

# Übung 6

### A1: Lambda-Sonde

Im Folgenden ist ein wissenschaftlicher Text über die Funktionsweise der Lambda-Sonde abgedruckt. Ihre Aufgabe ist es, den Text zu beurteilen. Bearbeiten Sie dazu die unten stehenden Fragestellungen.

#### *Lambda-Sonde*

2 In der Abgassensorik moderner Benzinmoto-  
4 ren werden potentiometrische Lambda-  
6 Sonden eingesetzt. Der Arbeitsweise potenti-  
8 ometrischer Sensoren liegt das Nernst-Sonde-  
10 Prinzip und somit die Nernstsche Gleichung  
12 zugrunde. Es wird stromlos das Potential  
14 zwischen einer Referenz- und einer Mes-  
16 selektrode gemessen. Bei der Lambda-Sonde  
18 wird der gasundurchlässige elektronen-  
20 leitende Elektrolyt so eingesetzt, dass er Ab-  
22 gas (Messraum) und Umgebungsluft (Referenz-  
umgebung), in denen unterschiedliche  
Sauerstoffpartialdrücke herrschen, voneinan-  
der trennt. Als Elektroden werden auf beiden  
Seiten blockierende Elektroden aus Platin  
verwendet. Durch das Nichtgleichgewicht  
der chemischen Potentiale zwischen Abgas-  
seite und Umgebungsluftseite bauen sich an  
den Grenzschichten zwischen den Pt-  
Elektroden und dem Festelektrolyten La-  
dungsansammlungen (Ladungsdoppel-  
schichten) auf.

Da durch den Elektrolyten keine Elektronen 24  
zum Ladungsausgleich fließen können, baut 26  
sich ein elektrisches Feld auf, das der Diffu-  
sion der  $O^{2-}$ -Ionen entgegenwirkt. Das elek- 28  
trische Feld erzeugt eine Spannung  $U_{Nernst}$ , die  
über die Pt-Elektroden an beiden Seiten des 30  
Festelektrolyten abgegriffen werden kann.

$$U_{Nernst} = \frac{RT}{2F} \ln \left( \frac{\sqrt{p_{O_2}^{Luft}}}{\sqrt{p_{O_2}^{Abgas}}} \right)$$

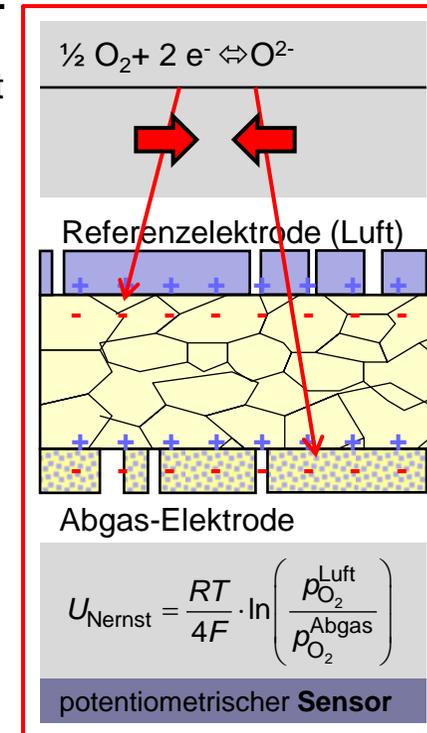
Die Spannung  $U_{Nernst}$  ist von der Temperatur 32  
und den Sauerstoffpartialdrücken auf Abgas-  
und Umgebungsluftseite abhängig. 34

2 In der Abgassensorik moderner Benzinmoto-  
4 ren werden potentiometrische Lambda-  
6 Sonden eingesetzt. Der Arbeitsweise potenti-  
8 ometrischer Sensoren liegt das Nernst-Sonde-  
10 Prinzip und somit die Nernstsche Gleichung  
12 zugrunde. Es wird stromlos das Potential  
14 zwischen einer Referenz- und einer Mes-  
16 selektrode gemessen. Bei der Lambda-Sonde  
wird der gasundurchlässige elektronen-  
leitende Elektrolyt so eingesetzt, dass er Ab-  
gas (Messraum) und Umgebungsluft (Referenz-  
umgebung), in denen unterschiedliche  
Sauerstoffpartialdrücke herrschen, voneinan-  
der trennt. Als Elektroden werden auf beiden  
Seiten blockierende Elektroden aus Platin  
verwendet. Durch das Nichtgleichgewicht

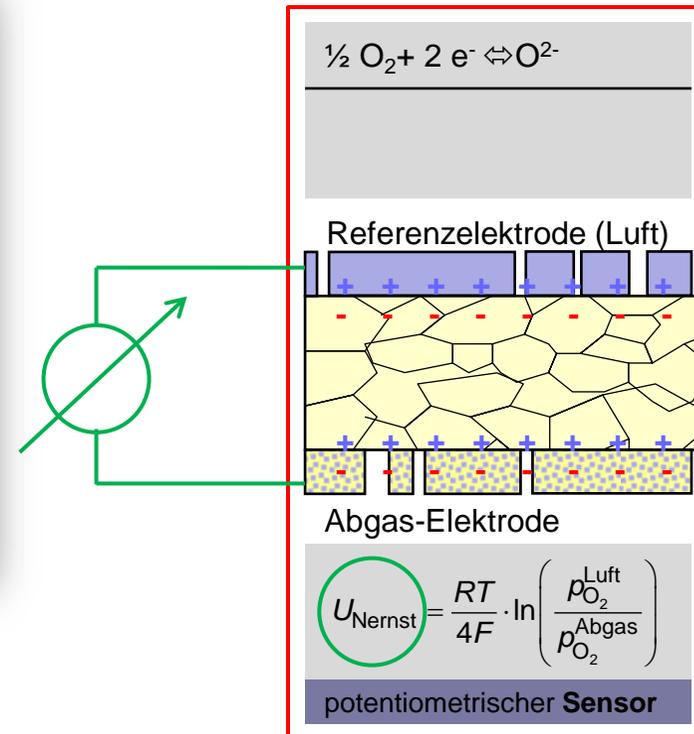
### Funktionsweise:

Reaktion findet  
räumlich getrennt  
statt

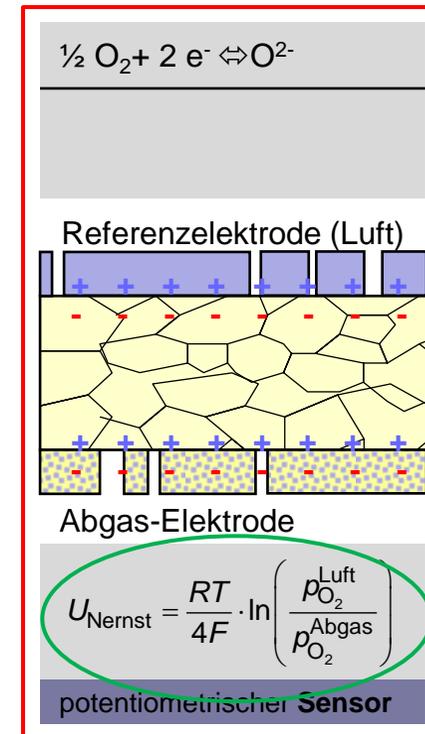
**Triebkraft:**  
 $p_{O_2}$ -Gradient



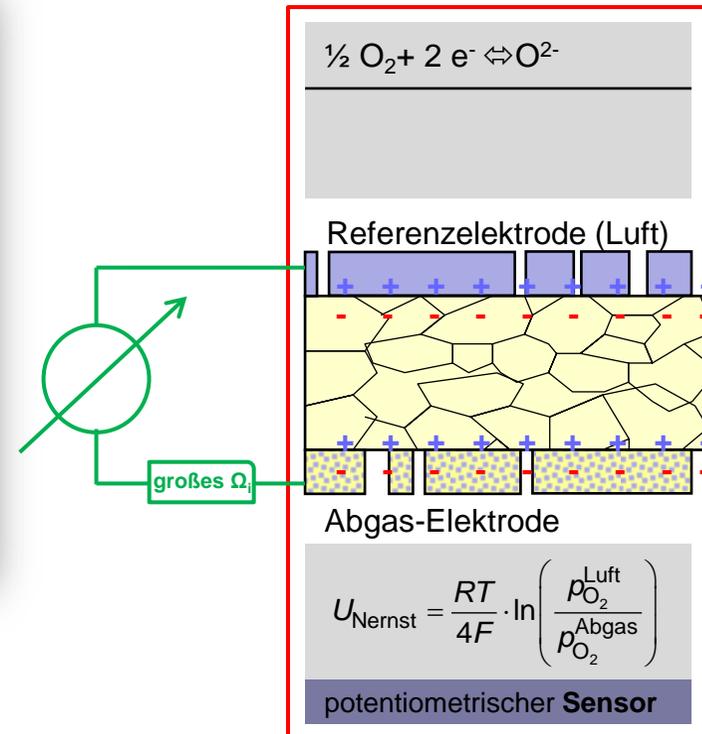
2 In der Abgassensorik moderner Benzinmoto-  
 4 ren werden **potentiometrische** Lambda-  
 6 Sonden eingesetzt. Der Arbeitsweise potenti-  
 8 ometrischer Sensoren liegt das Nernst-Sonde-  
 10 Prinzip und somit die Nernstsche Gleichung  
 12 zugrunde. Es wird stromlos das Potential  
 14 zwischen einer Referenz- und einer Mes-  
 16 selektrode gemessen. Bei der Lambda-Sonde  
 wird der gasundurchlässige elektronen-  
 leitende Elektrolyt so eingesetzt, dass er Ab-  
 gas (Messraum) und Umgebungsluft (Referenz-  
 umgebung), in denen unterschiedliche  
 Sauerstoffpartialdrücke herrschen, voneinan-  
 der trennt. Als Elektroden werden auf beiden  
 Seiten blockierende Elektroden aus Platin  
 verwendet. Durch das Nichtgleichgewicht



2 In der Abgassensorik moderner Benzinmoto-  
 4 ren werden potentiometrische Lambda-  
 6 Sonden eingesetzt. Der Arbeitsweise potenti-  
 8 ometrischer Sensoren liegt das Nernst-Sonde-  
 10 Prinzip und somit die Nernstsche Gleichung  
 12 zugrunde. Es wird stromlos das Potential  
 14 zwischen einer Referenz- und einer Mes-  
 16 selektrode gemessen. Bei der Lambda-Sonde  
 wird der gasundurchlässige elektronen-  
 leitende Elektrolyt so eingesetzt, dass er Ab-  
 gas (Messraum) und Umgebungsluft (Referenz-  
 umgebung), in denen unterschiedliche  
 Sauerstoffpartialdrücke herrschen, voneinan-  
 der trennt. Als Elektroden werden auf beiden  
 Seiten blockierende Elektroden aus Platin  
 verwendet. Durch das Nichtgleichgewicht



2 In der Abgassensorik moderner Benzinmoto-  
 4 ren werden potentiometrische Lambda-  
 6 Sonden eingesetzt. Der Arbeitsweise potenti-  
 8 ometrischer Sensoren liegt das Nernst-Sonde-  
 10 Prinzip und somit die Nernstsche Gleichung  
 12 zugrunde. Es wird **stromlos** das Potential  
 14 zwischen einer **Referenz- und einer Mes-**  
 16 **selektrode** gemessen. Bei der Lambda-Sonde  
 wird der gasundurchlässige elektronen-  
 leitende Elektrolyt so eingesetzt, dass er Ab-  
 gas (Messraum) und Umgebungsluft (Refe-  
 renz Umgebung), in denen unterschiedliche  
 Sauerstoffpartialdrücke herrschen, voneinan-  
 der trennt. Als Elektroden werden auf beiden  
 Seiten blockierende Elektroden aus Platin  
 verwendet. Durch das Nichtgleichgewicht



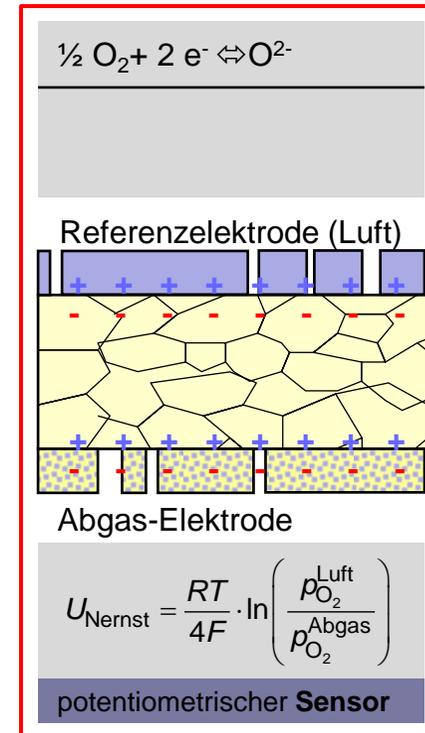
2 In der Abgassensorik moderner Benzinmoto-  
 4 ren werden potentiometrische Lambda-  
 6 Sonden eingesetzt. Der Arbeitsweise potenti-  
 8 ometrischer Sensoren liegt das Nernst-Sonde-  
 10 Prinzip und somit die Nernstsche Gleichung  
 12 zugrunde. Es wird stromlos das Potential  
 14 zwischen einer Referenz- und einer Mes-  
 16 selektrode gemessen. Bei der Lambda-Sonde  
 wird der **gasundurchlässige** elektronen-  
 leitende Elektrolyt so eingesetzt, dass er Ab-  
 gas (Messraum) und Umgebungsluft (Referenz-  
 umgebung), in denen unterschiedliche  
 Sauerstoffpartialdrücke herrschen, voneinan-  
 der trennt. Als Elektroden werden auf beiden  
 Seiten blockierende Elektroden aus Platin  
 verwendet. Durch das Nichtgleichgewicht

$p_{O_2} = 0.21 \text{ atm}$

**kein**  $O_2$  zur  
 Abgas-Elektrode

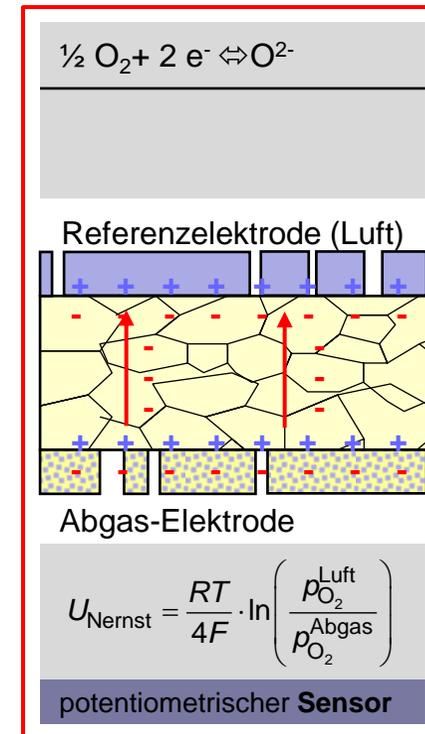
$p_{O_2} = 10^{-16} \text{ atm}$

$p_{O_2}$ : „Anteil an  $O_2$   
 von Gesamtdruck  
 (=1 atm)“



2 In der Abgassensorik moderner Benzinmoto-  
 4 ren werden potentiometrische Lambda-  
 6 Sonden eingesetzt. Der Arbeitsweise potenti-  
 8 ometrischer Sensoren liegt das Nernst-Sonde-  
 10 Prinzip und somit die Nernstsche Gleichung  
 zugrunde. Es wird stromlos das Potential  
 zwischen einer Referenz- und einer Mes-  
 selektrode gemessen. Bei der Lambda-Sonde  
 wird der gasundurchlässige **elektronen-**  
 12 **leitende Elektrolyt** so eingesetzt, dass er Ab-  
 gas (Messraum) und Umgebungsluft (Refer-  
 14 enzumgebung), in denen unterschiedliche  
 Sauerstoffpartialdrücke herrschen, voneinan-  
 16 der trennt. Als Elektroden werden auf beiden  
 Seiten blockierende Elektroden aus Platin  
 verwendet. Durch das Nichtgleichgewicht

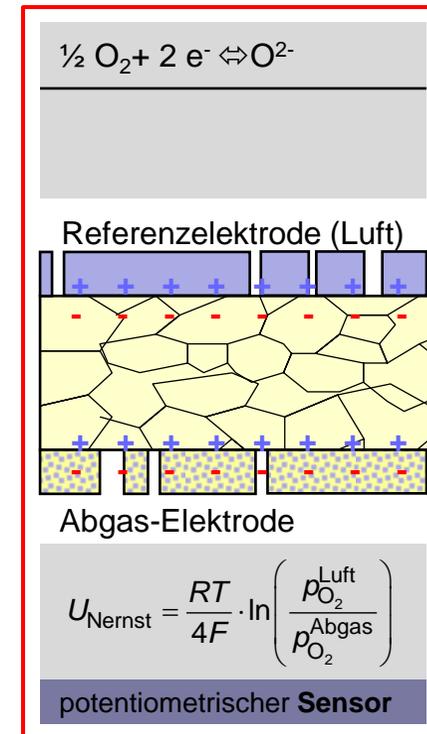
**interner  
 Kurzschluss!  
 → Abbau des  
 Nernst-Potentials**



2 In der Abgassensorik moderner Benzinmotoren werden potentiometrische Lambda-Sonden eingesetzt. Der Arbeitsweise potentiometrischer Sensoren liegt das Nernst-Sonde-Prinzip und somit die Nernstsche Gleichung zugrunde. Es wird stromlos das Potential zwischen einer Referenz- und einer Messelektrode gemessen. Bei der Lambda-Sonde wird der gasundurchlässige elektronenleitende Elektrolyt so eingesetzt, dass er Abgas (Messraum) und Umgebungsluft (Referenzumgebung), in denen unterschiedliche Sauerstoffpartialdrücke herrschen, voneinander trennt. Als Elektroden werden auf beiden Seiten blockierende Elektroden aus Platin verwendet. Durch das Nichtgleichgewicht

$$p_{O_2} = 0.21 \text{ atm}$$

$$p_{O_2} = 10^{-16} \text{ atm}$$

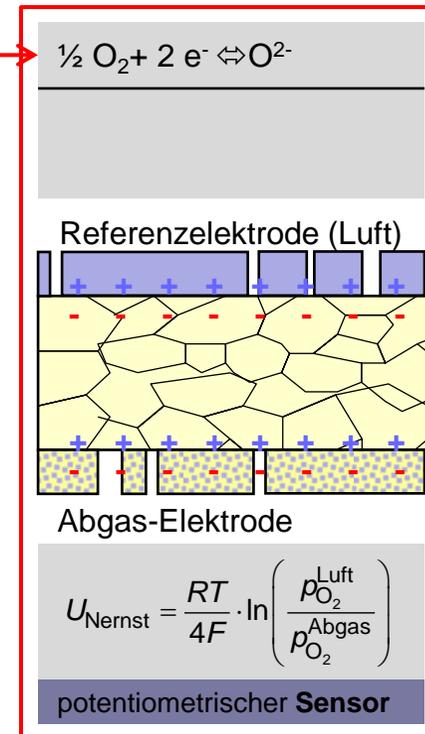


2 In der Abgassensorik moderner Benzinmoto-  
4 ren werden potentiometrische Lambda-  
6 Sonden eingesetzt. Der Arbeitsweise potenti-  
8 ometrischer Sensoren liegt das Nernst-Sonde-  
10 Prinzip und somit die Nernstsche Gleichung  
12 zugrunde. Es wird stromlos das Potential  
14 zwischen einer Referenz- und einer Mes-  
16 selektrode gemessen. Bei der Lambda-Sonde  
wird der gasundurchlässige elektronen-  
leitende Elektrolyt so eingesetzt, dass er Ab-  
gas (Messraum) und Umgebungsluft (Refe-  
renzumgebung), in denen unterschiedliche  
Sauerstoffpartialdrücke herrschen, voneinan-  
der trennt. Als Elektroden werden auf beiden  
Seiten **blockierende Elektroden** aus Platin  
verwendet. Durch das Nichtgleichgewicht

Reaktion muss  
stattfinden  
können!

Dreiphasengrenze  
(el./ion/Gas) nötig  
für die Reaktion!

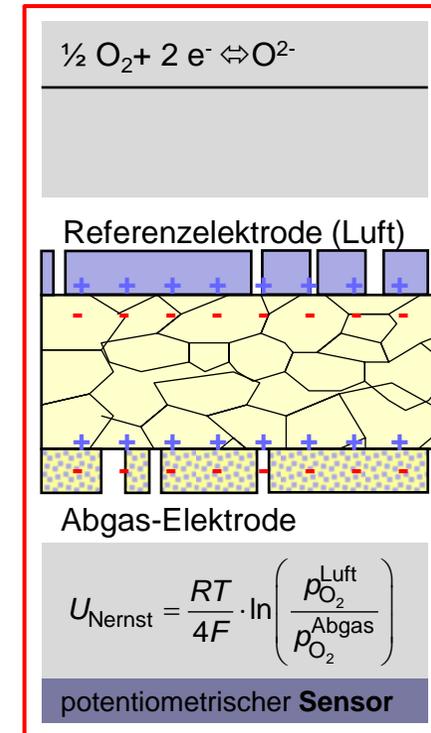
blockierend =  
keine Gasphase  
vorhanden



### Zusammenfassend:

Z.10 blockierende Elektroden ist falsch, es werden Gasdiffusionselektroden verwendet

Z. 15 ionenleitender Elektrolyt statt elektronenleitender Elektrolyt



16 verwendet. Durch das Nichtgleichgewicht  
 18 der chemischen Potentiale zwischen Abgas-  
 20 seite und Umgebungsluftseite bauen sich an  
 22 den Grenzschichten zwischen den Pt-  
 Elektroden und dem Festelektrolyten La-  
 dungsansammlungen (Ladungsdoppel-  
 schichten) auf.

Da durch den Elektrolyten keine Elektronen 24  
 zum Ladungsausgleich fließen können, baut 26  
 sich ein elektrisches Feld auf, das der Diffu- 28  
 sion der  $O^{2-}$ -Ionen entgegenwirkt. Das elekt-  
 rische Feld erzeugt eine Spannung  $U_{Nernst}$ , die 30  
 über die Pt-Elektroden an beiden Seiten des  
 Festelektrolyten abgegriffen werden kann.

$$U_{Nernst} = \frac{RT}{2F} \ln \left( \frac{\sqrt{p_{O_2}^{Luft}}}{\sqrt{p_{O_2}^{Abgas}}} \right)$$

Die Spannung  $U_{Nernst}$  ist von der Temperatur 32  
 und den Sauerstoffpartialdrücken auf Abgas-  
 und Umgebungsluftseite abhängig.

chemisches  
 Potential:  
 $\mu \sim p_{O_2}$

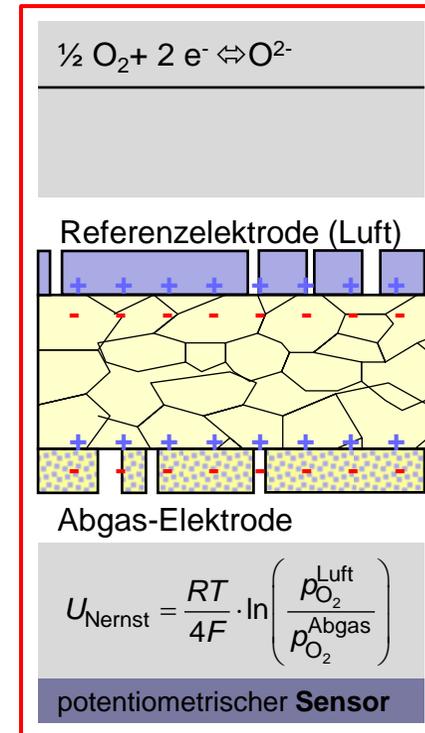
$p_{O_2} = 0.21 \text{ atm}$



Nichtgleichgewicht:  
 Gradient von  
 Kathode zu Anode



$p_{O_2} = 10^{-16} \text{ atm}$



16 verwendet. Durch das Nichtgleichgewicht  
 18 der chemischen Potentiale zwischen Abgas-  
 20 seite und Umgebungsluftseite bauen sich an  
 22 den Grenzschichten zwischen den Pt-  
 Elektroden und dem Festelektrolyten **Ladungsansammlungen** (Ladungsdoppelschichten) auf.

Da durch den Elektrolyten keine Elektronen  
 zum Ladungsausgleich fließen können, baut  
 sich ein elektrisches Feld auf, das der Diffusion  
 der  $O^{2-}$ -Ionen entgegenwirkt. Das elektrische  
 Feld erzeugt eine Spannung  $U_{Nernst}$ , die  
 über die Pt-Elektroden an beiden Seiten des  
 Festelektrolyten abgegriffen werden kann.

$$U_{Nernst} = \frac{RT}{2F} \ln \left( \frac{\sqrt{p_{O_2}^{Luft}}}{\sqrt{p_{O_2}^{Abgas}}} \right)$$

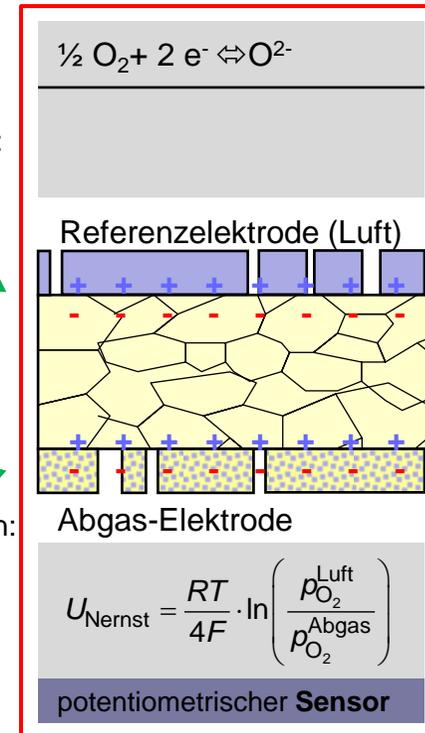
Die Spannung  $U_{Nernst}$  ist von der Temperatur  
 und den Sauerstoffpartialdrücken auf Abgas-  
 und Umgebungsluftseite abhängig.

$O^{2-}$ -Einbau Reaktion:  
 $\frac{1}{2} O_2 + 2 e^- \rightarrow O^{2-}$   
 $e^-$  „hinterlässt“ +

Ladungsansammlung vorhanden. Sie führen zur Spannung!

$O^{2-}$ -Ausbau Reaktion:  
 $O^{2-} \rightarrow \frac{1}{2} O_2 + 2 e^-$   
 $e^-$  „bildet“ -

**Vorstellung:**  
 $O^{2-}$  Ein-/Ausbau  
 Reaktion bis GG  
 erreicht!



16 verwendet. Durch das Nichtgleichgewicht  
 18 der chemischen Potentiale zwischen Abgas-  
 20 seite und Umgebungsluftseite bauen sich an  
 22 den Grenzschichten zwischen den Pt-  
 Elektroden und dem Festelektrolyten La-  
 dungsansammlungen (Ladungsdoppel-  
 schichten) auf.

Da durch den Elektrolyten keine Elektronen 24  
 zum Ladungsausgleich fließen können, baut 26  
 sich ein elektrisches Feld auf, das der Diffu- 28  
 sion der  $O^{2-}$ -Ionen entgegenwirkt. Das elekt-  
 rische Feld erzeugt eine Spannung  $U_{Nernst}$ , die  
 über die Pt-Elektroden an beiden Seiten des 30  
 Festelektrolyten abgegriffen werden kann.

$$U_{Nernst} = \frac{RT}{2F} \ln \left( \frac{\sqrt{p_{O_2}^{Luft}}}{\sqrt{p_{O_2}^{Abgas}}} \right)$$

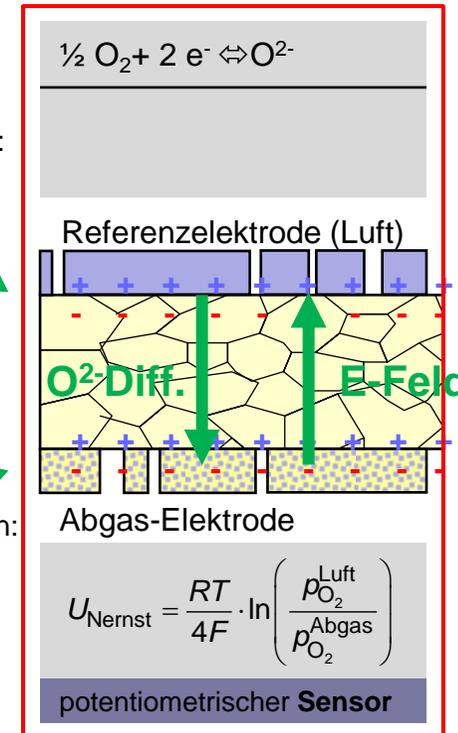
Die Spannung  $U_{Nernst}$  ist von der Temperatur 32  
 und den Sauerstoffpartialdrücken auf Abgas-  
 und Umgebungsluftseite abhängig.

$O^{2-}$ -Einbau Reaktion:  
 $\frac{1}{2} O_2 + 2 e^- \rightarrow O^{2-}$   
 $e^-$  „hinterlässt“ +

Ladungsansammlu-  
 ng vorhanden. Sie  
 führen zur  
 Spannung!

$O^{2-}$  Ausbau Reaktion:  
 $O^{2-} \rightarrow \frac{1}{2} O_2 + 2 e^-$   
 $e^-$  „bildet“ -

**Vorstellung:**  
 $O^{2-}$  Ein-/Ausbau  
 Reaktion bis GG  
 erreicht!



16 verwendet. Durch das Nichtgleichgewicht  
 18 der chemischen Potentiale zwischen Abgas-  
 20 seite und Umgebungsluftseite bauen sich an  
 22 den Grenzschichten zwischen den Pt-  
 Elektroden und dem Festelektrolyten La-  
 dungsansammlungen (Ladungsdoppel-  
 schichten) auf.

Da durch den Elektrolyten keine Elektronen 24  
 zum Ladungsausgleich fließen können, baut 26  
 sich ein elektrisches Feld auf, das der Diffu- 28  
 sion der  $O^{2-}$ -Ionen entgegenwirkt. Das elekt-  
 rische Feld erzeugt eine Spannung  $U_{Nernst}$ , die  
 über die Pt-Elektroden an beiden Seiten des 30  
 Festelektrolyten abgegriffen werden kann.

$$U_{Nernst} = \frac{RT}{2F} \ln \left( \frac{\sqrt{p_{O_2}^{Luft}}}{\sqrt{p_{O_2}^{Abgas}}} \right)$$

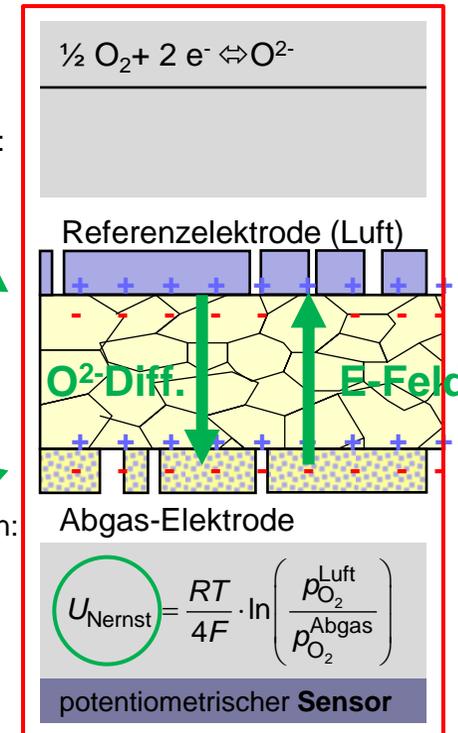
Die Spannung  $U_{Nernst}$  ist von der Temperatur 32  
 und den Sauerstoffpartialdrücken auf Abgas-  
 und Umgebungsluftseite abhängig.

$O^{2-}$ -Einbau Reaktion:  
 $\frac{1}{2} O_2 + 2 e^- \rightarrow O^{2-}$   
 $e^-$  „hinterlässt“ +

Ladungsansammlu-  
 ng vorhanden. Sie  
 führen zur  
 Spannung!

$O^{2-}$ -Ausbau Reaktion:  
 $O^{2-} \rightarrow \frac{1}{2} O_2 + 2 e^-$   
 $e^-$  „bildet“ -

**Vorstellung:**  
 $O^{2-}$  Ein-/Ausbau  
 Reaktion bis GG  
 erreicht!



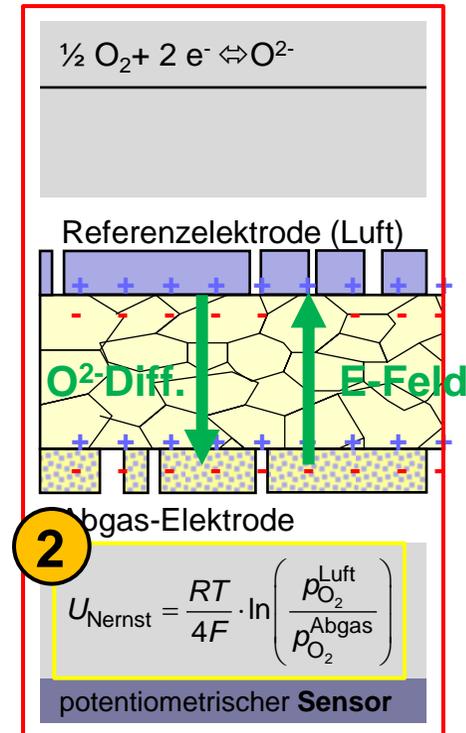
16 verwendet. Durch das Nichtgleichgewicht  
 18 der chemischen Potentiale zwischen Abgas-  
 20 seite und Umgebungsluftseite bauen sich an  
 22 den Grenzschichten zwischen den Pt-  
 Elektroden und dem Festelektrolyten La-  
 dungsansammlungen (Ladungsdoppel-  
 schichten) auf.

Da durch den Elektrolyten keine Elektronen 24  
 zum Ladungsausgleich fließen können, baut 26  
 sich ein elektrisches Feld auf, das der Diffu- 28  
 sion der  $O^{2-}$ -Ionen entgegenwirkt. Das elekt-  
 trische Feld erzeugt eine Spannung  $U_{Nernst}$ , die  
 über die Pt-Elektroden an beiden Seiten des 30  
 Festelektrolyten abgegriffen werden kann.

1

$$U_{Nernst} = \frac{RT}{2F} \ln \left( \frac{\sqrt{p_{O_2}^{Luft}}}{\sqrt{p_{O_2}^{Abgas}}} \right)$$

Die Spannung  $U_{Nernst}$  ist von der Temperatur 32  
 und den Sauerstoffpartialdrücken auf Abgas-  
 und Umgebungsluftseite abhängig.



**Klausur:** Auch gewertet wurde Formel muss wie in 2 heißen

1

$$U_{\text{Nernst}} = \frac{RT}{2F} \cdot \ln \left( \frac{\sqrt{p_{\text{O}_2}^{\text{Luft}}}}{\sqrt{p_{\text{O}_2}^{\text{Abgas}}}} \right)$$

2

$$U_{\text{Nernst}} = \frac{RT}{4F} \cdot \ln \left( \frac{p_{\text{O}_2}^{\text{Luft}}}{p_{\text{O}_2}^{\text{Abgas}}} \right)$$

**Klausur:** Auch gewertet wurde Formel muss wie in 2 heißen

1

$$\begin{aligned}
 U_{\text{Nernst}} &= \frac{RT}{2F} \cdot \ln \left( \frac{\sqrt{p_{\text{O}_2}^{\text{Luft}}}}{\sqrt{p_{\text{O}_2}^{\text{Abgas}}}} \right) \\
 &= \frac{RT}{nF} \cdot \ln \left( \sqrt{\frac{p_{\text{O}_2}^{\text{Luft}}}{p_{\text{O}_2}^{\text{Abgas}}}} \right) \\
 &= \frac{RT}{nF} \cdot \ln \left( \left( \frac{p_{\text{O}_2}^{\text{Luft}}}{p_{\text{O}_2}^{\text{Abgas}}} \right)^{1/2} \right)
 \end{aligned}$$

Allgemeiner n:  
Anzahl Ladungsträger

2

$$U_{\text{Nernst}} = \frac{RT}{4F} \cdot \ln \left( \frac{p_{\text{O}_2}^{\text{Luft}}}{p_{\text{O}_2}^{\text{Abgas}}} \right)$$

**Klausur:** Auch gewertet wurde Formel muss wie in 2 heißen

1

$$U_{\text{Nernst}} = \frac{RT}{2F} \cdot \ln \left( \frac{\sqrt{p_{\text{O}_2}^{\text{Luft}}}}{\sqrt{p_{\text{O}_2}^{\text{Abgas}}}} \right)$$

$$= \frac{RT}{nF} \cdot \ln \left( \sqrt{\frac{p_{\text{O}_2}^{\text{Luft}}}{p_{\text{O}_2}^{\text{Abgas}}}} \right)$$

$$= \frac{RT}{nF} \cdot \ln \left( \left( \frac{p_{\text{O}_2}^{\text{Luft}}}{p_{\text{O}_2}^{\text{Abgas}}} \right)^{1/2} \right)$$

Allgemeiner n:  
Anzahl Ladungsträger

2

$$U_{\text{Nernst}} = \frac{RT}{4F} \cdot \ln \left( \frac{p_{\text{O}_2}^{\text{Luft}}}{p_{\text{O}_2}^{\text{Abgas}}} \right)$$

n=2

$$= \frac{RT}{2 \cdot nF} \cdot \ln \left( \frac{p_{\text{O}_2}^{\text{Luft}}}{p_{\text{O}_2}^{\text{Abgas}}} \right)$$

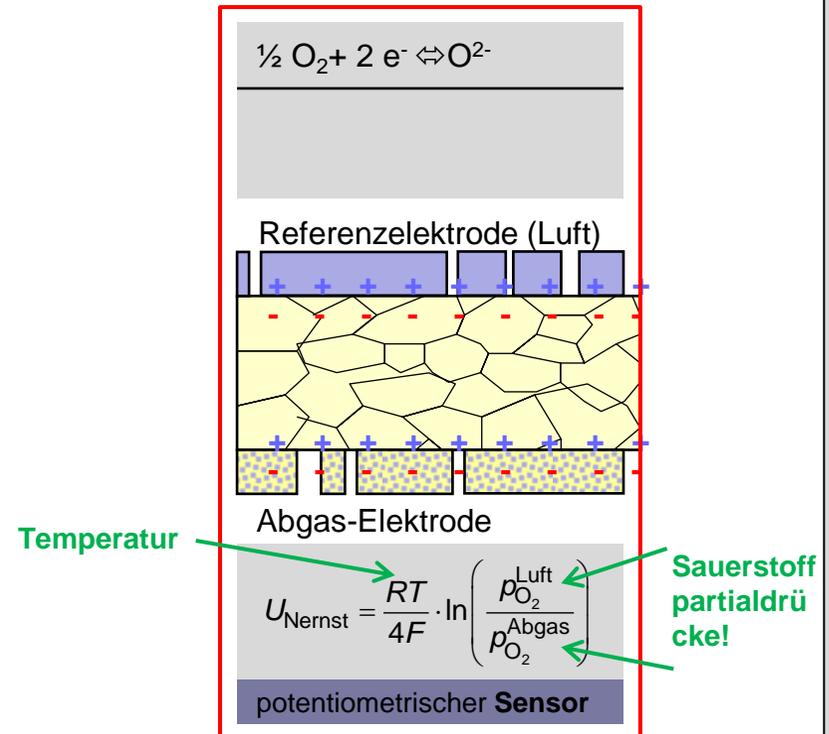
**Ist die gleiche Formel!**

16 verwendet. Durch das Nichtgleichgewicht  
 18 der chemischen Potentiale zwischen Abgas-  
 20 seite und Umgebungsluftseite bauen sich an  
 22 den Grenzschichten zwischen den Pt-  
 Elektroden und dem Festelektrolyten La-  
 dungsansammlungen (Ladungsdoppel-  
 schichten) auf.

Da durch den Elektrolyten keine Elektronen 24  
 zum Ladungsausgleich fließen können, baut 26  
 sich ein elektrisches Feld auf, das der Diffu- 28  
 sion der  $O^{2-}$ -Ionen entgegenwirkt. Das elekt- 30  
 rische Feld erzeugt eine Spannung  $U_{Nernst}$ , die  
 über die Pt-Elektroden an beiden Seiten des  
 Festelektrolyten abgegriffen werden kann.

$$U_{Nernst} = \frac{RT}{2F} \ln \left( \frac{\sqrt{p_{O_2}^{Luft}}}{\sqrt{p_{O_2}^{Abgas}}} \right)$$

Die Spannung  $U_{Nernst}$  ist von der Temperatur 32  
 und den Sauerstoffpartialdrücken auf Abgas-  
 und Umgebungsluftseite abhängig.



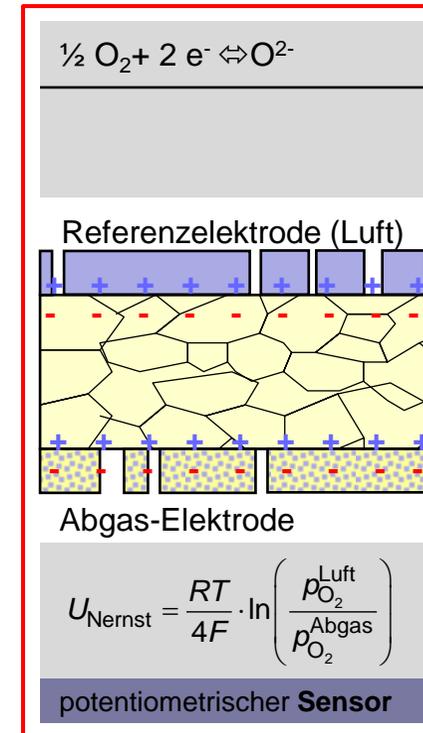
c) Welches Material wird für den Festelektrolyten der potentiometrischen Lambda-Sonde und beschreiben sie den dominanten Leitungsmechanismus? (1 Punkt)

Material für Lambda-Sonde:  
„Welche Eigenschaften braucht es denn?“

ionenleitend

sehr schlecht elektronenleitend (sonst:  
Kurzschluss)

gasdicht



Material für Lambda-Sonde:  
„Welche Eigenschaften braucht es denn?“

ionenleitend

sehr schlecht elektronenleitend (sonst:  
Kurzschluss)

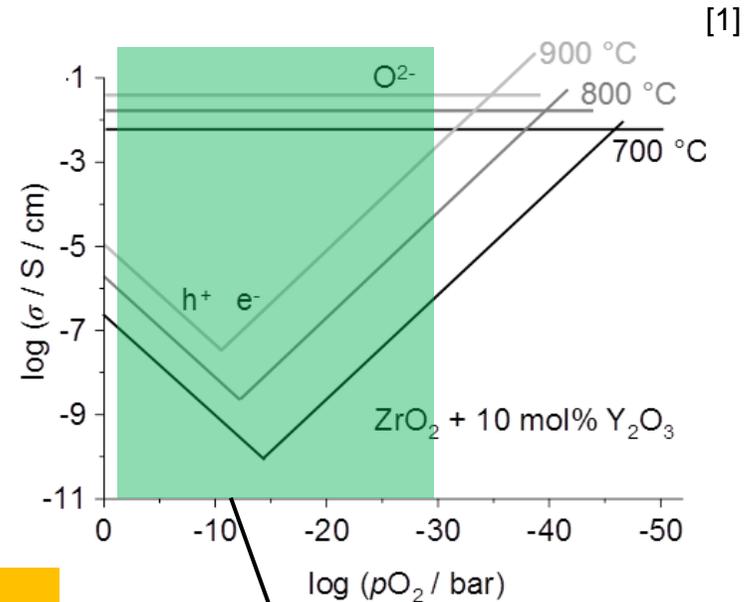
gasdicht

temperaturstabil, da ausschließliche  
Ionenleitung erst bei hohen  
Temperatur auftritt!

→ Yttrium dotiertes Zirkonoxid (Kurz: **YSZ**)  
Beispiel: 8mol% Dotierung = 8YSZ

**Funktion Yttrium:**

- Sauerstoffleerstellenerzeugung
- Stabilisierung bei hohen Temperaturen



typisches Betriebsfenster:  
**Ionenleitung >> Elektronenleitung**

Material für Lambda-Sonde:  
„Welche Eigenschaften braucht es denn?“

ionenleitend

sehr schlecht elektronenleitend (sonst:  
Kurzschluss)

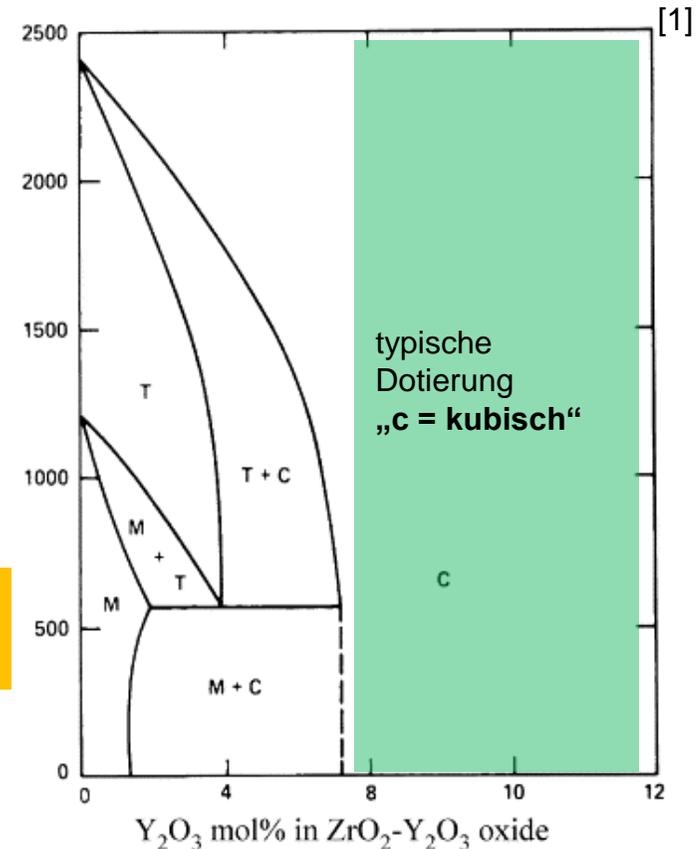
gasdicht

temperaturstabil, da ausschließliche  
Ionenleitung erst bei hohen  
Temperatur auftritt!

→ Yttrium dotiertes Zirkonoxid (Kurz: **YSZ**)  
Beispiel: 8mol% Dotierung = 8YSZ

**Funktion Yttrium:**

- Sauerstoffleerstellenerzeugung
- Stabilisierung bei hohen Temperaturen



Material für Lambda-Sonde:  
„Welche Eigenschaften braucht es denn?“

ionenleitend

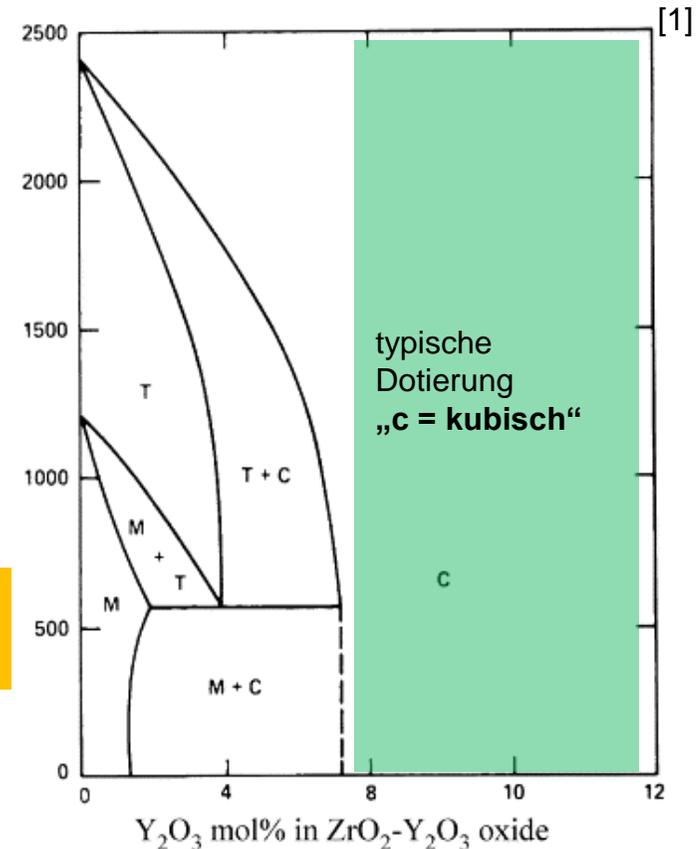
sehr schlecht elektronenleitend (sonst:  
Kurzschluss)

gasdicht

temperaturstabil, da ausschließliche  
Ionenleitung erst bei hohen  
Temperatur auftritt!

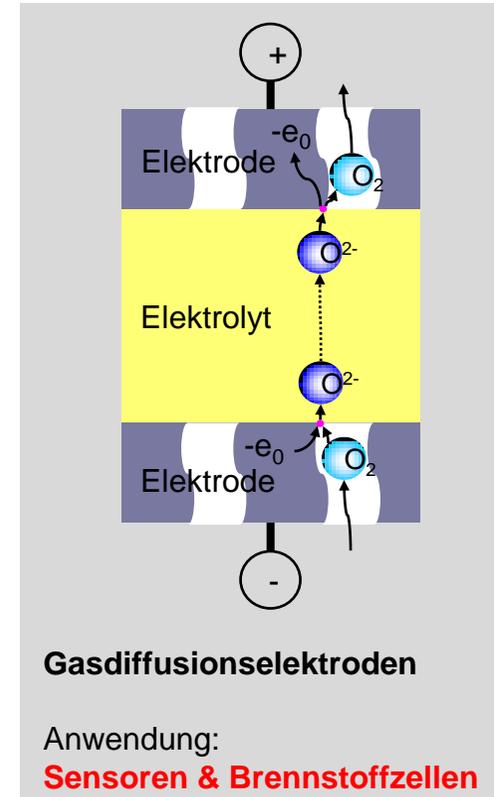
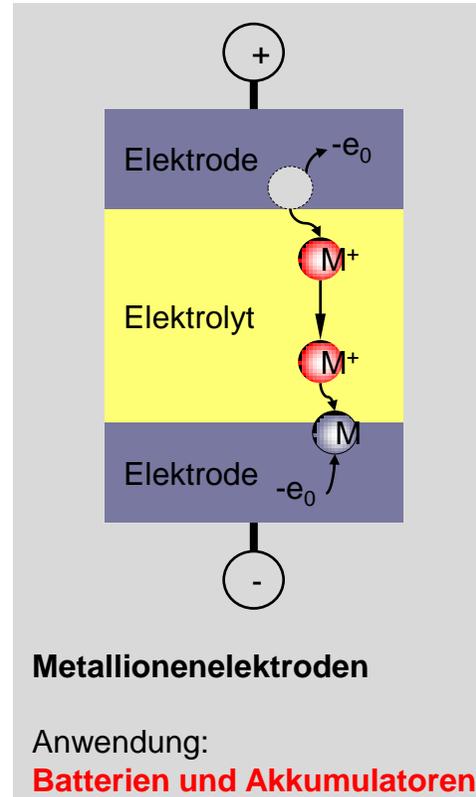
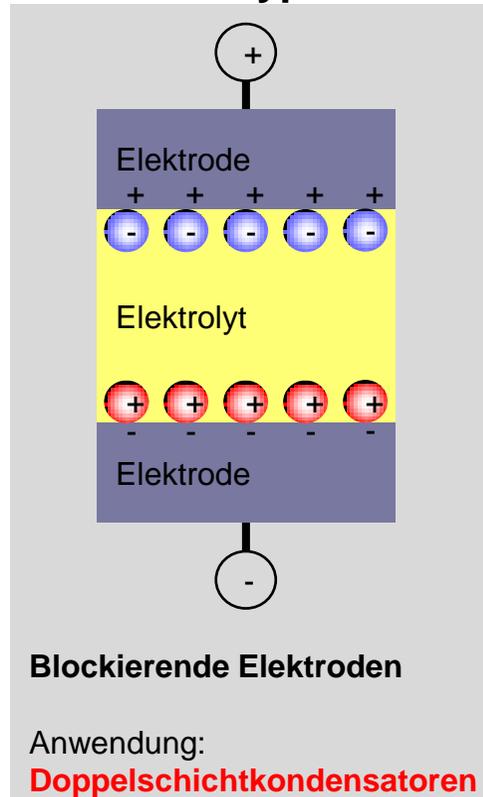
→ Yttrium dotiertes Zirkonoxid (Kurz: **YSZ**)  
Beispiel: 8mol% Dotierung = 8YSZ

**Klausur:** (dotiertes)  $ZrO_2$ ,  
Keramik, Metalloxid auch richtig

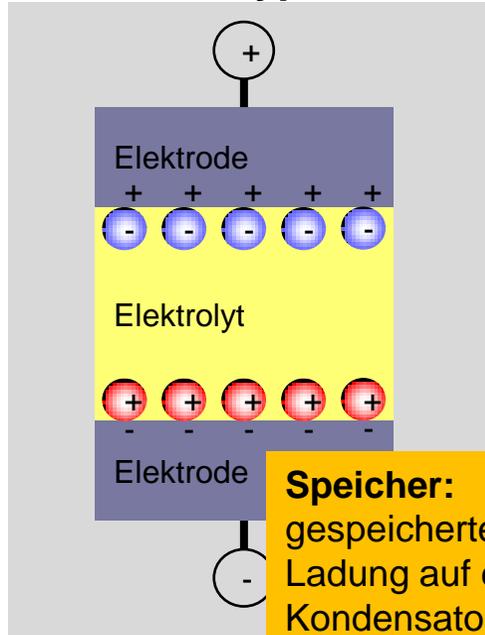


d) Wieso kann man beim Betrieb einer Hochtemperatur- Festelektrolyt- Brennstoffzelle (SOFC) auch vom ‚Entladen‘ der Zelle sprechen und was würde beim ‚Ladevorgang‘ in der SOFC passieren?

### 2.5 Ionenleiter Elektrodentypen aus der Vorlesung...

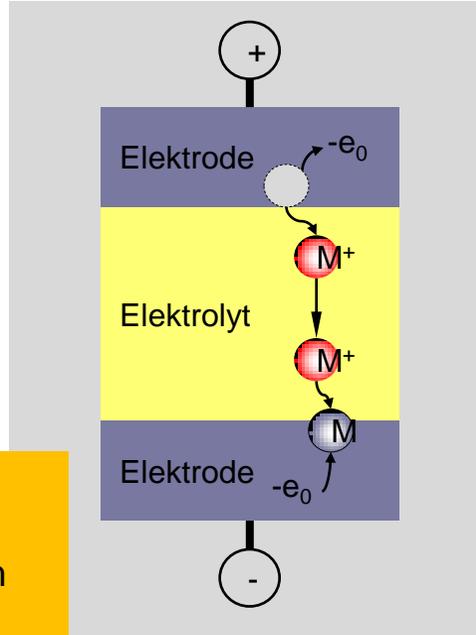


### 2.5 Ionenleiter Elektrodentypen aus der Vorlesung...



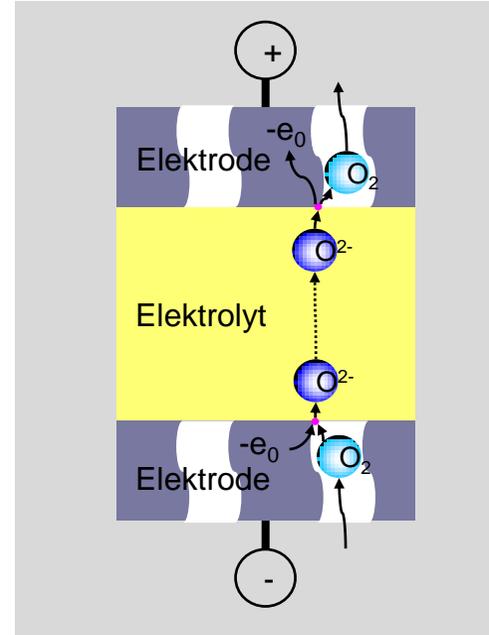
**Blockierende Elektroden**

Anwendung:  
**Doppelschichtkondensatoren**



**Metallionenelektroden**

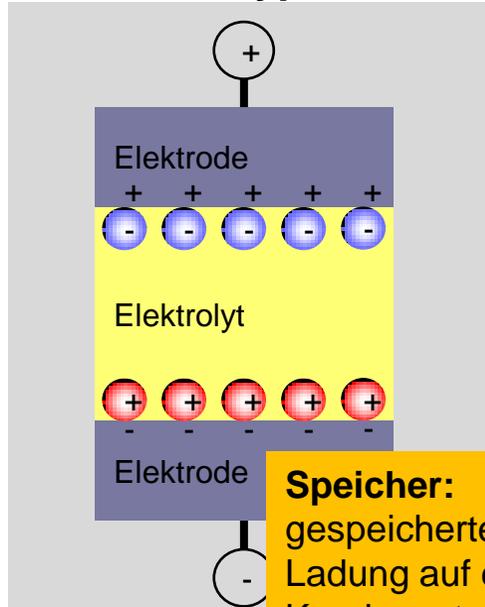
Anwendung:  
**Batterien und Akkumulatoren**



**Gasdiffusionselektroden**

Anwendung:  
**Sensoren & Brennstoffzellen**

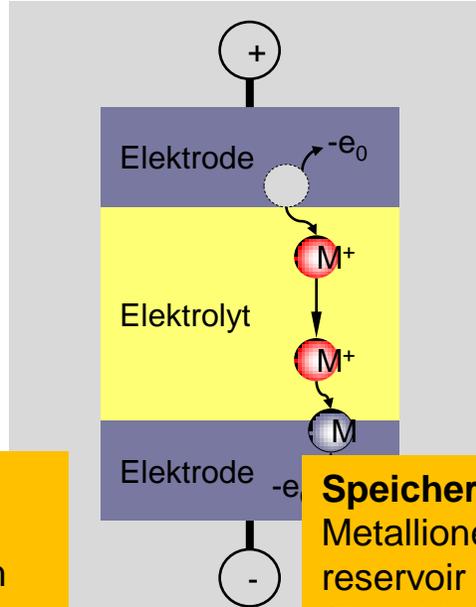
### 2.5 Ionenleiter Elektrodentypen aus der Vorlesung...



**Speicher:**  
gespeicherte  
Ladung auf dem  
Kondensator

**Blockierende Elektroden**

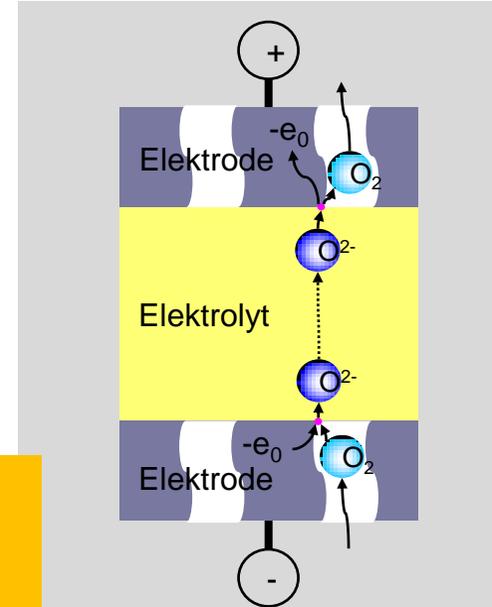
Anwendung:  
**Doppelschichtkondensatoren**



**Speicher:**  
Metallionen-  
reservoir  
(Bsp. Li<sup>+</sup> in  
Graphit)

**Metallionenelektroden**

Anwendung:  
**Batterien und Akkumulatoren**

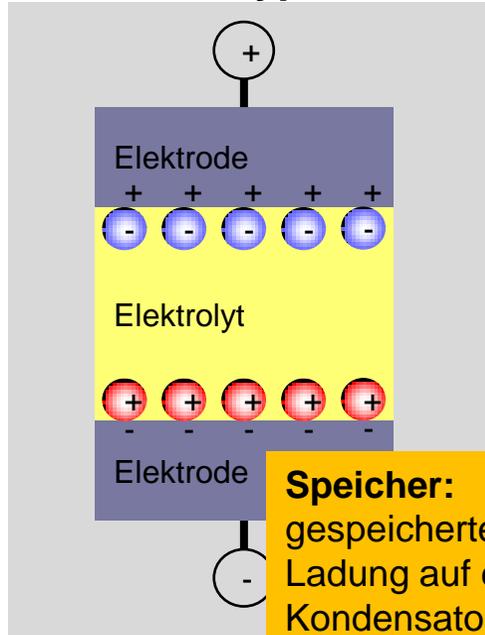


**Gasdiffusionselektroden**

Anwendung:  
**Sensoren & Brennstoffzellen**

### 2.5 Ionenleiter Elektrodentypen

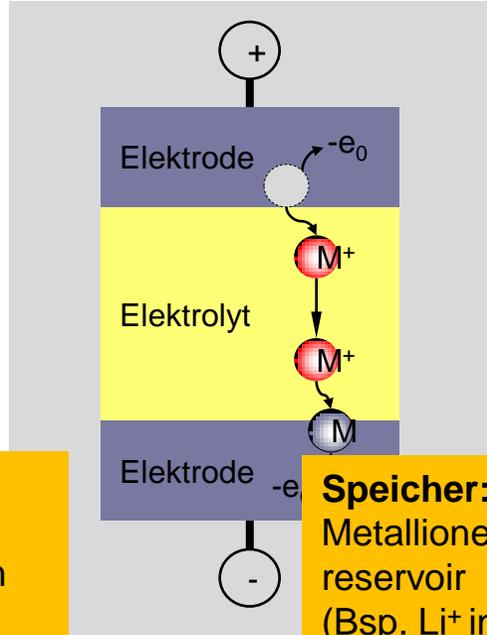
aus der Vorlesung...



**Speicher:**  
gespeicherte  
Ladung auf dem  
Kondensator

**Blockierende Elektroden**

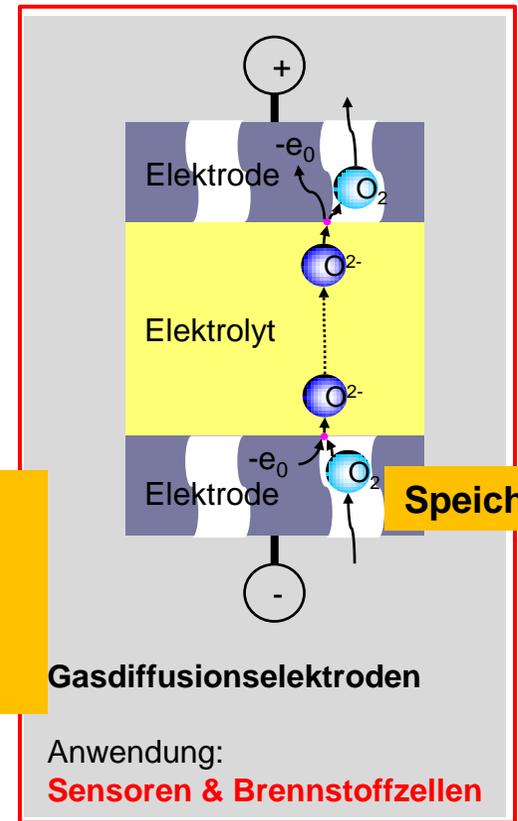
Anwendung:  
**Doppelschichtkondensatoren**



**Speicher:**  
Metallionen-  
reservoir  
(Bsp. Li<sup>+</sup> in  
Graphit)

**Metallionenelektrode**

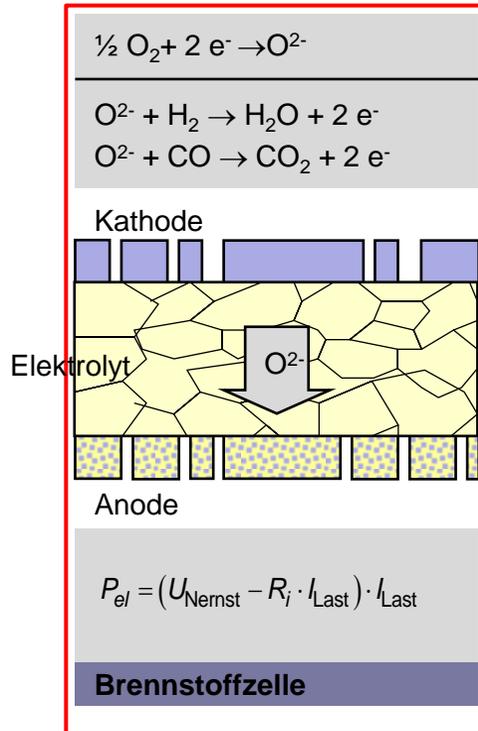
Anwendung:  
**Batterien und Akkumulatoren**



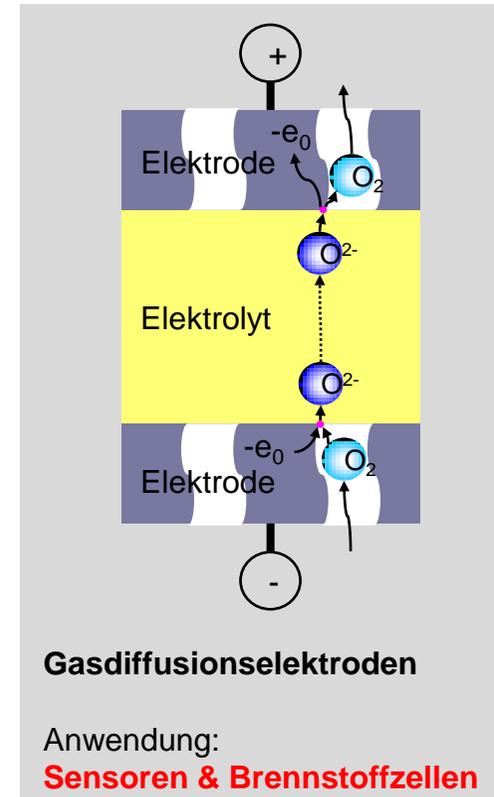
**Speicher: ??**

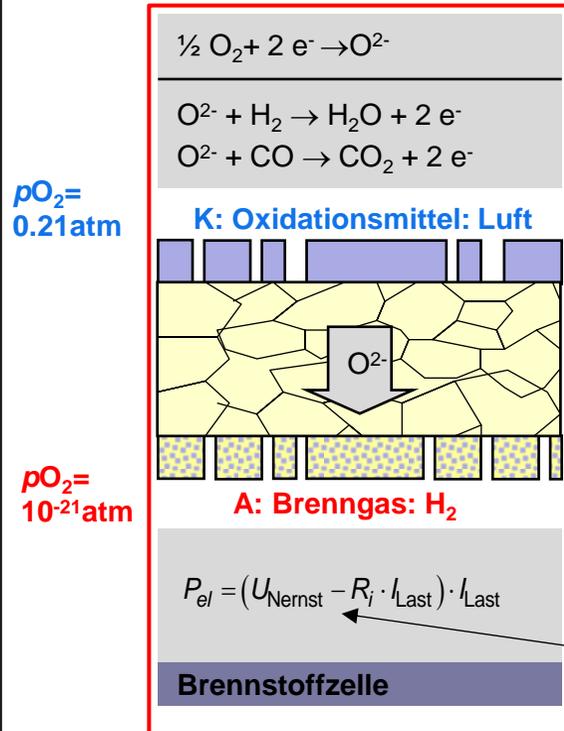
**Gasdiffusionselektroden**

Anwendung:  
**Sensoren & Brennstoffzellen**



**Vorsicht: Elektroden umgekehrt in der Vorlesungsfolie!**

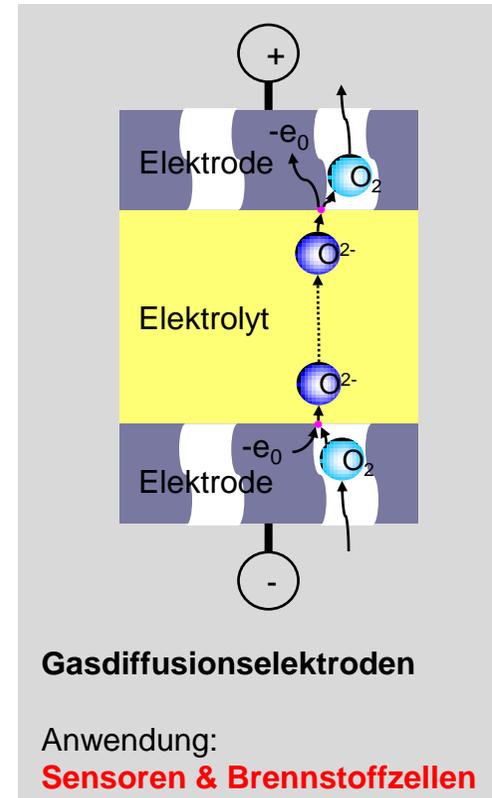


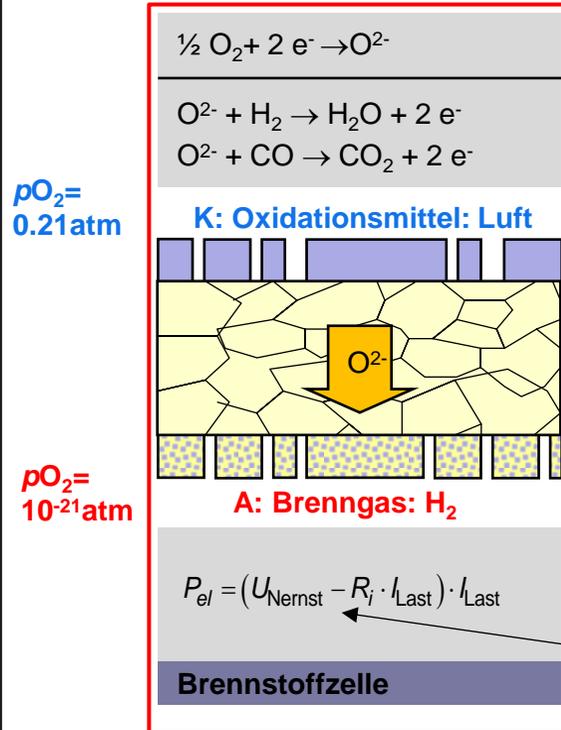


**Speicher:**  
 Brenngas sorgt für niedrigen  $p_{\text{O}_2}$  ( $10^{-21} \text{ atm}$ ) = treibende Kraft  
 → Muss aber ständig zugeführt werden weil via Last  $\text{O}^{2-}$  Ionen durch den Elektrolyten diffundieren!

$$U_{\text{Nernst}} = \frac{RT}{4F} \cdot \ln \left( \frac{p_{\text{O}_2}^{\text{Kathode}}}{p_{\text{O}_2}^{\text{Anode}}} \right)$$

$p_{\text{O}_2}$ : „Anteil an  $\text{O}_2$  von Gesamtdruck (=1 atm)“





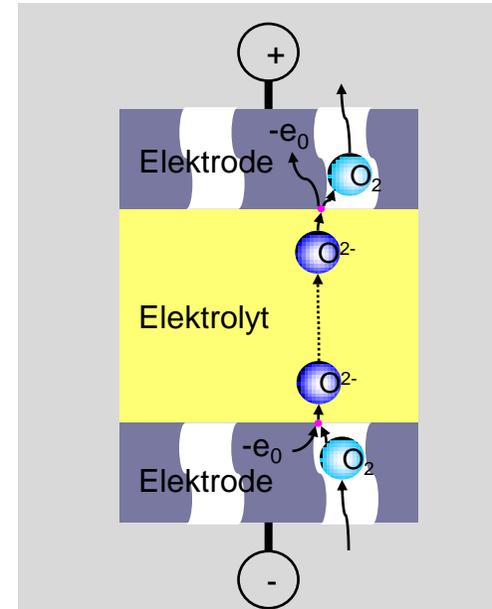
### Speicher:

Brenngas sorgt für niedrigen  $p_{\text{O}_2}$  ( $10^{-21} \text{ atm}$ ) = treibende Kraft  
 → Muss aber ständig zugeführt werden weil via Last  $\text{O}^{2-}$  Ionen durch den Elektrolyten diffundieren!

**Entladen:** Gasraum wird Brenngas verbraucht.

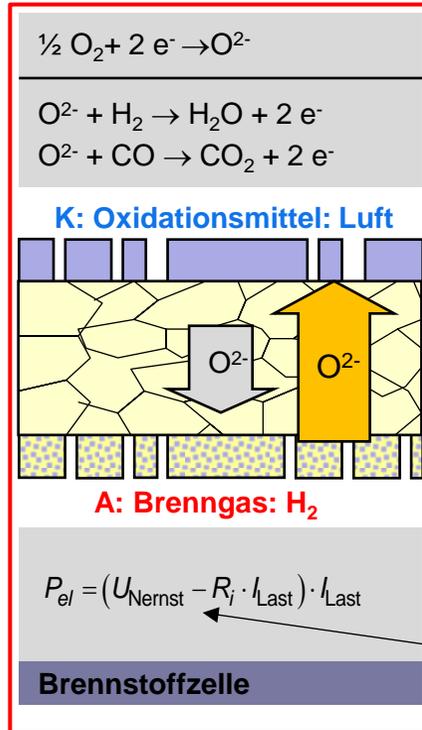
$$U_{\text{Nernst}} = \frac{RT}{4F} \cdot \ln \left( \frac{p_{\text{O}_2}^{\text{Kathode}}}{p_{\text{O}_2}^{\text{Anode}}} \right)$$

$p_{\text{O}_2}$ : „Anteil an  $\text{O}_2$  von Gesamtdruck (=1 atm)“



### Gasdiffusionselektroden

Anwendung:  
**Sensoren & Brennstoffzellen**



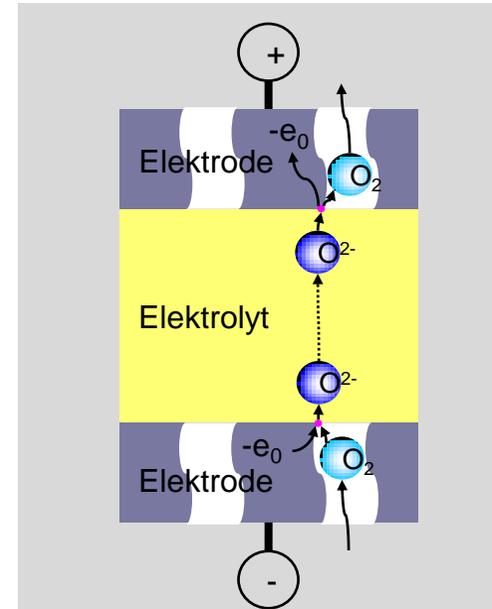
### Speicher:

Brenngas sorgt für niedrigen  $p_{\text{O}_2}$  ( $10^{-21} \text{ atm}$ ) = treibende Kraft  
 → Muss aber ständig zugeführt werden weil via Last  $\text{O}^{2-}$  Ionen durch den Elektrolyten diffundieren!

**Laden:** Gasraum wird gefüllt =  $\text{H}_2$  wird erzeugt.

$$U_{\text{Nernst}} = \frac{RT}{4F} \cdot \ln \left( \frac{p_{\text{O}_2}^{\text{Kathode}}}{p_{\text{O}_2}^{\text{Anode}}} \right)$$

$p_{\text{O}_2}$ : „Anteil an  $\text{O}_2$  von Gesamtdruck (=1 atm)“



### Gasdiffusionselektroden

Anwendung:  
**Sensoren & Brennstoffzellen**

d) Wieso kann man beim Betrieb einer Hochtemperatur- Festelektrolyt- Brennstoffzelle (SOFC) auch vom ‚Entladen‘ der Zelle sprechen und was würde beim ‚Ladevorgang‘ in der SOFC passieren?

**Entladen:** Brenngas wird verbraucht =  $H_2$  Speicher muss ständig zugeführt werden.

**Laden:** Gasraum wird gefüllt =  $H_2$  wird erzeugt. Ist als Elektrolyse von Wasser bekannt.

### Zusammenfassung:

#### Funktionsweise (Ionenleiter )

Lambda-Sonde	} $p_{O_2}$ Gradient	{	Luft (0.21atm) zu Abgas ( $10^{-18}$ atm)	✓
Brennstoffzelle (SOFC)			Luft (0.21atm) zu Brenngas ( $10^{-21}$ atm)	

#### Materialeigenschaften (Yttrium dotiertes Zirkonoxid YSZ)

Lambda-Sonde	} $O^{2-}$ - <u>nur</u> ionenleitend, hochtemperaturstabil, gasdicht	✓
Brennstoffzelle (SOFC)		

#### Unterschied

Lambda-Sonde	$U_{Nernst} = \frac{RT}{4F} \cdot \ln \left( \frac{p_{O_2}^{Luft}}{p_{O_2}^{Abgas}} \right)$	Brennstoffzelle (SOFC)	$P_{el} = (U_{Nernst} - \underline{R_i \cdot I_{Last}}) \cdot I_{Last}$	✓
		Innere kinetische Verluste ( $R_i$ ) senken die nutzbare Zellspannung.		

#### Brennstoffzelle (SOFC)

Kann als „Batterie verstanden werden“, wobei der Speicher ( $H_2$ -Brenngas) ständig befüllt wird

Entladen: SOFC – Stromerzeugung aus  $H_2$ -Brenngas

Laden : SOEC – Elektrolyse =  $H_2$ -Brenngaserzeugung mit Strom &  $H_2O$

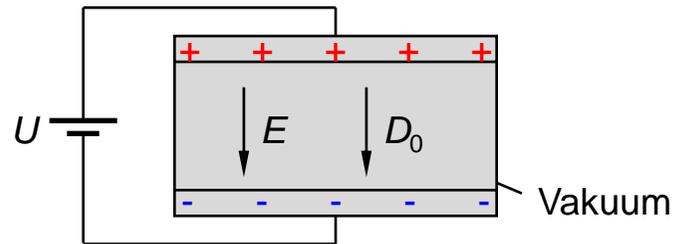
### A2: Dielektrika

a) Nennen Sie drei dielektrische Polarisationsmechanismen und ordnen Sie diese nach steigender Resonanz- bzw. Relaxationsfrequenz des Ausfallmechanismus. **(1 Punkt)**



### Motivation: Dielektrika

Kondensator ohne Dielektrika



**D Verschiebungsdichte** ist die **Ladung Q** pro Fläche, die nach Anlegen eines elektrischen **Felds E** auf die Platten verschoben wird.

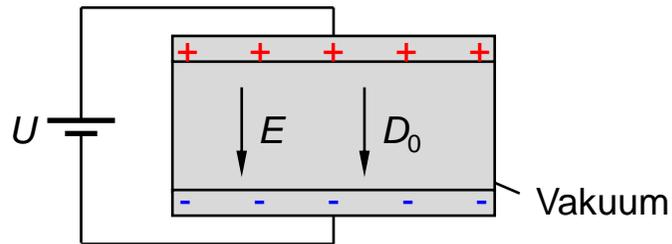
$$\vec{D} = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \vec{E}$$

Vakuum  $\varepsilon_r = 1$

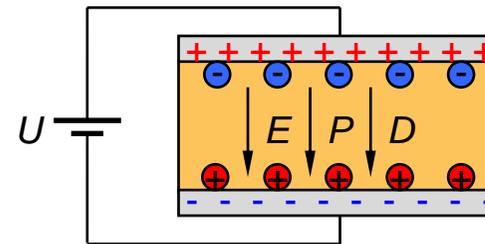
\*gilt für lineare, isotrope Materie

### Motivation: Dielektrika

Kondensator ohne Dielektrika



Kondensator mit Dielektrika



Frage: Was ändert sich mit einem Dielektrika?

**D Verschiebungsdichte** ist die **Ladung Q** pro Fläche, die nach Anlegen eines elektrischen **Felds E** auf die Platten verschoben wird.

$$\vec{D} = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \vec{E} \quad *$$

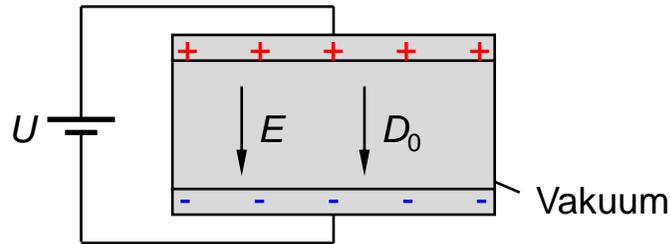
Vakuum  $\epsilon_r = 1$

mit polarisierbaren  $P$  Medium  $\epsilon_r > 1$

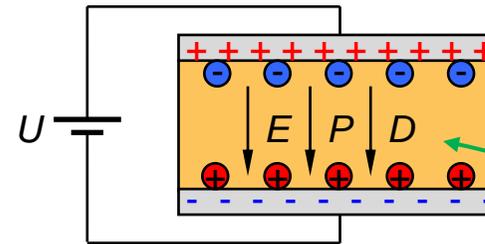
\*gilt für lineare, isotrope Materie

### Motivation: Dielektrika

Kondensator ohne Dielektrika



Kondensator mit Dielektrika



Frage: Was ändert sich mit einem Dielektrika?

**D Verschiebungsdichte** ist die **Ladung Q** pro Fläche, die nach Anlegen eines elektrischen **Felds E** auf die Platten verschoben wird.

- Lokale + und - Pole (vgl. Dipol) schwächen das äußere E-Feld.
- es kann wieder mehr Ladung auf die Kondensatorplatten verschoben werden.

$$\vec{D} = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \vec{E}$$

Vakuum  $\epsilon_r = 1$

mit **polarisierbaren P** Medium  $\epsilon_r > 1$

\*gilt für lineare, isotrope Materie

### 3.2 Polarisationsmechanismen Grundtypen der dielektrischen Polarisation

aus der Vorlesung...

#### Grundtypen

##### Elektronenpolarisation

Auslenkung von Atomkern und -hülle  
(induzierte Dipole)

##### Ionenpolarisation

Auslenkung von Kationen und Anionen  
(induzierte Dipole)

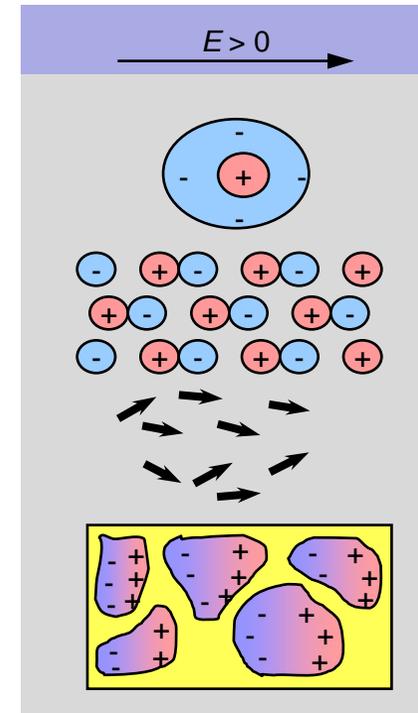
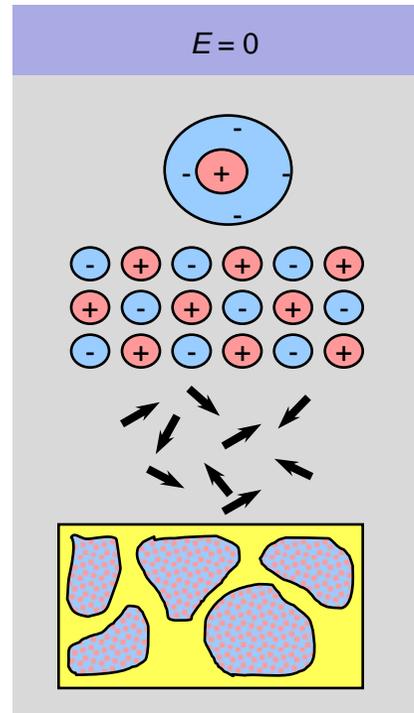
##### Orientierungspolarisation

Ausrichtung permanent vorhandener  
Dipole

##### Raumladungspolarisation

Ansammlung freier Ladungsträgern  
an isolierenden Korngrenzen

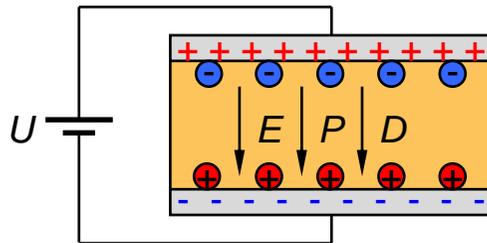
[Schaumburg 1994]



### Verschiebungsdichte: Allgemeiner

#### Verschiebungsdichte in Materie (allg.)

$$D = \epsilon_0 \cdot E + P$$



#### polarisierbares P Medium\*

$$P = \epsilon_0 \cdot \chi_e \cdot E$$

$\chi_e$  : elektrische Suszeptibilität  
 „zeigt an wie ‚gut‘ das Polarisieren geht“

„Polarisieren eines Mediums heißt, dass ein außen angelegtes E-Feld im Dielektrikum Ladungen derart verschiebt, dass sich lokal + und – Pole bilden (vgl. Dipol).“



„Diese lokalen + und – Pole (vgl. Dipol) schwächen das äußere E-Feld.“

mit polarisierbarem P Medium  $\epsilon_r > 1$

\*gilt für lineare, isotrope Materie

### Verschiebungsdichte: Allgemeiner

#### Verschiebungsdichte in Materie (allg.)

$$D = \varepsilon_0 \cdot E + P$$

einsetzen von  $P$

$$D = \varepsilon_0 \cdot E + \varepsilon_0 \cdot \chi_e \cdot E$$

ausklammern

$$= \varepsilon_0 \cdot E(1 + \chi_e)$$

#### polarisierbares $P$ Medium\*

$$P = \varepsilon_0 \cdot \chi_e \cdot E$$

$\chi_e$  : elektrische Suszeptibilität  
„zeigt an wie ‚gut‘ das Polarisieren geht“

„Polarisieren eines Mediums heißt, dass ein außen angelegtes E-Feld im Dielektrikum Ladungen derart verschiebt, dass sich lokal + und – Pole bilden (vgl. Dipol).“



„Diese lokalen + und – Pole (vgl. Dipol) schwächen das äußere E-Feld.“

mit polarisierbarem  $P$  Medium  $\varepsilon_r > 1$

\*gilt für lineare, isotrope Materie

### Verschiebungsdichte: Allgemeiner

Verschiebungsdichte in Materie (allg.)

$$D = \epsilon_0 \cdot E + P$$

einsetzen von P

$$D = \epsilon_0 \cdot E + \epsilon_0 \cdot \chi_e \cdot E$$

ausklammern

$$= \epsilon_0 \cdot E \underbrace{(1 + \chi_e)}_{\epsilon_r = 1 + \chi_e}$$

relative Dielektrizitätszahl

$$\epsilon_r = 1 + \chi_e$$

$\epsilon_r$ : ist ‚nur‘ eine  
Definition

polarisierbares P Medium\*

$$P = \epsilon_0 \cdot \chi_e \cdot E$$

$\chi_e$ : elektrische Suszeptibilität  
„zeigt an wie ‚gut‘ das Polarisieren geht“

„Polarisieren eines Mediums heißt, dass ein außen angelegtes E-Feld im Dielektrikum Ladungen derart verschiebt, dass sich lokal + und – Pole bilden (vgl. Dipol).“

↑  
„Diese lokalen + und – Pole (vgl. Dipol) schwächen das äußere E-Feld.“

$$\vec{D} = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \vec{E}$$

mit polarisierbarem P Medium  $\epsilon_r > 1$

\*gilt für lineare, isotrope Materie

### **A2: Dielektrika**

a) Nennen Sie drei dielektrische Polarisationsmechanismen und ordnen Sie diese nach steigender Resonanz- bzw. Relaxationsfrequenz des Ausfallmechanismus. **(1 Punkt)**

#### **Elektronenpolarisation**

Auslenkung von Atomkern und -hülle  
(induzierte Dipole)

#### **Ionenpolarisation**

Auslenkung von Kationen und Anionen  
(induzierte Dipole)

#### **Orientierungspolarisation**

Ausrichtung permanent vorhandener  
Dipole

#### **Raumladungspolarisation**

Ansammlung freier Ladungsträgern  
an isolierenden Korngrenzen

### A2: Dielektrika

a) Nennen Sie drei dielektrische Polarisationsmechanismen und ordnen Sie diese nach steigender Resonanz- bzw. Relaxationsfrequenz des Ausfallmechanismus. (1 Punkt)

#### Elektronenpolarisation

Auslenkung von Atomkern und -hülle  
(induzierte Dipole)

#### Ionenpolarisation

Auslenkung von Kationen und Anionen  
(induzierte Dipole)

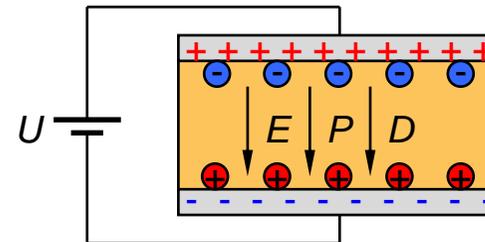
#### Orientierungspolarisation

Ausrichtung permanent vorhandener  
Dipole

#### Raumladungspolarisation

Ansammlung freier Ladungsträgern  
an isolierenden Korngrenzen

Bisher:  $U$  Konstant



Jetzt:  $U$  Wechselspannung/-strom

Motivation (Neu):  $U$  Wechselspannung/-strom

... hat Einfluss auf die **Polarisation  $P$** .

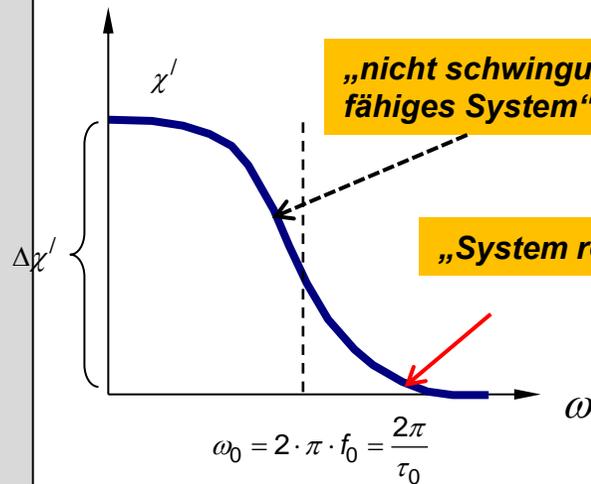
... der Einfluss ist abhängig von der jeweiligen Polarisationsart.

Relaxationsfrequenz  $\omega_0$

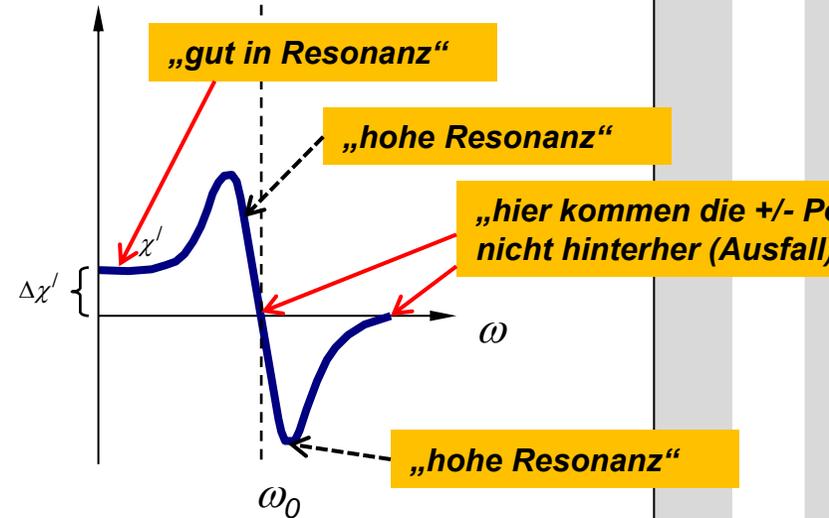
polarisierbares  $P$  Medium\*

Resonanzfrequenz  $\omega_0$

$$P = \epsilon_0 \cdot \chi_e \cdot E$$



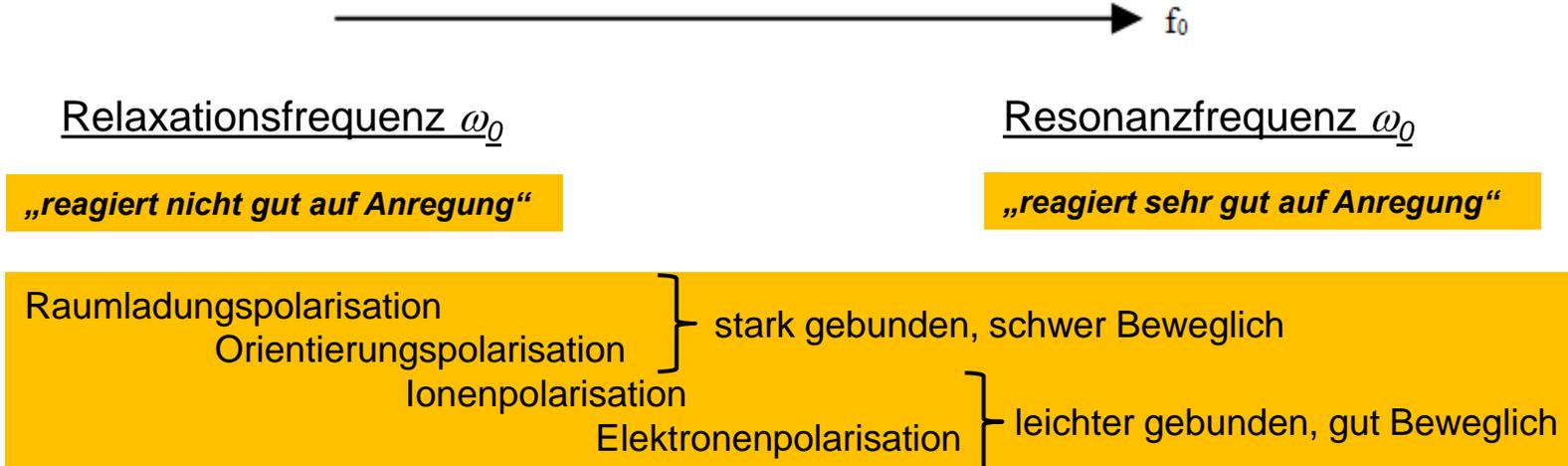
„reagiert nicht gut auf Anregung“



„reagiert sehr gut auf Anregung“

### A2: Dielektrika

a) Nennen Sie drei dielektrische Polarisationsmechanismen und ordnen Sie diese nach steigender Resonanz- bzw. Relaxationsfrequenz des Ausfallmechanismus. (1 Punkt)



### 3.2 Polarisationsmechanismen Grundtypen der dielektrischen Polarisation

aus der Vorlesung...

#### Grundtypen

##### Elektronenpolarisation

Auslenkung von Atomkern und -hülle  
(induzierte Dipole)

##### Ionenpolarisation

Auslenkung von Kationen und Anionen  
(induzierte Dipole)

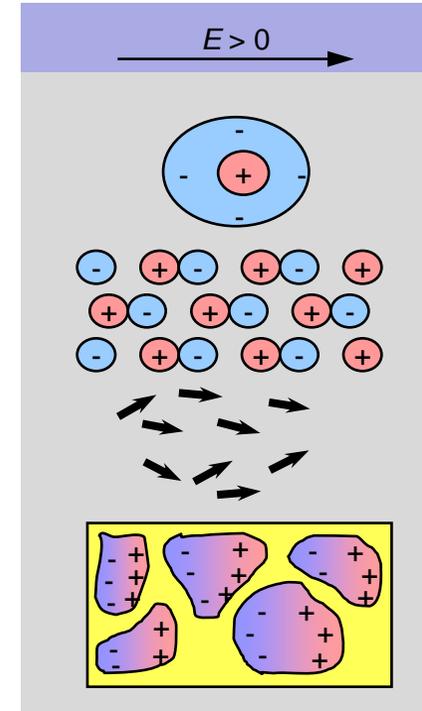
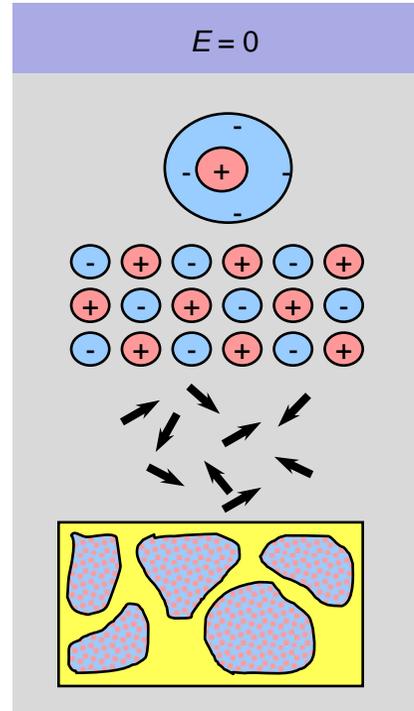
##### Orientierungspolarisation

Ausrichtung permanent vorhandener  
Dipole

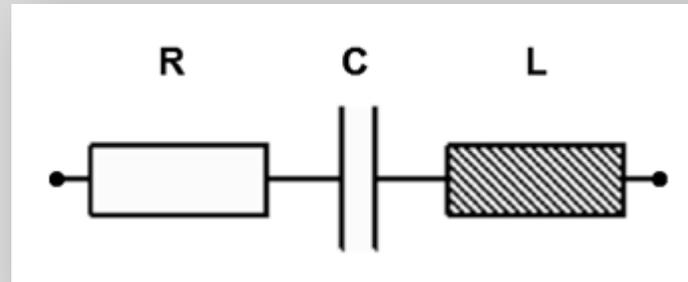
##### Raumladungspolarisation

Ansammlung freier Ladungsträgern  
an isolierenden Korngrenzen

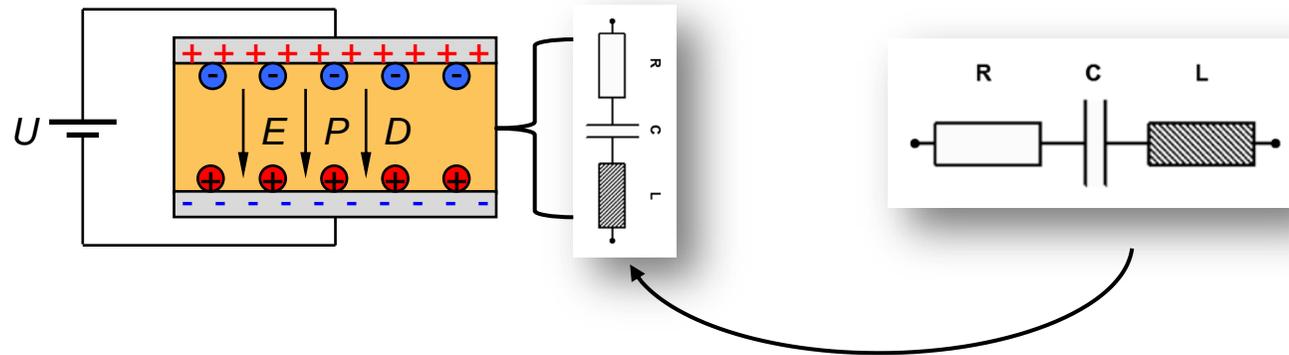
[Schaumburg 1994]



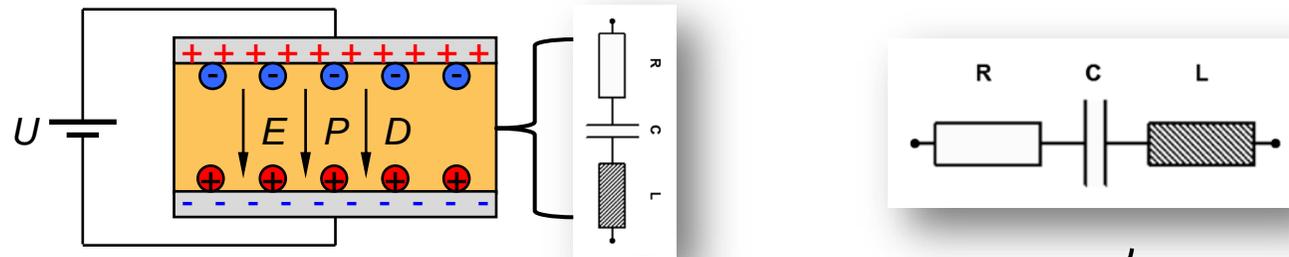
b) Nennen Sie eine dielektrische Polarisationsart, die durch das unten gezeigte elektrische Ersatzschaltbild beschrieben werden kann. (1 Punkt)



Ersatzschaltbild beschreibt die Vorgänge im Dielektrikum



Ersatzschaltbild beschreibt die Vorgänge im Dielektrikum

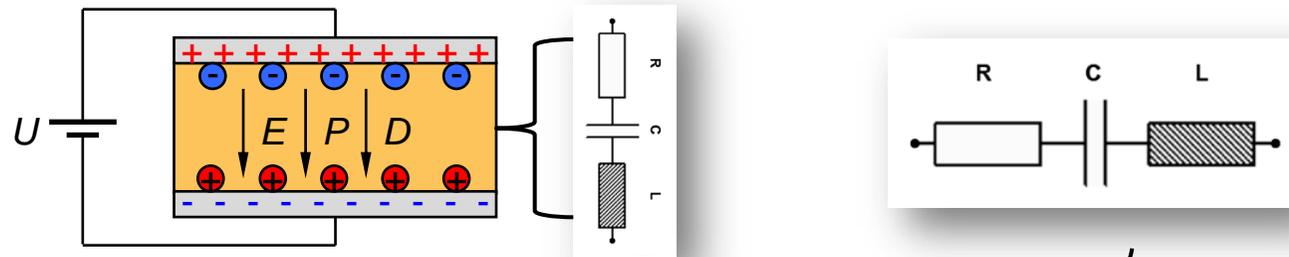


$R$ : Widerstand  
 $C$ : Kapazität  
 $L$ : Induktivität

Bei allen Polarisationsmechanismen vorhanden.

Aufgrund der hohen Frequenzen nur bei ....

Ersatzschaltbild beschreibt die Vorgänge im Dielektrikum

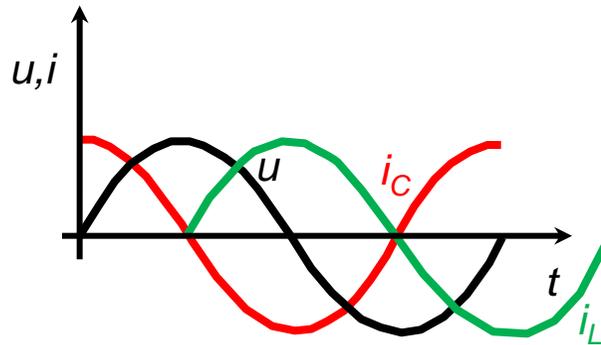


$R$ : Widerstand  
 $C$ : Kapazität } Bei allen Polarisationsmechanismen vorhanden.

$L$ : Induktivität } Aufgrund der hohen Frequenzen nur bei ....

Ionenpolarisation oder Elektronenpolarisation.

ideal Kondensatoren/Induktivität ( $\pm 90^\circ$  Phasenverschoben)



Bei Spannungsanregung

**C: Kapazität**

„Ströme eilen voraus“

**L: Induktivität**

„Ströme verspäten sich“

reales System haben zusätzl. einen  
**ohmschen Anteil** ( $< 90^\circ$ )

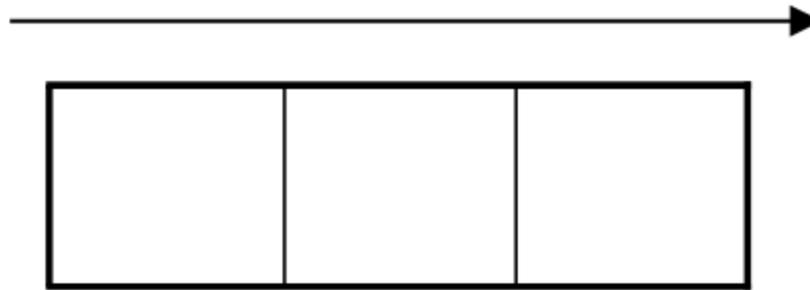
$R$ : Widerstand }  
 $C$ : Kapazität } Bei allen Polarisationsmechanismen vorhanden.

$L$ : Induktivität }  
Aufgrund der hohen Frequenzen nur  
bei ....

Ionenpolarisation oder Elektronenpolarisation.

c) Ordnen Sie die Gase Neon (Ne), Helium (He) und Xenon (Xe) nach zunehmender elektrischer Suszeptibilität  $\chi_{el}$ . Begründen Sie Ihre Antwort. (1 Punkt)

Zunehmende elektrische Suszeptibilität



c) Ordnen Sie die Gase Neon (Ne), Helium (He) und Xenon (Xe) nach zunehmender elektrischer Suszeptibilität  $\chi_{el}$ . Begründen Sie Ihre Antwort. (1 Punkt)

Zunehmende elektrische Suszeptibilität



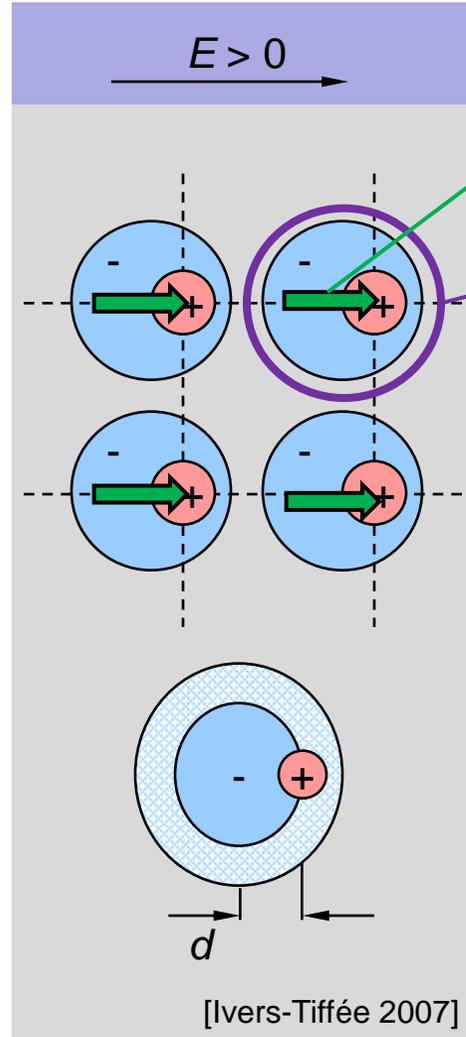
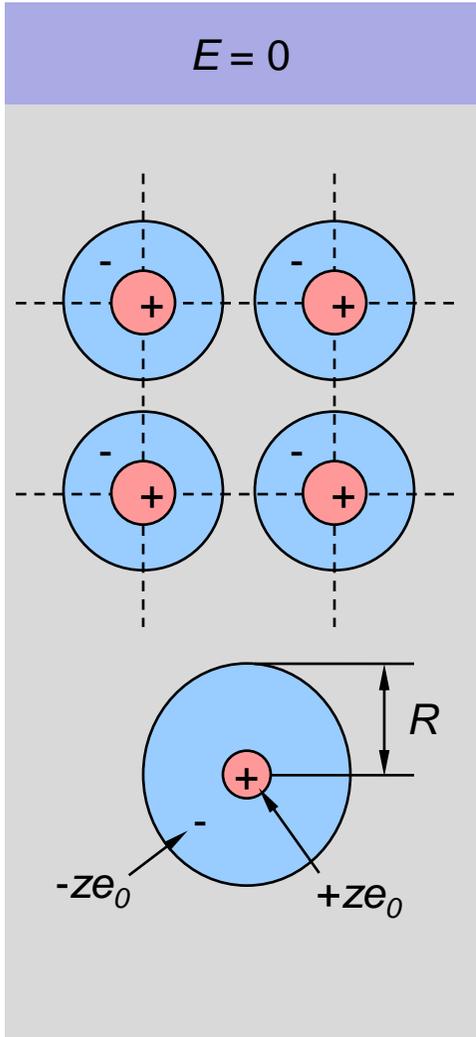
polarisierbares  $P$  Medium

$$P = \varepsilon_0 \cdot \chi_e \cdot E$$

$\chi_e$  : elektrische Suszeptibilität  
„zeigt an wie ‚gut‘ das Polarisieren geht“

# Passive Bauelemente Sommersemester 2013

## Übung 6



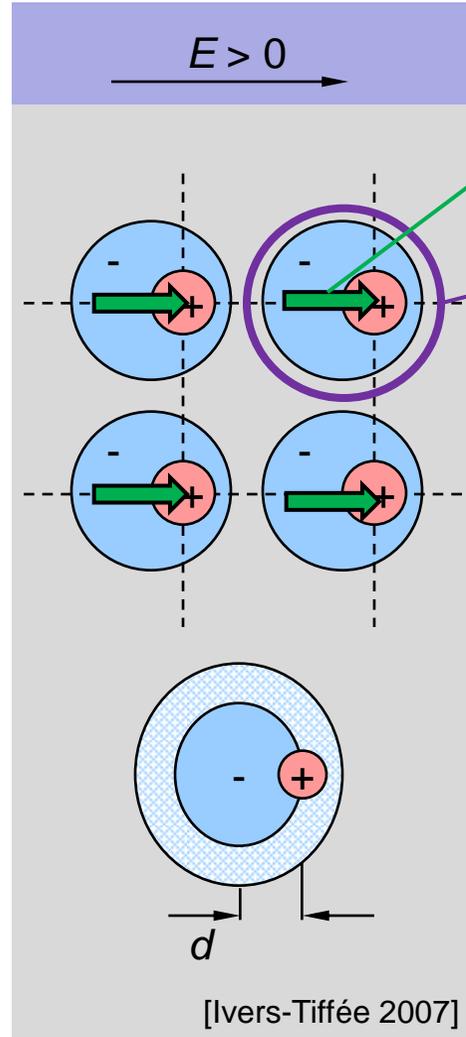
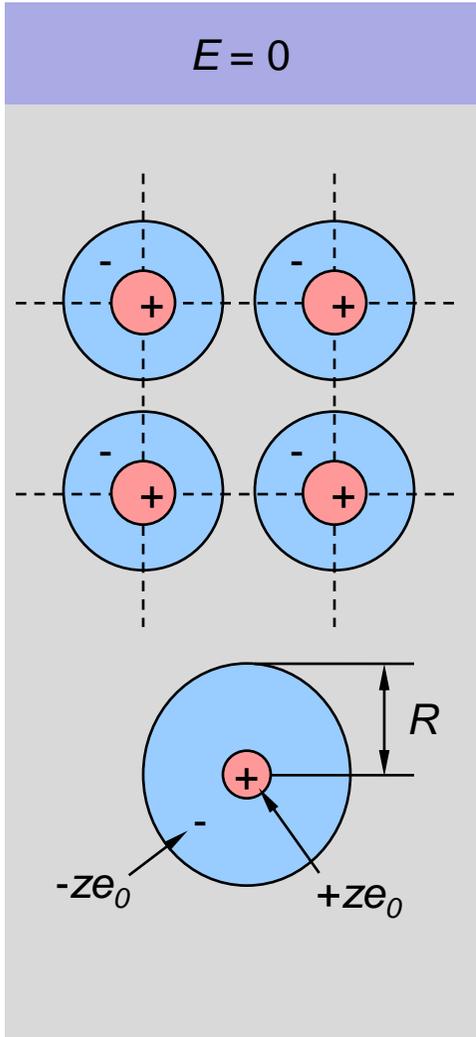
**Induziertes Dipolmoment**

$$p = z \cdot e_0 \cdot d = 4\pi\epsilon_0 \cdot R^3 \cdot E = \alpha_{el} \cdot E$$

Polarisierbarkeit  $\alpha_{el}$  des Einzelatoms

**Polarisation**

$$P = \frac{1}{V} \sum_{i=1}^N p_i$$

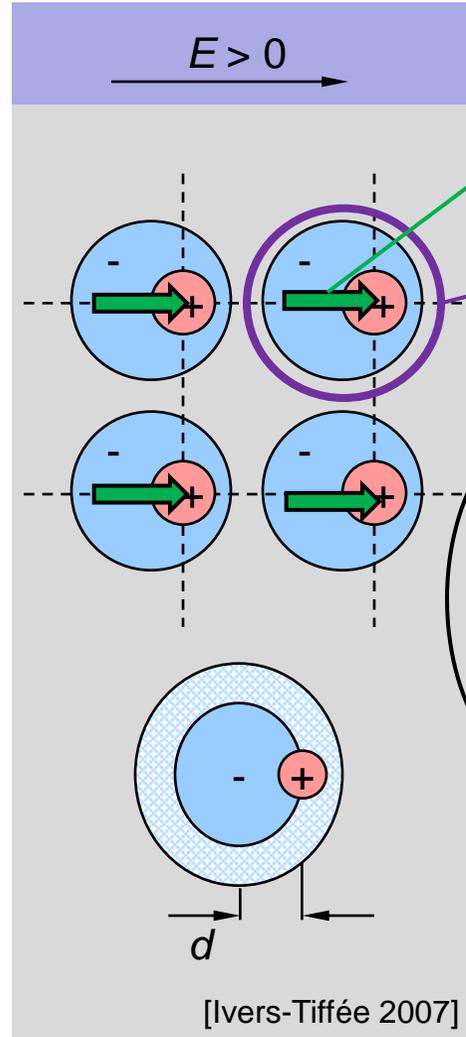
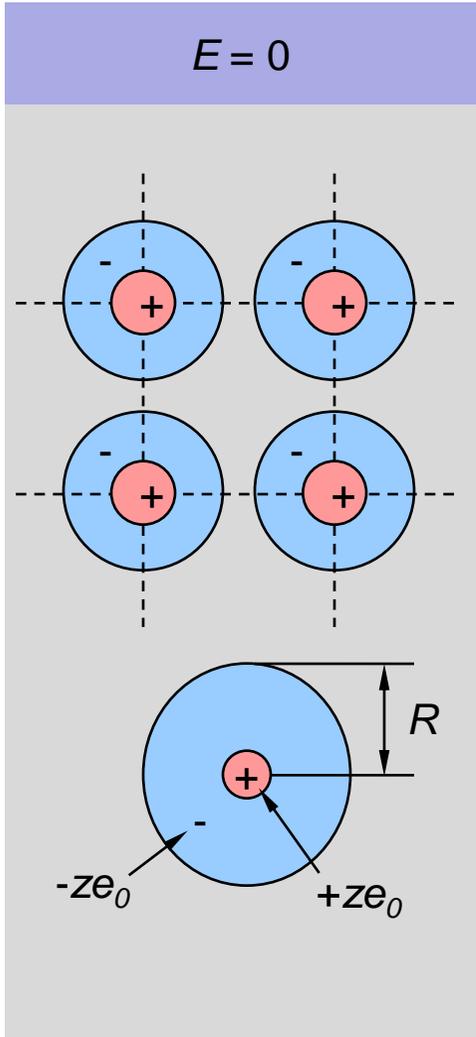


**Induziertes Dipolmoment**

$$p = z \cdot e_0 \cdot d = \underbrace{4\pi\epsilon_0 \cdot R^3}_{\alpha_{el}} \cdot E = \alpha_{el} \cdot E$$

**Polarisierbarkeit  $\alpha_{el}$  des Einzelatoms**

**Clausius-Mossotti-Beziehung**  
 „stellt Zusammenhang zwischen mikroskopischen Einfluss des Einzelatoms zum makroskopischen her“



**Induziertes Dipolmoment**

$$p = z \cdot e_0 \cdot d = 4\pi\epsilon_0 \cdot R^3 \cdot E = \alpha_{el} \cdot E$$

**Polarisierbarkeit  $\alpha_{el}$  des Einzelatoms**

**Clausius-Mossotti-Beziehung**  
 „stellt Zusammenhang zwischen mikroskopischen Einfluss des Einzelatoms zum makroskopischen her“

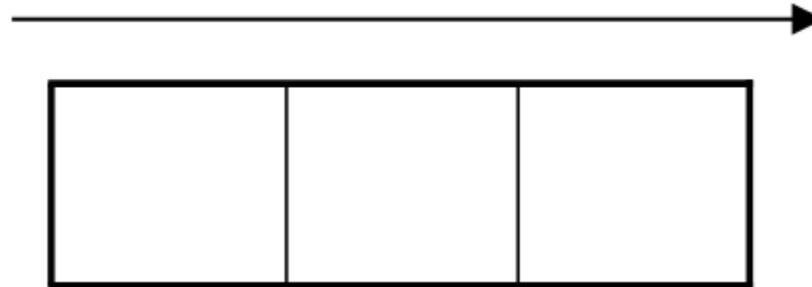
**Elektronische Suszeptibilität**

$$\chi_{el} \approx \frac{n \cdot \alpha_{el}}{\epsilon_0} = 4\pi \cdot n \cdot R^3$$

„ist R klein sind die Bindungskräfte viel größer“

[Ivers-Tiffée 2007]

Zunehmende elektrische Suszeptibilität



2  
He

10  
Ne

18  
Ar

36  
Kr

54  
Xe

86  
Rn

Begründung: Die Polarisierbarkeit ( $\alpha_{el}$ ) eines Einzelatoms steigt mit zunehmendem Atomradius ( $R$ ):

$$\underline{\chi_{el}} \approx \frac{n \cdot \underline{\alpha_{el}}}{\epsilon_0} = 4\pi \cdot n \cdot \underline{R^3}$$

Zunehmende elektrische Suszeptibilität



He (Helium)	Ne (Neon)	Xe (Xenon)
----------------	--------------	---------------

2	He
10	Ne
18	Ar
36	Kr
54	Xe
86	Rn

Begründung: Die Polarisierbarkeit ( $\alpha_{el}$ ) eines Einzelatoms steigt mit zunehmendem Atomradius ( $R$ ):

$$\chi_{el} \approx \frac{n \cdot \alpha_{el}}{\epsilon_0} = 4\pi \cdot n \cdot R^3$$

### Zusammenfassung:

#### Relaxation/Resonanz von Dielektrika

Grund: Wechselspannung/-strom

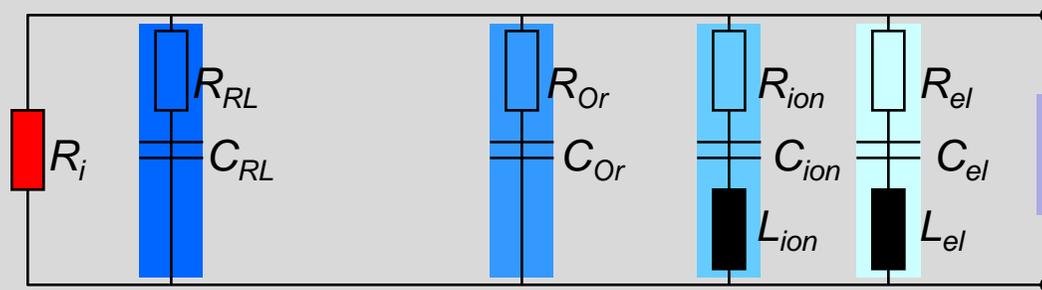
Führt bei:

„*nicht schwingungsfähigem System*“ → Relaxation (Raumladungs- / Orientierungspolarisation)

„*System das sehr gut auf Anregung reagiert*“ → Resonanz (Elektronen- / Ionenpolarisation)



Polarisationstypen können in Form eines Ersatzschaltbildes dargestellt werden



Ersatzschaltbild

$R_i$  - Restwiderstand

#### elektrische Suszeptibilität

Beschreibt: „*wie polarisierbar ein Dielektrikum ist*“.

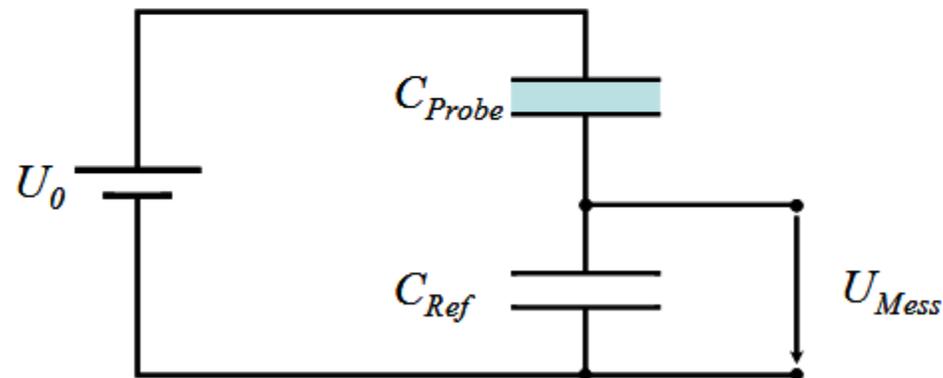
Bei Polarisation von Gasen steigt mit dem Atomradius.



### A3: Sawyer-Tower Schaltung

Zur Bestimmung der Dielektrizitätszahl  $\epsilon_r$  einer Polyesterprobe wird die in Bild 1 dargestellte Schaltung (Sawyer-Tower Schaltung) realisiert: Zwei baugleiche Plattenkondensatoren werden in Reihe geschaltet. In einen davon wird die Polyesterprobe eingebracht. Der zweite Kondensator dient als Referenz und ist luftleer.

*Hinweis:* In Tabelle 1 ist die gemessene Spannung am Referenzkondensator für zwei verschiedene Temperaturen bei angelegter Gleichspannung von  $U_0 = 10 \text{ V}$  gegeben.

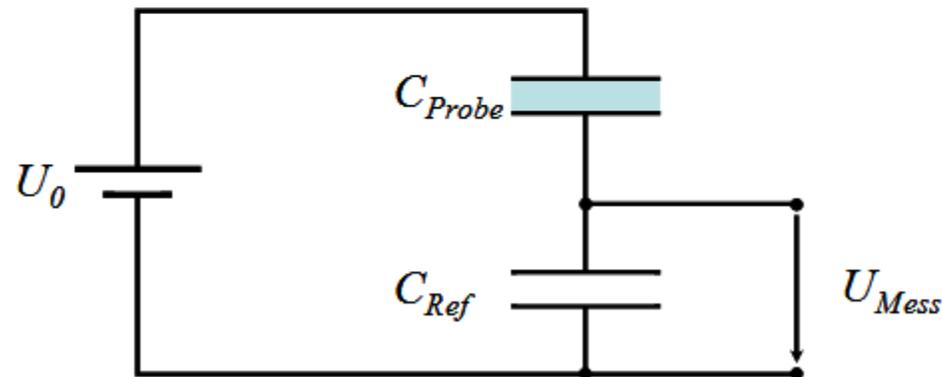


**Bild 1** Schaltung zur Ermittlung der Dielektrizitätszahl eines Dielektrikums

### A3: Sawyer-Tower Schaltung

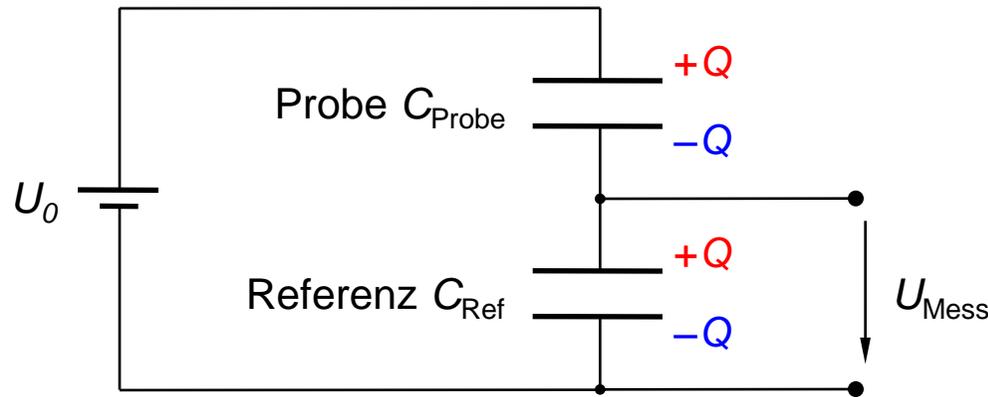
Zur Bestimmung der Dielektrizitätszahl  $\epsilon_r$  einer Polyesterprobe wird die in Bild 1 dargestellte Schaltung (Sawyer-Tower Schaltung) realisiert: Zwei baugleiche Plattenkondensatoren werden in Reihe geschaltet. In einen davon wird die Polyesterprobe eingebracht. Der zweite Kondensator dient als Referenz und ist luftleer.

*Hinweis:* In Tabelle 1 ist die gemessene Spannung am Referenzkondensator für zwei verschiedene Temperaturen bei angelegter Gleichspannung von  $U_0 = 10 \text{ V}$  gegeben.



**Bild 1** Schaltung zur Ermittlung der Dielektrizitätszahl eines Dielektrikums

### Sawyer-Tower Schaltung



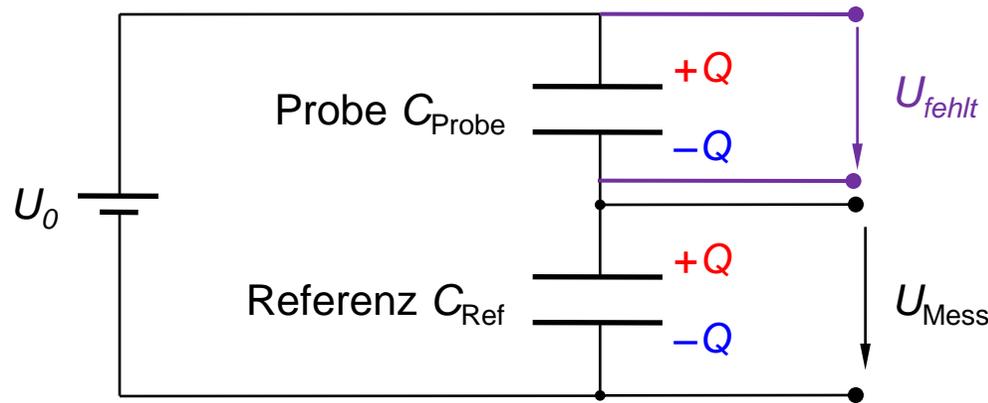
**Bekannt**

Serienschaltung  $\rightarrow$  Ladung  $Q_{Ref} = Q_{Probe} = Q$

**Anfangs ohne Dielektrikum**

$$C_{Ref} = C_{Probe}$$

### Sawyer-Tower Schaltung



**Bekannt**

Serienschaltung  $\rightarrow$  Ladung  $Q_{Ref} = Q_{Probe} = Q$

**Anfangs ohne Dielektrikum**

$$C_{Ref} = C_{Probe}$$

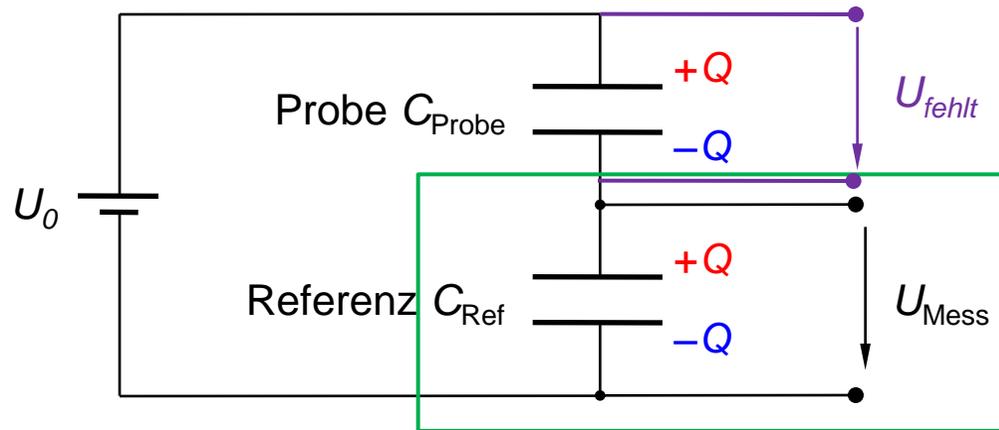
**Mit Dielektrika**

$$Q = C_{Probe} \underbrace{(U_0 - U_{Mess})}_{U_{fehlt}}$$

### Sawyer-Tower Schaltung

**Bekannt**

Serienschaltung  $\rightarrow$  Ladung  $Q_{Ref} = Q_{Probe} = Q$



**Anfangs ohne Dielektrikum**

$$C_{Ref} = C_{Probe}$$

**Mit Dielektrika**

$$Q = C_{Ref} U_{Mess}$$

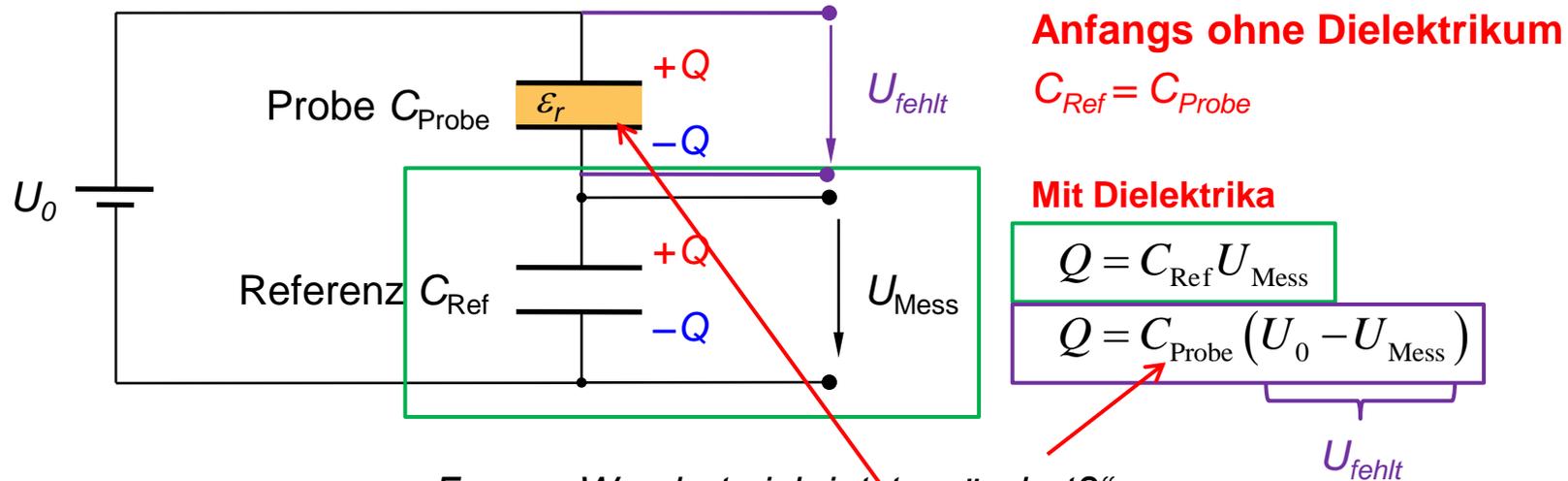
$$Q = C_{Probe} (U_0 - U_{Mess})$$

$U_{fehlt}$

### Sawyer-Tower Schaltung

**Bekannt**

Serienschaltung  $\rightarrow$  Ladung  $Q_{Ref} = Q_{Probe} = Q$



Frage: „Was hat sich jetzt geändert?“

$$C_{Probe} = \frac{Q}{U} = \frac{D \cdot A}{E \cdot d} = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d}$$

Bekannt

$$Q_{Ref} = Q_{Probe} = Q$$

$$Q = C_{Ref} U_{Mess}$$

$$Q = C_{Probe} (U_0 - U_{Mess})$$

Bekannt

$$Q_{\text{Ref}} = Q_{\text{Probe}} = Q$$

$$Q = C_{\text{Ref}} U_{\text{Mess}}$$

$$Q = C_{\text{Probe}} (U_0 - U_{\text{Mess}})$$

Bekannt

$$C_{\text{Probe}} = \frac{Q}{U} = \frac{D \cdot A}{E \cdot d} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{A}{d}$$

$$C_{\text{Ref}} = \frac{Q}{U} = \frac{D \cdot A}{E \cdot d} = \varepsilon_0 \cdot \frac{A}{d}$$

Bekannt

$$Q_{\text{Ref}} = Q_{\text{Probe}} = Q$$

$$Q = C_{\text{Ref}} U_{\text{Mess}}$$

$$Q = C_{\text{Probe}} (U_0 - U_{\text{Mess}})$$

Bekannt

$$C_{\text{Probe}} = \frac{Q}{U} = \frac{D \cdot A}{E \cdot d} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{A}{d}$$

$$C_{\text{Ref}} = \frac{Q}{U} = \frac{D \cdot A}{E \cdot d} = \varepsilon_0 \cdot \frac{A}{d}$$

Q gleichsetzen

$$C_{\text{Ref}} U_{\text{Mess}} = C_{\text{Probe}} (U_0 - U_{\text{Mess}})$$

Bekannt

$$Q_{\text{Ref}} = Q_{\text{Probe}} = Q$$

$$Q = C_{\text{Ref}} U_{\text{Mess}}$$

$$Q = C_{\text{Probe}} (U_0 - U_{\text{Mess}})$$

Bekannt

$$C_{\text{Probe}} = \frac{Q}{U} = \frac{D \cdot A}{E \cdot d} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{A}{d}$$

$$C_{\text{Ref}} = \frac{Q}{U} = \frac{D \cdot A}{E \cdot d} = \varepsilon_0 \cdot \frac{A}{d}$$

Q gleichsetzen

$$C_{\text{Ref}} U_{\text{Mess}} = C_{\text{Probe}} (U_0 - U_{\text{Mess}})$$

Umformen und C einsetzen

$$\frac{C_{\text{Probe}}}{C_{\text{Ref}}} = \frac{U_{\text{Mess}}}{(U_0 - U_{\text{Mess}})} = \frac{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{A}{d}}{\varepsilon_0 \cdot \frac{A}{d}} = \varepsilon_r$$

a) Berechnen Sie die Dielektrizitätszahlen  $\epsilon_r$  und die Suszeptibilitäten  $\chi_e$  für die angegebenen Temperaturen und tragen Sie diese in die Tabelle ein. (3 Punkte)

**Tabelle 1:**  $U_{Mess}$  bei unterschiedlicher Temperatur

$T / ^\circ\text{C}$	$U_{Mess} / \text{V}$	$\epsilon_r / -$	$\chi_e / -$
$T_1 = 25$	7,5		
$T_2 = 225$	7,0		

### **Für die Klausur**

**Hinweis:** Wenn Sie die Aufgabe nicht gelöst haben, rechnen Sie mit  $\epsilon_r(T_1) = 3,1$  und  $\epsilon_r(T_2) = 2,4$ .  
Im Übungsblatt angegeben!

Gerade ermittelt:

$$\frac{C_{\text{Probe}}}{C_{\text{Ref}}} = \frac{U_{\text{Mess}}}{(U_0 - U_{\text{Mess}})} = \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{A}{d}}{\epsilon_0 \cdot \frac{A}{d}} = \epsilon_r$$

Werte einsetzen

$$\epsilon_{r,\text{Probe}}(T_1) = \frac{U_{\text{Mess}}}{U_0 - U_{\text{Mess}}} = \frac{7,5\text{V}}{10\text{V} - 7,5\text{V}} = 3$$

$$\epsilon_{r,\text{Probe}}(T_2) = \frac{U_{\text{Mess}}}{U_0 - U_{\text{Mess}}} = \frac{7,0\text{V}}{10\text{V} - 7,0\text{V}} = 2,33$$

Werte einsetzen

$$\varepsilon_{r,Probe}(T_1) = 3$$

$$\varepsilon_{r,Probe}(T_2) = 2,33$$

relative Dielektrizitätszahl

$$\varepsilon_r = 1 + \chi_e \quad \text{umformen} \quad \chi_e = \varepsilon_r - 1$$

$$\chi_{e,Probe}(T_1) = 2$$

$$\chi_{e,Probe}(T_2) = 1,33$$

b) Die Temperaturabhängigkeit der Suszeptibilität  $\chi_e$  lässt sich mit folgender Formel beschreiben:

$$\chi_e(T) = K + \frac{C}{T}$$

Bestimmen Sie die temperaturunabhängige Konstante  $K$  und das Maß für die Temperaturempfindlichkeit  $C$ . (2 Punkte)

$$\chi_e(T) = K + \frac{C}{T}$$

vgl. mit Funktion:

$$f(x) = b + \frac{m}{x}$$

**Tabelle 1:**  $U_{Mess}$  bei unterschiedlicher Temperatur

$T / ^\circ\text{C}$	$U_{Mess} / \text{V}$	$\varepsilon_r / -$	$\chi_e / -$
$T_1 = 25$	7,5	3	2
$T_2 = 225$	7,0	2,33	1,33

Funktionswerte aus Tabelle einsetzen:

$$2 = K + \frac{C}{273 + 25} \quad (1)$$

$$1,33 = K + \frac{C}{273 + 225} \quad (2)$$

→  
T in Kelvin

$$\chi_e(T) = K + \frac{C}{T} \quad \text{vgl. mit Funktion:} \quad f(x) = b + \frac{m}{x}$$

**Tabelle 1:**  $U_{\text{Mess}}$  bei unterschiedlicher Temperatur

$T / ^\circ\text{C}$	$U_{\text{Mess}} / \text{V}$	$\varepsilon_r / -$	$\chi_e / -$
$T_1 = 25$	7,5	3	2
$T_2 = 225$	7,0	2,33	1,33

Funktionswerte aus Tabelle einsetzen:

$$2 = K + \frac{C}{273 + 25} \quad (1)$$

$$1,33 = K + \frac{C}{273 + 225} \quad (2)$$

↑  
T in Kelvin

nach K auflösen...

$$\text{aus (1): } K = 2 - \frac{C}{273 + 25}$$

$$\chi_e(T) = K + \frac{C}{T} \quad \text{vgl. mit Funktion:} \quad f(x) = b + \frac{m}{x}$$

**Tabelle 1:**  $U_{\text{Mess}}$  bei unterschiedlicher Temperatur

$T / ^\circ\text{C}$	$U_{\text{Mess}} / \text{V}$	$\varepsilon_r / -$	$\chi_e / -$
$T_1 = 25$	7,5	3	2
$T_2 = 225$	7,0	2,33	1,33

Funktionswerte aus Tabelle einsetzen:

$$2 = K + \frac{C}{273 + 25} \quad (1)$$

$$1,33 = K + \frac{C}{273 + 225} \quad (2)$$

T in Kelvin

nach K auflösen...

$$\text{aus (1): } K = 2 - \frac{C}{273 + 25}$$

K einsetzen

$$\text{in (2): } 1,33 = 2 - \frac{C}{273 + 25} + \frac{C}{273 + 225}$$

$$\chi_e(T) = K + \frac{C}{T} \quad \text{vgl. mit Funktion:} \quad f(x) = b + \frac{m}{x}$$

**Tabelle 1:**  $U_{\text{Mess}}$  bei unterschiedlicher Temperatur

$T / ^\circ\text{C}$	$U_{\text{Mess}} / \text{V}$	$\varepsilon_r / -$	$\chi_e / -$
$T_1 = 25$	7,5	3	2
$T_2 = 225$	7,0	2,33	1,33

Funktionswerte aus Tabelle einsetzen:

$$2 = K + \frac{C}{273 + 25} \quad (1)$$

$$1,33 = K + \frac{C}{273 + 225} \quad (2)$$

T in Kelvin

nach K auflösen...

$$\text{aus (1): } K = 2 - \frac{C}{273 + 25}$$

K einsetzen

$$\text{in (2): } 1,33 = 2 - \frac{C}{273 + 25} + \frac{C}{273 + 225}$$

nach C auflösen...

nochmal...

$$1,33 = 2 - \frac{C}{273 + 25} + \frac{C}{273 + 225}$$

nach C auflösen...

$$C = \frac{-0,67}{\frac{1}{498} - \frac{1}{298}} = 497,15$$

nochmal...

$$1,33 = 2 - \frac{C}{273 + 25} + \frac{C}{273 + 225}$$

nach C auflösen...

$$C = \frac{-0,67}{\frac{1}{498} - \frac{1}{298}} = 497,15$$

in Gleichung für K einsetzen und auflösen...

$$K = 2 - \frac{C}{273 + 25}$$

$$K = 2 - \frac{497,15}{298} = 0,33$$

c) Berechnen Sie die Anteile  $\chi_{el}$  und  $\chi_{or}$  an der Suszeptibilität  $\chi_e$  bei  $T_1$ , wenn davon ausgegangen wird, dass lediglich Elektronen- und Orientierungspolarisation auftreten. **(2 Punkte)**

*Hinweis:* Die Konzentration  $n$  der permanenten Dipole im Dielektrikum sei temperaturunabhängig.

### Allgemein

$$\chi_e = \chi_{el} + \chi_{ion} + \chi_{or} + \chi_{RL}$$

$\chi_{el}$  : Elektronenpolarisation

$\chi_{ion}$  : Ionenpolarisation

$\chi_{or}$  : Orientierungspolarisation

$\chi_{RL}$  : Raumladungspolarisation

### Hier nur

$$\chi_e = \chi_{el} + \chi_{or} \quad (1 \text{ Punkt})$$

$\chi_{el}$  : Elektronenpolarisation

$\chi_{or}$  : Orientierungspolarisation

*Hinweis:* Die Konzentration  $n$  der permanenten Dipole im Dielektrikum sei temperaturunabhängig.

Additive Zusammensetzung

$$\chi_e = \chi_{el} + \chi_{or}, \text{ da } n \text{ und } \epsilon_0 \text{ konstant}$$

Es gilt also

$$\chi_e = \chi_{el} + \chi_{or}$$

$\chi_{el}$  : Elektronenpolarisation

$\chi_{or}$  : Orientierungspolarisation

Temperaturabhängigkeit

$$\chi_e(T) = K + \frac{C}{T}$$

$$K = 0,33$$

$$C = 497,15$$

Es gilt also

$$\chi_e = \chi_{el} + \chi_{or}$$

$\chi_{el}$  : Elektronenpolarisation

$\chi_{or}$  : Orientierungspolarisation

Temperaturabhängigkeit

$$\chi_e(T) = K + \frac{C}{T}$$

$$K = 0,33$$

$$C = 497,15$$

**Elektronenpolarisation** ist temperaturunabhängig,  
damit  $\chi_{el} = K = 0,33$

$$TK_{\alpha_{el}} \cong 0$$

Elektronenbahnen sind durch  
Temperatur kaum beeinflusst!

Es gilt also

$$\chi_e = \chi_{el} + \chi_{or}$$

$\chi_{el}$  : Elektronenpolarisation

$\chi_{or}$  : Orientierungspolarisation

Temperaturabhängigkeit

$$\chi_e(T) = K + \frac{C}{T}$$

$$K = 0,33$$

$$C = 497,15$$

**Elektronenpolarisation** ist temperaturunabhängig,  
damit  $\chi_{el} = K = 0,33$

$$TK_{\alpha_{el}} \cong 0$$

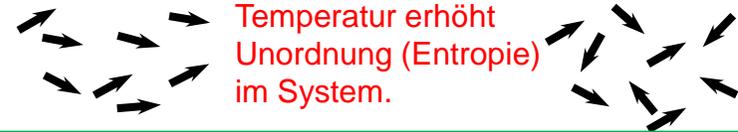
Elektronenbahnen sind durch  
Temperatur kaum beeinflusst!

Bei **Orientierungspolarisation** gilt:

$$\text{damit } \chi_{or} = C/T = 497,15/298 = 1,67$$

$$TK_{\alpha_{or}} = -\frac{1}{T}$$

Oder  $\chi_{or} = \chi_e - \chi_{el} = 2 - 0,33 = 1,67$



d) Die Gleichspannung  $U_0$  wird nun durch eine Wechselspannung  $U_{\sim}$  ersetzt. Zeichnen Sie das Ersatzschaltbild des Probenkondensators für das gesamte Frequenzspektrum und kennzeichnen Sie die entsprechenden Bauteile. (2 Punkte)

d) Die Gleichspannung  $U_0$  wird nun durch eine Wechselspannung  $U_{\sim}$  ersetzt. Zeichnen Sie das Ersatzschaltbild des Probenkondensators für das gesamte Frequenzspektrum und kennzeichnen Sie die entsprechenden Bauteile. (2 Punkte)

**Jetzt wieder** Wechselspannung  $U$

→ Frequenzabhängigkeit der Prozesse relevant

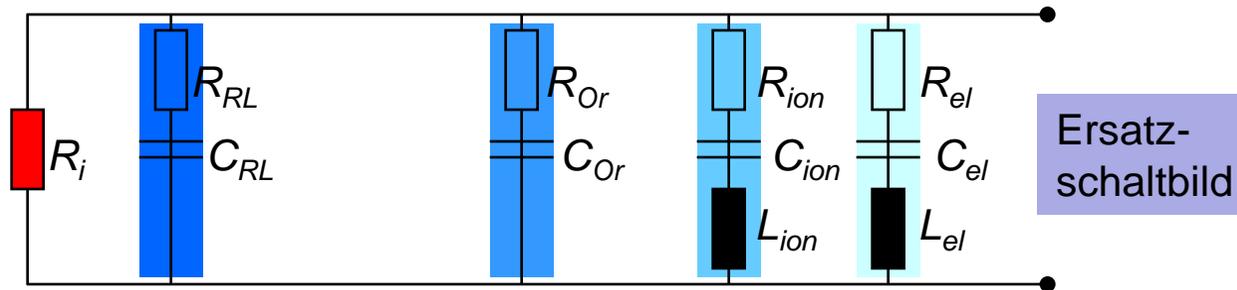
d) Die Gleichspannung  $U_0$  wird nun durch eine Wechselspannung  $U_{\sim}$  ersetzt. Zeichnen Sie das Ersatzschaltbild des Probenkondensators für das gesamte Frequenzspektrum und kennzeichnen Sie die entsprechenden Bauteile. (2 Punkte)

**Jetzt wieder** Wechselspannung  $U$

→ Frequenzabhängigkeit der Prozesse relevant

Uns bereits bekannt...

**Polarisationstypen können in Form eines Ersatzschaltbildes dargestellt werden**



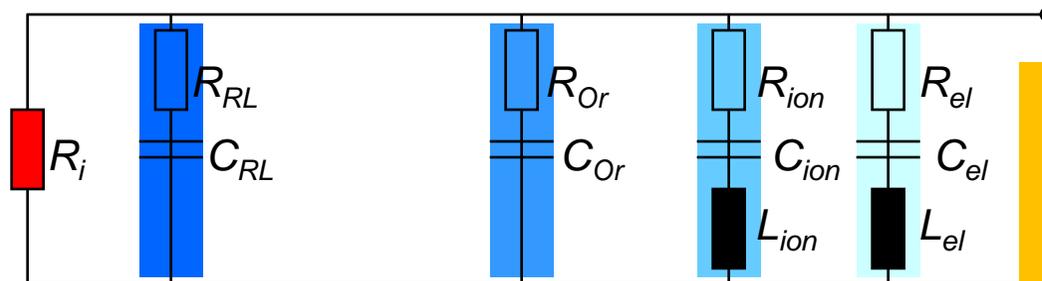
d) Die Gleichspannung  $U_0$  wird nun durch eine Wechselspannung  $U$  ersetzt. Zeichnen Sie das Ersatzschaltbild des Probenkondensators für das gesamte Frequenzspektrum und kennzeichnen Sie die entsprechenden Bauteile. (2 Punkte)

**Jetzt wieder** Wechselspannung  $U$

→ Frequenzabhängigkeit der Prozesse relevant

Uns bereits bekannt...

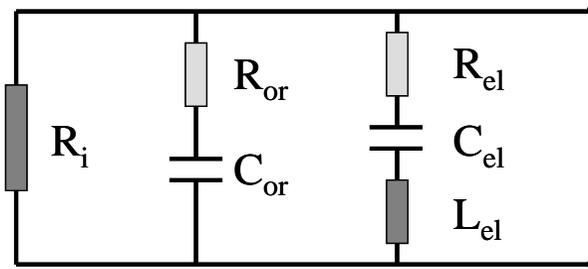
**Polarisationstypen können in Form eines Ersatzschaltbildes dargestellt werden**



$$\chi_e = \chi_{el} + \chi_{or}$$

$\chi_{el}$  : Elektronenpolarisation

$\chi_{or}$  : Orientierungspolarisation



Parallelschaltung aus Restwiderstand  $R_i$  und den Widerständen aufgrund von Orientierungspolarisation und Elektronenpolarisation.

**Klausur:** 1P wenn 2 richtig, 2P wenn alle richtig (auch wenn zusätzl. weitere Polarisationsmechanismen gezeichnet sind)

e) In einem weiteren Experiment wird, wieder bei Gleichspannung, die Polyesterprobe durch einen Diamant ersetzt. Welche Änderung der Messspannung  $U_{Mess}$  ergibt sich daraus bei der Temperaturänderung von  $T_1$  auf  $T_2$ ? (1 Punkt)

*„Woher wissen sie das?“*

- *Ionenpolarisation: Diamant besteht aus Kohlenstoff*
- *Orientierungspolarisation: keine permanenten Dipole vorhanden?*
- *Raumladungspolarisation: keine freie Ladungsträgerdiffusion an Korngrenzen*

„Woher wissen sie das?“

- *Ionenpolarisation: Diamant besteht aus Kohlenstoff*
  - *Orientierungspolarisation: keine permanenten Dipole vorhanden?*
  - *Raumladungspolarisation: keine freie Ladungsträgerdiffusion an Korngrenzen*
- Bei Diamant tritt lediglich Elektronenpolarisation auf.
  - Die Elektronenpolarisation ist temperaturabhängig, damit kommt es infolge einer Temperaturerhöhung zu keiner Änderung der Messspannung.

„Woher wissen sie das?“

- *Ionenpolarisation: Diamant besteht aus Kohlenstoff*
- *Orientierungspolarisation: keine permanenten Dipole vorhanden?*
- *Raumladungspolarisation: keine freie Ladungsträgerdiffusion an Korngrenzen*

- Bei Diamant tritt lediglich Elektronenpolarisation auf.
- Die Elektronenpolarisation ist temperaturabhängig, damit kommt es infolge einer Temperaturerhöhung zu keiner Änderung der Messspannung.

**Klausur:**

- *temperaturunabhängig*
- *kaum / nicht Änderung*

### Zusammenfassung:

**Bestimmung  $\epsilon_r$  und  $\chi_e$**   
Sawyer-Tower Schaltung



**(Temperaturabhängige) Anteile der Suszeptibilität  $\chi_e$**



**Elektronenpolarisation (TK = 0)**

Auslenkung von Atomkern und -hülle  
(induzierte Dipole)

**Orientierungspolarisation (TK = -1/T)**

Ausrichtung permanent vorhandener  
Dipole

**Ersatzschaltbild des Probenkondensators**

Zuordnung der Verlustprozesse im Frequenzbereich



**Dielektrikum ersetzt**

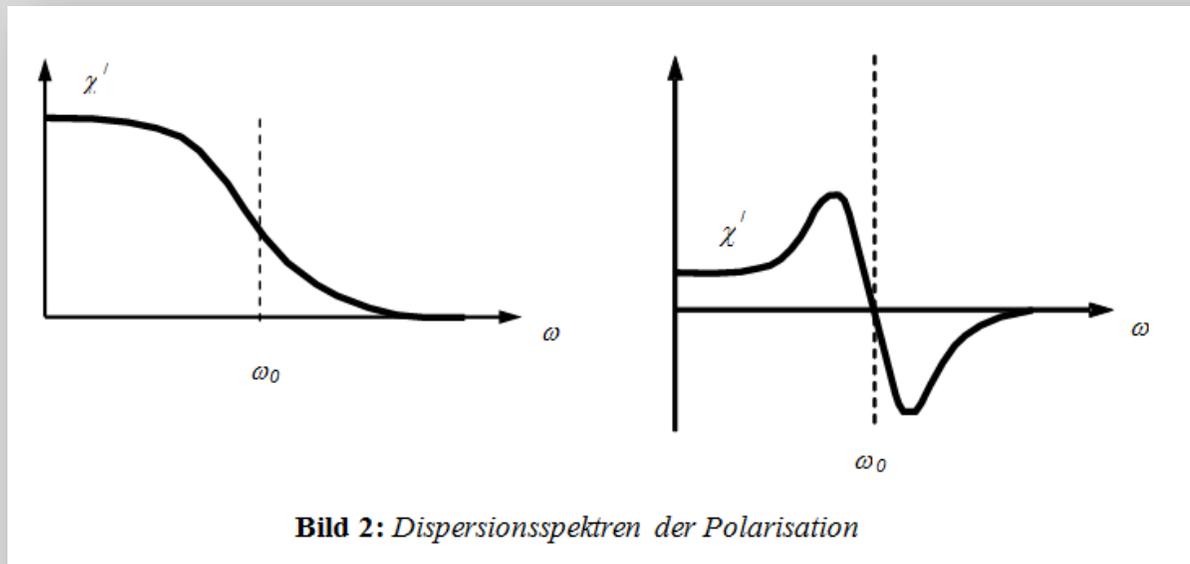
Änderung für: Polyester durch Diamant  
(temperaturunabhängige Suszeptibilität) ersetzt



### A4: Dielektrische Verlustmechanismen

In Bild 2 sind zwei mögliche Verläufe für das Dispersionsspektrum  $\chi'(\omega)$  der Polarisation gegeben.

a) Ordnen Sie die Begriffe Resonanz und Relaxation zu und zeichnen Sie jeweils das entsprechende Verlustspektrum  $\chi''(\omega)$  ein. (2 Punkte)



**Bild 2:** Dispersionsspektren der Polarisation

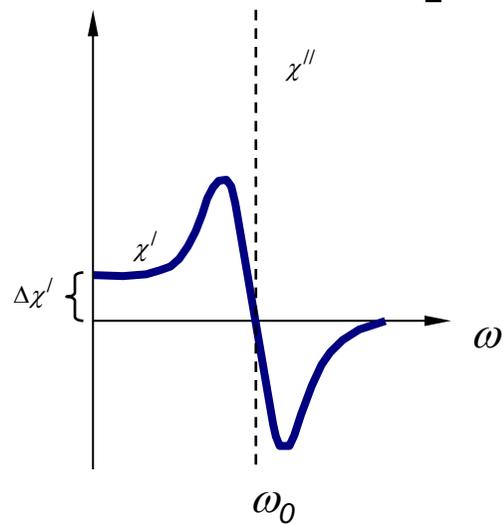
Bereits bekannt

$U$  Wechselspannung/-strom

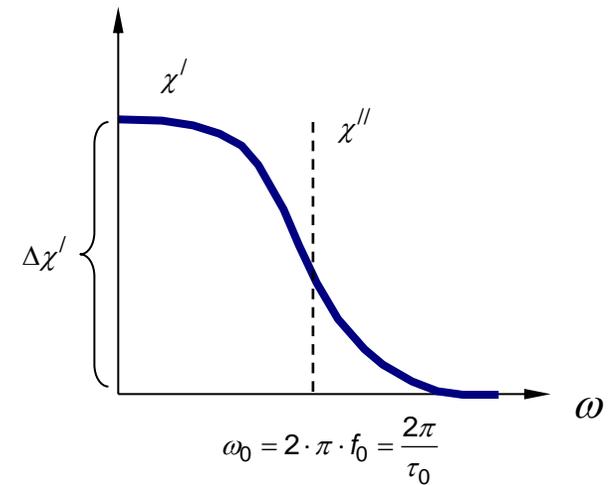
... hat Einfluss auf die Polarisation.

... der Einfluss ist abhängig von der jeweiligen Polarisationsart.

Resonanzfrequenz  $\omega_0$



Relaxationsfrequenz  $\omega_0$



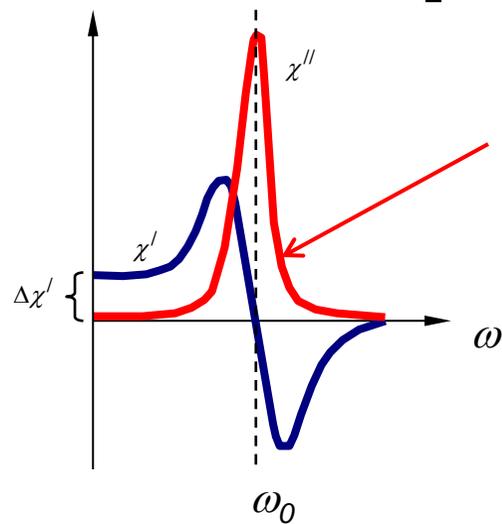
Bereits bekannt

$U$  Wechselspannung/-strom

... hat Einfluss auf die Polarisation.

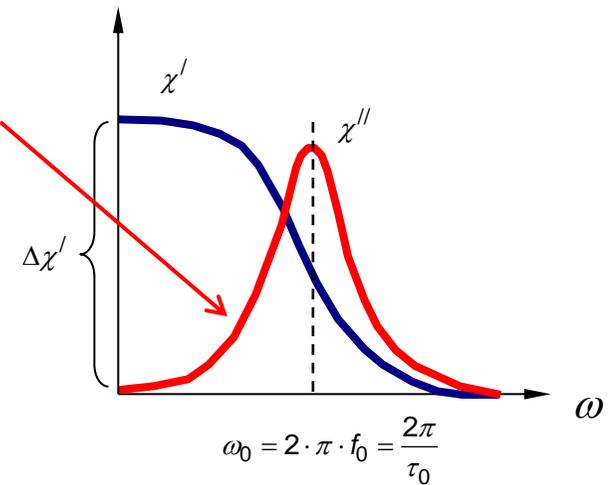
... der Einfluss ist abhängig von der jeweiligen Polarisationsart.

Resonanzfrequenz  $\omega_0$



Neu: Verlustspektrum  $\chi''$

Relaxationsfrequenz  $\omega_0$

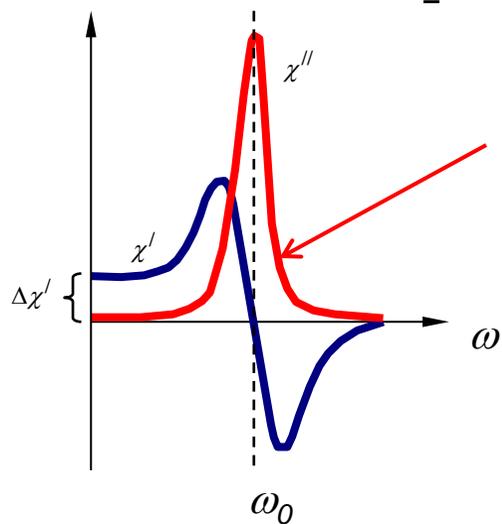


noch allgemeiner gilt eine komplexe Dielektrizitätszahl

$$\underline{\varepsilon}_r(\omega) = \varepsilon_r'(\omega) - j\varepsilon_r''(\omega)$$

entsprechend eine komplexe el. Suszeptibilität

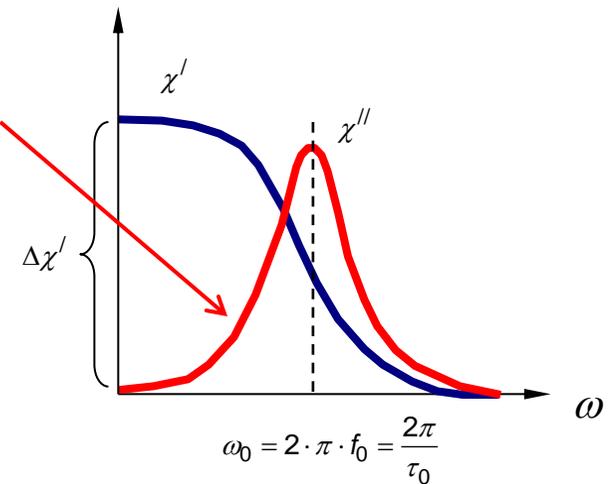
Resonanzfrequenz  $\omega_0$

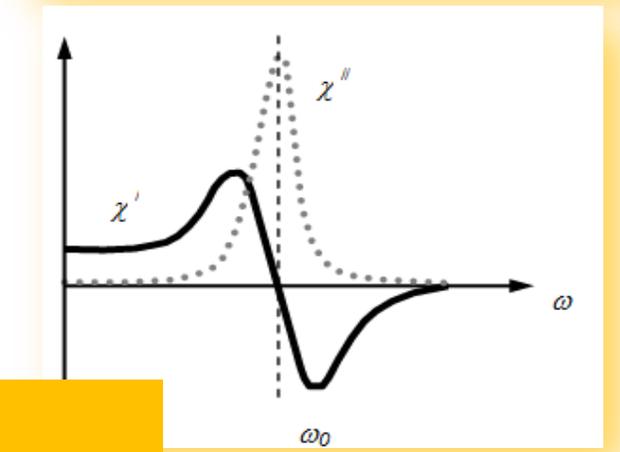
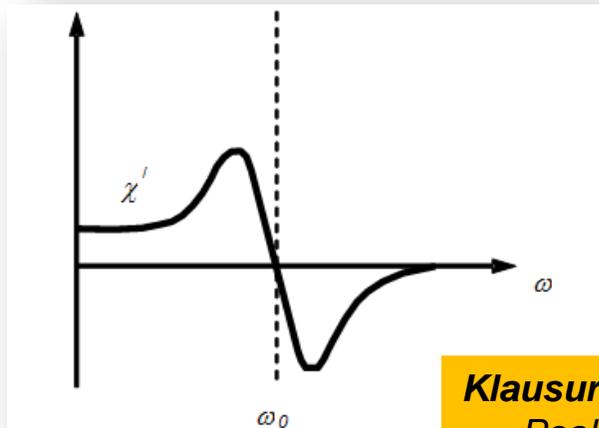
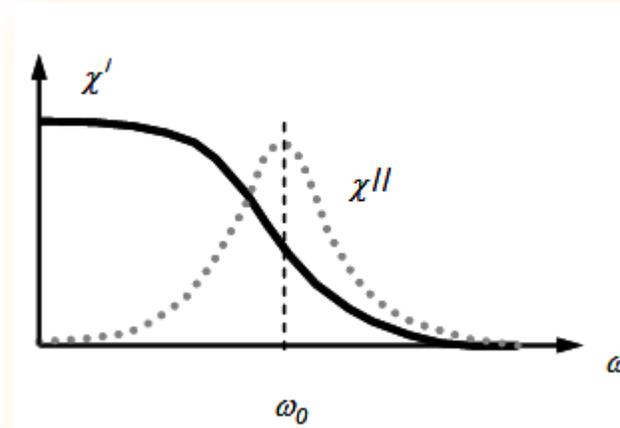
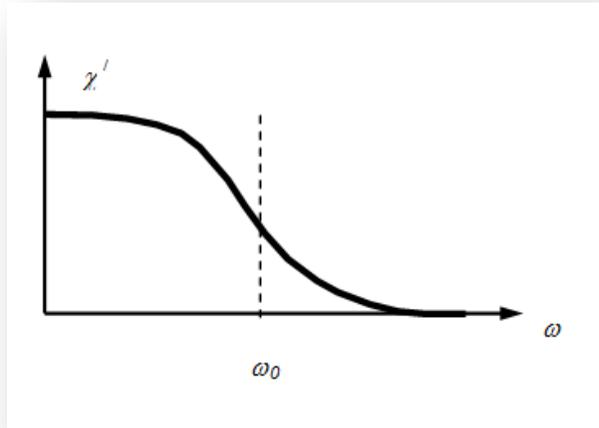


Neu: Verlustspektrum  $\chi''$

$\chi''$  beschreibt die inneren Verluste (Wärme, Trägheit, ‚Federkonstante‘ der Elektronen)

Relaxationsfrequenz  $\omega_0$





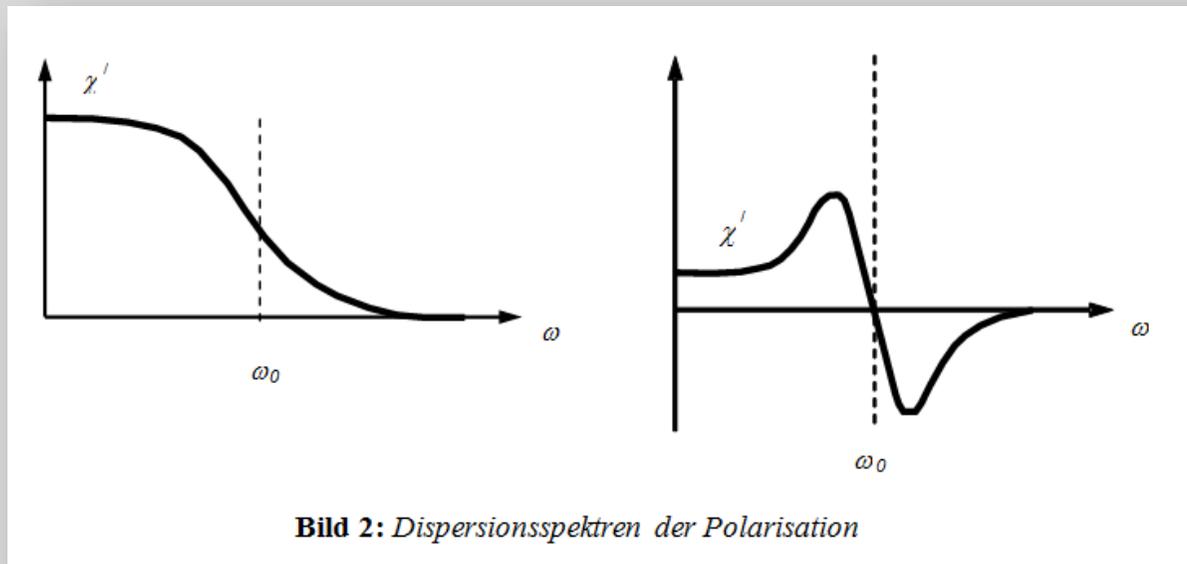
**Klausur:**

- Peakbreite relevant
- Abstand zu  $\chi''$ -Achse genau

### A4: Dielektrische Verlustmechanismen

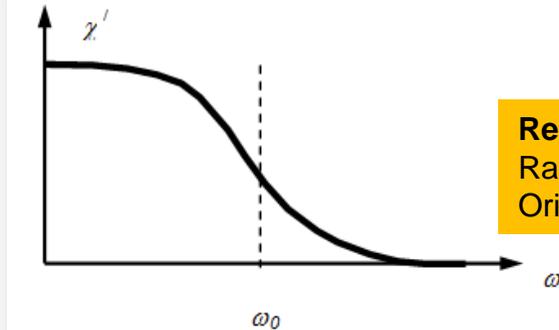
In Bild 2 sind zwei mögliche Verläufe für das Dispersionsspektrum  $\chi'(\omega)$  der Polarisation gegeben.

b) Geben Sie zu jedem der Verläufe aus Aufgabenteil a) einen Polarisationsmechanismus an.  
(1 Punkt)

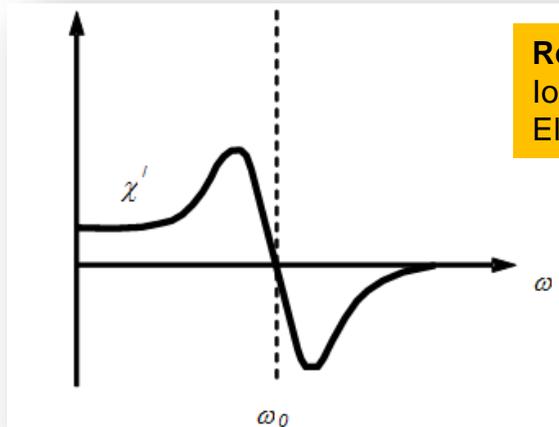
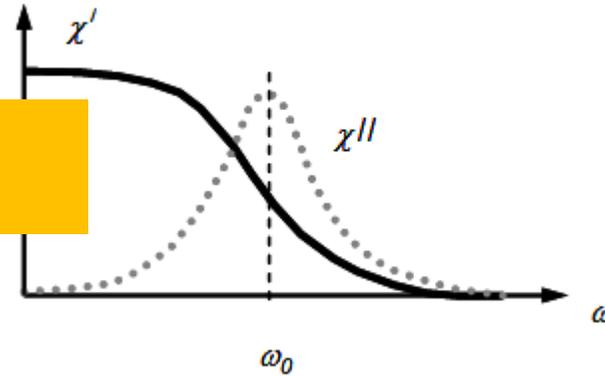


**Bild 2:** Dispersionsspektren der Polarisation

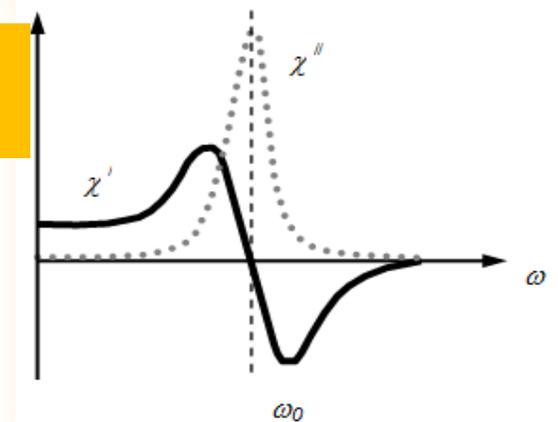
Auch bereits bekannt ...



**Relaxation:**  
Raumladungspolarisation,  
Orientierungspolarisation



**Resonanz:**  
Ionenpolarisation,  
Elektronenpolarisation



### Zusammenfassung:

#### Dispersionspektrum

innere Verluste (Imaginärteil von  $\epsilon/\chi$ )



#### Verlustmechanismen (frequenzabhängig)

##### Resonanz

##### Elektronenpolarisation

Auslenkung von Atomkern und -hülle  
(induzierte Dipole)

##### Ionenpolarisation

Auslenkung von Kationen und Anionen  
(induzierte Dipole)

##### Relaxation

##### Orientierungspolarisation

Ausrichtung permanent vorhandener  
Dipole

##### Raumladungspolarisation

Ansammlung freier Ladungsträgern  
an isolierenden Korngrenzen



**Vielen Dank!**