

Passive Bauelemente (Diplom)

Der Beginn der Prüfung wird von der Prüfungsaufsicht bekannt gegeben. Wenn Sie vor dem offiziellen Beginn diese Seite umschlagen und die Aufgaben einsehen, wird dies als Täuschungsversuch gewertet. Füllen Sie folgenden Kasten vollständig aus.

Nachname Musterlösung	Vorname extern	Matrikelnummer
	Zutreffendes bitte ankreuzen ☐ Erstprüfung ☐ Wiederholungsprüfung	EDV-Nummer
Wiederholer/innen bitte ausfüllen		
Straße/Nummer	Postleitzahl/Ort	
Telefon	E-Mail	

Zur Prüfung zugelassene / mitzubringende Hilfsmittel

- Es sind keine Hilfsmittel außer den angegebenen erlaubt.
- Formelsammlung für PB SS 2009 (ohne handschriftliche Notizen)
- Zwei handschriftlich (einseitig) beschriebene DIN-A4-Seiten
- Taschenrechner und Schreibzeug (Lineal, Stifte etc., keine Bleistifte verwenden)

Hinweise zum Ablauf der Prüfung

- Halten Sie Ihren Studierendenausweis, Ihre Immatrikulationsbescheinigung und Ihre Zulassungsbescheinigung bereit.
- Nach Prüfungsbeginn kontrollieren Sie bitte zuerst, ob das vorliegende Prüfungsheft vollständig ist.
- Die Prüfungsdauer beträgt 3 Zeitstunden.
- Jegliche Kommunikation ist während der Prüfung untersagt.
- Während der Prüfung werden Fragen zu Aufgaben oder Stoffgebiet nicht beantwortet.
- Beachten Sie Tafelanschriften und Folien, die zu Beginn oder während der Prüfung gezeigt werden.

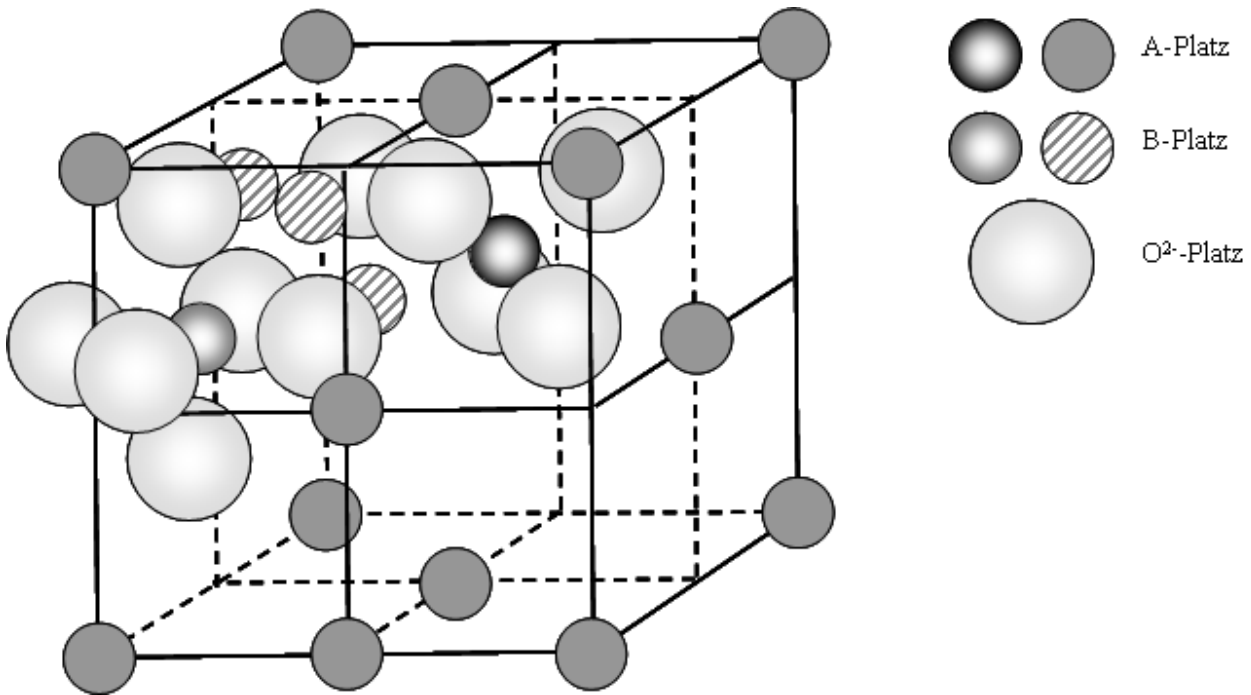
Hinweise zum Bearbeiten der Aufgaben

- Die Prüfung besteht aus 10 Kurzaufgaben (Teil 1) und 3 Rechenaufgaben (Teil 2). In den beiden Teilen sind jeweils 30 Punkte erreichbar.
- Falls Ihnen die deutsche Sprache Schwierigkeiten bereitet, können Sie Begründungstexte alternativ in englischer Sprache formulieren.
- Wenn Sie den Unterpunkt einer Rechenaufgabe nicht gelöst haben, rechnen Sie mit den angegebenen Größen / Zahlenwerten weiter.
- Lösungen auf eigenen Blättern, unzureichend gekennzeichnete Lösungen und Lösungen auf Blättern ohne Angabe von Name, Matrikelnummer oder Aufgabennummer werden nicht gewertet.
- Für die Lösung ist der dafür vorgesehene Bereich unterhalb der jeweiligen Aufgabenstellung zu verwenden. Falls der vorhandene Platz nicht ausreichen sollte, verwenden Sie das hinten beigefügte Zusatzblatt. Bei Bedarf werden von der Prüfungsaufsicht weitere Blätter ausgegeben. Für jede Aufgabe muss eine separate Zusatzseite verwendet werden. Sind auf einer Seite Teile mehrerer Aufgaben gelöst worden, wird entsprechend der Aufgabennummer in der Kopfzeile gewertet.
- Die Ergebnisse und Begründungen sind in die dafür vorgesehenen Bereiche, Felder oder Diagramme zu schreiben bzw. anzukreuzen. Beschriften Sie keinesfalls die grau hinterlegten Korrekturfelder.

Teil 1: Kurzaufgaben (30 Punkte)

Kurzaufgabe K1: Kristallgitter Elementarzelle

a) Im Bild ist die Kristallstruktur von Spinellen zu sehen (Summenformel AB_2O_4). Geben Sie jeweils die Koordinationszahl der A-Platz-Atome bzw. B-Platz-Atome zu den Sauerstoffatomen an. **(1 Punkt)**



Koordinationszahl A-Platz zu O^{2-} : 4

Koordinationszahl B-Platz zu O^{2-} : 6

b) Magnetit ($FeFe_2O_4$) liegt in der Spinell-Struktur vor. Geben Sie die Wertigkeiten der Atome von Magnetit an. **(1 Punkt)**

1/3 der Fe-Atome sind 2-wertig
2/3 der Fe-Atome sind 3-wertig

O^{2-}

c) Nennen Sie ein Beispiel für die Anwendung von Spinellen. **(1 Punkt)**

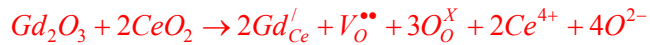
nichtmetallische, polykristalline Magnetwerkstoffe, Weichferrite und Hartferrite, NTC

Punkte K01

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

Kurzaufgabe K2: Kröger-Vink Notation, Defekte

a) Zur Erhöhung der ionischen Leitfähigkeit wird Ceroxid (CeO_2) mit Gadoliniumoxid (Gd_2O_3) dotiert. Dabei wird ein Teil der Cer-Atome durch Gadolinium-Atome ersetzt. Beschreiben Sie den Einbau von Gadoliniumoxid in das Kristallgitter von Ceroxid mittels Kröger-Vink-Notation. **(1 Punkt)**



Oder



b) Neben dem Defekt-Typ „Eigenfehlordnung“ (Schottky- und Frenkel-Defekte) gibt es noch einen weiteren Defekt-Typ in der Gruppe der 0-dimensionalen Kristallfehler. Benennen Sie diesen und nennen Sie zwei möglich Ursachen dafür. Beschreiben Sie, wo im Kristallgitter dieser auftreten kann. **(2 Punkt)**

1 Punkt für:

Defekttyp: Fremdstörstelle durch Dotierung oder Verunreinigung (mind. 1 Begriff davon)

und

Ursachen: Entweder durch gezielte Zugabe oder Verunreinigung

1 Punkt für:

Wo im Kristallgitter: a) Substitution von Atomen des Wirtsgitters
b) Einlagerung auf Zwischengitterplätzen

Punkte K2

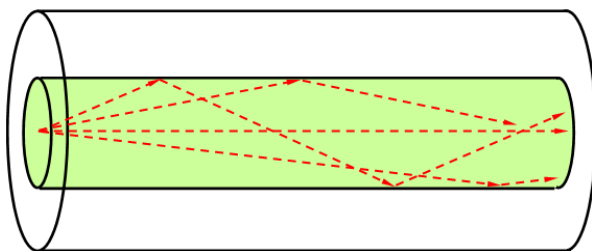
Kurzaufgabe K3: Lichtwellenleiter

Lichtwellenleiter

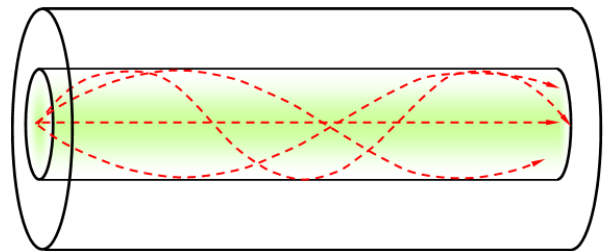
Lichtwellenleiter eignen sich zur Datenübertragung über große Distanzen. Je nach zu überbrückender Strecke werden verschiedene Fasertypen verwendet.

a) Benennen sie die beiden abgebildeten Multimodefasertypen und skizzieren Sie die Strahlenverläufe in den Fasern (jeweils zwei mögliche Ausbreitungswege). (2 Punkte)

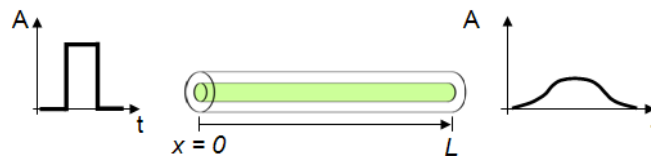
i) **Multimode-Stufenindexfaser**



ii) **Multimode-Gradientenfaser**



b) Ein Rechtecksignal wird in eine Multimodefaser der Länge L eingekoppelt und das Ausgangssignal am Ende der Faser gemessen.



Erklären Sie stichpunktartig den Effekt der Modendispersion bei Multimodefasern. Warum kommt es zur Verbreiterung des gesendeten Impulses. (1 Punkt)

Es sind mehrere verschieden lange Ausbreitungswege der Moden möglich. Daraus resultieren Laufzeitunterschiede und damit die steigende Verbreiterung der Signalimpulse mit wachsender Faserlänge (Dispersion).

Es gibt genau dann einen Punkt, wenn die möglichen, verschieden langen Ausbreitungswege und die daraus resultierenden Laufzeitunterschiede der einzelnen Moden genannt werden.

Punkte K03

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

Kurzaufgabe K4: Metalle

a) Herr Dr. Teruisha Omate hat in seinem Labor verschiedene Metalle, die er in einem Experiment verwenden möchte. Leider wurden deren Datenblätter durch Kaffeeblöcken teilweise unlesbar.

T. Omate kennt aber einen Zusammenhang zwischen der elektrischen Leitfähigkeit σ_{el} und der thermischen Leitfähigkeit λ_W . Erklären Sie, wie dieser Zusammenhang zustande kommt. **(1 Punkt)**

Drude Theorie:

Die Wärmeleitfähigkeit λ_W kommt genauso wie die elektrische Leitfähigkeit σ_{el} durch Elektronenleitung zustande.

Durch Messungen von elektrischer Leitfähigkeit σ_{el} und thermischer Leitfähigkeit λ_W wurde empirisch ein Zusammenhang nachgewiesen und durch das Wiedemann-Franz-Gesetz beschrieben.

b) Helfen Sie die Datenblätter zu vervollständigen, indem Sie die fehlenden Werte bestimmen und in folgende Tabelle eintragen. **(2 Punkte)**

Metall	$\sigma_{el} / \text{Sm}^{-1}$	$\lambda_W / \text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$
Cu	$59,0 \cdot 10^6$	421,80
Au	$44,0 \cdot 10^6$	314,56
Ag	61,4 106	438,96

Das-Wiedemann-Franz-Gesetz $L = \frac{\lambda_W}{\sigma_{el}} \cdot \frac{1}{T} \Leftrightarrow \lambda_W = L \cdot T \cdot \sigma_{el}$ liefert:

$$\lambda_{WCu} = L \cdot T \cdot \sigma_{elCu}$$

$$\lambda_{WAu} = L \cdot T \cdot \sigma_{elAu}$$

$$\lambda_{WAg} = L \cdot T \cdot \sigma_{elAg}$$

Damit ergibt sich für Gold (Au):

$$\lambda_{WAu} = \frac{\lambda_{WCu} \cdot \sigma_{elAu}}{\sigma_{elCu}} \approx 314.56 \frac{W}{m \cdot K}$$

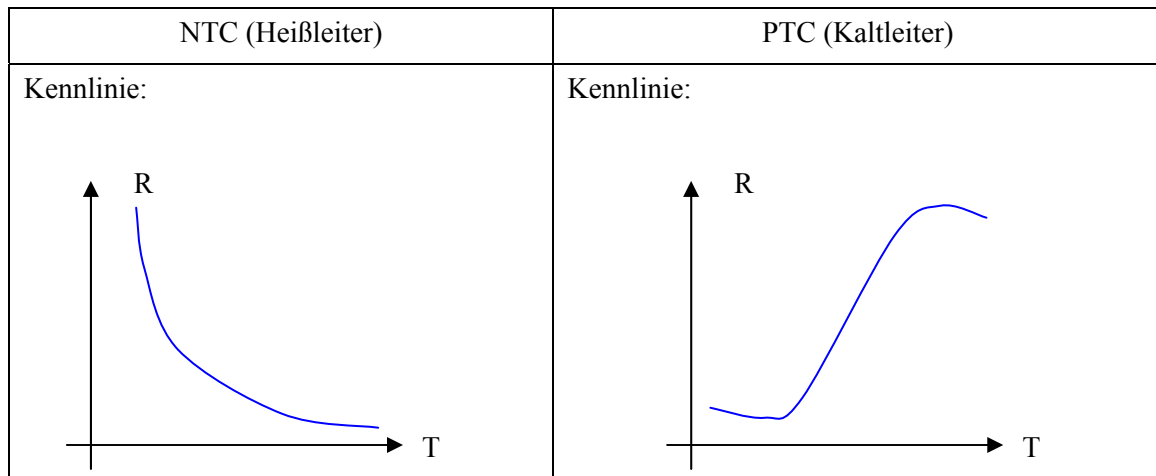
...und für Silber (Ag)

$$\sigma_{elAg} = \frac{\lambda_{WAg} \cdot \sigma_{elCu}}{\lambda_{WCu}} \approx 61,4 \cdot 10^6 \frac{S}{m}$$

Punkte K04

Kurzaufgabe K5: Nichtlineare Widerstände

a) Zeichnen Sie in die gegebenen Diagramme die entsprechenden Kennlinien für Heiß- bzw. Kaltleiter ein. **(1 Punkt)**



b) Welche Mechanismen sind für den thermischen Verlauf des Widerstandes bei NTCs bzw. PTCs verantwortlich? **(1 Punkt)**

NTC:

Hoppingleitung in Metalloxiden und Eigenerwärmung

PTC:

Korngrenzphänomene in halbleitenden Ferroelektrika und Eigenerwärmung

c) Nennen Sie je ein Material, aus dem NTCs bzw. PTCs bestehen. **(1 Punkt)**

NTC:

Spinelle (Ni, Mn) 3O_4

PTC:

n-dotiertes BaTiO_3

Punkte K05

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

Kurzaufgabe K6: Kondensator, Dielektrika

a) Nennen Sie zwei prinzipielle bautechnische Maßnahmen, wie ein Kondensator verändert werden kann, damit er eine größere Kapazität erhält. **(1 Punkt)**

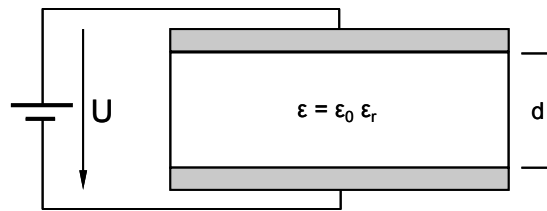


Abbildung 1: Kondensator (schematisch)

Betrachten der Formel $C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d}$ führt zu folgenden Überlegungen:

- i) Elektrodenfläche A vergrößern
- ii) Material mit höherer Dielektrizitätskonstante verwenden
- iii) Dünneres Dielektrikum bzw. Abstand d zwischen den Elektroden verringern

b) Zeichnen Sie für einen idealen Kondensator in Abbildung 2 den Stromverlauf ein. **(1 Punkt)**

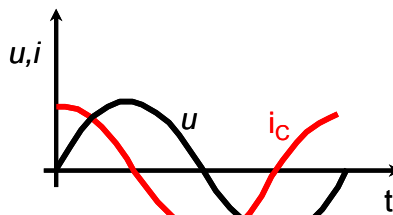


Abbildung 2: Spannungs- und Stromverlauf eines idealen Kondensators

c) Tragen Sie die Begriffe Ferroelektrika, Piezoelektrika und Pyroelektrika an der richtigen Stelle in untenstehender Abbildung ein. **(1 Punkt)**

Ferroelektrizität Spontane Polarisation durch elektrisches Feld beeinflussbar
Pyroelektrizität Spontane Polarisation unabhängig vom elektrischen Feld
Piezoelektrizität Polarisation wird durch mechanische Dehnung induziert und umgekehrt.

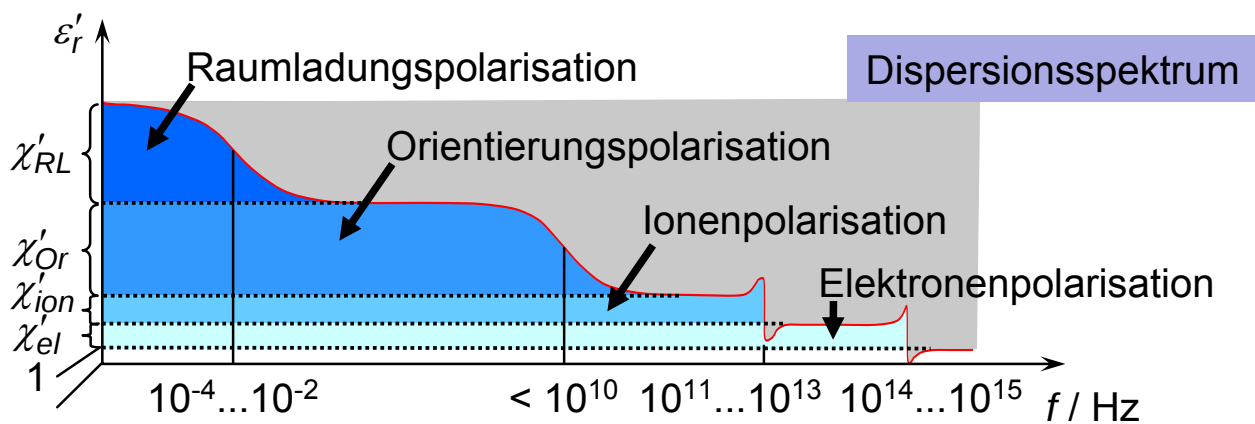
Punkte K06

Kurzaufgabe K7: Dielektrika

a) Was versteht man unter dem Piezoeffekt? (1 Punkt)

Der Piezoeffekt beschreibt die Änderung der elektrischen Polarisation und somit das Auftreten einer elektrischen Spannung an Festkörpern, wenn sie elastisch verformt werden (direkter Piezoeffekt). Umgekehrt verformen sich Materialien bei Anlegen einer elektrischen Spannung (inverser Piezoeffekt)

b) Nennen Sie die vier Grundtypen der Polarisation und skizzieren Sie qualitativ den Verlauf des dielektrischen Dispersionsspektrums. (2 Punkte)

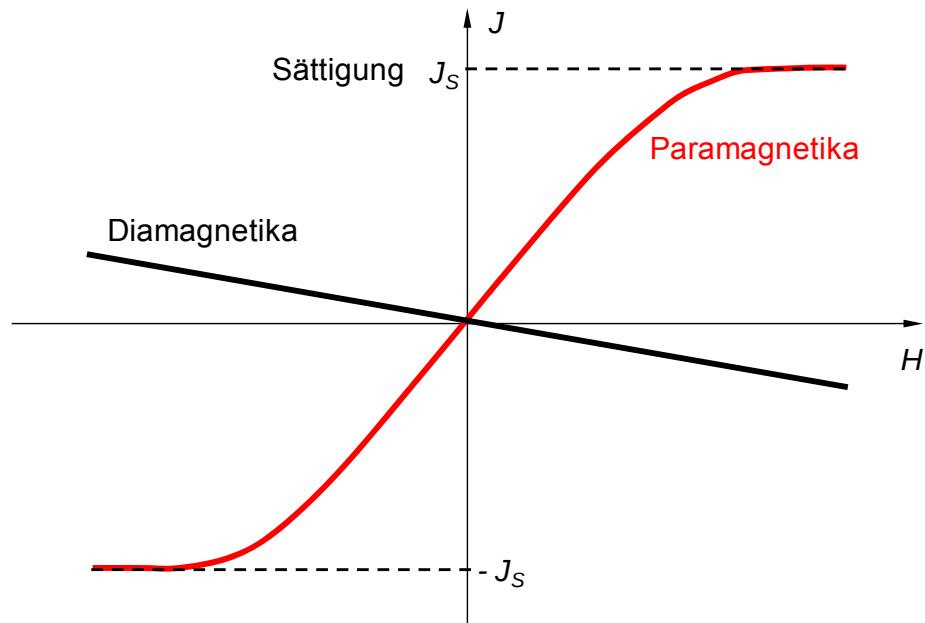


Punkte K07

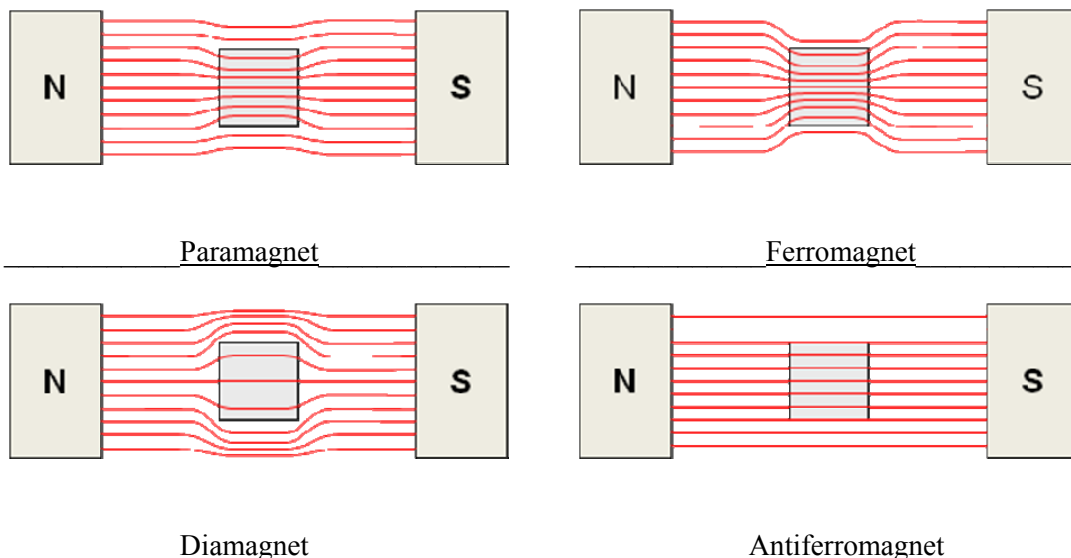
Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

Kurzaufgabe K8: Magnetismus

a) Skizzieren Sie im untenstehenden Diagramm jeweils den Verlauf der Polarisation in Abhängigkeit vom äußeren Magnetfeld für einen diamagnetischen und einen paramagnetischen Werkstoff. **(1 Punkt)**



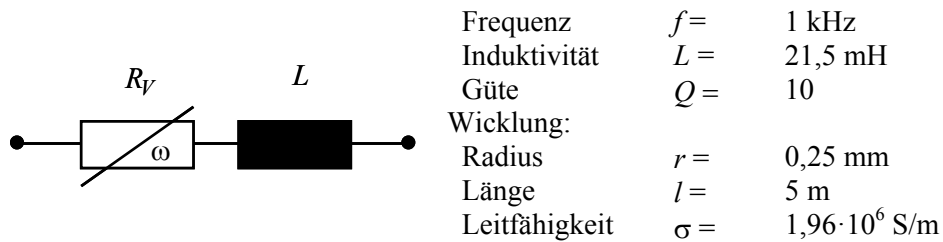
b) Ordnen Sie den gezeigten schematischen Verläufen der magnetischen Feldlinien die korrekte Eigenschaft des skizzierten Werkstückes zu (Diamagnet, Paramagnet, Ferromagnet, Antiferromagnet). **(2 Punkte)**



Punkte K08

Kurzaufgabe K9: Magnetismus und Wechselfeld

Eine reale Spule mit einem geschichteten Ferromagneten (vernachlässigbare Leitfähigkeit) wird mit einem Wechselstrom beaufschlagt.



a) Aus welchen Anteilen setzen sich die Verluste R_V zusammen? Berechnen und Sie die einzelnen Verluste. (2 Punkte)

Hystereseverlustleistung und ohmsche Verluste der Wicklung.

Keine Wirbelstromverluste $\rightarrow$ geschichtet, vernachlässigbare Leitfähigkeit des Ferromagneten

Lösung aus dem Verlustfaktor werden die Gesamtverluste berechnet.

Davon können die ohmschen Verluste der Wicklung subtrahiert werden $\rightarrow$ Ergebnis Hystereseverluste

$$R_V = \omega \cdot L \cdot \tan \delta = 2 \cdot \pi \cdot 1000 \frac{1}{\text{s}} \cdot 0,0215 \text{ H} \cdot \frac{1}{10} = 13,51 \Omega$$

$$R_{\text{Wicklung}} = \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{l}{\pi \cdot r^2} = \frac{1}{1,96 \cdot 10^6 \text{ S/m}} \cdot \frac{5 \text{ m}}{\pi \cdot (0,25 \text{ mm})^2} = 12,99 \Omega$$

$$R_{\text{Hysteres}} = R_V - R_{\text{Wicklung}} = 13,51 \Omega - 12,99 \Omega = 0,52 \Omega$$

c) Wie verändert sich die Güte mit zunehmender Frequenz des Wechselstroms? (1 Punkt)

Die Güte nimmt zu und erreicht für sehr hohe Frequenzen einen konstanten Wert

$$Q = \left(\frac{R_V}{\omega \cdot L} \right)^{-1} = \left(\frac{R_{\text{Wicklung}} + R_{\text{Hysteres}}}{2\pi f \cdot L} \right)^{-1} \text{ mit } R_{\text{Wicklung}} \text{ konstant und } R_{\text{Hysteres}} \text{ proportional zu } f.$$

Punkte K09

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

Kurzaufgabe K10: Textanalyse

Im Folgenden ist ein wissenschaftlicher Text über Elektrodentypen abgedruckt. Ihre Aufgabe ist es, den Text zu beurteilen. Bearbeiten Sie dazu die unten stehenden Fragestellungen.

Elektrodentypen

Elektroden stellen die elektrische Verbindung zwischen Ionen- und Elektronenleiter her. Für den Einsatz von Ionenleitern in Bauelementen sind daher passende Elektroden notwendig. Man unterscheidet (i) blockierende Elektroden, (ii) Metallionenelektroden und (iii) Gasdiffusionselektroden. Blockierende Elektroden erlauben den Ladungstransport über die Grenzfläche Elektrode/Elektrolyt und werden daher in Doppelschichtkondensatoren eingesetzt. In einer Metallionenelektrode ist das Elektrodenmaterial (und z.T. auch der Elektrolyt) an der Ladungstransferreaktion beteiligt, beim Anlegen einer Spannung fließt ein Strom, bis die Elektrode vollständig umgesetzt ist. In einer Gasdiffusionselektrode fungiert das Elektrodenmaterial als elektronischer Leiter und Katalysator, ist aber an der Ladungstransferreaktion nicht beteiligt. Ladungstransport findet sowohl im Elektrolyten (O^{2-} -Ionen) als auch in den Elektroden ($-e_0$) statt, somit ist ein Stromfluss (dc) möglich. Bild 1 zeigt eine

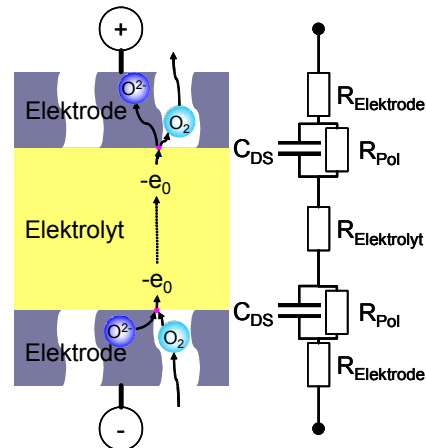


Bild 1: Gasdiffusionselektrode und zugehöriges Ersatzschaltbild

Skizze der Gasdiffusionselektrode und das zugehörige Ersatzschaltbild. Aufgrund der verlustbehafteten Ladungstransferreaktion an der Dreiphasengrenze Gasraum/ Elektrode/ Elektrolyt ergibt sich neben der Doppelschichtkapazität C_{DS} ein Polarisationswiderstand R_{pol} .

a) Finden Sie einen Fehler im ersten Teil bis Zeile 16. Geben Sie die Zeilennummer(n) an und beschreiben Sie, worin der Fehler besteht. **(1 Punkt)**

Lösung: Z.08: Blockierende Elektroden „verhindern“ den Ladungstransfer, nicht „erlauben“

b) Finden Sie einen Fehler im zweiten Teil ab Zeile 17 und beschreiben Sie, worin der Fehler besteht. **(1 Punkt)**

Lösung: Z.24: Zeichnung ist falsch → O^{2-} - Ionen in Elektroden statt Elektrolyt, $-e_0$ in Elektrolyt statt Elektroden

c) Geben Sie jeweils für Metallionenelektroden und Gasdiffusionselektroden eine technische Anwendung an. **(1 Punkt)**

Metallionenelektroden: Einsatz in _____ Batterien & Akkus _____

Gasdiffusionselektroden: Einsatz in _____ z.B. SOFC _____

Punkte K10

Teil 2: Rechenaufgaben (30 Punkte)

Rechenaufgabe A1: NTC

a) Ein keramischer Heißleiter (NTC) soll zur Messung der Strömungsgeschwindigkeit von Luft eingesetzt werden. Die Kenndaten sind der folgenden Tabelle zu entnehmen.

Zahlenwerte:

Temperaturabhängigkeit des NTC	$R(T)$	$=$	$A \cdot \exp(B/T)$
Durch Konvektion abgeführte Leistung	P_K	$=$	$\alpha_L \cdot A_O \cdot (T - T_U)$
Temperatur des NTC in K	T		
Umgebungs- bzw. Lufttemperatur in °C	ϑ_L	$=$	25 °C
Umgebungs- bzw. Lufttemperatur in K	T_U	$=$	298,15 K
Gesamte Oberfläche des NTC	A_O	$=$	0,1 cm ²
Wärmeübergangszahl an Luft	α_L	$=$	4 mW·cm ⁻² ·K ⁻¹
Thermistor-Konstanten	A	$=$	0,1 Ω
	B	$=$	3000 K

Anmerkung: Die drei Aufgabenteile können unabhängig voneinander gelöst werden!

a) Zunächst wird mit dem NTC eine Temperaturmessung vorgenommen. Wie groß darf die maximale Spannung bzw. Strom am NTC sein, damit sich der NTC aufgrund der Eigenerwärmung nicht mehr als 1K gegenüber der gegebenen Umgebungstemperatur $\vartheta_L = 25$ °C erwärmt? **(3 Punkte)**

Lösung:

Abgeführte Leistung an ruhender Luft: $P_K = I^2 R = \frac{U^2}{R} = \alpha_L A_O (T - T_U)$

Mit dem Widerstand des Thermistors: $R_{(T_h)} = A \cdot e^{\frac{B}{T_h}}$

Folgt die Spannung bzw. Strom am Thermistor:

$$U_{(T)} = \pm \sqrt{R_{(T)} \cdot [\alpha_L \cdot A_O \cdot (T - T_U)]}; \quad I_{(T)} = \pm \sqrt{\frac{[\alpha_L \cdot A_O \cdot (T - T_U)]}{R_{(T)}}}$$

Bei max. Erhöhung von 1 K darf der NTC maximal 26 °C (299,15 K) warm werden →
 $U(299,15 \text{ K}) = 0,952 \text{ V}$, $I(299,15 \text{ K}) = 0,42 \text{ mA}$

$$U = 0,952 \text{ V}$$

$$I = 0,42 \text{ mA}$$

Punkte
A1.a

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

b) Der NTC sei über einen Vorwiderstand an eine Spannungsquelle angeschlossen. Berechnen Sie die Temperatur T_m des NTC, für welche die über dem NTC abfallende Spannung $U=f(T)$ maximal wird und geben Sie den Wert der maximalen Spannung U_m an. **(4 Punkte)**

Lösung:

Mit $U^2_{(T)} = R_{(T)} \cdot [\alpha_L \cdot A_0 \cdot (T - T_U)] \rightarrow$

$$\frac{d}{dT} U^2_{(T)} = \frac{d}{dT} \left(A \cdot e^{\frac{B}{T}} \cdot [\alpha_L \cdot A_0 \cdot (T - T_U)] \right) = A \cdot \alpha_L \cdot A_0 \cdot e^{\frac{B}{T}} - \frac{A \cdot \alpha_L \cdot A_0 \cdot B \cdot e^{\frac{B}{T}} \cdot (T - T_U)}{T^2} = 0$$

$$T^2 - BT + BT_U = 0 \quad \rightarrow \quad T_m = \frac{B}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{B}{2}\right)^2 - BT_U} = 335,72 \text{ K} \rightarrow 62,57^\circ \text{C}$$

$$U_{m(335,72\text{K})} = 3,38 \text{ V}$$

$T_m = 335,72 \text{ K bzw. } 62,57^\circ \text{C}$ $U_m = 3,38 \text{ V}$	Punkte A1.b
---	----------------

c) Der NTC soll nun zur Bestimmung der Strömungsgeschwindigkeit v von Luft eingesetzt werden. Die Wärmeübergangszahl α darf als eine Funktion der Strömungsgeschwindigkeit der Form $\alpha_{(v)} = \alpha_L + k_v \sqrt{v}$ angenommen werden. Zur Bestimmung der Gerätekonstante k_v wird der NTC mit einer definierten Luft-Strömungsgeschwindigkeit von $v = 3 \text{ cm/s}$ betrieben. Dabei wird im thermischen Gleichgewicht am NTC eine Spannung von $U = 4,5 \text{ V}$ und ein Strom von $I = 8,8 \text{ mA}$ gemessen. Berechnen Sie die Temperatur T des NTC und die Gerätekonstante k_v . Die Lufttemperatur sei nach wie vor $\vartheta_L = 25 \text{ °C}$. **(3 Punkte)**

$$P_K = U \cdot I = (\alpha_L + k_v \sqrt{v}) \cdot A_0 \cdot (T - T_U)$$

$$P = U \cdot I = I^2 \cdot R_{(T)} = I^2 \cdot A \cdot e^{\frac{B}{T}} \rightarrow T = \frac{B}{\ln\left(\frac{U}{I} \cdot \frac{1}{A}\right)} = 351,15 \text{ K} \quad \text{bzw. } 78^\circ\text{C}$$

$$k_v = \left(\frac{U \cdot I}{A_0 \cdot (T - T_U)} - \alpha_L \right) \cdot \frac{1}{\sqrt{v}} = 2 \cdot 10^{-3} \frac{\text{Ws}^{\frac{1}{2}}}{\text{K} \cdot \text{cm}^{\frac{3}{2}}}$$

$T = 351,15 \text{ K bzw. } 78 \text{ °C}$ $k_v = 0,002 \frac{\text{W} \sqrt{\text{s}}}{\text{K cm}^{\frac{3}{2}}} = 200 \frac{\text{W} \sqrt{\text{s}}}{\text{K m}^{\frac{3}{2}}}$	Punkte A1.c
--	------------------------

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

Rechenaufgabe A2: Metalle (DMS)

Betrachtet wird ein zylindrischer Draht aus Platin (Pt) mit der Länge l und dem Durchmesser d . Der Draht wird auf der konstanten Temperatur $\Theta_U = 25^\circ\text{C}$ gehalten und von einem Strom I durchflossen (siehe Bild 1). Die elektrische Leitfähigkeit von Pt beträgt bei Raumtemperatur $\sigma = 9,6 \cdot 10^4 \text{ S cm}^{-1}$.

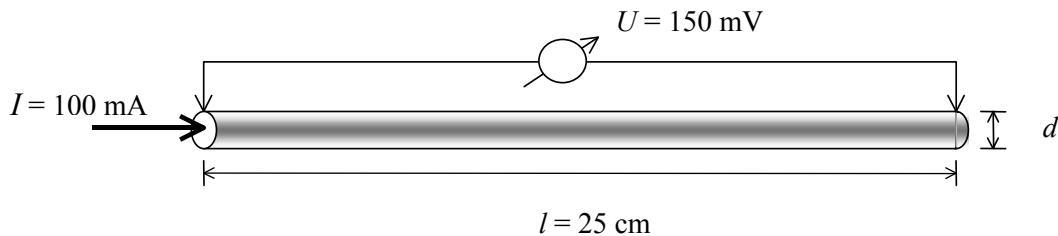


Bild 1: Spannungsabfall über Pt-Drahtstück (Probe)

a) Über die Enden des Drahtes wird die Spannung U gemessen. Berechnen Sie den Durchmesser d des Drahtes. **(1 Punkt)**

$$\begin{aligned}
 R &= \rho \frac{l}{A} = \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{l}{\frac{\pi}{4} d^2} \\
 \Rightarrow d &= \sqrt{\frac{4 \cdot l}{\pi \cdot \sigma \cdot R}} = \sqrt{\frac{4 \cdot l \cdot I}{\pi \cdot \sigma \cdot U}} \\
 &= \sqrt{\frac{4 \cdot 0,25 \text{ m} \cdot 0,1 \text{ A}}{\pi \cdot 9,6 \cdot 10^6 \text{ S m}^{-1} \cdot 0,150 \text{ V}}} \\
 \Rightarrow d &\approx 0,15 \text{ mm}
 \end{aligned}$$

$d =$	Punkte A2.a
-------	-------------

b) Die Konzentration der Elektronen in der Probe beträgt $n = 6,78 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3}$. Berechnen Sie aus der elektrischen Leitfähigkeit σ und der gemessenen Spannung die Diffusionskonstante D_n der Elektronen bei Raumtemperatur (Θ_U) sowie ihre Driftgeschwindigkeit v_D . **(2 Punkte)**

$$(1) \quad \sigma = n \cdot e_0 \cdot \mu_n$$

$$(2) \quad \frac{D_n}{\mu_n} = \frac{kT}{e_0} \quad (\text{Einstein-Beziehung})$$

$$(3) \quad v_D = \mu_n E = \mu_n \frac{U}{l}$$

(1) und (2) $\Rightarrow$

$$D_n = \frac{kT\sigma}{ne_0^2} = \frac{1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} \cdot 298 \text{ K} \cdot 9,6 \cdot 10^4 \text{ S cm}^{-1}}{6,78 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3} \cdot (1,602 \cdot 10^{-19} \text{ As})^2} \approx 0,23 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$$

(3) und (1) $\Rightarrow$

$$v_D = \frac{\sigma}{ne_0} \cdot \frac{U}{l} \approx \frac{96000 \text{ S cm}^{-1}}{6,78 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3} \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ As}} \cdot \frac{0,150 \text{ V}}{25 \text{ cm}} \approx 0,05 \text{ cm s}^{-1}$$

$D_n =$ $v_D =$	Punkte A2.b
------------------------	-------------

c) Bei zwei sehr tiefen Temperaturen wurde der Widerstand der Pt-Probe gemessen (Bild 2). Berechnen Sie hieraus den Widerstand R für die Temperatur $\theta = -240 \text{ °C}$. **(2 Punkte)**

Hinweise: Vernachlässigen Sie dabei thermische Ausdehnungseffekte. Für den spezifischen Widerstand bei sehr tiefen Temperaturen gilt nach Grüneisen: $\rho \propto T^5$. Verwenden Sie einen der beiden folgenden Ansätze für $R(T)$ und begründen Sie Ihre Wahl:

$$(i) \quad R = a \cdot T^5$$

$$(ii) \quad R = b + c \cdot T^5$$

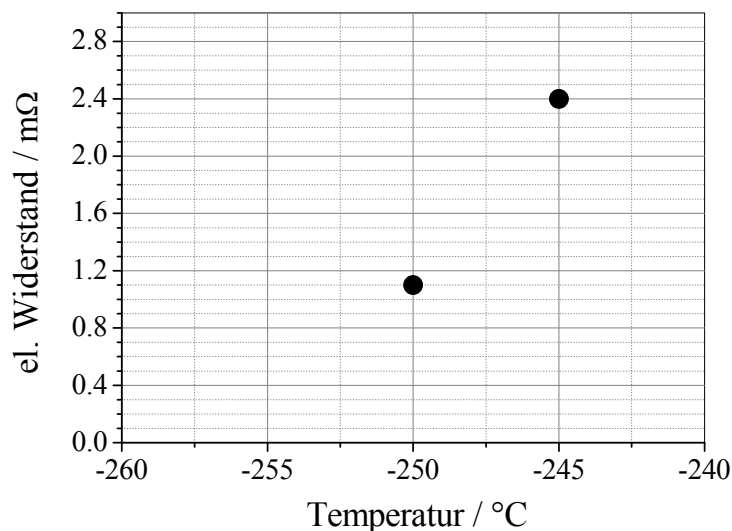


Bild 2: Widerstand des Pt-Drahts bei sehr tiefen Temperaturen

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

Nach Matthiessenscher Regel: $R = R_0 + c \cdot T^5$ (1 Punkt)

(R_0 ist der T -unabhängige Restwiderstand infolge von Fremdatomen, Gitterdefekten etc.)

Aus Diagramm beide Wertepaare ablesen: $(T_1; R_1) = (23,15 \text{ K}; 1,1 \text{ m}\Omega)$; $(T_2; R_2) = (28,15 \text{ K}, 2,4 \text{ m}\Omega)$

$$(1) R_1 = R_0 + c \cdot T_1^5$$

$$(2) R_2 = R_0 + c \cdot T_2^5$$

$$(1) - (2) \Rightarrow c = \frac{R_1 - R_2}{T_1^5 - T_2^5} \approx 1,18 \cdot 10^{-7} \text{ m}\Omega/\text{K}$$

$$(1) + (2) \Rightarrow R_0 = \frac{R_1 + R_2 - c(T_1^5 + T_2^5)}{2} \approx 0,31 \text{ m}\Omega$$

Damit ergibt sich für $T = 33,15 \text{ K}$:

$$R_{T=33,15 \text{ K}} = R_0 + c \cdot T^5 \approx 5,0 \text{ m}\Omega \quad (1 \text{ Punkt})$$

$R(\theta = -240 \text{ }^\circ\text{C}) =$	Punkte A2.c
---	-------------

In den folgenden Aufgabenteilen ist die Längenänderung des Drahtes aufgrund von Temperaturerhöhung zu vernachlässigen.

d) Der Messstrom I in Bild 1 wird nun auf 1300 mA erhöht. Der Pt-Draht erwärmt sich dabei auf eine Oberflächentemperatur von $\theta_O = 200 \text{ }^\circ\text{C}$. Die Umgebungstemperatur bleibt konstant bei $\theta_U = 25 \text{ }^\circ\text{C}$. Für die Temperaturerhöhung gilt $\Delta T = \theta_O - \theta_U$. Berechnen Sie hieraus den linearen Temperaturkoeffizienten $\alpha_\rho = (1/\rho) \cdot (\Delta\rho/\Delta T)$ des spezifischen Widerstands ρ von Platin zwischen $25 \text{ }^\circ\text{C}$ und $200 \text{ }^\circ\text{C}$. (3 Punkte)

Hinweis: Die von dem Draht über die Oberfläche A_O durch Konvektion abgeführte Wärmeleistung berechnet sich gemäß $P_K = s_W \sqrt{I} \sqrt{A_O} \Delta T^{5/4}$ mit $s_W = 1,23 \text{ W} \cdot \text{K}^{-5/4} \cdot \text{m}^{-3/2}$.

$$P_K = P_{\text{elektrisch}} = I^2 R_{\text{warm}}$$

(1 Punkt)

$$s_W \sqrt{l} \sqrt{A_0} \cdot \Delta T^{5/4} = I^2 \cdot R_{25^\circ\text{C}} (1 + \alpha_\rho \Delta T)$$

$$\Rightarrow \alpha_\rho = \frac{1}{\Delta T} \cdot \left(\frac{s_W \sqrt{l} \sqrt{A_0} \cdot \Delta T^{5/4}}{I^2 \cdot R_{25^\circ\text{C}}} - 1 \right) = \frac{1}{\Delta T} \cdot \left(\frac{s_W \sqrt{l} \sqrt{\pi \cdot d \cdot l} \cdot \Delta T^{5/4}}{I^2 \cdot (U/I)_{25^\circ\text{C}}} - 1 \right) \quad (1 \text{ Punkt})$$

$$= \frac{1}{175 \text{ K}} \cdot \left(\frac{1,23 \text{ W} \cdot \text{K}^{-5/4} \cdot \text{m}^{-3/2} \cdot \sqrt{0,25 \text{ m}} \sqrt{\pi \cdot 0,00015 \text{ m} \cdot 0,25 \text{ m}} \cdot (175 \text{ K})^{5/4}}{(1,3 \text{ A})^2 \cdot (150 \text{ mV}/100 \text{ mA})} - 1 \right)$$

$$\approx 3,9 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1} \quad (1 \text{ Punkt})$$

$\alpha_\rho =$	Punkte A2.d
-----------------	-------------

Wenn Sie diesen Punkt nicht gelöst haben, rechnen Sie mit $\alpha_\rho = 5,0 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ weiter.

e) Der Pt-Draht wird nun bei 25°C um 3 % längs gedehnt. Die Dehnung $\varepsilon_M = \frac{\Delta l}{l}$ wird über den Widerstand des Drahtes gemessen. Um wieviel Kelvin darf der Draht durch den Messstrom maximal erwärmt werden, damit der durch die Eigenerwärmung des Drahtes resultierende Messfehler unterhalb von 15 % bleibt? **(2 Punkte)**

Hinweis: Platin weist einen k -Faktor von $k_{Pt} = 2,16$ auf.

$$\varepsilon_M = \frac{\Delta l}{l} = 0,03$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta R_{\text{Dehnung}}}{R} \stackrel{(\text{Formelsammlung})}{=} k \cdot \varepsilon_M = 2,16 \cdot \frac{\Delta l}{l} = 0,0648$$

Es soll nun gelten:

$$\frac{\Delta R_{\text{Erwärmung}}}{R} \stackrel{!}{\leq} 0,15 \cdot \frac{\Delta R_{\text{Dehnung}}}{R} \quad (1 \text{ Punkt})$$

$$\Rightarrow \alpha_\rho \cdot \Delta T \stackrel{!}{\leq} 0,15 \cdot 0,0648$$

$$\Rightarrow \Delta T \stackrel{!}{\leq} 0,00972 \cdot \frac{1}{\alpha_\rho} = 0,00972 \cdot \frac{1}{3,9 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}} = 2,5 \text{ K} \quad (1 \text{ Punkt})$$

$\Delta T =$	Punkte A2.e
--------------	-------------

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

Rechenaufgabe A3: Dielektrika

Ein Typ 2 Keramikkondensator aus polykristallinem Bariumtitanat lässt sich durch ein Ersatzschaltbild nach Bild 1 beschreiben. Der Kondensator besteht aus einem zylinderförmigen Dielektrikum, auf dem zwei Elektroden (oben und unten) mit der Fläche $A = 125 \text{ mm}^2$ aufgebracht sind. Die Dicke des Dielektrikums beträgt $d = 500 \text{ }\mu\text{m}$.

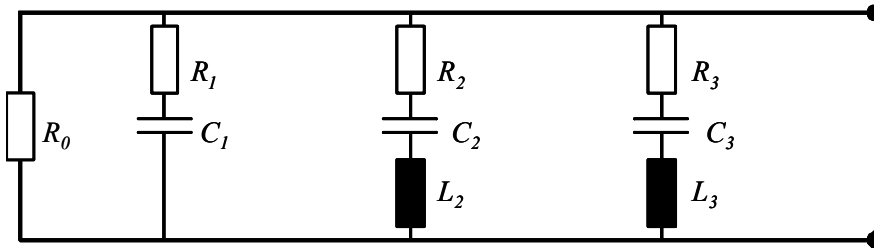
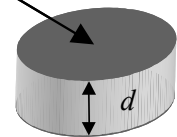


Bild 1

Elektrode (Fläche A)



a) Welche der Ersatzschaltbildelemente sind oberhalb des Curie-Punktes (Temperaturen $T > T_C$) bestimmt? Begründen Sie Ihre Auswahl. Geben Sie die Werte dieser Elemente an. **(2 Punkte)**

kubische Phase $\rightarrow$ keine permanenten Dipole $\rightarrow$ keine Orientierungspolarisation $\rightarrow$ ESB-Elemente für den Relaxationsprozess entfallen

Relaxation wird im ESB durch die Serienschaltung einer Kapazität mit einem die Verluste repräsentierenden Widerstand abgebildet.

R_1 und C_1 entfallen daher $R_1 = 0$ und $C_1 = 0$

	Punkte A3.a
--	-------------

b) Das Dielektrikum wird im Folgenden bei einer Frequenz von 1 kHz bei Raumtemperatur betrieben.

Welche der Ersatzschaltbildelemente können bei dieser Frequenz vernachlässigt werden?

Begründen Sie Ihre Antwort.

Zeichnen Sie ein für diese Frequenz gültiges, möglichst einfaches Ersatzschaltbild. **(3 Punkte)**

Ionen- und die Elektronenpolarisation gehen erst bei Frequenzen $> 10^{11} \text{ Hz}$ in die Resonanz:

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

→ Effekte, die durch die Ersatzschaltbildelemente R_2 , R_3 , L_2 und L_3 beschrieben werden, sind vernachlässigbar

→ $R_2 = R_3 = 0$

→ $L_2 = L_3 = 0$

→ C_2 und C_3 bleiben erhalten

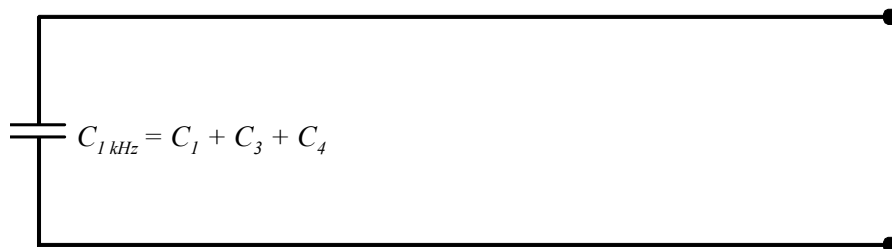
Orientierungspolarisation tritt bei Raumtemperatur auf, ihre Relaxationsfrequenz ω_0 liegt im Mikrowellenbereich:

→ $R_1 = 0$ (relaxationsbedingte Verluste können bei 1 kHz vernachlässigt werden)

→ C_1 bleibt erhalten

Bariumtitanat besitzt eine sehr niedrige elektrische Leitfähigkeit

→ $R_0 = \infty$ Verluste durch Leckströme können bei 1 kHz vernachlässigt werden.



In Bild 2 sind Real- und Imaginärteil der komplexen Dielektrizitätszahl des Dielektrikums des Kondensators aus Bild 1 über der Frequenz aufgetragen.

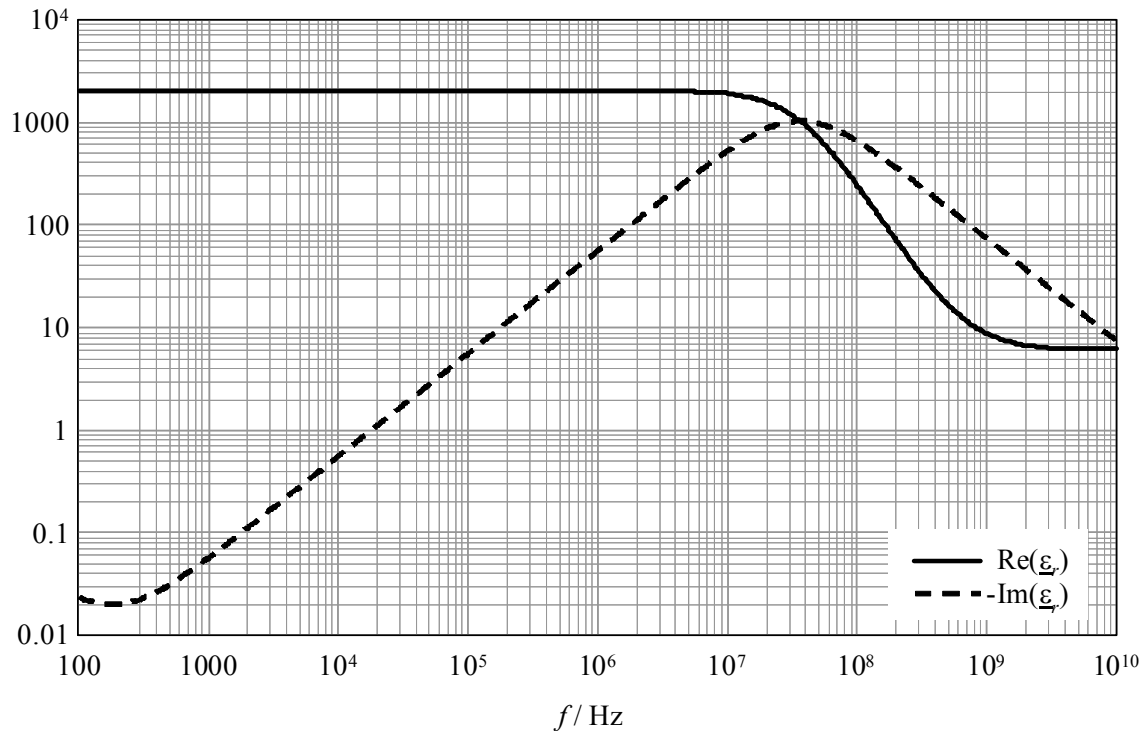


Bild 2

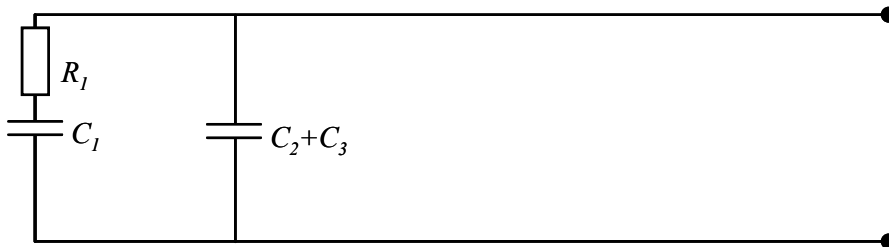
c) Geben Sie ein geeignetes Ersatzschaltbild an, welches den Kondensator (inkl. Verluste) im Frequenzbereich 1 kHz bis 10 MHz beschreibt und berechnen Sie die Elemente des Ersatzschaltbildes. **(5 Punkte)**

In dem betrachteten Frequenzbereich dominiert die Orientierungspolarisation Kapazität und Verluste:

$$C_1 \gg C_2 + C_3$$

$$R_0 \gg$$

ESB:



aus Diagramm ablesen:

$$\operatorname{Re}(\epsilon_r(100 \text{ kHz})) = 2000$$

$$\operatorname{Im}(\epsilon_r(100 \text{ kHz})) = -5.56$$

Nachname	Vorname(n)	Matrikelnummer
----------	------------	----------------

$$\underline{Z} = R_1 + \frac{1}{j \cdot \omega \cdot C_1} = \frac{1}{j \cdot \omega \cdot \underline{C}}$$

$$\underline{C} = \varepsilon_0 \cdot \underline{\varepsilon_r} \cdot \frac{A}{d}$$

$$\underline{Z} = \frac{d}{j \cdot \omega \cdot \varepsilon_0 \cdot \underline{\varepsilon_r} \cdot A} = \frac{d}{j \cdot \omega \cdot \varepsilon_0 \cdot A} \cdot \frac{1}{\varepsilon_r' + j \varepsilon_r''} = \frac{d}{\omega \cdot \varepsilon_0 \cdot A} \cdot \frac{1}{j \varepsilon_r' - \varepsilon_r''} =$$

$$= \frac{d}{\omega \cdot \varepsilon_0 \cdot A} \cdot \frac{-1}{\varepsilon_r'' - j \varepsilon_r'} = \frac{-d}{\omega \cdot \varepsilon_0 \cdot A} \cdot \frac{\varepsilon_r'' + j \varepsilon_r'}{\varepsilon_r''^2 + \varepsilon_r'^2}$$

$$R_1 = \operatorname{Re}(\underline{Z}) = \frac{-d}{\omega \cdot \varepsilon_0 \cdot A} \cdot \frac{\varepsilon_r''}{\varepsilon_r''^2 + \varepsilon_r'^2} = 1 \, \Omega \quad (1 \text{ Punkt})$$

$$\frac{1}{j \cdot \omega \cdot C_1} = \operatorname{Im}(\underline{Z}) = \frac{-d}{\omega \cdot \varepsilon_0 \cdot A} \cdot \frac{j \varepsilon_r'}{\varepsilon_r''^2 + \varepsilon_r'^2}$$

$$C_1 = \frac{1}{j \cdot \omega} \cdot \frac{\omega \cdot \varepsilon_0 \cdot A}{-d} \cdot \frac{\varepsilon_r''^2 + \varepsilon_r'^2}{j \varepsilon_r'} = \frac{\omega \cdot \varepsilon_0 \cdot A \cdot (\varepsilon_r''^2 + \varepsilon_r'^2)}{d \cdot \varepsilon_r'} = 4.44 \, \text{nF} \quad (1 \text{ Punkt})$$

	Punkte A3.c
--	-------------

