

Schriftliche Kernfachprüfung 9. März 2007

Passive Bauelemente

Der Beginn der Prüfung wird von der Prüfungsaufsicht bekannt gegeben. Wenn Sie vor dem offiziellen Beginn diese Seite umschlagen und die Aufgaben einsehen, wird dies als Täuschungsversuch gewertet. Füllen Sie folgenden Kasten vollständig aus.

Nachname Musterlösung	Vorname extern	Matrikelnummer
	Zutreffendes bitte ankreuzen <input type="checkbox"/> Erstprüfung <input type="checkbox"/> Wiederholungsprüfung	EDV-Nummer
Wiederholer/innen bitte ausfüllen		
Straße/Nummer	Postleitzahl/Ort	
Telefon	E-Mail	

Zur Prüfung zugelassene / mitzubringende Hilfsmittel

- Es sind keine Hilfsmittel außer den angegebenen erlaubt.
- Formelsammlung für PB SS 2006 (ohne handschriftliche Notizen)
- Zwei handschriftlich (einseitig) beschriebene DIN-A4-Seiten
- Taschenrechner und Schreibzeug (Lineal, Stifte etc., keine Bleistifte verwenden)

Hinweise zum Ablauf der Prüfung

- Halten Sie Ihren Studierendenausweis und Ihre Zulassungsbescheinigung bereit.
- Nach Prüfungsbeginn kontrollieren Sie bitte zuerst, ob das vorliegende Prüfungsheft vollständig ist.
- Die Prüfungsdauer beträgt 3 Zeitstunden.
- Jegliche Kommunikation ist während der Prüfung untersagt.
- Während der Prüfung werden Fragen zu Aufgaben oder Stoffgebiet nicht beantwortet.
- Beachten Sie Tafelanschriften und Folien, die zu Beginn oder während der Prüfung gezeigt werden.

Hinweise zum Bearbeiten der Aufgaben

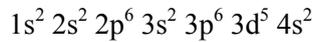
- Die Prüfung besteht aus 10 Kurzaufgaben (Teil 1) und 3 Rechenaufgaben (Teil 2). In den beiden Teilen sind jeweils 30 Punkte erreichbar.
- Falls Ihnen die deutsche Sprache Schwierigkeiten bereitet, können Sie Begründungstexte alternativ in englischer Sprache formulieren.
- Wenn Sie den Unterpunkt einer Rechenaufgabe nicht gelöst haben, rechnen Sie mit den angegebenen Größen / Zahlenwerten weiter.
- Lösungen auf eigenen Blättern, unzureichend gekennzeichnete Lösungen und Lösungen auf Blättern ohne Angabe von Name, Matrikelnummer oder Aufgabennummer werden nicht gewertet.
- Für die Lösung ist der dafür vorgesehene Bereich unterhalb der jeweiligen Aufgabenstellung zu verwenden. Falls der vorhandene Platz nicht ausreichen sollte, verwenden Sie das hinten beigefügte Zusatzblatt. Bei Bedarf werden von der Prüfungsaufsicht weitere Blätter ausgegeben. Für jede Aufgabe muss eine separate Zusatzseite verwendet werden. Sind auf einer Seite Teile mehrerer Aufgaben gelöst worden, wird entsprechend der Aufgabennummer in der Kopfzeile gewertet.
- Die Ergebnisse und Begründungen sind in die dafür vorgesehenen Bereiche, Felder oder Diagramme zu schreiben bzw. anzukreuzen. Beschriften Sie keinesfalls die grau hinterlegten Korrekturfelder.

Viel Erfolg!

Teil 1: Kurzaufgaben (30 Punkte)

Kurzaufgabe K1: Chemische Bindungen

a) Geben sie die vollständige Elektronenkonfiguration von Mangan an. (1 Punkt)



b) Bei Calcium ist die 2. Ionisierungsenergie ungefähr doppelt so groß wie die erste (1145 bzw. 590 kJ/mol). Bei Kalium hingegen ist sie etwa siebenmal so groß (3051 bzw. 418 kJ/mol). Wie erklärt sich dieser deutliche Unterschied? (1 Punkt)

Kalium hat nur ein Elektron in der äußeren (vierten) Schale. Das zweite Elektron wird aus der dritten Schale aus einer Edelgaskonfiguration genommen, woher die hohe Ionisierungsenergie resultiert.

Calcium hingegen hat zwei Elektronen in der äußeren (vierten) Schale.

c) Die chemische Bindung von Atomen wird durch Wechselwirkungen zwischen den Elektronen in den äußeren Atomorbitalen hervorgerufen. Die Art der Wechselwirkung unterscheidet sich je nach Bindungsart. Vervollständigen Sie die Tabelle: (1 Punkt)

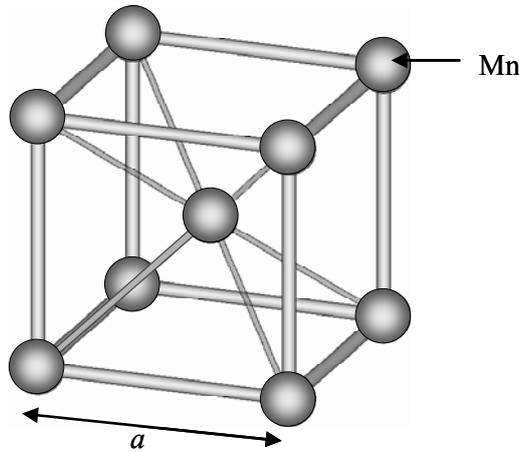
Bindungsart:	Art der Wechselwirkung:
Kovalente Bindung	Überlappung von Elektronenwolken, Bildung von Hybridorbitalen
Ionische Bindung	Ionisierung, Aufnahme bzw. Abgabe von Elektronen.
Metallische Bindung	Delokalisierte Bindungselektronen, Elektronengas.

Punkte K1

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

Kurzaufgabe K2: Elementarzellen

Mangan ist ein Schwermetall, das auch als Dotierung in Kathoden für Hochtemperaturbrennstoffzellen eingesetzt wird. In reiner, metallischer Form liegt Mangan in einem kubisch-raumzentrierten Gitter vor.



(Kubisch-raumzentriertes Kristallgitter)

a) Geben sie die Anzahl der Manganatome pro Elementarzelle an und bestimmen sie die Koordinationszahl des Mangans in diesem Gitter. (1 Punkt)

Es befinden sich 2 Atome in einer Elementarzelle.
Die Koordinationszahl ist 8.

b) Wie groß ist die Kantenlänge *a* der Elementarzelle, wenn die Dichte von Mangan 7470 kg/m³ beträgt? (1 Punkt)

Anzahl der Atome pro m ³ :	$n_A = \frac{\rho}{M} \cdot N_A$
Anzahl der Elementarzellen pro m ³ : (2 Atome pro Elementarzelle)	$n_E = \frac{n_A}{2} = \frac{\rho \cdot N_A}{2 \cdot M}$
Volumen der Elementarzelle:	$V_E = \frac{1}{n_E} = \frac{2 \cdot M}{\rho \cdot N_A}$
Kantenlänge der Elementarzelle:	$a = \sqrt[3]{V_E} = \sqrt[3]{\frac{2 \cdot M}{\rho \cdot N_A}} = \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 54,94 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \cdot \frac{\text{kg}}{1000 \text{ g}}}{7470 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 6,022 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}}}} = 2,9015 \cdot 10^{-10} \text{ m}$

c) Das kubisch-raumzentrierte Kristallgitter hat eine maximale Raumerfüllung von 68%. Es gibt auch Gitter mit höherer Raumerfüllung. Nennen Sie eines und geben Sie dessen maximalen Raumerfüllungsgrad an. (1 Punkt)

- Kubisch flächenzentriertes Gitter (kubisch dichteste Kugelpackung).
- Hexagonales Gitter (hexagonal dichteste Kugelpackung).
- ➔Maximaler Raumerfüllung: 74%

Punkte K2

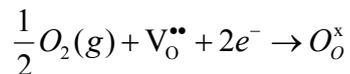
Kurzaufgabe K3: Kröger-Vink-Notation

Zur Erhöhung der Ionenleitfähigkeit wird Zirkonoxid (ZrO_2) mit Scandiumoxid (Sc_2O_3) dotiert. Durch den Einbau von Scandium auf Zirkon-Gitterplätze entstehen gegenüber dem idealen Gitter zweifach positiv geladene Sauerstoffleerstellen ($V_O^{\bullet\bullet}$).

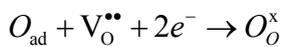
a) Geben Sie mittels Kröger-Vink-Notation den Zusammenhang zwischen der Konzentration von Scandium und von Sauerstoffleerstellen an. Vervollständigen Sie hierzu den gegebenen Ausdruck. (2 Punkte)

$$2[V^{\bullet\bullet}] = [Sc'_{Zr}]$$

b) Beschreiben Sie mittels Kröger-Vink-Notation den Einbau eines Sauerstoffatoms aus der Gasphase, unter Aufnahme zweier Elektronen, in die oben beschriebene Sauerstoffleerstelle ($V_O^{\bullet\bullet}$) des Kristalls. (1 Punkt)



oder



Punkte K3

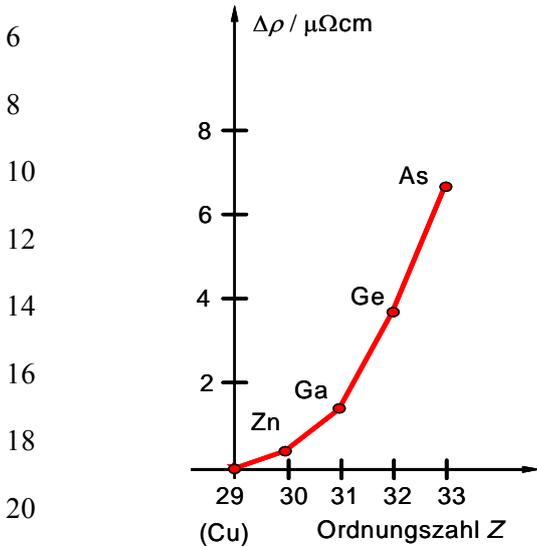
Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

Kurzaufgabe K4: Textanalyse Metalle

Im Folgenden ist ein wissenschaftlicher Text über die elektrischen Eigenschaften metallischer Werkstoffe abgedruckt. Ihre Aufgabe ist es, den Text zu beurteilen. Bearbeiten Sie dazu die unten stehenden Fragestellungen.

Elektrische Eigenschaften metallischer Werkstoffe

Bei der Untersuchung des Einflusses von Fremdatomen auf den Widerstand von metallischen Werkstoffen wurden für Kupfer folgende Zusammenhänge gefunden.



Das Diagramm zeigt, dass die Widerstandserhöhung umso größer ausfällt, je größer die Differenz der Ordnungszahlen der Fremdatome und der Wirtsgitteratome ist.

Der spezifische Widerstand von Metallen enthält einen temperaturabhängigen und einen temperaturunabhängigen Anteil $\rho = \rho^T(T) + \rho^r$. Thermische Gitterschwingungen und Sekundärphasen für $T \neq 0$ führen zum temperaturabhängigen Anteil des spezifischen Widerstands $\rho^T(T)$. Der temperaturunabhängige Anteil des spezifischen Widerstands von Metallen entsteht durch Fremdatome und führt zu einem Restwiderstand ρ^r . Da der durch Fremdatome bedingte Widerstandsanteil im Allgemeinen temperaturunabhängig ist, nimmt der Temperaturkoeffizient des spezifischen Widerstands in der Regel mit steigendem Fremdstoffanteil zu. Bei tiefen Temperaturen verschwindet der temperaturabhängige Anteil, es verbleibt der von der Konzentration der Gitterfehlstellen abhängige Anteil.

a) Finden Sie einen Fehler in den Zeilen 22-32. Geben Sie Zeilennummer(n) an und beschreiben Sie, worin der Fehler besteht. (1 Punkt)

Zeile 30: Nur thermische Gitterschwingungen tragen zum temperaturabhängigen Anteil bei. Sekundärphasen tragen zum temperaturunabhängigen Anteil bei.

b) Finden Sie einen Fehler in den Zeilen 33-45. Geben Sie Zeilennummer(n) an und beschreiben Sie, worin der Fehler besteht. (1 Punkt)

Hinweis: Überlegen Sie, welcher Teil der Matthiessenschen Regel den Temperaturkoeffizient bestimmt.

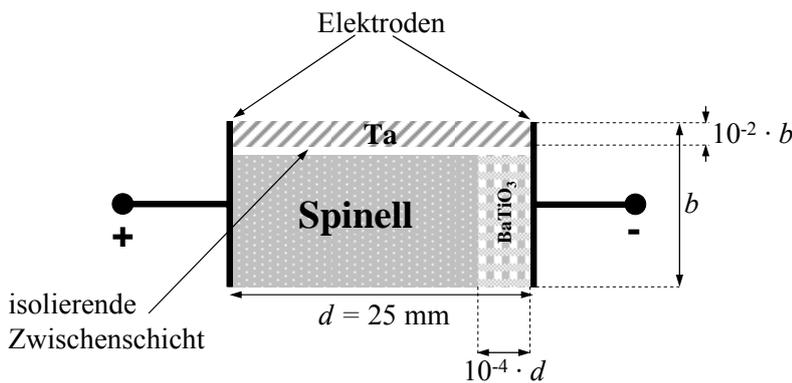
Zeile 37-41: Der Temperaturkoeffizient nimmt ab, da der temperaturunabhängige Teil der Matthiessenschen Regel überwiegt.

c) Betrachten Sie die Zeilen 41-45. Was kann der Restwiderstand ρ^r über das Material aussagen? (1 Punkt)

Der Restwiderstand kann bei tiefen Temperaturen als Maß für die Reinheit von normalleitenden Metallen herangezogen werden.

Punkte K4

Kurzaufgabe K5: Temperaturkoeffizienten



Materialdaten:

$\rho_{Ta, 25^\circ C}$	$= 1,3 \cdot 10^{-5} \Omega cm$
$TK_{\rho, Ta}$	$= 4,0 \cdot 10^{-3} K^{-1}$
$\rho_{Spinell}$	$= A \cdot \exp(B/T)$
A	$\approx 2,5 \cdot 10^{-3} \Omega cm$
B	$\approx 259 K$
$\rho_{Spinell, 25^\circ C}$	$= 6,0 \cdot 10^{-3} \Omega cm$
$\rho_{BaTiO3, 25^\circ C}$	$= 80 \Omega cm$
Elektrodenfläche	$A_{El} = 5 mm^2$

a) Gegeben ist die skizzierte Anordnung aus einem metallischen Tantalquader und zwei Quadern aus einem Spinell-Mischkristall ($Fe_3O_4/FeCr_2O_4$) bzw. polykristallinem Bariumtitanat ($BaTiO_3$), die elektrisch kontaktiert sind. Berechnen Sie den elektrischen Widerstand der Anordnung bei Raumtemperatur ($T_U = 25^\circ C$). Vernachlässigen Sie dabei den Widerstand der Zuleitungen, Kontakte und Übergänge sowie die Dicke der isolierenden Zwischenschicht. **(1 Punkt)**

$$R = \left(\frac{1}{R_{Ta}} + \frac{1}{R_{Spinell} + R_{BaTiO_3}} \right)^{-1} \approx \left(\frac{1}{\rho_{Ta} \cdot \frac{d}{0,01 \cdot A_{El}}} + \frac{1}{\rho_{Spinell} \cdot \frac{d}{0,99 \cdot A_{El}} + \rho_{BaTiO_3} \cdot 10^{-4} \cdot \frac{d}{0,99 \cdot A_{El}}} \right)^{-1}$$

$$= \frac{d}{A_{El}} \cdot \left(\frac{0,01}{\rho_{Ta}} + \frac{0,99}{\rho_{Spinell} + \rho_{BaTiO_3} \cdot 10^{-4}} \right)^{-1} \approx \frac{25 mm}{5 mm^2} \cdot \left(\frac{0,01}{1,3 \cdot 10^{-5} \Omega cm} + \frac{0,99}{6,0 \cdot 10^{-3} \Omega cm + 80 \Omega cm \cdot 10^{-4}} \right)^{-1}$$

$$= 60 m\Omega$$

b) Die Anordnung wird auf $T_I = 200^\circ C$ geheizt. Berechnen Sie den Widerstand mit Hilfe einer geeigneten Vereinfachung. Vernachlässigen Sie alle thermischen Ausdehnungen. Begründen Sie kurz Ihren Rechengang. **(2 Punkte)**

Hinweis: Die ferroelektrische Curietemperatur von $BaTiO_3$ beträgt $120^\circ C$.

Die $BaTiO_3$ -Probe wird extrem hochohmig: Widerstandshub um ca. 6 Größenordnungen (PTC), so dass der Gesamtwiderstand nur noch von der Ta-Probe bestimmt wird.

$$R \approx R_{Ta} = \rho_{Ta} \cdot \frac{d}{0,01 \cdot A_{El}} = \rho_{Ta, 25^\circ C} \cdot [1 + TK_{\rho, Ta} \cdot (473 K - 298 K)] \cdot \frac{d}{0,01 \cdot A_{El}}$$

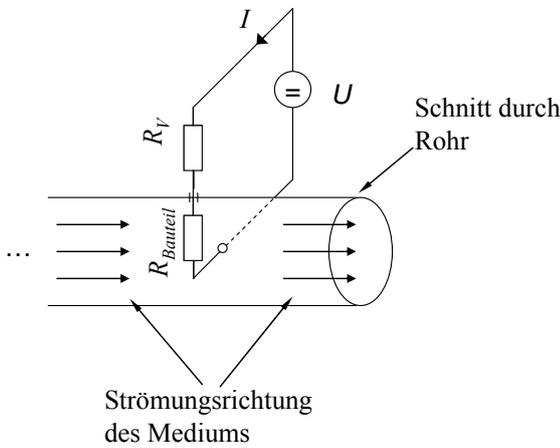
$$\approx 1,3 \cdot 10^{-5} \Omega cm \cdot [1 + 4,0 \cdot 10^{-3} K^{-1} \cdot 175 K] \cdot \frac{25 mm}{0,01 \cdot 5 mm^2} \approx 111 m\Omega$$

Punkte K5

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

Kurzaufgabe K6: Heißfilm-Anemometer

Bild 1 zeigt den Messaufbau eines Heißfilm-Anemometers. Dieses wird zur Messung der Strömungsgeschwindigkeit von Flüssigkeiten oder Gasen in Rohren eingesetzt. Das Messprinzip beruht darauf, dass das vorbeiströmende Medium in thermischem Kontakt mit dem in der Rohrwand integrierten aktiven Bauteil steht. Abhängig von seiner Strömungsgeschwindigkeit v nimmt das Medium thermische Leistung P_{th} auf.



Oberfläche des Bauteils	A
Abgeführte thermische Leistung	$P_{th} = \alpha \cdot A \cdot (T_{Bauteil} - T_{Medium})$
Zusammenhang Strömungsgeschwindigkeit und Wärmeübertragungskoeffizient	$\sqrt{v} \sim \alpha$

Bild 1: Aufbau des Heißfilm-Anemometers

a) Als aktives Bauelement wird ein nichtlinearer Widerstand eingesetzt. Geben Sie an, welcher Typ für die Messaufgabe geeignet ist und begründen Sie Ihre Wahl. (1 Punkt)

Ein PTC ist für die Schaltung geeignet, da sich dessen Temperatur durch den Anstieg des Widerstandes selbst regelt.

b) Leiten Sie für die in Bild 1 gegebene Schaltung einen Zusammenhang für die gemessene Stromstärke I und die Strömungsgeschwindigkeit v her. (1 Punkt)

Hinweis: Verwenden Sie die Annahmen: T_{Medium} und $T_{Bauteil}$ sind konstant und $R_{Bauteil} \gg R_V$

$$R_{Bauteil}(T_{Medium}, \sqrt{v})$$

$$U_{Bauteil} \approx U \text{ da } R_{Bauteil} \gg R_V \text{ damit folgt}$$

$$P_{el} = U \cdot I \text{ und wegen } P_{th} = P_{el} \text{ folgt}$$

$$U \cdot I = \alpha \cdot A \cdot (T_{Bauteil} - T_{Medium}) \text{ und damit}$$

$$I = \frac{A \cdot (T_{Bauteil} - T_{Medium})}{U} \cdot \alpha \text{ und da alle Größen konstant sind ergibt sich}$$

$$I \sim \alpha \sim \sqrt{v}$$

c) In Bild 2 ist eine erweiterte Schaltung für das Heißfilm-Anemometer angegeben. Worin besteht der Vorteil, den diese Schaltung gegenüber der bisher betrachteten bietet? (1 Punkt)

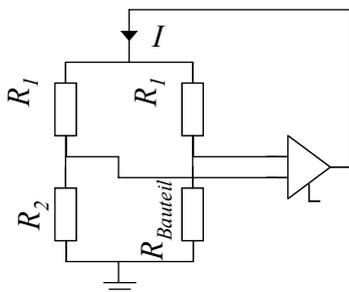


Bild 2: Alternative Schaltung

Durch den Operationsverstärker wird der Widerstand des PTC auf den Wert von R_2 geregelt. Dazu wird mehr oder weniger Strom durch den PTC getrieben und dessen Temperatur und damit der Widerstand bleiben konstant.

Dies stellt damit den Vorteil in vgl. zur vorherigen Schaltung dar, die PTC Temperatur ist exakt bekannt.

Erweitert werden kann diese Schaltung noch durch eine geeignete Kompensation der Temperatur des Mediums (vgl. Vorlesung)

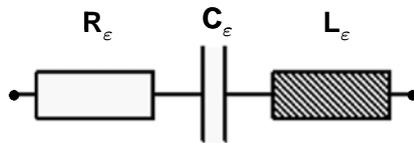
Punkte K6

Kurzaufgabe K7: Polarisationsmechanismen

a) Nennen Sie drei dielektrische Polarisationsmechanismen und ordnen Sie diese nach steigender Resonanz- bzw. Relaxationsfrequenz des Ausfallmechanismus. (1 Punkt)

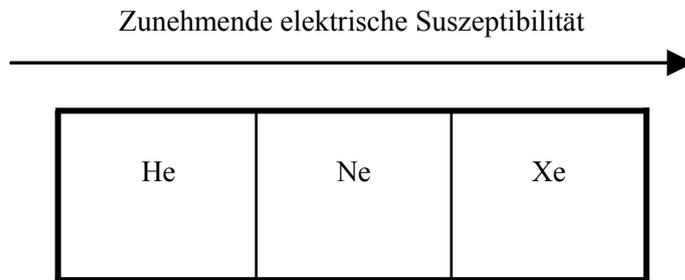
Raumladungspolarisation, Orientierungspolarisation, Ionenpolarisation
 _____ → f_0

b) Nennen Sie eine dielektrische Polarisationsart, die durch das unten gezeigte elektrische Ersatzschaltbild beschrieben werden kann. (1 Punkt)



Ionenpolarisation oder Elektronenpolarisation.

c) Ordnen Sie die Gase Neon (Ne), Helium (He) und Xenon (Xe) nach zunehmender elektrischer Suszeptibilität χ_{el} . Begründen Sie Ihre Antwort. (1 Punkt)



Die Polarisierbarkeit (α_{el}) eines Einzelatoms steigt mit zunehmendem Atomradius (R): $\alpha_{el} = 4\pi\epsilon_0 R^3$.
 $\chi_{el} = (n \alpha_{el}) / \epsilon_0$

Punkte K7

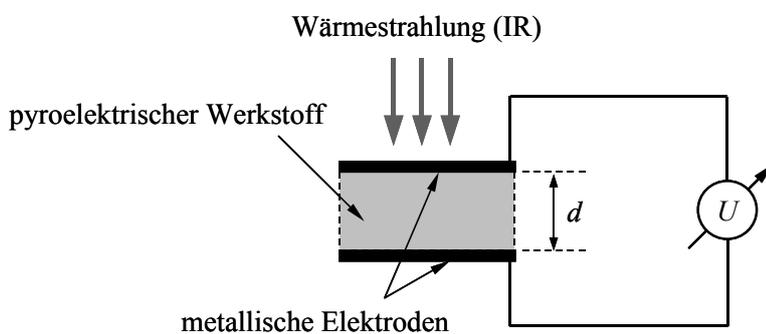
Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

Kurzaufgabe K8: Pyroelektrizität

a) Pyroelektrische Werkstoffe werden unter anderem in Bewegungsmeldern zur Detektion von Wärmestrahlung eingesetzt. Warum ist der verantwortliche physikalische Effekt durch eine Maximaltemperatur begrenzt? (1 Punkt)

Änderung der remanenten Polarisierung. Ab $T > T_c$ verschwindet der Effekt.

b) In einer Alarmanlage wird eine pyroelektrische Scheibe aus einkristallinem LiTaO_3 an den Seiten mit dünnen, metallischen Elektroden an eine potentiometrische Auswertelektronik angeschlossen. Bei einfallender Wärmestrahlung wird durch eine Spannungsänderung ΔU ein Alarm ausgelöst. Berechnen Sie die Kapazität C der Scheibe. (1 Punkt)



Elektrodenfläche	A	=	210 mm^2
Temperaturänderung	ΔT	=	28 K
Spannungsänderung	ΔU	=	140 mV
Pyrokoeffizient	π_p	=	$230 \text{ } \mu\text{C}/(\text{m}^2\text{K})$

$$\Delta U = \pi_p \cdot \frac{A \cdot \Delta T}{C}$$

$$C = \pi_p \cdot \frac{A \cdot \Delta T}{\Delta U} = 230 \cdot 10^{-6} \frac{\text{C}}{\text{m}^2\text{K}} \cdot \frac{210 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 \cdot 28 \text{ K}}{140 \cdot 10^{-3} \text{ V}} = 9,66 \cdot 10^{-6} \text{ F}$$

c) Pyroelektrische Werkstoffe werden durch Pyrokoeffizient und Dielektrizitätszahl charakterisiert. Wann wird, bezogen auf diese Materialeigenschaften, die optimale Empfindlichkeit eines potentiometrischen IR-Sensors erreicht? (1 Punkt)

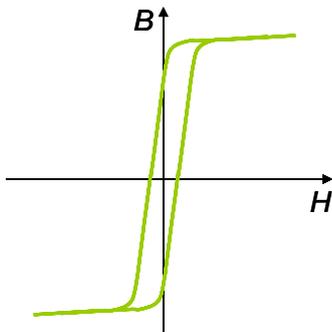
Wenn das Verhältnis π/ϵ maximal wird.

Punkte K8

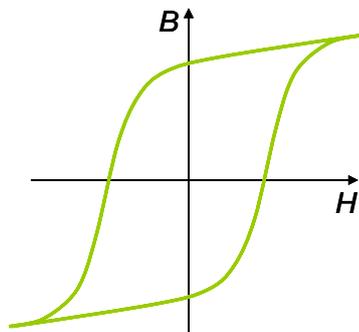
Kurzaufgabe K9: Magnetismus

a) Ein Hersteller verwendet drei verschiedene Chargen von magnetischen Materialien zur Herstellung von Speichermedien. In der Qualitätskontrolle ergeben Tests je nach verwendetem Material unterschiedliche Bitfehlerraten. Teilen Sie die Chargen in weichmagnetische, hartmagnetische und paramagnetische Materialien ein. Skizzieren Sie zunächst die $B(H)$ -Kurven für die Materialtypen und geben Sie dann die Zuordnung an. (2 Punkte)

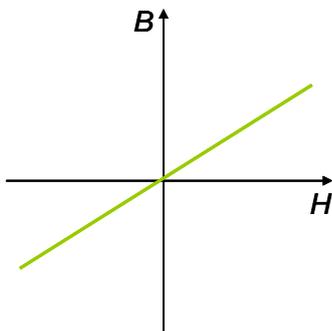
Weichmagnetisch



Hartmagnetisch



Paramagnetisch



Charge	Bitfehlerrate	Materialtyp
1	10^{-9}	Weichmagnetisch
2	0.5	Paramagnetisch
3	10^{-12}	Hartmagnetisch

b) Jedes magnetische Material zeigt einen diamagnetischen Anteil. Was ist das Besondere an den magnetischen Dipolen, welche diesen Anteil verursachen. (1 Punkt)

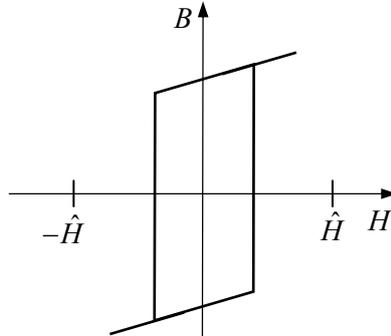
Diese Dipole werden induziert und sind nicht von sich aus im Material vorhanden.

Punkte K9

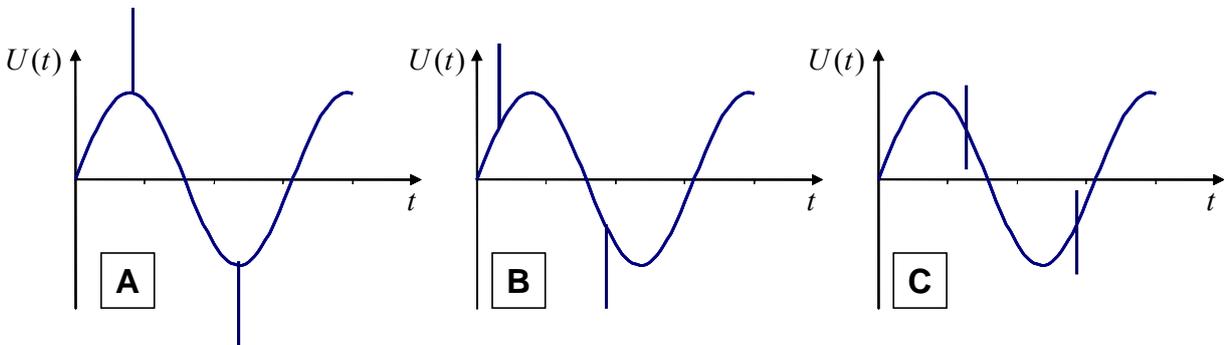
Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

Kurzaufgabe K10: Magnetismus

Ein Transformator mit einem geschichteten Eisenkern besitzt die angegebene $B(H)$ -Kurve. Primärseitig wird ein sinusförmiger Strom so eingepreßt, dass die $B(H)$ -Kurve zwischen $-\hat{H}$ und $+\hat{H}$ durchlaufen wird.

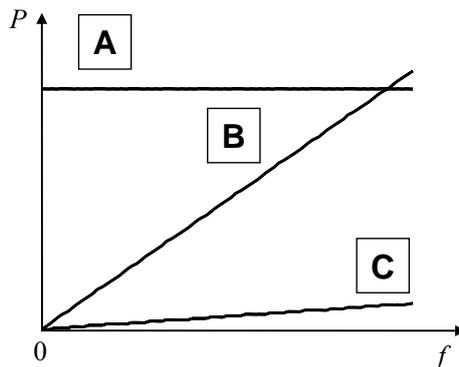


a) Für die sekundäre Leerlaufspannung des Transformators sind drei mögliche Verläufe angegeben. Welcher Verlauf wird gemessen? Begründen Sie Ihre Wahl kurz. (1 Punkt)



B ist richtig. Spannungspitze muss beim ersten durchlaufen des kritischen Spannungswertes erfolgen.

b) Im folgenden Diagramm sind die Kupfer-, Wirbelstrom- und Hystereseverluste (P_{cu}, P_w, P_{hys}) des Transformators über der Frequenz dargestellt. Ordnen Sie die Verluste den angegebenen Kurven zu und begründen Sie die Zuordnung. (2 Punkte)



A müssen die Kupferverluste sein, bei $f = 0$ Hz als Einzige vorhanden
 B sind die Hystereseverluste und C die Wirbelstromverluste, da bei einem geschichteten Eisenkern die Wirbelstromverluste gering sind

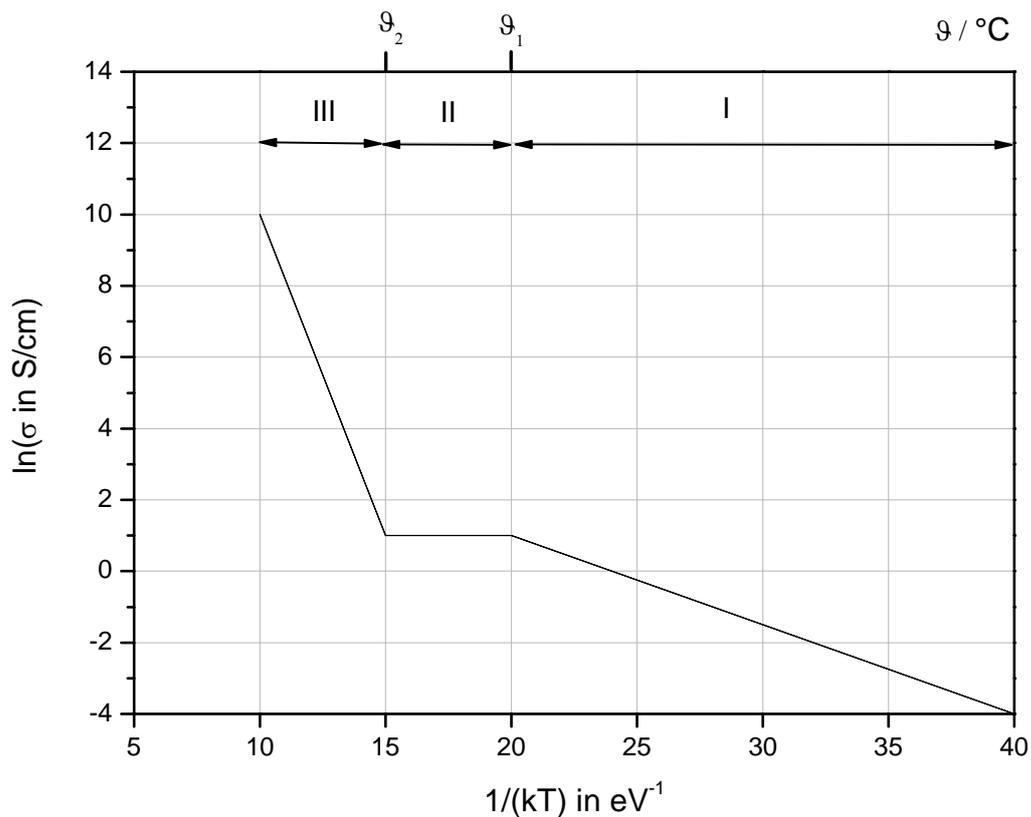
Punkte K10

Teil 2: Rechenaufgaben (30 Punkte)

Rechenaufgabe A1: Defektchemie

Strontiumtitanat (SrTiO_3) mit hoher Donatorkonzentration $[D_{\text{Sr}}^{\bullet}] \gg p \cdot n$ wird von ca. 900 °C bis auf Raumtemperatur in einer konstanten Gasatmosphäre mit geringer Sauerstoffkonzentration abgekühlt. Die elektronische Leitfähigkeit $\sigma = en\mu_n + ep\mu_p$ zeigt den im Diagramm angegebenen Verlauf.

Hinweis: Die Beweglichkeiten $\mu_p = \mu_n = 1 \text{ cm}^2/(\text{Vs})$ werden als konstant angenommen.



a) Das Material zeigt zwei temperaturabhängige Vorgänge: Zum Einen entstehen im Material ab einer gewissen Temperatur Sauerstoffleerstellen und zum Anderen sind die Donatoren ab einer gewissen Temperatur vollständig ionisiert. Bestimmen Sie die jeweilige Temperatur mit Hilfe des gegebenen Diagramms und begründen Sie Ihre Rechnung. (2 Punkte)

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

Die Sauerstoffleerstellen werden ab einer Temperatur von 500 °C gebildet. Ab 300 °C sind die Donatoren vollständig ionisiert.	Punkte A1.a
--	-------------

Im Folgenden werden die vereinfachten Elektroneutralitätsbedingungen verwendet: Bereiche I und II: $n = [D_{Sr}^{\bullet}]$, Bereich III: $n = 2[V_O^{\bullet\bullet}]$.

b) Bestimmen Sie die Ionisierungsenergie des Donators E_D und die Bildungsenthalpie der Sauerstoffleerstellen ΔG_0 mit Hilfe der Reaktionsgleichung $D_{Sr}^X \rightleftharpoons D_{Sr}^{\bullet} + e'$ bzw. $O_O^X \rightleftharpoons \frac{1}{2}O_{2(g)} + V_O^{\bullet\bullet} + 2e'$ und den gegebenen Leitfähigkeitswerten aus dem Diagramm. **(4 Punkte)**

Hinweise: Die Ionisierungsenergie der Sauerstoffleerstellen ist zu vernachlässigen.

$$D^X \rightleftharpoons D^{\bullet} + e' \Rightarrow \text{MWG (1)} \Rightarrow \frac{[D^{\bullet}] \cdot n}{[D^X]} = K_{0,D} \cdot e^{-\frac{E_D}{k \cdot T}}$$

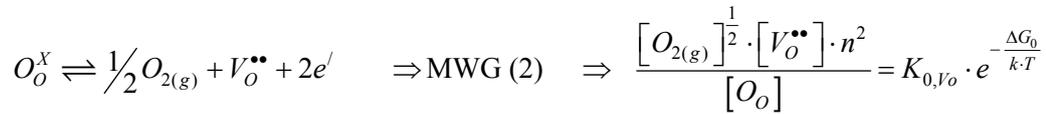
$$\text{und ENB } n = [D^{\bullet}] \Rightarrow \sigma \propto e^{-\frac{E_D}{2} \cdot \frac{1}{k \cdot T}}$$

$\Rightarrow ED$ kann somit aus der Steigung der Geraden im Bereich I ermittelt werden

$$\Rightarrow \ln(\sigma) \propto -\frac{E_D}{2} \cdot \frac{1}{k \cdot T} \Rightarrow \frac{\Delta(\ln(\sigma))}{\Delta\left(\frac{1}{k \cdot T}\right)} = -\frac{E_D}{2}$$

mit den Werten aus dem Diagramm (20, 1) und (40, -4)

$$\Rightarrow \frac{-4-1}{40-20} = -\frac{1}{4} = -\frac{E_D}{2} \Rightarrow E_D = 0.5 \text{ eV}$$



und ENB $n = 2[V_O^{\bullet\bullet}] \Rightarrow \sigma \propto e^{-\frac{\Delta G_0}{3} \cdot \frac{1}{k \cdot T}}$

$\Rightarrow \Delta G_0$ kann wie oben aus der Steigung der Geraden im Bereich III ermittelt werden, da sich nur hier ein Sauerstoffgleichgewicht einstellen kann.

Mit den Werten (10, 10) und (15, 10) folgt: $\frac{1-10}{15-10} = -\frac{9}{5} = -\frac{\Delta G_0}{3} \Rightarrow \Delta G_0 = \frac{27}{5} = 5.4 \text{ eV}$

$E_D = 0.5 \text{ eV}$ $\Delta G_0 = 5.4 \text{ eV}$	Punkte A1.b
---	-------------

c) Wie groß ist die Dotierungskonzentration $[D_{Sr}]$, wenn die Gitterkonstante a des kubischen SrTiO_3 $a = 0.4 \text{ nm}$ beträgt. Geben Sie als Ergebnis die Dotierungskonzentration x in % an. (2 Punkte)

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

Lösung:

Gesamtkonzentration an Wirtsplätzen: $[Sr_{Sr}] \propto \frac{1}{a^3} = 1.5625 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3}$

Abs. Konzentration an Donatoren aus der Leitfähigkeit im Bereich II (Störstellenschöpfung)

$$\sigma \propto e\mu n = e\mu[D_{Sr}] \Rightarrow [D_{Sr}] = \frac{\sigma}{e\mu} = \frac{e^{1S/cm}}{1.60217653 \cdot 10^{-19} \text{ As} \cdot 1 \text{ cm}^2 / \text{Vs}} = 1.697 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-3}$$

Anteil in %:

$$x = \frac{[D_{Sr}]}{[Sr_{Sr}]} \approx 1,09 \cdot 10^{-3}$$

$x =$	Punkte A1.c
-------	-------------

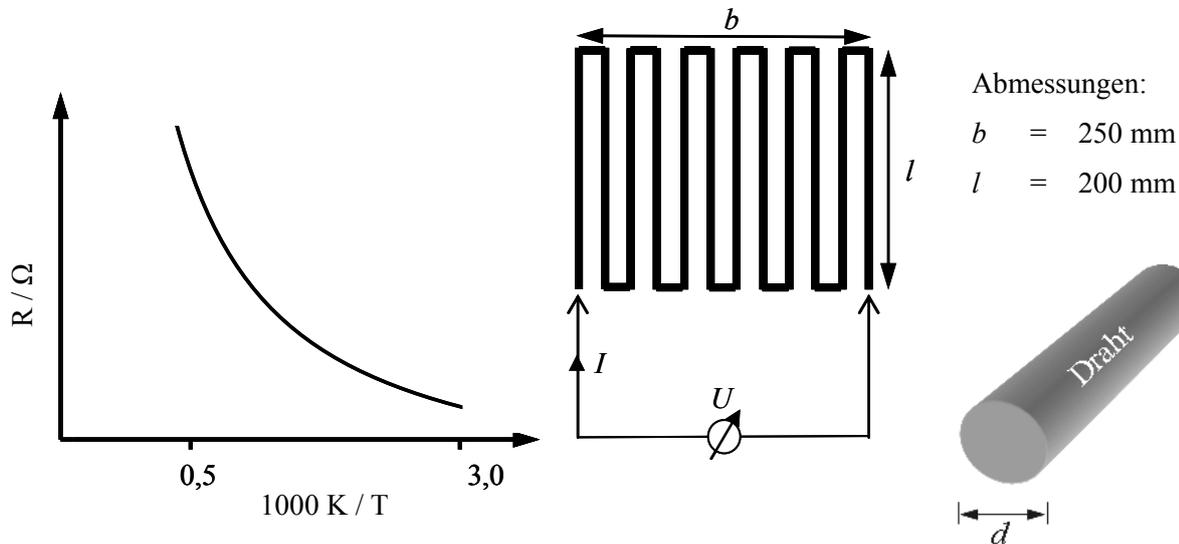
d) Die Probe wird nun erneut in reduzierender Atmosphäre langsam bis auf 900 °C aufgeheizt. Ab 500 °C sollen sich jetzt zusätzlich (geladene) Strontiumleerstellen $V_{Sr}^{//}$ bilden. Geben Sie für die Temperaturen größer 500 °C die vollständige Elektroneutralitätsbedingung an. **(2 Punkte)**

Lösung: $2[V_{Sr}^{//}] + n = [D^{\bullet}] + 2[V_O^{\bullet\bullet}] + p$

ENB:	Punkte A1.d
------	-------------

Rechenaufgabe A2: Metalle

Dargestellt ist die Widerstands-Temperatur-Messkurve (links) einer unbekanntes Probe, die in Form eines Drahtes mit kreisförmigem Querschnitt (rechts) in Mäanderform (Mitte) realisiert ist.



a) Aus welchem der folgenden drei Materialien besteht die Probe? Berechnen Sie zunächst den Temperaturbereich der Messung. Schließen Sie dann aus der angegebenen Widerstands-Temperatur-Kurve, die an Luft gemessen wurde, auf das Probenmaterial und begründen Sie kurz. (2 Punkte)

<input type="checkbox"/> n-dotiertes Silizium Si <input checked="" type="checkbox"/> Platin Pt <input type="checkbox"/> Kupfer Cu	Begründung: Platin, wegen pos. TK_R und weiten Temperaturbereichs der Messung (bis ca. 1700 °C). Temperaturbereich: ca. 300 ... 2000 K	Punkte A2.a
---	---	-------------

b) Die Konzentration der Elektronen in der Probe beträgt $n = 6,78 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3}$, und ihre Diffusionskonstante bei Raumtemperatur ($T = 300 \text{ K}$) habe den Wert $D_n = 0,23 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$. Berechnen Sie die Leitfähigkeit σ des Werkstoffs bei Raumtemperatur. (2 Punkte)

(1) $\sigma = n \cdot e_0 \cdot \mu_n$

(2) $\frac{D_n}{\mu_n} = \frac{kT}{e_0}$ (Einstein-Beziehung)

(1) und (2) \Rightarrow

(3) $\sigma = \frac{ne_0^2 D_n}{kT} = \frac{6,78 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3} \cdot (1,602 \cdot 10^{-19} \text{ As})^2 \cdot 0,23 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}}{1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} \cdot 300 \text{ K}} \approx 96700 \text{ S cm}^{-1}$

$\sigma =$	Punkte A2.b
------------	-------------

Hinweis: Wenn Sie diesen Punkt nicht gelöst haben, rechnen Sie mit $\sigma = 1 \cdot 10^7 \text{ S/m}$ weiter.

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

c) Bei einem eingepprägten Strom von $I = 200 \text{ mA}$ wurde bei Raumtemperatur ($T = 300 \text{ K}$) ein Spannungsabfall von $U = 40 \text{ mV}$ gemessen. Berechnen Sie aus diesen Angaben den Durchmesser d der Probe. **(1 Punkt)**

Hinweis: Vernachlässigen Sie alle Zuleitungen bei Ihrer Rechnung

$$(4) R = \frac{U}{I}$$

$$(5) R = \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{L}{A} = \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{12l + b}{\pi (d/2)^2} \Rightarrow d = 2 \cdot \sqrt{\frac{12l + b}{\pi \cdot \sigma \cdot R}}$$

(4) und (5) \Rightarrow

$$d = 2 \cdot \sqrt{\frac{12l + b}{\pi \cdot \sigma \cdot (U/I)}} = 2 \cdot \sqrt{\frac{12 \cdot 200 \text{ mm} + 250 \text{ mm}}{\pi \cdot 96700 \text{ S cm}^{-1} \cdot (40 \text{ mV} / 200 \text{ mA})}} \approx 1,32 \text{ mm}$$

$d =$	Punkte A2.c
-------	-------------

Hinweis: Wenn Sie diesen Punkt nicht gelöst haben, rechnen Sie mit $d = 1 \text{ mm}$ weiter.

d) Berechnen Sie die Driftgeschwindigkeit v_d der Elektronen in der Probe bei einer Spannung von $U = 40 \text{ mV}$. **(1 Punkt)**

$$(1) \sigma = n \cdot e_0 \cdot \mu_n$$

$$(6) v_D = \mu_n E = \mu_n \frac{U}{12l + b}$$

(6) und (1) \Rightarrow

$$v_D = \frac{\sigma}{ne_0} \cdot \frac{U}{12l + b} \approx \frac{96700 \text{ S cm}^{-1}}{6,78 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3} \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ As}} \cdot \frac{40 \text{ mV}}{265 \text{ cm}} \approx 0,00134 \text{ cm/s}$$

$v_d =$	Punkte A2.d
---------	-------------

e) Die Probe enthalte $2,4 \cdot 10^{23}$ Atome. Wie groß ist das molare Volumen des Werkstoffs? **(2 Punkte)**

$$\frac{N}{V} = \frac{N_A}{V_{\text{mol}}}$$

$$\Rightarrow V_{\text{mol}} = \frac{N_A}{N} \cdot V = \frac{N_A}{N} \cdot (12l + b) \cdot \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 = \frac{6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}}{2,4 \cdot 10^{23}} \cdot 2,65 \text{ m} \cdot \pi \left(\frac{1,32 \cdot 10^{-3} \text{ m}}{2}\right)^2 = 9,1 \text{ cm}^3 \text{ mol}^{-1}$$

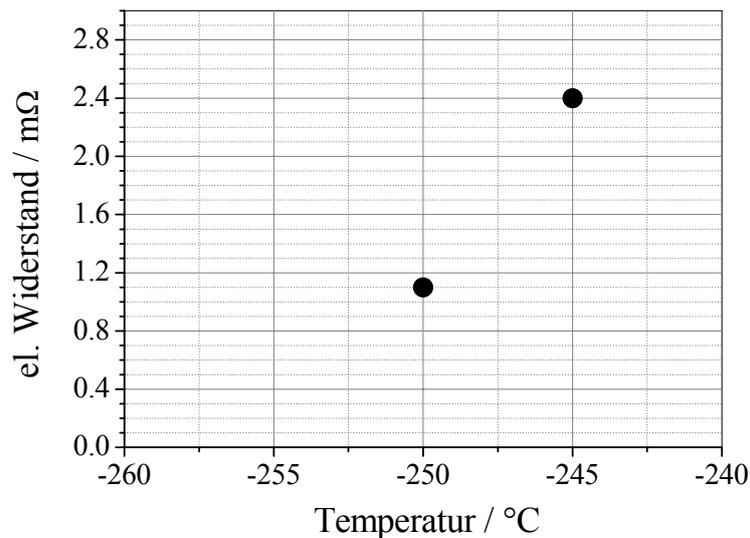
$V_{\text{mol}} =$	Punkte A2.e
--------------------	-------------

f) Bei zwei sehr tiefen Temperaturen wurde der Widerstand der Anordnung gemessen. Berechnen Sie hieraus den Widerstand R für die Temperatur $\theta = -240\text{ °C}$. (2 Punkte)

Hinweise: Vernachlässigen Sie dabei thermische Ausdehnungseffekte. Für den spezifischen Widerstand bei sehr tiefen Temperaturen gilt nach Grüneisen: $\rho \propto T^5$. Verwenden Sie einen der beiden folgenden Ansätze für $R(T)$ und begründen Sie Ihre Wahl:

(i) $R = a \cdot T^5$

(ii) $R = b + c \cdot T^5$



Nach Matthiessenscher Regel: $R = R_0 + c \cdot T^5$

(R_0 ist der T -unabhängige Restwiderstand infolge von Fremdatomen, Gitterdefekten etc.)

Aus Diagramm beide Wertepaare ablesen: $(T_1; R_1) = (23,15\text{ K}; 1,1\text{ m}\Omega)$; $(T_2; R_2) = (28,15\text{ K}, 2,4\text{ m}\Omega)$

(1) $R_1 = R_0 + c \cdot T_1^5$

(2) $R_2 = R_0 + c \cdot T_2^5$

(1) - (2) $\Rightarrow c = \frac{R_1 - R_2}{T_1^5 - T_2^5} \approx 1,18 \cdot 10^{-7}\text{ m}\Omega/\text{K}$

(1) + (2) $\Rightarrow R_0 = \frac{R_1 + R_2 - c(T_1^5 + T_2^5)}{2} \approx 0,31\text{ m}\Omega$

Damit ergibt sich für $T = 33,15\text{ K}$:

$R_{T=33,15\text{ K}} = R_0 + c \cdot T^5 \approx 5,0\text{ m}\Omega$

$R(\theta = -240\text{ °C}) =$	Punkte A2.f
--------------------------------	-------------

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

Rechenaufgabe A3: Sperrschichtkondensator

In Bild 1 ist ein Typ-3-Keramikkondensator (Sperrschichtkondensator) modellhaft dargestellt. Dieser besteht aus „leitfähigen“ Körnern und „isolierenden“ Korngrenzen (Sperrschichten).

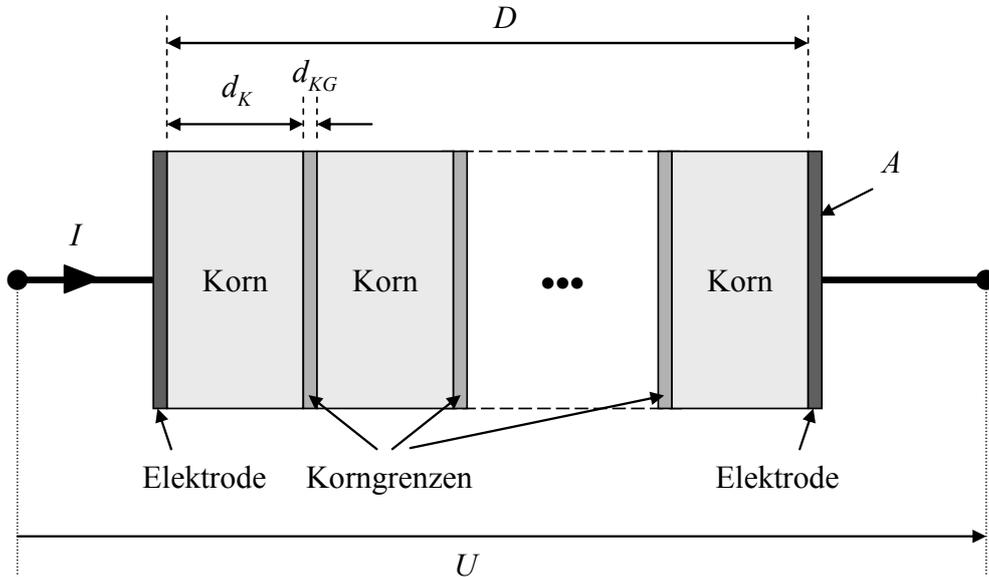


Bild 1 Sperrschichtkondensator

Elektrodenfläche	A	=	40 mm^2
Kondensatordicke	D	=	$600 \text{ }\mu\text{m}$
Korndicke	d_K	=	$6 \text{ }\mu\text{m}$
Korngrenzdicke	d_{KG}	=	10 nm
Dielektrische Konstante der gesamten Anordnung	$\epsilon_{r,ges}$	=	180000

a) Die maximal mögliche Betriebsspannung (maximale Spannung bei der es noch nicht zum Durchlag kommt) betrage $U_{max} = 217,8 \text{ V}$. Geben Sie die Durchschlagsspannung der Korngrenzen U_{KG} an. **(1 Punkt)**

$$U_{KG} = \frac{U_{max}}{n_{KG}} = \frac{U_{max}}{(n_K - 1)} \approx \frac{U_{max}}{\left(\frac{D}{d_K} - 1\right)} = \frac{217,8 \text{ V}}{\left(\frac{600 \text{ }\mu\text{m}}{6 \text{ }\mu\text{m}} - 1\right)} = 2,2 \text{ V}$$

Alternativ: $n_K - 1 \approx n_K \rightarrow U_{KG} = 2,178 \text{ V}$

$U_{KG} = 2,2 \text{ V}$	Punkte A3.a
--------------------------	-------------

Die komplexe Impedanz des Kondensators wird in einem Frequenzbereich von 100 mHz bis 1 GHz aufgenommen. Real- und Imaginärteil sind in Bild 2 über der Frequenz dargestellt.

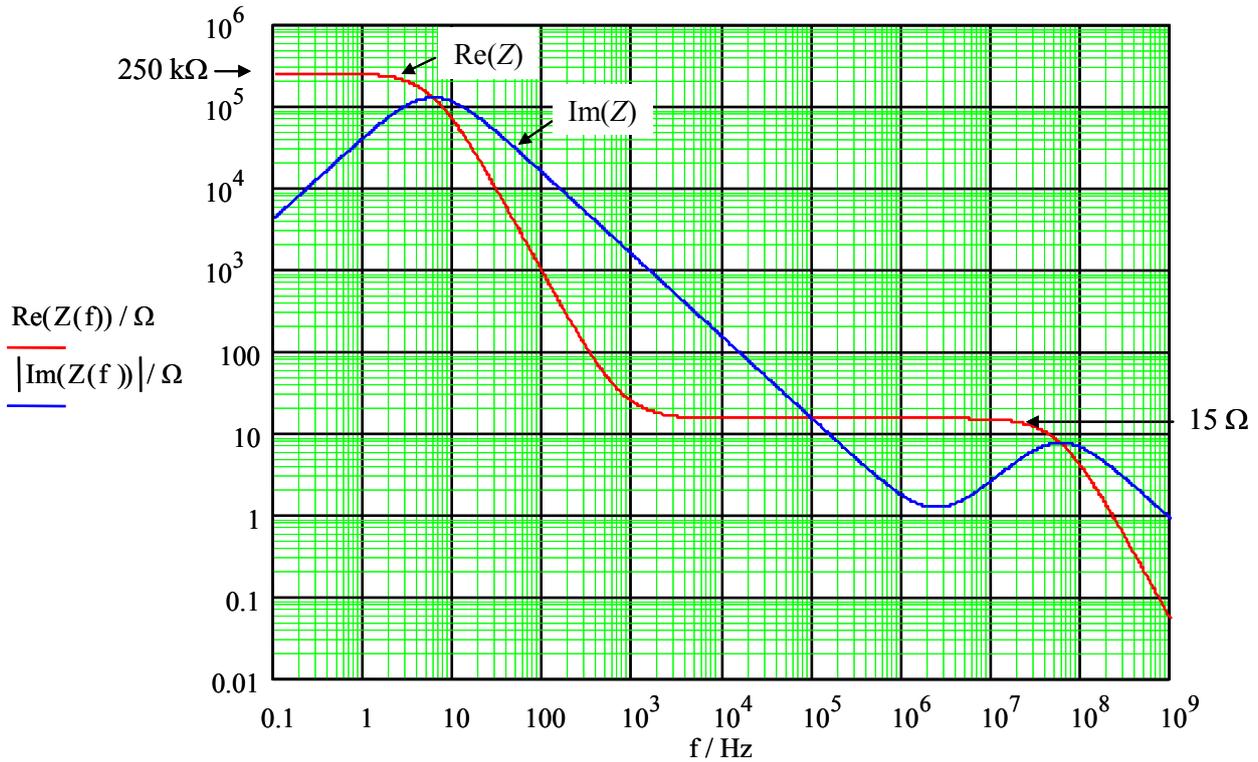


Bild 2

b) In Bild 3 ist ein Ersatzschaltbild für den Kondensator angegeben, welches die dielektrischen Eigenschaften und die Leitfähigkeiten der Korngrenzen (R_{KG} , C_{KG}) und Körner (R_K , C_K) berücksichtigt.

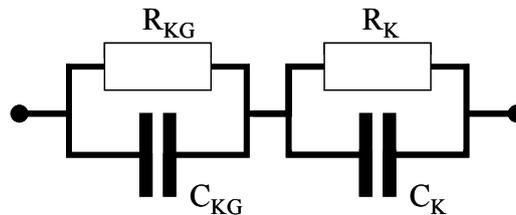


Bild 3

Bestimmen Sie die elektrische Leitfähigkeit von Korngrenzen σ_{KG} und Körnern σ_K . (4 Punkte)

Hinweis: Lesen Sie geeignete Werte aus dem Diagramm (Bild 2) ab.

Anzahl Körner (bzw. Korngrenzen): $n_K \approx D / d_K = 600 \mu\text{m} / 6 \mu\text{m} = 100$
 effektive Dicke der Körner: $D_K \approx n_K \cdot d_K = 600 \mu\text{m}$
 effektive Dicke der Korngrenzen: $D_{KG} = (n_K - 1) \cdot d_{KG} \approx 99 \cdot 10 \text{ nm} = 1 \mu\text{m}$

R bei hohen Frequenzen: $R = 15 \Omega = R_K$
 R bei niedrigen Frequenzen: $R = 250 \text{ k}\Omega = R_{KG} + R_K \approx R_{KG}$

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

Damit:

$$R_K = \frac{1}{\sigma_K} \cdot \frac{D_K}{A}$$

$$\sigma_K = \frac{1}{R_K} \cdot \frac{D_K}{A} = \frac{600 \mu m}{15 \Omega \cdot 40 mm^2} = 10^{-2} S/cm$$

$$R_{KG} = \frac{1}{\sigma_{KG}} \cdot \frac{D_{KG}}{A}$$

$$\sigma_{KG} = \frac{1}{R_{KG}} \cdot \frac{D_{KG}}{A} = \frac{1 \mu m}{250 k\Omega \cdot 40 mm^2} = 10^{-9} S/cm$$

$\sigma_K = 10^{-2} S/cm = 1 S/m$ $\sigma_{KG} = 10^{-9} S/cm = 10^{-7} S/m$	Punkte A3.b
---	-------------

Hinweis: Wenn Sie diesen Punkt nicht gelöst haben, rechnen Sie mit $\sigma_{KG} = 2 \cdot 10^{-9} \text{ S/cm}$ und $\sigma_K = 2 \cdot 10^{-2} \text{ S/cm}$ weiter.

c) Die Kapazität des Kondensators $C_{ges} = \epsilon_0 \cdot \epsilon_{r,ges} \cdot \frac{A}{D}$ bei niedrigen Frequenzen wird hauptsächlich durch die Korngrenzen bestimmt. Berechnen Sie $\epsilon_{r,KG}$ indem Sie den Kondensator als Reihenschaltung kleiner Minikondensatoren auffassen. (2 Punkte)

$$\text{Mit } C_1 = C_2 = \dots = C_n = C_{KG} \text{ und } \frac{1}{C_{ges}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n} = \frac{n}{C_n} = \frac{n}{C_{KG}}$$

$$\text{Folgt } C_{KG} = C_{ges} \cdot n_{KG}$$

$$C_{KG} = \epsilon_0 \cdot \epsilon_{r,KG} \cdot \frac{A}{d_{KG}} = \left(\epsilon_0 \cdot \epsilon_{r,ges} \cdot \frac{A}{D} \right) \cdot n_{KG}$$

$$\text{Daraus folgt } \epsilon_{r,KG} = \epsilon_{r,ges} \cdot \frac{d_{KG} \cdot n_{KG}}{D} = \epsilon_{r,ges} \cdot \frac{D_{KG}}{D} = 180000 \cdot \frac{1 \mu\text{m}}{600 \mu\text{m}} = 300$$

$\epsilon_{r,KG} = 300$	Punkte A3.c
-------------------------	-------------

d) Ist es sinnvoll, den Kondensator bei Frequenzen $< 1 \text{ kHz}$ zu betreiben? Geben Sie eine kurze Begründung für Ihre Antwort. (1 Punkt)

Der Betrieb des Kondensators bei dieser Frequenz ist sinnvoll, da bei Frequenzen $< 1 \text{ kHz}$ ein hoher kapazitiver Anteil des Widerstands und ein hoher ohmscher Anteil und somit eine niedrige Verlustleistung erreicht wird.

Punkte A3.d

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

In Bild 4 ist ein Ersatzschaltbild mit frequenzabhängigen Elementen für den Kondensator dargestellt. Die Werte für $R_p(f)$ und $C_p(f)$ sind in nebenstehendem Bild angegeben.

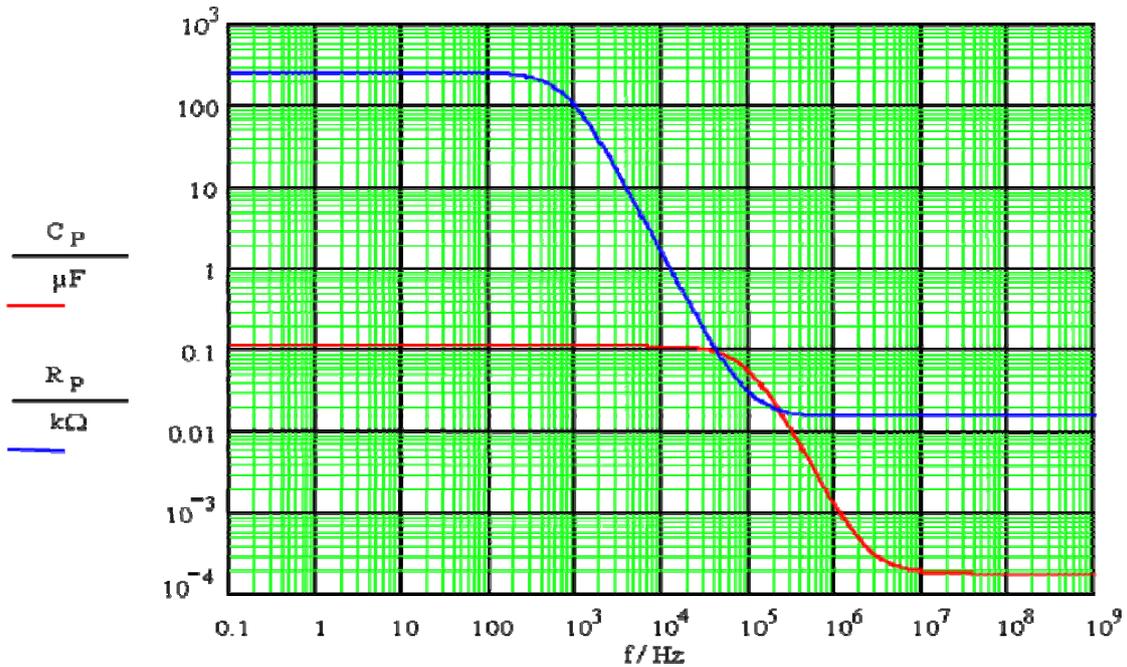
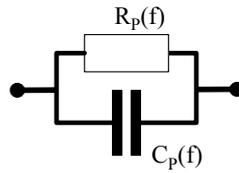


Bild 4

e) Bestimmen Sie die Güte Q für eine der beiden folgenden Frequenzen: Entweder für $f_1 = 100$ Hz oder für $f_2 = 100$ MHz. (2 Punkte)

Güte: $Q = \frac{1}{\tan \delta} = \omega R_p C_p$ $f_1 = 100$ Hz

$R_p = 245$ kΩ
 $C_p = 0.1$ μF
 $Q = 16$

$f_2 = 100$ MHz

$R_p = 15$ Ω
 $C_p = 0.18$ nF $Q = 1.6$

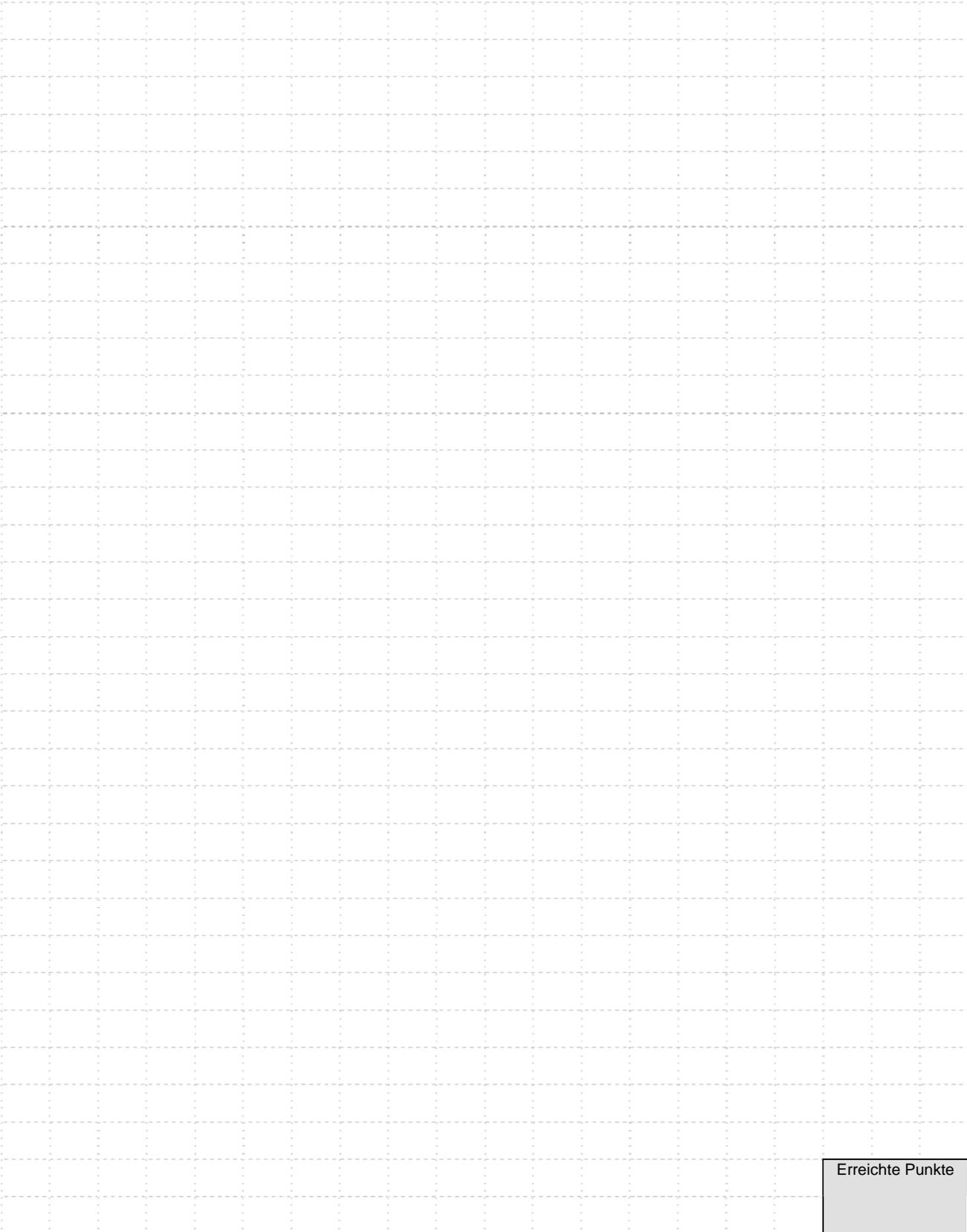
$Q(100 \text{ Hz}) = 16$ $Q(100 \text{ MHz}) = 1.6$	Punkte A3.e
--	-------------

Nachname	Vorname	Matrikelnummer
----------	---------	----------------

Zusatzblatt zu Aufgabe _____

A large grid of dashed lines for drawing or calculations, covering most of the page.

Erreichte Punkte



Erreichte Punkte