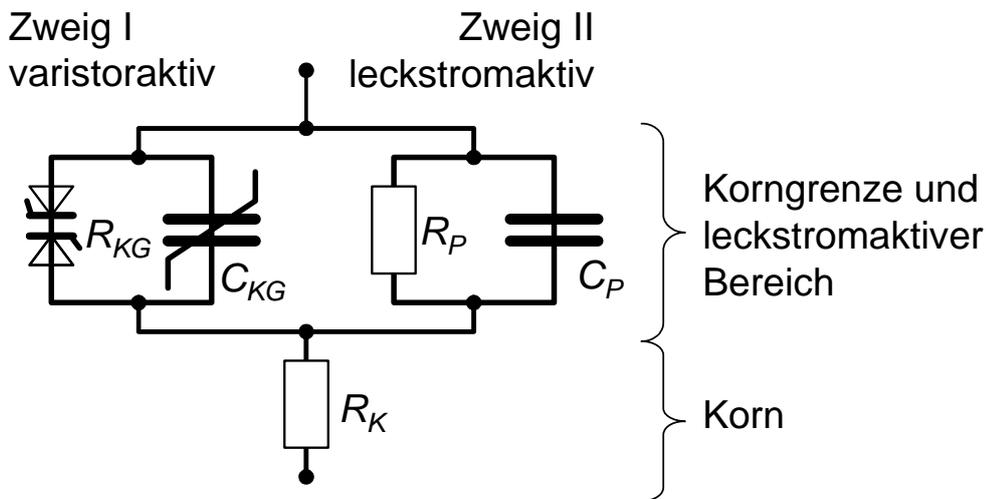
$$U_K = R_K \cdot I = 0,6\Omega \cdot 5205 A = 3,124 kV$$

$$U_{KG} = U_K = 3,124 kV$$

$$U = 6,247 kV$$

<p>Stromstärke $I = 5205 A$</p> <p>angelegte Spannung $U = 6,247 kV$</p>	<p>A2.d Punkte</p>
--	--------------------

e) Skizzieren Sie das vollständige Wechselstromersatzschaltbild eines Varistors. Berücksichtigen Sie dabei die leckstromaktiven Sekundärphasen. (2 Punkte)

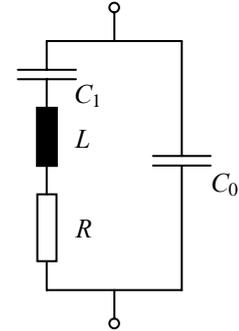
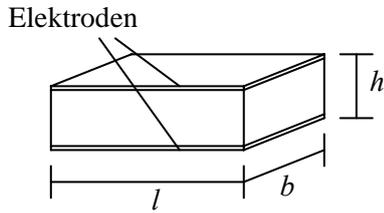


<p>A2.e Punkte</p>

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

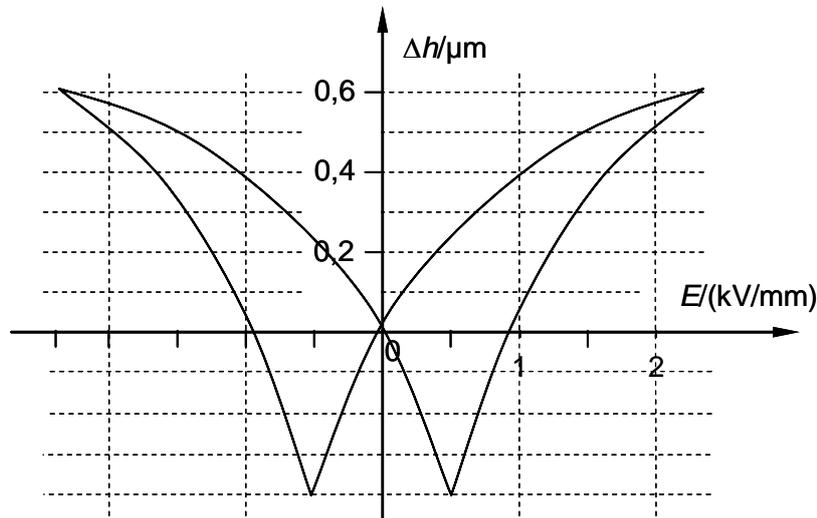
Rechenaufgabe A3: Piezoelektrizität

Dargestellt sind ein piezoelektrischer Aktor und das zugehörige elektrische Ersatzschaltbild. Die Dicke der Elektroden ist bei allen Rechnungen zu vernachlässigen.



Daten: $l = 6 \text{ mm}$, $b = 5 \text{ mm}$, $h = 0,4 \text{ mm}$, $\epsilon_r = 6500$

Die Messung der Längenänderung Δh als Funktion der elektrischen Feldstärke E ergibt das gezeichnete Diagramm. Der Aktor war bei dieser Messung mechanisch nicht belastet.



a) Der Aktor wird im Betrieb mit Feldstärken E zwischen 0 und 1,5 kV/mm belastet. Welche mittlere dielektrische Ladungskonstante d weist das Material auf? (1 Punkt)

$$d = \frac{\epsilon_M}{E}$$

$$\epsilon_M = \frac{\Delta h}{h}$$

$$d = \frac{\Delta h}{h} \frac{1}{E} = \frac{0,5 \mu\text{m}}{400 \mu\text{m} \cdot 1,5 \text{ kV/mm}} = 833, \bar{3} \cdot 10^{-12} \frac{\text{m}}{\text{V}}$$

$d = 833, \bar{3} \cdot 10^{-12} \frac{\text{m}}{\text{V}}$	A3.a Punkte
---	-------------

Wenn Sie diesen Punkt nicht gelöst haben, rechnen Sie mit $d = 800 \cdot 10^{-12} \text{ As/N}$ weiter.

b) Welche Koerzitivfeldstärke E_c weist das Material auf? Welche Höhe h_{neu} hat der Aktor im unpolarisierten Zustand? (2 Punkte)

aus Diagramm ablesen: $E_c = 0,5 \text{ V/m}$

Begründung: Polarisation muss gleich Null sein, wenn E_c angelegt wird. Im Diagramm ablesbar Längenänderung über der elektrischen Feldstärke. Problem Nullpunkt der Längenänderung gehört zu vorpolarisiertem Material. Ausnutzen unpolarisiertes Material hat kleinste Länge!

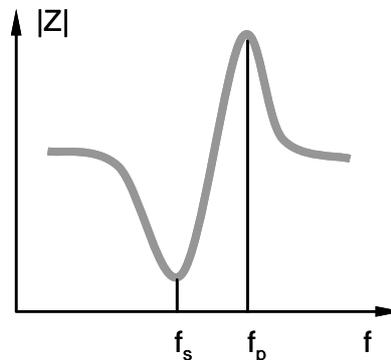
Länge des neuen unpolarisierten Aktors und des Aktors bei der Koerzitivfeldstärke E_c ist gleich \Rightarrow

$$\Delta h|_{E_c} = h_{neu} - h$$

$$h_{neu} = \Delta h|_{E_c} + h = 400 \mu\text{m} - 0,4 \mu\text{m} = 399,6 \mu\text{m}$$

$E_c = 0,5 \text{ V/m}$ $h_{neu} = 399,6 \mu\text{m}$	A3.b Punkte
--	-------------

c) Die Messung der Impedanz des Aktors über der Frequenz f ergibt den gezeichneten Verlauf.



Der Aktor hat eine Parallelresonanzfrequenz f_p von 10 MHz und ein Elastizitätsmodul s^E von $18,1 \cdot 10^{-12} \text{ m}^2/\text{N}$. Berechnen Sie die Werte für C_0 und C_1 des elektrischen Ersatzschaltbildes und bestimmen Sie die maximal sichere Betriebsfrequenz $f_{Betrieb} = 0,7 \cdot f_s$. (3 Punkte)

Hinweis: der piezoelektrische Kopplungsfaktor berechnet sich zu $k^2 = \frac{C_1}{C_0 + C_1} = \frac{f_p^2 - f_s^2}{f_p^2}$.

$$k^2 = \frac{d^2}{s^E \epsilon_r \epsilon_0} = \frac{(833,3 \cdot 10^{-12} \text{ m/V})^2}{18,1 \cdot 10^{-12} \text{ m}^2/\text{N} \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ As/Vm} \cdot 6500} = 0,6$$

$$C(\omega=0) = C_0 + C_1 = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{l \cdot b}{h} = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ As/Vm} \cdot 6500 \cdot \frac{6 \cdot 5 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2}{400 \cdot 10^{-6} \text{ m}} = 4,316 \text{ nF}$$

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

$$C_1 = (C_0 + C_1)k^2 = C(\omega = 0)k^2 = 4,316\text{nF} \cdot 0,6 = 2,87\text{nF}$$

$$C_0 = C(\omega = 0) - C_1 = 4,316\text{nF} - 2,87\text{nF} = 1,45\text{nF}$$

$$f_{\text{Betrieb}} = 0,7 \cdot f_S = 0,7 \cdot \sqrt{(1 - k^2)} \cdot f_P^2 = 0,7 \cdot 10\text{MHz} \cdot \sqrt{(1 - 0,6)} = 4\text{MHz}$$

$C_0 = 1,45\text{ nF}$ $C_1 = 2,87\text{ nF}$ $f_{\text{Betrieb}} = 4\text{ MHz}$	A3.c Punkte
---	-------------

d) Aus dem bisher betrachteten Material soll ein Vielschichtkondensator mit quadratischer Grundfläche und einer Schichtdicke von $h_{\text{Schicht}} = 75\text{ }\mu\text{m}$ hergestellt werden. Der Einsatz als Einspritzventil für Dieselmotoren stellt folgende Anforderungen: maximale elektrische Feldstärke $E = 1,5\text{ kV/mm}$, Längenänderung $\Delta h_{\text{ges}} = 15\text{ }\mu\text{m}$. Welche Betriebsspannung und wie viele Schichten sind dazu erforderlich? (2 Punkte)

$$U = h_{\text{Schicht}} \cdot E = 75\text{ }\mu\text{m} \cdot 1,5 \frac{\text{kV}}{\text{mm}} = 112,5\text{V}$$

$$\frac{\Delta h_{\text{Schicht}}}{h_{\text{Schicht}}} = d \cdot E \quad \text{und} \quad n \cdot \Delta h_{\text{Schicht}} > \Delta h_{\text{ges}}$$

$$n > \frac{\Delta h_{\text{ges}}}{\Delta h_{\text{Schicht}}} = \frac{\Delta h_{\text{ges}}}{h_{\text{Schicht}} \cdot d \cdot E} = \frac{15 \mu\text{m}}{833,3 \cdot 10^{-12} \text{ m/V} \cdot 1,5 \cdot 10^6 \text{ V/m} \cdot 75 \mu\text{m}} = 160$$

$U = 112,5 \text{ V}$ $n = 160$	A3.d Punkte
--	-------------

Wenn Sie diesen Punkt nicht gelöst haben, rechnen Sie mit $U = 100 \text{ V}$ und $n = 150$ weiter.

e) Es steht ein maximaler konstanter Ladestrom I von 1,2 A zur Verfügung. Welche Kantenlänge a darf der Vielschichtaktor aufweisen, damit der Aktor innerhalb von $\Delta t = 0,5 \text{ ms}$ seine Betriebsauslenkung erreicht? **(2 Punkte)**

$$I \cdot t = Q = U \cdot C_{\text{ges}} = U \cdot n \cdot C_{\text{Schicht}} \quad \text{und} \quad C_{\text{Schicht}} = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{a^2}{h_{\text{Schicht}}}$$

$$\text{Damit } a = \sqrt{\frac{I \cdot t \cdot h_{\text{Schicht}}}{n \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot U}} = \sqrt{\frac{1,2 \text{ A} \cdot 0,5 \cdot 10^{-3} \text{ s} \cdot 75 \mu\text{m}}{160 \cdot 8,815 \cdot 10^{-12} \text{ As/Vm} \cdot 6500 \cdot 112,5 \text{ V}}} = 6,6 \text{ mm}$$

$a = 6,6 \text{ mm}$	A3.e Punkte
----------------------	-------------

Nachname	Vorname	Matrikelnummer
----------	---------	----------------

Zusatzblatt zu Aufgabe _____

A large grid of dashed lines for drawing or calculations, covering most of the page.

Erreichte Punkte

A large grid of dashed lines for drawing or calculation, covering most of the page.

Erreichte Punkte
