

Schriftliche Kernfachprüfung 11. März 2009

Passive Bauelemente

Der Beginn der Prüfung wird von der Prüfungsaufsicht bekannt gegeben. Wenn Sie vor dem offiziellen Beginn diese Seite umschlagen und die Aufgaben einsehen, wird dies als Täuschungsversuch gewertet. Füllen Sie folgenden Kasten vollständig aus.

Nachname Musterlösung	Vorname extern	Matrikelnummer
	Zutreffendes bitte ankreuzen <input type="checkbox"/> Erstprüfung <input type="checkbox"/> Wiederholungsprüfung	EDV-Nummer
Wiederholer/innen bitte ausfüllen		
Straße/Nummer	Postleitzahl/Ort	
Telefon	E-Mail	

Zur Prüfung zugelassene / mitzubringende Hilfsmittel

- Es sind keine Hilfsmittel außer den angegebenen erlaubt.
- Formelsammlung für PB SS 2008 (ohne handschriftliche Notizen)
- Zwei handschriftlich (einseitig) beschriebene DIN-A4-Seiten
- Taschenrechner und Schreibzeug (Lineal, Stifte etc., keine Bleistifte verwenden)

Hinweise zum Ablauf der Prüfung

- Halten Sie Ihren Studierendenausweis und Ihre Zulassungsbescheinigung bereit.
- Nach Prüfungsbeginn kontrollieren Sie bitte zuerst, ob das vorliegende Prüfungsheft vollständig ist.
- Die Prüfungsdauer beträgt 3 Zeitstunden.
- Jegliche Kommunikation ist während der Prüfung untersagt.
- Während der Prüfung werden Fragen zu Aufgaben oder Stoffgebiet nicht beantwortet.
- Beachten Sie Tafelanschriften und Folien, die zu Beginn oder während der Prüfung gezeigt werden.

Hinweise zum Bearbeiten der Aufgaben

- Die Prüfung besteht aus 10 Kurzaufgaben (Teil 1) und 3 Rechenaufgaben (Teil 2). In den beiden Teilen sind jeweils 30 Punkte erreichbar.
- Falls Ihnen die deutsche Sprache Schwierigkeiten bereitet, können Sie Begründungstexte alternativ in englischer Sprache formulieren.
- Wenn Sie den Unterpunkt einer Rechenaufgabe nicht gelöst haben, rechnen Sie mit den angegebenen Größen / Zahlenwerten weiter.
- Lösungen auf eigenen Blättern, unzureichend gekennzeichnete Lösungen und Lösungen auf Blättern ohne Angabe von Name, Matrikelnummer oder Aufgabennummer werden nicht gewertet.
- Für die Lösung ist der dafür vorgesehene Bereich unterhalb der jeweiligen Aufgabenstellung zu verwenden. Falls der vorhandene Platz nicht ausreichen sollte, verwenden Sie das hinten beigefügte Zusatzblatt. Bei Bedarf werden von der Prüfungsaufsicht weitere Blätter ausgegeben. Für jede Aufgabe muss eine separate Zusatzseite verwendet werden. Sind auf einer Seite Teile mehrerer Aufgaben gelöst worden, wird entsprechend der Aufgabennummer in der Kopfzeile gewertet.
- Die Ergebnisse und Begründungen sind in die dafür vorgesehenen Bereiche, Felder oder Diagramme zu schreiben bzw. anzukreuzen. Beschriften Sie keinesfalls die grau hinterlegten Korrekturfelder.

Viel Erfolg!

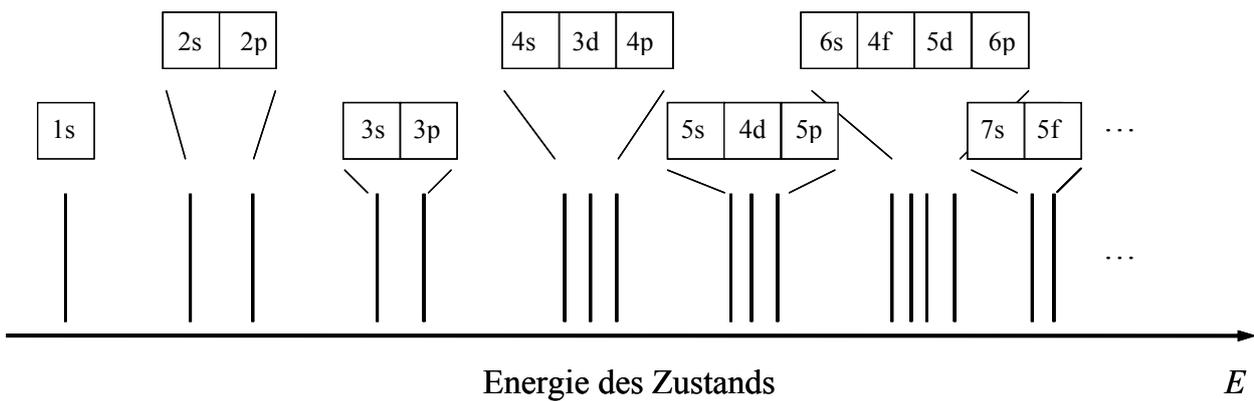
Teil 1: Kurzaufgaben (30 Punkte)

Kurzaufgabe K1: Atommodell

a) Schreiben Sie in die Tabelle, mit wie vielen Elektronen die angegebenen Orbitale maximal besetzt werden können. (1 Punkt)

Orbital	Anzahl Elektronen
s	2
p	6
d	10
f	14

b) Ordnen Sie den unten angegebenen Energieniveaus jeweils ein Orbital zu (1s, 2s, 2p, usw.). (2 Punkte)

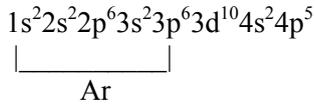


Punkte K1

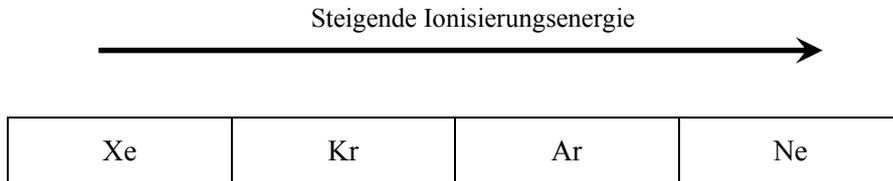
Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

Kurzaufgabe K2: Periodensystem der Elemente

a) Wie lautet die Elektronenkonfiguration des Elementes Brom (Br)? (1 Punkt)



b) Ordnen Sie die folgenden Elemente nach steigender Ionisierungsenergie: Kr, Ar, Xe, Ne. Begründen Sie kurz Ihre Antwort. (1 Punkt)



c) Was versteht man unter „Elektronenaffinität“ eines Atoms? (1 Punkt)

Elektronenaffinität bezeichnet den Energiebeitrag, der mit Aufnahme eines Elektrons e^- durch ein neutrales Atom X verbunden ist.

Punkte K2

Kurzaufgabe K3: Chemische Bindungen

a) Welches Atom bzw. Ion der folgenden Paare hat jeweils den größeren Radius? Begründen Sie jeweils kurz Ihre Antwort. (1 Punkt)

Rb	Antwort: Rb	Begründung: Die gleiche Kernladung wirkt bei Rb ⁺ auf insgesamt weniger Elektronen, daher werden die äußeren e- näher an den Kern gezogen.
Rb ⁺		

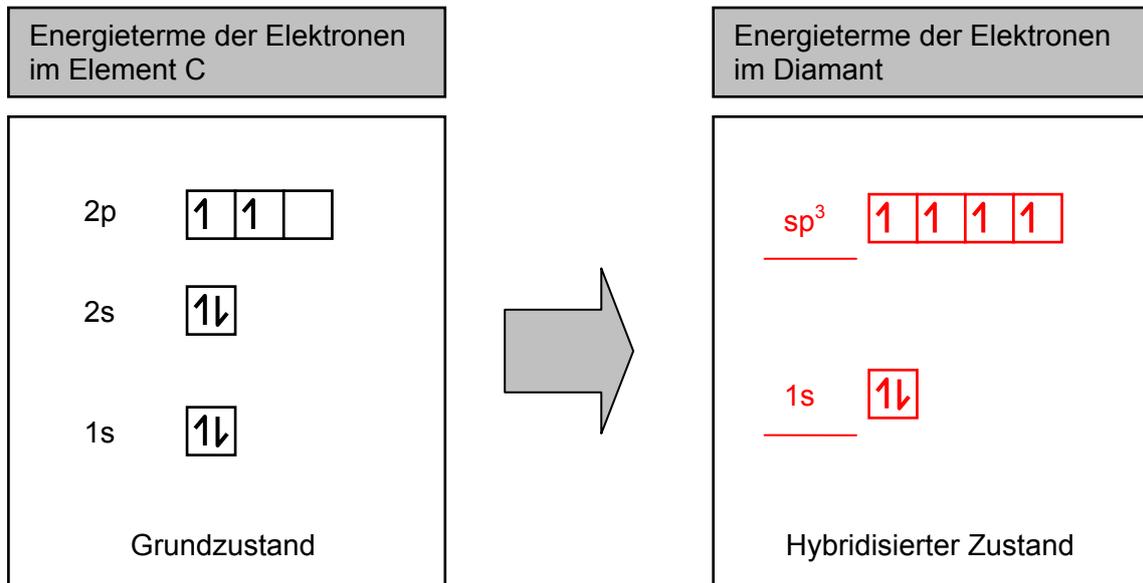
I	Antwort: I-	Begründung: Die gleiche Kernladung wirkt bei I auf insgesamt weniger Elektronen, daher werden die äußeren e- näher an den Kern gezogen.
I ⁻		

Br ⁻	Antwort: Br-	Begründung: Brom ist von vornherein größer und aufgrund gleicher, einfacher Ionisierung bleibt dieses Verhältnis auch bei den Ionen bestehen.
F ⁻		

b) Nennen Sie die drei verschiedenen Bindungstypen (Idealtypen) und jeweils eine typische Beispielverbindung. (1 Punkt)

1. Ionische Bindung z.B. NaCl
2. Kovalente Bindung z.B. Si
3. Metallische Bindung z.B. Cu

c) Vervollständigen Sie die rechte Hälfte des folgenden Schaubilds. Die Pfeile repräsentieren Elektronen und deren Spin, die quadratischen Kästen die Orbitale. (1 Punkt)

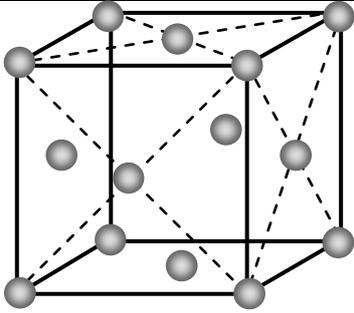


Punkte K3

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

Kurzaufgabe K4: Kristallgitter Elementarzelle

a) In der folgenden Skizze ist die Elementarzelle von Nickel abgebildet. Benennen Sie das Gitter, geben Sie die Koordinationszahl an und berechnen Sie die Raumerfüllung. (2 Punkte)



Elementarzelle von Nickel
($r_{Ni} = 125 \text{ pm}$)

Bezeichnung: Kubisch-flächenzentriertes Gitter (kfz)
Koordinationszahl: 12

Raumerfüllung:

$$\beta_R = \frac{(6 \cdot \frac{1}{2} + 8 \cdot \frac{1}{8}) \cdot \frac{4}{3} \pi r^3}{(2\sqrt{2} \cdot r)^3} = \frac{2\pi}{3 \cdot \sqrt{2}^3} \approx 74 \%$$

b) Berechnen Sie die Dichte von Nickel. (1 Punkt)

$$\rho_{Ni} = \frac{4 \text{ Atome}}{(2\sqrt{2} \cdot r_{Ni})^3} \cdot \frac{1}{N_A} \cdot M_{Ni} = \frac{4 \text{ Atome}}{(2\sqrt{2} \cdot 125 \cdot 10^{-12} \text{ m})^3} \cdot \frac{1 \text{ mol}}{6,022 \cdot 10^{23} \text{ Atome}} \cdot 58,69 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \cdot \frac{\text{kg}}{1000 \text{ g}} = 8821 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 8,821 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

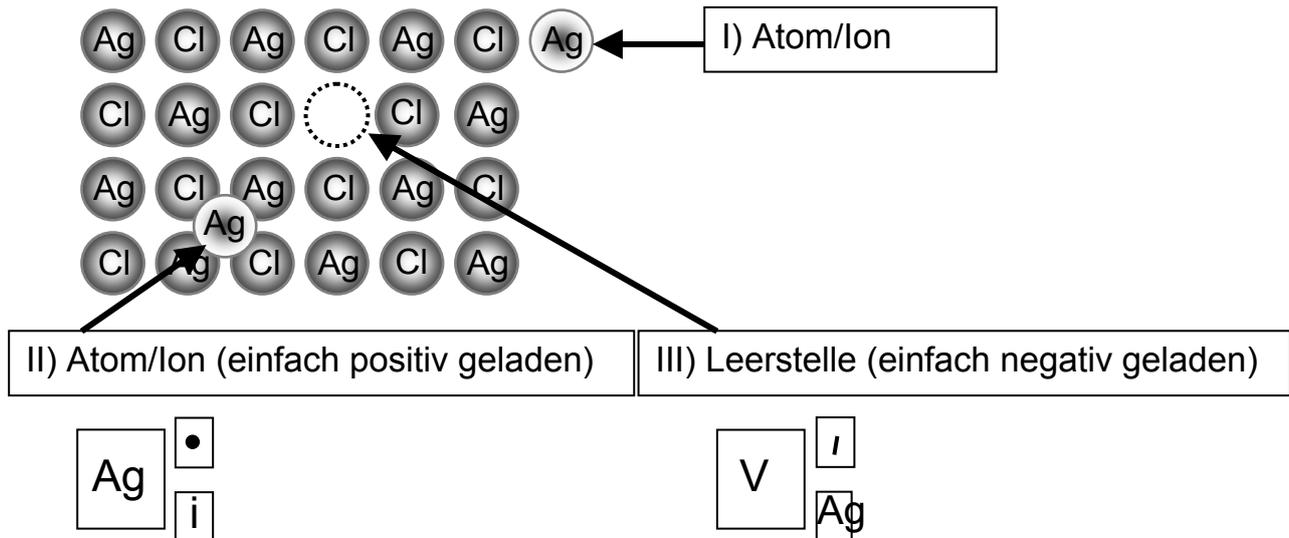
Punkte K4

Kurzaufgabe K5: Defekte, Kröger-Vink-Notation

In den Werkstoffwissenschaften werden Gitterbaufehler genutzt, um die Materialeigenschaften gezielt zu beeinflussen. So kann z.B. der elektrische Leitwert oder auch der Temperatureausdehnungskoeffizient an die Anwendung angepasst werden. Um Defekte zu beschreiben, wird die Kröger-Vink-Notation genutzt.

a) Benennen Sie nach Kröger-Vink die in der Skizze gezeigten Defekte II) und III) im Silberchlorid. (1 Punkt)

AgCl-Kristall:



Es muss alles ausgefüllt sein
„i“ für „interstitial“ muss dastehen

b) Nennen Sie die genaue Bezeichnung der oben skizzierten Punktdefekte I und II. (1 Punkt)

I) *Schottky-Defekt*

II) *Frenkel-Defekt*

c) Welche Eigenschaft muss ein Atom/Ion aufweisen, um Platz II einnehmen zu können? (1 Punkt)

Zum Gitteratom relativ kleiner Atomradius

Punkte K5

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

Kurzaufgabe K6: Nichtlineare Widerstände

a) In Abbildung 1 und 2 sind die Strom-Spannungs-Kennlinien von nichtlinearen Widerständen gegeben. Geben Sie zu jeder Strom-Spannungs-Kennlinie den Namen des Bauteils und ein geeignetes Material an. (2 Punkte)

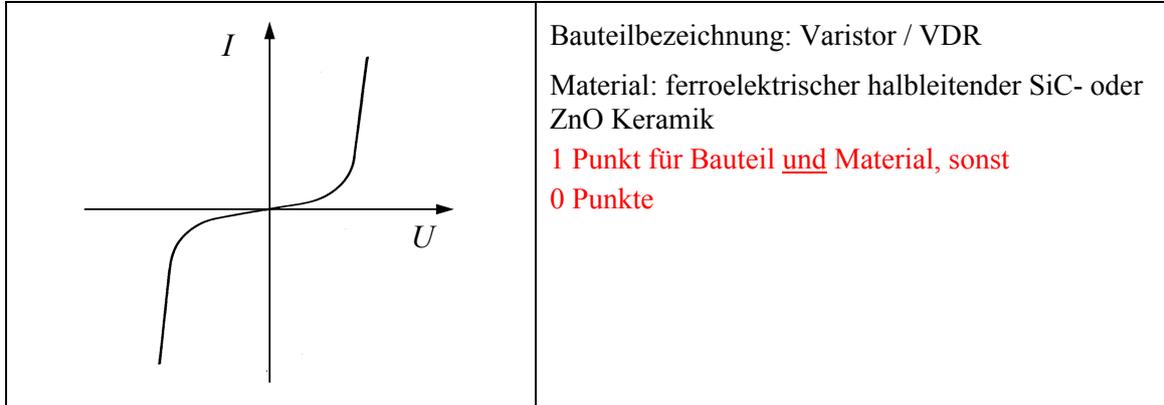


Abbildung 1

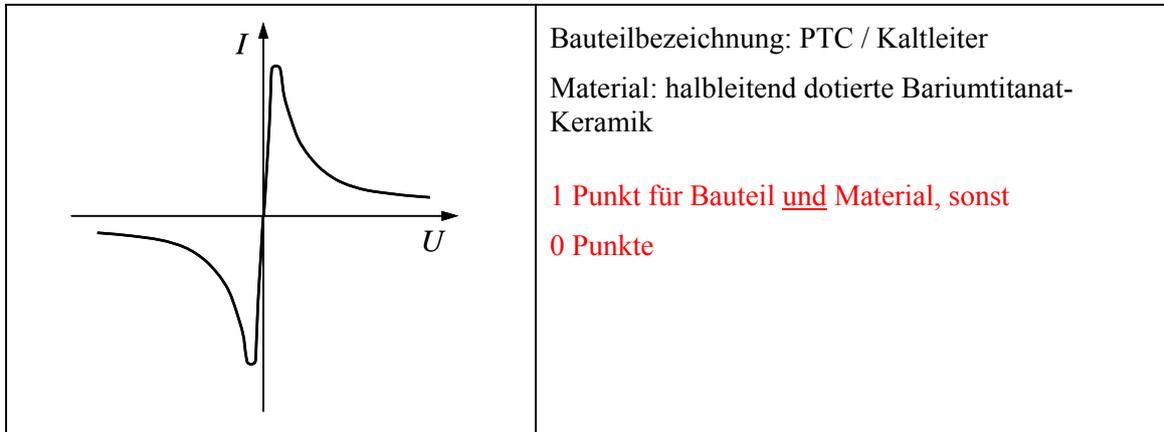


Abbildung 2

Wenigstens bei einem der beiden Materialien muss ausdrücklich erwähnt werden, dass es sich um halbleitendes Material handelt (auch in Ordnung: ‚dotiert‘)

b) Zum Schutz vor Überspannungen, z.B. bei einem Blitzeinschlag, soll die folgende Schaltung realisiert werden. Welches nichtlineare Bauteil (Material: polykristallin, halbleitend) eignet sich für die Parallelschaltung zum Verbraucher? Geben Sie eine Begründung! (1 Punkt)

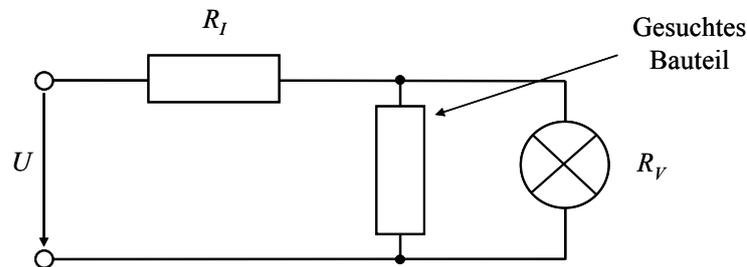


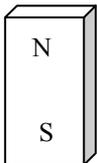
Abbildung 3: Schaltung mit Überspannungsschutz

Varistor ist der einzige spannungsgesteuerte nichtlineare Widerstand. Blitzeinschlag = Spannungsspitze, die über den parallel geschalteten Widerstand abgeleitet wird.

Punkte K6

Kurzaufgabe K7: Supraleitung

a) Eine Probe aus $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-x}$ (YBCO), $T_c = 93 \text{ K}$, wird in flüssigem Stickstoff (Siedepunkt $T_S(\text{N}_2) = 77,35 \text{ K}$) gekühlt, anschließend über den Pol eines Permanentmagneten gebracht (siehe Skizze) und dort losgelassen. Was passiert und warum? (1 Punkt)



Die Probe aus YBCO befindet sich unterhalb der Sprungtemperatur des Materials und ist somit im supraleitenden Zustand. Bei der Annäherung an den Permanentmagneten werden durch das am Ort der Keramik immer stärker werdende magnetische Feld ungedämpfte Kreisströme induziert, die dem äußeren Feld genau entgegenwirken (Das Innere von Supraleitern 1. Art ist feldfrei). Somit schwebt die Scheibe nach dem loslassen frei im Magnetfeld des Permanentmagneten bis die Temperatur über die Sprungtemperatur steigt und die Scheibe herunterfällt.

b) Aus einem supraleitenden Metall wird ein Draht mit $D=2 \text{ mm}$ Durchmesser gefertigt. Die kritische Feldstärke H_c bei $T = 10 \text{ K}$ beträgt für das verwendete Metall $10^4 \frac{\text{A}}{\text{cm}}$.

Berechnen Sie die kritische Stromdichte für dieses Material. (1 Punkt)

$$I = \oint \vec{H} \cdot d\vec{s}$$

$$\int \pi r^2 = 2\pi r H$$

$$i_c = \frac{2H_c}{r}$$

$$i_c = 2 \cdot 10^6 \frac{\text{A}}{\text{cm}^2}$$

c) Erläutern Sie den grundlegenden Unterschied zwischen Supraleitern erster und zweiter Art. (1 Punkt)

In einen SL 2. Art kann ab einer gewissen äußeren Feldstärke ein Magnetfeld in Form von Flußschläuchen eindringen während der Rest des Materials SL bleibt. Bei einem SL 1. Art ist dies nicht möglich und ab einer gewissen Feldstärke bricht die SL komplett zusammen, das Magnetfeld durchdringt den gesamten SL

Erklärung auch mittels Diagrammen M über B möglich

Punkte K7

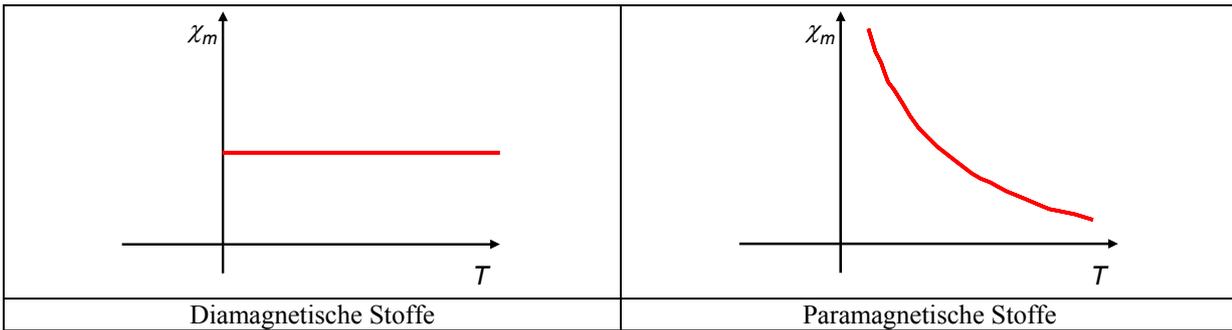
Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

Kurzaufgabe K8: Magnetismus

a) Welche Polarisationsmechanismen müssen bei einem Werkstoff vorliegen, damit er als Dauermagnet eingesetzt werden kann? (1 Punkt)

Ferro- oder Ferrimagnetismus

b) Zeichnen Sie qualitativ den Verlauf der Suszeptibilität χ_m über der Temperatur T für diamagnetische und paramagnetische Stoffe in die Diagramme ein. (1 Punkt)



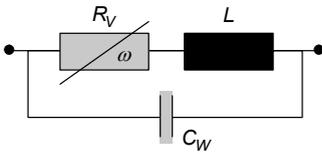
c) Welches ist die stärkste Form des Magnetismus? Wie sind bei diesem Polarisationsmechanismus die atomaren Momente orientiert? (1 Punkt)

Ferromagnetismus. Die atomaren Momente sind parallel ausgerichtet

Punkte K8

Kurzaufgabe K9: Magnetismus im Wechselfeld

a) Zeichnen Sie das Ersatzschaltbild einer realen Spule mit kleiner Kapazität. (1 Punkt)



b) Berechnen Sie die Länge einer abgewickelten langen Spule mit vernachlässigbarer Kapazität und einer relativen Permeabilität von $\mu_r = 3000$. Der Verlustfaktor bei einer Frequenz $f_s = 50$ Hz betrage $\tan \delta = 1,46$. Die Zahl der Windungen betrage $n = 200$. Nehmen Sie für die Querschnittsfläche der Spule einen Wert von $0,8 \text{ cm}^2$ an. (2 Punkte)

Hinweis: Nutzen Sie die Beziehung: $\tan \delta = \frac{R_V(\omega)}{\omega \cdot L}$. Für R_V können Sie einen Wert von $138 \text{ m}\Omega$ annehmen.

$$L = \frac{R_V}{\omega \cdot \tan \delta} = \frac{0,138 [\text{Ohm}]}{2 \cdot \pi \cdot 50 [1/s] \cdot 1,46} = 0,0003 [H]$$

$$l = \frac{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot n^2 \cdot A}{L} = \frac{1,257 \cdot 10^{-6} [Vs/Am] \cdot 3000 \cdot 200^2 \cdot 0,8 \cdot 10^{-4} [m^2]}{0,0003 [Vs/A]} = 39,4 [m]$$

Ansatz 1 Punkt

Ergebnis 1 Punkt

Punkte K9

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

Kurzaufgabe K10: Textanalyse

Im Folgenden ist ein wissenschaftlicher Text über Pyroelektrizität abgedruckt. Ihre Aufgabe ist es, den Text zu beurteilen. Bearbeiten Sie dazu die unten stehenden Fragestellungen.

Pyroelektrizität

2 Pyroelektrische Werkstoffe sind Festkörper,
 4 die auch in Abwesenheit eines äußeren
 6 elektrischen Feldes spontane oder
 8 permanente Polarisation aufweisen. Dafür
 10 darf der Kristall kein Symmetriezentrum
 12 aufweisen. Der Effekt zeigt sich darin, dass
 14 bei gleichmäßiger Erwärmung eines Kristalls
 an dessen polaren Stirnflächen elektrische
 Ladungen induziert werden. Dies ist auf
 die Änderung der remanenten Polarisation P_r
 mit der Temperatur T zurückzuführen. Die
 Konstante π_p wird als Pyrokoeffizient
 bezeichnet

$$\pi_p = \frac{dP_r}{dT}$$

16 Ab $T < T_C$ verschwindet der Effekt. In Bild 1
 18 sind die wesentlichen Elemente eines
 pyroelektrischen Empfängers dargestellt.
 20 Eine pyroelektrische Scheibe mit
 22 Polarisationsrichtung senkrecht zur
 Scheibenebene ist an der Unter- und
 Oberseite mit Elektroden versehen.

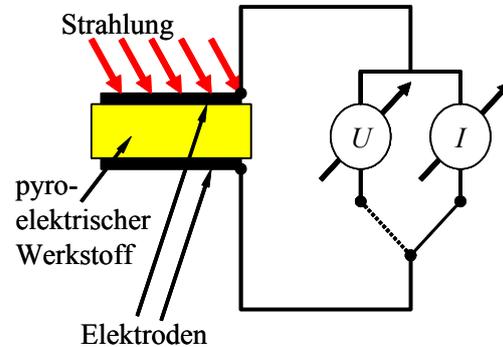


Bild 1 Schematische Darstellung eines pyroelektrischen Empfängers

Fällt nun auf die Scheibe eine zeitlich 24
 variable Wärmestrahlung, so führt dies zu
 einer zeitlich veränderlichen Temperatur, die 26
 eine entsprechende Änderung der
 Polarisation bewirkt. Mit Hilfe der 28
 potentiometrischen oder amperometrischen
 Auswerteelektronik kann die Änderung der 30
 Polarisation erfasst werden.

a) Finden Sie einen Fehler in den Zeilen 6-23. Geben Sie die Zeilennummer(n) an und beschreiben Sie, worin der Fehler besteht. (1 Punkt)

Zeile 17: Für $T < T_C$ ist das Material pyroelektrisch, für $T > T_C$ ist es paraelektrisch. Also verschwindet der Effekt für $T > T_C$.

b) Beschreiben Sie den Zusammenhang zwischen Temperaturänderung und Messsignal bei der potentiometrischen Auswertung. (1 Punkt)

Bei offenen Elektroden (potentiometrische Auswerteelektronik) ändert sich die Spannung aufgrund einer Temperaturänderung zwischen den Elektroden

c) Geben Sie eine konkrete Anwendung für einen pyroelektrischen Empfänger an. (1 Punkt)

Infrarotdetektor, Infrarotsensor, Infrarotkamera
 Bewegungsmelder, Lichtschranke
 Messen von optischer Strahlungsintensität
 Nicht richtig: Temperatursensor

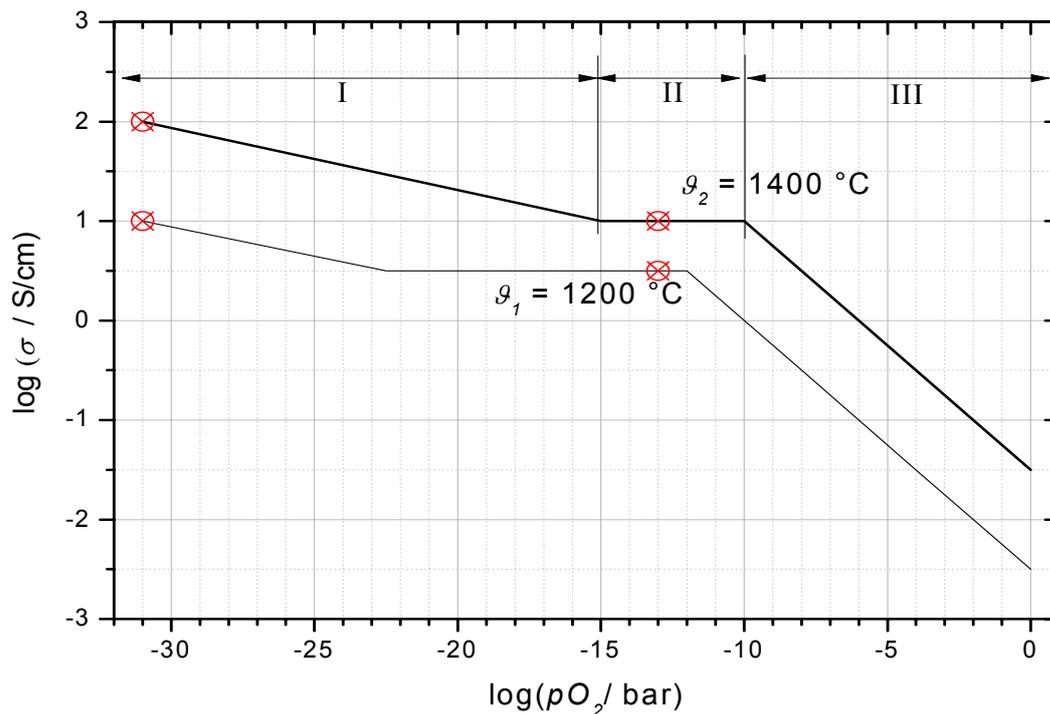
Punkte K10

Teil 2: Rechenaufgaben (30 Punkte)

Rechenaufgabe A1: Defektchemie

Gegeben ist die spezifische Leitfähigkeit σ von Lanthan (La) dotiertem Bariumtitanat $(\text{Ba}_x\text{La})\text{TiO}_3$ als Funktion des Sauerstoffpartialdruckes $p\text{O}_2$ der umgebenden Gas-Atmosphäre für die zwei Temperaturen $\vartheta_1 = 1200\text{ }^\circ\text{C}$ und $\vartheta_2 = 1400\text{ }^\circ\text{C}$.

Hinweise: Die Beweglichkeiten $\mu_p = \mu_n = 1\text{ cm}^2/(\text{Vs})$ werden als konstant angenommen.



a) Geben Sie die vollständige Elektroneutralitätsbeziehung (ENB) an. Zu berücksichtigen sind die elektronischen Ladungsträger (Elektronen e , Defektelektronen h), die Dotierung ($\text{La}_{\text{Ba}}^\bullet$) und die intrinsischen Defekte (Sauerstoffleerstellen $V_{\text{O}}^{\bullet\bullet}$, Bariumleerstellen $V_{\text{Ba}}^{\prime\prime}$). Alle Defekte sollen vollständig ionisiert sein. (1 Punkt)

falls e statt n und h statt p : trotzdem 1 Punkt
0Punkte wenn der Faktor 2 vor $[V_{\text{O}}]$ falsch ist

<p>Lösung: $n + 2[V_{\text{Ba}}^{\prime\prime}] = p + [\text{La}_{\text{Ba}}^\bullet] + 2[V_{\text{O}}^{\bullet\bullet}]$ (1 Punkt)</p>	Punkte A1.a
---	-------------

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

b) Geben Sie die vereinfachten Elektroneutralitätsbeziehungen (ENB) für die Bereiche I, II und III, Einteilung bei $p_{O_2} = 1400 \text{ °C}$, an. Berücksichtigen Sie jeweils nur 2 Defektkonzentrationen und begründen Sie kurz mithilfe des Kurvenverlaufs Ihre Antwort. Alle Defekte sollen vollständig ionisiert sein. **(3 Punkte)**.

Bereich	I	II	III
ENB:	$n \approx 2[V_O^{\bullet\bullet}]$	$n \approx [La_{Ba}^{\bullet}]$	$2[V_{Ba}^{//}] = [La_{Ba}^{\bullet}]$
Erklärung:	Starke pO_2 -Abhängigkeit bei sehr niedrigem pO_2 , $[V_O^{\bullet\bullet}] \gg [La_{Ba}^{\bullet}]$, <u>hohe Konzentration an Sauerstoffleerstellen</u> bestimmt n und somit σ ,	<u>pO_2-Unabhängigkeit</u> , $[V_O^{\bullet\bullet}] \ll [La_{Ba}^{\bullet}]$, n und somit σ ist nur von der Dotierung (Donator) festgelegt	Da die Leitfähigkeit im donatordotierten Material (n-Leiter) trotz $n < [La_{Ba}^{\bullet}] + 2[V_O^{\bullet\bullet}]$ mit zunehmenden pO_2 abnimmt, kann die „Donatorwirkung/Dotierung“ nur durch die zunehmende Bildung des intrinsischen Akzeptors $[V_{Ba}^{//}]$ beeinflusst/kompensiert werden (\rightarrow PTC).

Lösungen bitte in Tabelle eintragen	Punkte A1.b
-------------------------------------	-------------

c) Bestimmen Sie die Ionisierungsenergie E_D des Donators D mithilfe der Reaktionsgleichung $D^X \rightleftharpoons D^\bullet + e'$, $n = [D^\bullet]$ und den gegebenen Leitfähigkeitswerten aus dem Diagramm. Die übrigen Defekte sollen vollständig ionisiert sein. (2 Punkte)

Lösung:

$$D^X \rightleftharpoons D^\bullet + e' \Rightarrow \text{MWG (1)} \Rightarrow \frac{[D^\bullet] \cdot n}{[D^X]} = K_{0,D} \cdot e^{-\frac{E_D}{k \cdot T}}$$

und ENB $n = [D^\bullet] \Rightarrow \sigma \propto e^{\frac{E_D}{2} \cdot \frac{1}{k \cdot T}}$ (1 Punkt auf richtige Formel)

$\Rightarrow E_D$ kann somit aus 2 Messpunkten bei verschiedenen Temperaturen innerhalb des Bereichs II z.B. ($pO_2, \log(\sigma)$): (-13, 0.5) und (-13, 1) ermittelt werden

$$\Rightarrow \log(\sigma) \propto -\frac{E_D}{2} \cdot \frac{1}{k \cdot T} \Rightarrow \frac{\Delta(\log(\sigma))}{\Delta\left(\frac{1}{k \cdot T}\right) \cdot \log(e)} = -\frac{E_D}{2} \Rightarrow E_D = 2k \frac{\log(\sigma_1) - \log(\sigma_2)}{\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right) \cdot \log(e)} = 2.4 \text{ eV}$$

$$E_D = 2.4 \text{ eV (1 Punkt auf Ergebnis)} = 3,8 \cdot 10^{-9} \text{ J}$$

Punkte A1.c

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

d) Bestimmen Sie die Bildungsenthalpie der Sauerstoffleerstellen ΔG_0 mit Hilfe der Reaktionsgleichung $O_O^X \rightleftharpoons \frac{1}{2} O_{2(g)} + V_O^{\bullet\bullet} + 2e'$, $n = 2[V_O^{\bullet\bullet}]$ und den gegebenen Leitfähigkeitswerten aus dem Diagramm. Die übrigen Defekte sollen vollständig ionisiert sein. **(2 Punkte)**

Lösung:

$$O_O^X \rightleftharpoons \frac{1}{2} O_{2(g)} + V_O^{\bullet\bullet} + 2e' \Rightarrow \text{MWG (2)} \Rightarrow \frac{[O_{2(g)}]^{\frac{1}{2}} \cdot [V_O^{\bullet\bullet}] \cdot n^2}{[O_O]} = K_{0,V_O} \cdot e^{-\frac{\Delta G_0}{k \cdot T}}$$

und ENB $n = 2[V_O^{\bullet\bullet}] \Rightarrow \sigma \propto e^{-\frac{\Delta G_0}{3} \cdot \frac{1}{k \cdot T}}$ (1 Punkt auf richtige Formel)

$\Rightarrow \Delta G_0$ kann somit aus 2 Messpunkten bei verschiedenen Temperaturen innerhalb des Bereichs II z.B. (pO_2 , $\log(\sigma)$): (-31, 1) und (-31, 2) ermittelt werden:

$$\Delta G_0 = 3k \frac{\log(\sigma_1) - \log(\sigma_2)}{\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right) \cdot \log(e)} = 7.3 \text{ eV}$$

Punkte A1.d

$\Delta G_0 = 7.3 \text{ eV}$ (1 Punkt auf Ergebnis) = $11,7 \cdot 10^{-9} \text{ J}$

e) Wie groß ist die Dotierungskonzentration x von $(Ba_{1-x}La_x)TiO_3$ unter der Annahme, dass der Donator bei $\vartheta_2 = 1400 \text{ }^\circ\text{C}$ vollständig ionisiert vorliegt? Die Gitterkonstante von kubischem $(Ba,L a)TiO_3$ ist $a = 0,4 \text{ nm}$. **(2 Punkte)**

Lösung:

Gesamtkonzentration an Wirtsplätzen: $[Ba_{Ba}] \propto \frac{1}{a^3} = 1.5625 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3}$

Abs. Konzentration des Donators aus der Leitfähigkeit im Bereich II (Annahme Störstellenerschöpfung)

$$\sigma \propto e\mu n = e\mu [La_{Ba}^{\bullet}] \Rightarrow$$

$$[La_{Ba}^{\bullet}] = \frac{\sigma}{e\mu} = \frac{10^1 \text{ S/cm}}{1.60217653 \cdot 10^{-19} \text{ As} \cdot 1 \text{ cm}^2 / \text{Vs}} = 6.2415 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-3} \text{ (1 Punkt)}$$

Anteil in %:

$$x = \frac{[La_{Ba}^{\bullet}]}{[Ba_{Ba}]} \approx 0.4\% \text{ (1 Punkt)}$$

Punkte A1.e

$x \approx 0.4\%$

(1 Punkt auf Ergebnis)

Rechenaufgabe A2: Metalle

In Bild 1 ist ein Thermoelement aus Ni und aus einem unbekanntem Material A dargestellt. Die Widerstands-

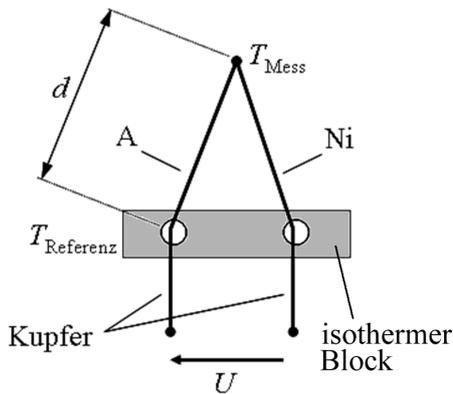


Bild 1:

Thermoelement, bestehend aus zwei Schenkeln (A, Ni)

Schenkellänge jeweils $d = 125 \text{ mm}$

Temperaturen: $T_{\text{Referenz}} = 25 \text{ °C}$

$T_{\text{Mess}} = 120 \text{ °C}$

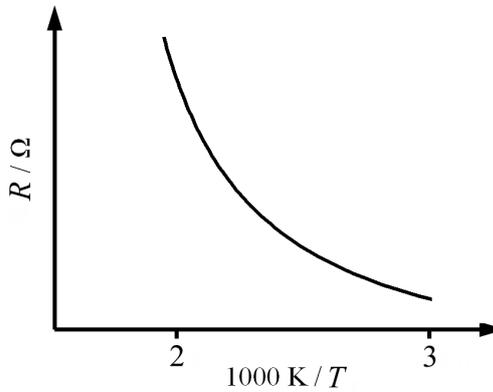


Bild 2:

Widerstands-Temperatur-Messkurve $R(T^{-1})$ des Werkstoffs A aus Bild 1

Material	$\eta / (\mu\text{V/K})$
BaTiO ₃	- 400
Ni	- 15
Pd	- 3
Pt	0
PtRh	7
Cu	8
Si	500

Tab. 1:

Thermokraft verschiedener Materialien: Seebeck-Koeffizient η

Temperatur-Messkurve des Materials A ist in Bild 2 gegeben.

a) Welches Material aus Tab. 1 kommt für den Schenkel A in Frage, wenn eine möglichst empfindliche Temperaturmessung gewährleistet sein soll? Begründen Sie Ihre Antwort kurz. (2 Punkte)

<p>Cu, Gründe: maximale Differenz des Seebeck-Koeffizienten zu dem von Ni <u>und</u> beobachtete metallische Leitfähigkeit (Bild 2)</p>	Punkte A2.a
---	-------------

b) Wie groß ist die gemessene Thermospannung U , wenn für Schenkel A Palladium verwendet wird? (1 Punkt)

$$U = \eta_{AB} \cdot \Delta T = (\eta_A - \eta_B) \cdot \Delta T$$

$$= (\eta_{\text{Pd}} - \eta_{\text{Ni}}) \cdot \Delta T \approx (-3 - (-15)) \frac{\mu\text{V}}{\text{K}} \cdot 95 \text{ K} = 1,14 \text{ mV}$$

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

$U \approx 1,14 \text{ mV}$	Punkte A2.b
-----------------------------	-------------

c) Wie viele Leitungselektronen N befinden sich im Nickel-Drahtstück (rechter Schenkel des Thermoelements), und wie groß ist ihre Konzentration n ? (2 Punkte)

Hinweise: Nehmen Sie an, dass jedes Nickelatom ein Elektron als Leitungselektron abgibt. Die Dichte von Nickel beträgt $\rho_{\text{Ni}} = 8,9 \text{ g/cm}^3$. Der Draht habe einen kreisförmigen Querschnitt mit dem Durchmesser $D = 1,2 \text{ mm}$.

$$(1) \quad \frac{N}{V} = \frac{N_{\text{A}}}{V_{\text{mol, Ni}}}$$

$$(2) \quad \rho_{\text{Ni}} = \frac{m_{\text{mol, Ni}}}{V_{\text{mol, Ni}}}$$

$$(2) \text{ in } (1): \quad N = \frac{N_{\text{A}}}{m_{\text{mol, Ni}}} \cdot \rho_{\text{Ni}} \cdot V = \frac{N_{\text{A}}}{m_{\text{mol, Ni}}} \cdot \rho_{\text{Ni}} \cdot \frac{\pi D^2}{4} \cdot d$$

$$= \frac{6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}}{58,69 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}} \cdot 8,9 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3} \cdot \frac{\pi (0,12 \text{ cm})^2}{4} \cdot 12,5 \text{ cm} \approx 1,3 \cdot 10^{22}$$

$$\text{bzw.:} \quad n = \frac{N}{V} = \frac{1,3 \cdot 10^{22}}{\frac{\pi (0,12 \text{ cm})^2}{4} \cdot 12,5 \text{ cm}} \approx 9,1 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3}$$

$N \approx 1,3 \cdot 10^{22}$ Elektronen und $n \approx 9,1 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3}$	Punkte A2.c
--	-------------

Hinweis: Wenn Sie diesen Punkt nicht gelöst haben, rechnen Sie mit $n = 5 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3}$ weiter.

d) Die Diffusionskonstante der Elektronen im Nickel hat bei Raumtemperatur ($T = 298 \text{ K}$) den Wert $D_n = 0,25 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$. Berechnen Sie hieraus die Leitfähigkeit σ von Ni bei Raumtemperatur. (2 Punkte)

$$(3) \quad \sigma = n \cdot e_0 \cdot \mu_n$$

(4) Einstein-Beziehung:

$$\frac{D_n}{\mu_n} = \frac{kT}{e_0}$$

(3) und (4) \Rightarrow

$$\sigma = \frac{ne_0^2 D_n}{kT} = \frac{9,1 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3} \cdot (1,602 \cdot 10^{-19} \text{ As})^2 \cdot 0,25 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}}{1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} \cdot 298 \text{ K}} \approx 1,42 \cdot 10^5 \text{ S cm}^{-1}$$

$$\sigma = 1,42 \cdot 10^5 \text{ S cm}^{-1}$$

Punkte A2.d

Hinweis: Wenn Sie diesen Punkt nicht gelöst haben, rechnen Sie mit $\sigma = 2 \cdot 10^5 \text{ S/cm}$ weiter.

e) Welche thermische Energie ΔE wird im stationären Betrieb pro Sekunde durch die Wärmeleitung entlang des Ni-Drahtes an den isothermen Block (aus Bild 1) abgeführt? Nehmen Sie hierbei vereinfachend an, dass die Temperatur im Draht linear mit der Länge abfällt und die elektrische Leitfähigkeit des Metalls linear mit der Temperatur abnimmt. **(3 Punkte)**

Hinweise: Die Lorenz-Zahl von Ni beträgt $L = 2,1 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \Omega \cdot \text{K}^{-2}$. Vernachlässigen Sie die thermische Ausdehnung des Drahtes ebenso wie die Wärmeabgabe durch Konvektion oder Strahlung.

(5) Wärmeleitung (Fourier-Gesetz):

$$P = -\lambda_w \cdot A \cdot \frac{dT}{dx} \approx -\lambda_w \cdot A \cdot \frac{\Delta T}{\Delta x} \quad (\text{lineares Temperaturgefälle})$$

(6) Wiedemann-Franz-Gesetz:

$$L = \frac{\lambda_w}{\sigma} \cdot \frac{1}{T}$$

(6) in (5):

$$(7) P \approx -L \cdot \sigma \cdot T \cdot A \cdot \frac{\Delta T}{\Delta x} = -L \cdot \sigma \cdot T \cdot \frac{\pi D^2}{4} \cdot \frac{\Delta T}{d}$$

Lineare Näherung für elektrische Leitfähigkeit:

$$\sigma(T) = \sigma_0 \cdot \left(\frac{T}{T_0} \right)^{-1}$$

Aus Aufgabenteil (d) Zahlenwerte:

$$\sigma_0(T_0 = 298 \text{ K}) = 1,42 \cdot 10^5 \text{ S cm}^{-1}$$

in (7) eingesetzt:

$$\begin{aligned} P &\approx -L \cdot \sigma_0 \cdot \left(\frac{T}{T_0} \right)^{-1} \cdot T \cdot \frac{\pi D^2}{4} \cdot \frac{\Delta T}{d} \\ &= \frac{-L \cdot \sigma_0 \cdot T_0 \cdot \pi D^2 \cdot (T_0 - T_1)}{4 \cdot d} \\ &= \frac{-2,1 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}\Omega}{\text{K}^2} \cdot 1,42 \cdot 10^5 \text{ S cm}^{-1} \cdot 298 \text{ K} \cdot \pi (0,12 \text{ cm})^2 \cdot (298 \text{ K} - 393 \text{ K})}{4 \cdot 12,5 \text{ cm}} \\ &\approx 76 \text{ mW} \end{aligned}$$

$$(8) P = \frac{\Delta E^{(\Delta t = 1 \text{ s})}}{\Delta t} \Rightarrow \Delta E \approx 76 \text{ mJ}$$

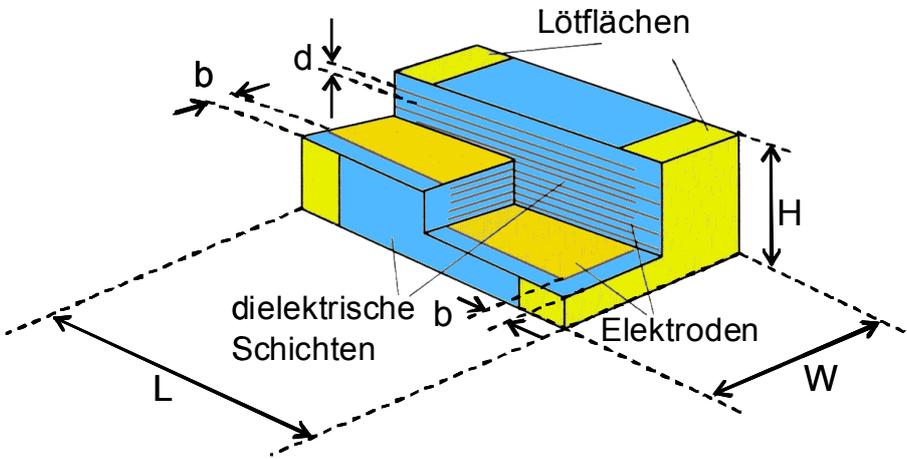
$$\Delta E = 76 \text{ mJ}$$

Punkte A2.e

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

Rechenaufgabe A3: Dielektrika

Es soll ein keramischer Vielschichtkondensator (Bild 1) entworfen werden.



Randbedingungen:

minimale Schichtdicke des Dielektrikums: $d_{\min} = 1 \mu\text{m}$

Anzahl der aktiven dielektrischen Schichten: n

Breite des äußeren Randes: $b = 100 \mu\text{m}$

Höhe H des Kondensators: $H = 0.5 \cdot W$

Bild 1

Als Dielektrikum stehen die Materialien 1 bis 4 aus Bild 2 zur Verfügung. Mögliche Baugrößen für das Gehäuse sind in Tabelle 1 angegeben.

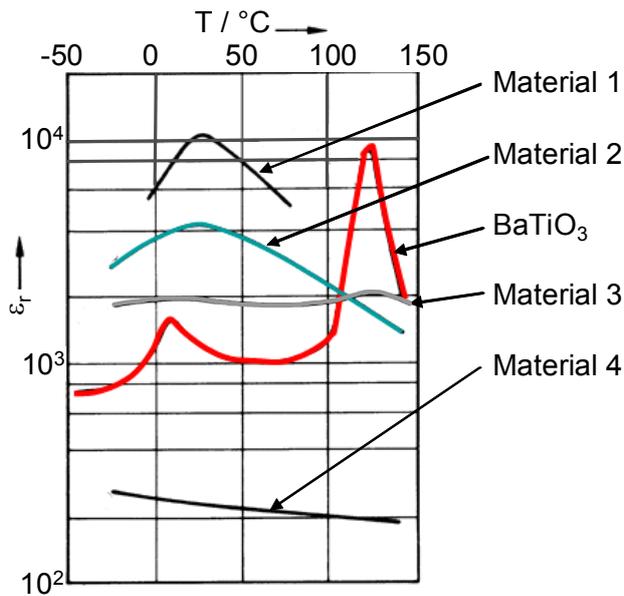


Tabelle 1

Baugröße Internationaler Code	Baugröße Metrischer Code	Abmessungen L×W [mm×mm]
01005	0402	0,4×0,2
0201	0603	0,6×0,3
0402	1005	1,0×0,5
0603	1608	1,6×0,8
0805	2012	2,0×1,2
1206	3216	3,2×1,6
1210	3225	3,2×2,5

Bild 2

Der Einfluss der thermischen Ausdehnung des Dielektrikums auf die Temperaturabhängigkeit der Kapazität soll im folgenden vernachlässigt werden.

Der Kondensator soll die folgenden Anforderungen erfüllen:

- Kapazität: $C_{\text{nenn}} = 100 \mu\text{F}$
- $T_{\text{nenn}} = 20 \text{ }^\circ\text{C}$
- $\Delta C / C_{\text{nenn}} = \pm 15 \%$ für $-25 \text{ }^\circ\text{C} < T < 85 \text{ }^\circ\text{C}$
- Nennspannung: $U_{\text{nenn}} = 6.3 \text{ V}$
- Für den Kondensator sollte eine möglichst kleine Baugröße ausgewählt werden.

a) Welches der in Bild 2 aufgeführten Materialien ist für diesen Kondensator am Besten geeignet? Weisen Sie nach, dass Ihre Auswahl unter Berücksichtigung der gegebenen Randbedingungen alle Anforderungen erfüllt. (3 Punkte)

1. gegebene Kapazität bei möglichst kleiner Baugröße → Material mit möglichst hohem ϵ_r
 2. maximales ΔC im Temperaturintervall $-25\text{ °C} < T < 85\text{ °C}$
- Analyse der Temperaturabhängigkeit der Materialien:

Material 1

nicht spezifiziert für $T < -5\text{ °C}$ und starke Temperaturabhängigkeit → Material 1 entfällt

Material 2

Es gilt: $C(T) = \epsilon_r(T) \cdot \epsilon_0 \cdot A_{\text{eff}} / d \propto \epsilon_r(T)$

Im Temperaturintervall $-25 \dots +85\text{ °C}$

$$\epsilon_{r,\text{min}} \approx 2600$$

$$\epsilon_{r,\text{max}} \approx 3300 \approx \epsilon_{r,\text{nenn}} (T = 20\text{ °C})$$

$\Delta C_{\text{min}} / C_{\text{nenn}} = 1 - \epsilon_{r,\text{min}} / \epsilon_{r,\text{max}} = 21\% > 15\%$ → Die Temperaturabhängigkeit von Material 2 ist zu groß.

Material 3

Es gilt: $C(T) = \epsilon_r(T) \cdot \epsilon_0 \cdot A_{\text{eff}} / d \propto \epsilon_r(T)$

Im Temperaturintervall $-25 \dots +85\text{ °C}$

$$\epsilon_{r,\text{min}} \approx 1800$$

$$\epsilon_{r,\text{max}} \approx 2000 \approx \epsilon_{r,\text{nenn}} (T = 20\text{ °C})$$

$\Delta C_{\text{min}} / C_{\text{nenn}} = 1 - \epsilon_{r,\text{min}} / \epsilon_{r,\text{max}} = 10\% < 15\%$ → Material 3 ist im Hinblick auf die Temperaturabhängigkeit der Dielektrizitätszahl geeignet.

Material 4 / reines Bariumtitanat

Da Material 4 wie auch das reine Bariumtitanat bei T_{nenn} ein niedrigeres ϵ_r aufweisen sind diese Materialien weniger geeignet.

Material 3	Punkte A3.a
------------	-------------

Für den Fall, dass Sie Unterpunkt a) nicht lösen konnten, rechnen Sie mit Material 3 weiter.

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

b) Mit welcher der Baugrößen aus Tabelle 1 können die Anforderungen an den Kondensator erfüllt werden? Weisen Sie nach, dass die von Ihnen ausgewählte Baugröße in Kombination mit dem in a) ausgewähltem Material unter Berücksichtigung der gegebenen Randbedingungen alle Anforderungen erfüllt. **(3 Punkte)**

Es wird das aktive Dielektrische Volumen des Kondensators betrachtet:

aktive Fläche: $A_{\text{eff}} = (W-2 \cdot b) \cdot (L-b)$

für die maximale Kapazität wählen wir das Dielektrikum so dünn wie möglich:

$d = d_{\text{min}} = 1 \mu\text{m}$

damit ergibt sich die Anzahl der aktiven Schichten zu:

$n = H/d_{\text{min}} - 2 = W/(2 \cdot d_{\text{min}}) - 2$

für die Baugröße 1210:

$A_{\text{eff}} = 0.071 \text{ cm}^2$

$n = 1248$

$C = n \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{A_{\text{eff}}}{d_{\text{min}}} = 157,57 \mu\text{F} > 100 \mu\text{F} \rightarrow$ die Baugröße 1210 ist geeignet

für die Baugröße 1206:

$A_{\text{eff}} = 0.043 \text{ cm}^2$

$n = 798$

$C = n \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{A_{\text{eff}}}{d_{\text{min}}} = 61,33 \mu\text{F} < 100 \mu\text{F} \rightarrow$ die Baugröße 1206 ist nicht geeignet

Alle weiteren Baugrößen beinhalten ein kleineres aktives dielektrisches Volumen, d.h. eine geringere Kapazität. Sie sind daher ebenfalls ungeeignet.

Baugröße: 1210	Punkte A3.b
----------------	-------------

Für den Fall, dass Sie Unterpunkt b) nicht lösen konnten, rechnen Sie mit Baugröße 1210 weiter.

c) Dimensionieren Sie den Kondensator im Hinblick auf die Dicke des Dielektrikums d und die Anzahl der aktiven Schichten n . **(4 Punkte)**

aktive Fläche: $A_{\text{eff}} = (W - 2 \cdot b) \cdot (L - b) = 0.071 \text{ cm}^2$

$$C = n \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{A_{\text{eff}}}{d} = C_{\text{nenn}} = 100 \mu\text{F}$$

mit $n = H/d - 2 = W/(2 \cdot d) - 2$

$$C = \left(\frac{W}{2 \cdot d} - 2 \right) \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{A_{\text{eff}}}{d} = C_{\text{nenn}} = 100 \mu\text{F}$$

$$C = \left(\frac{W}{2 \cdot d^2} - \frac{2}{d} \right) \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot A_{\text{eff}} = C_{\text{nenn}} = 100 \mu\text{F}$$

$$0 = \frac{C_{\text{nenn}}}{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot A_{\text{eff}}} \cdot d^2 + 2 \cdot d - \frac{W}{2}$$

auflösen ergibt:

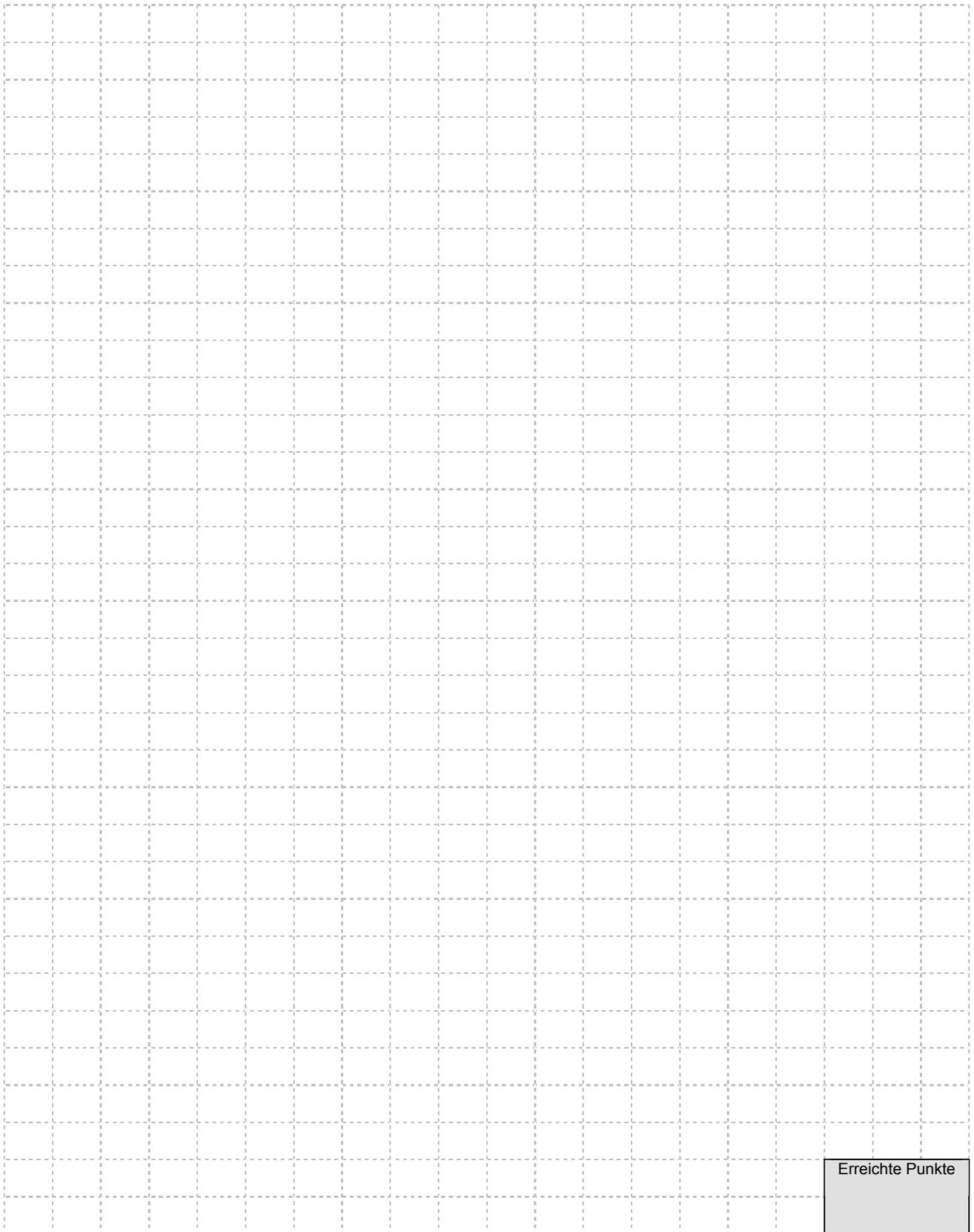
$$d = 1.255 \mu\text{m}$$

$$n = 994$$

$d = 1.255 \mu\text{m}$ $n = 994$	Punkte A3.c
--	-------------

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

													Erreichte Punkte
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------------------



Erreichte Punkte