

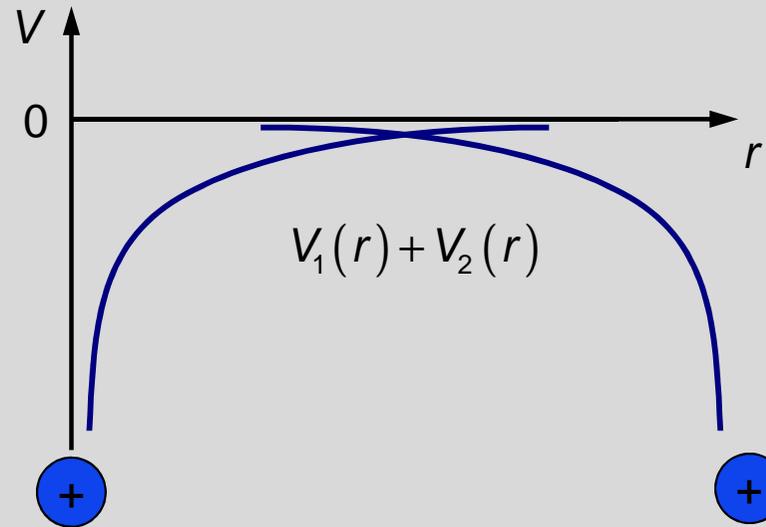
# Übung 2

### **A1: Bändermodell**

Das Bändermodell stellt eine Weiterentwicklung des Drude-Modells der Leitfähigkeit, basierend auf Effekten der Quantenmechanik dar. Während das Drude-Modell beispielsweise den Effekt von Dotierungen auf die Leitfähigkeit von Halbleitern nicht vorhersagen kann, wird dies vom Bändermodell geleistet.

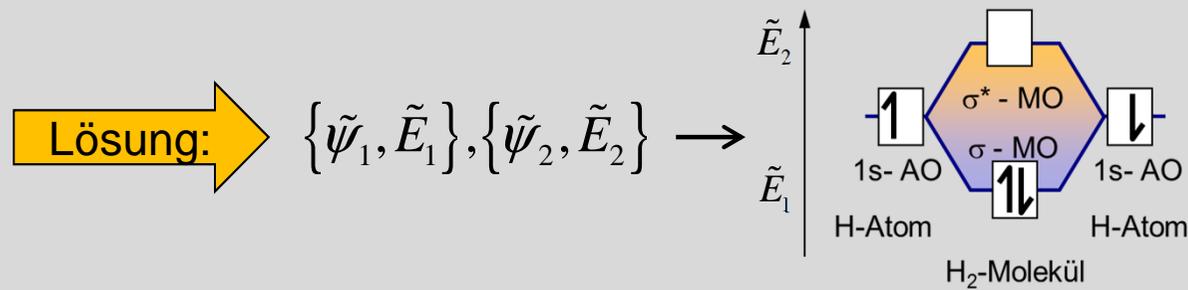
a) Was ist ein Band? Geben Sie eine prägnante und zugleich anschauliche Definition in wenigen Worten.

### Erinnerung: Kovalente Bindung zweier Atome

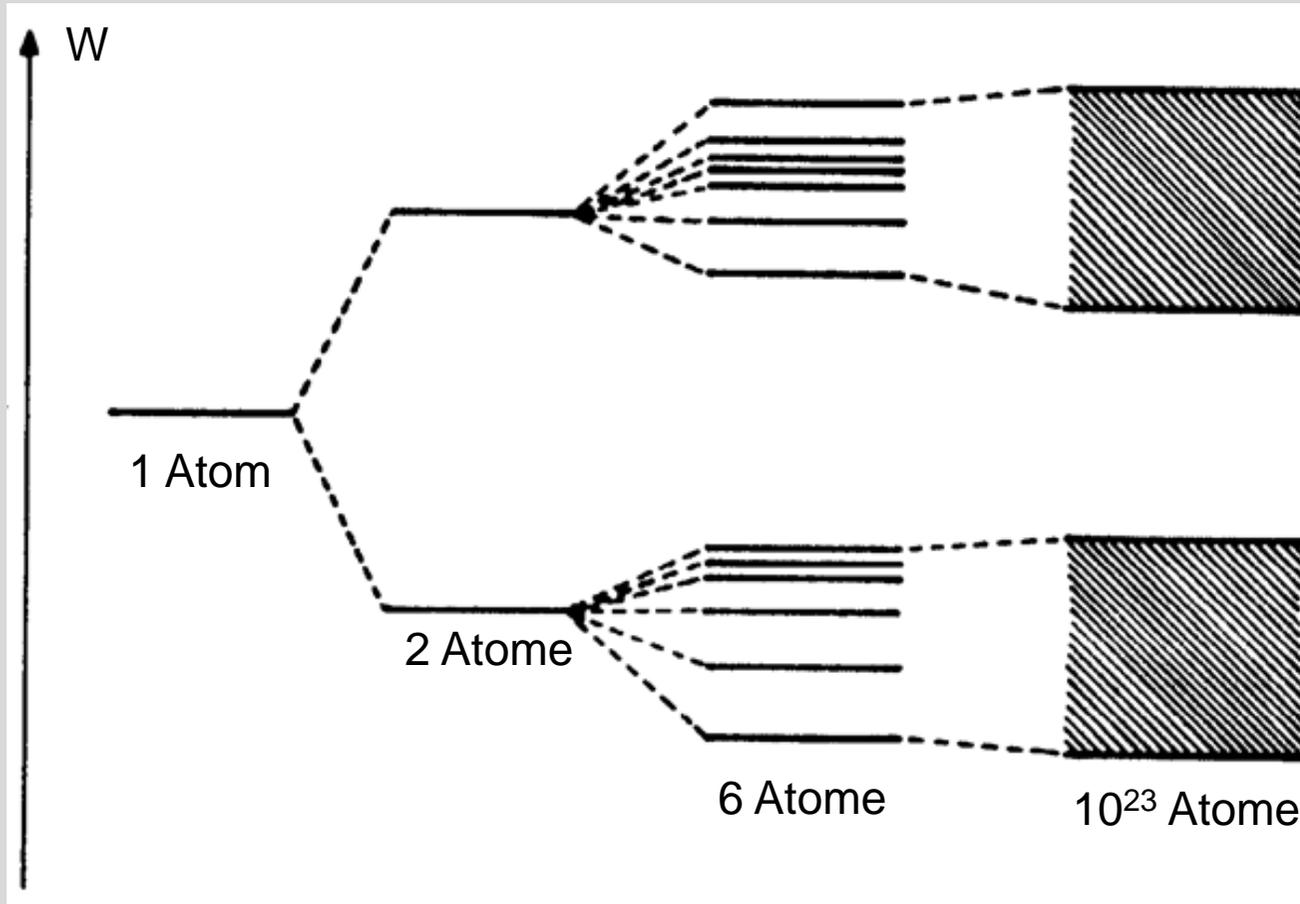


Überlagerung der Potentialfelder von zwei Atomen: 2 Lösungen mit insgesamt 2 unterschiedlichen Energieniveaus

$$-\left(\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V_1(r) + V_2(r)\right)\psi(r, \Theta, \Phi) = E\psi(r, \Theta, \Phi)$$



### Jetzt: Festkörper ( $10^{23}$ Atome)



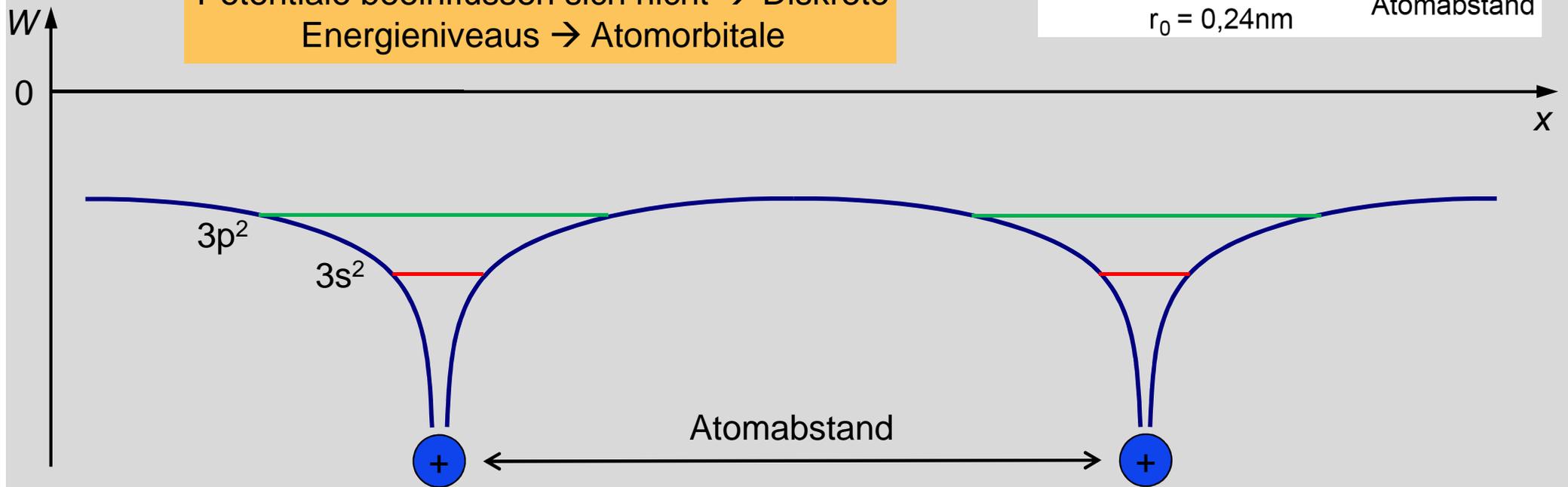
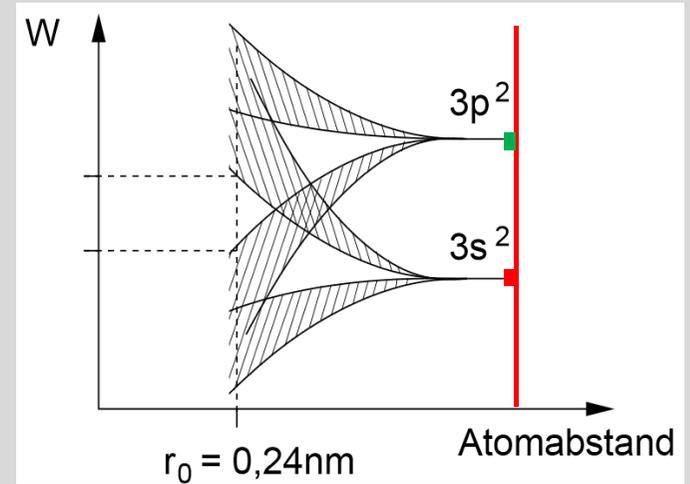
Überlagerung der Potentialfelder von  $N$  Atomen:  
 $N$  Lösungen mit insgesamt  $N$  unterschiedlichen Energieniveaus  
→ Für große  $N$  quasikontinuierliche Energiebereiche erlaubter Energien

### Jetzt: Festkörper ( $10^{23}$ Atome)



↑  
Valenzelektronen

Potentiale beeinflussen sich nicht  $\rightarrow$  Diskrete Energieniveaus  $\rightarrow$  Atomorbitale

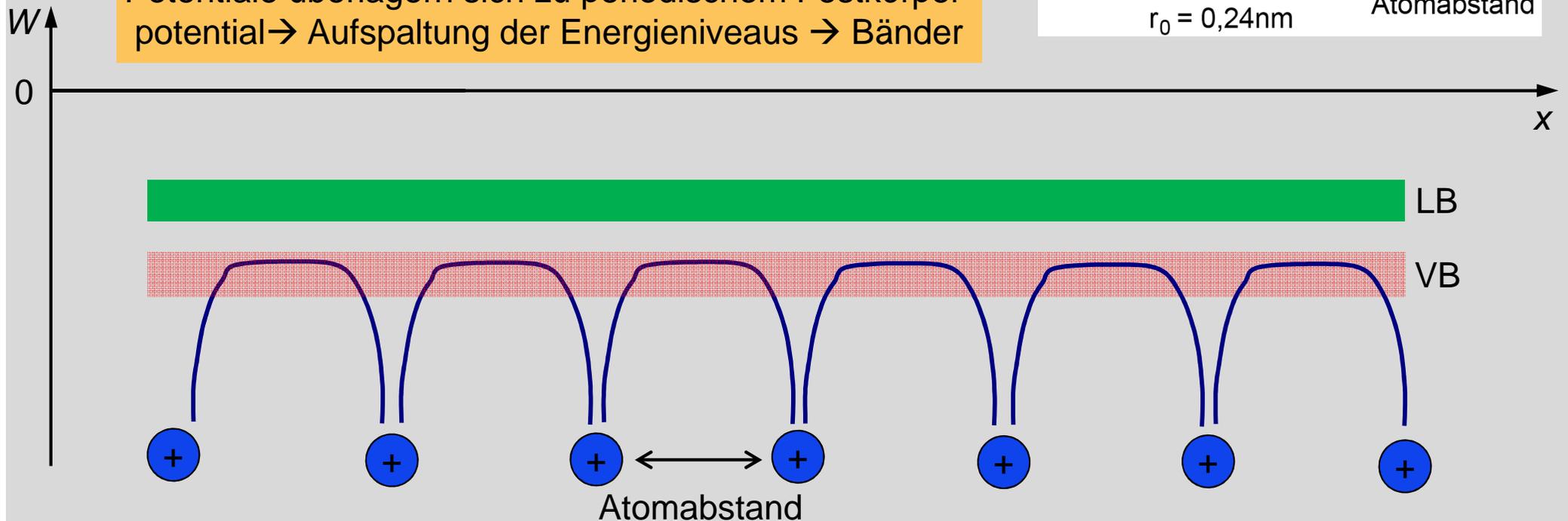
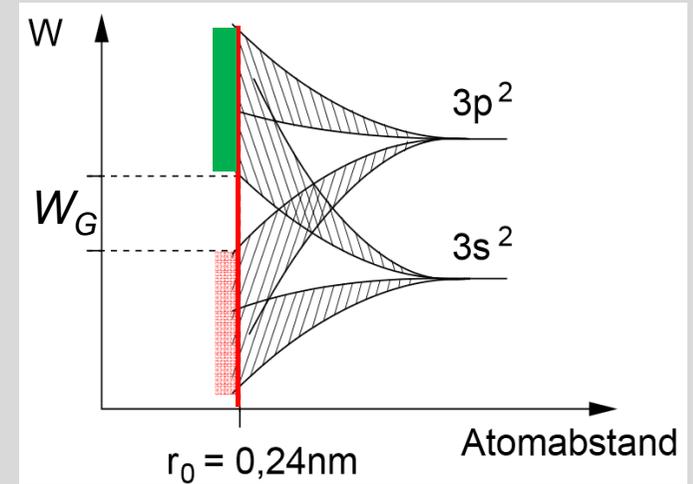


### Jetzt: Festkörper ( $10^{23}$ Atome)



↑  
Valenzelektronen

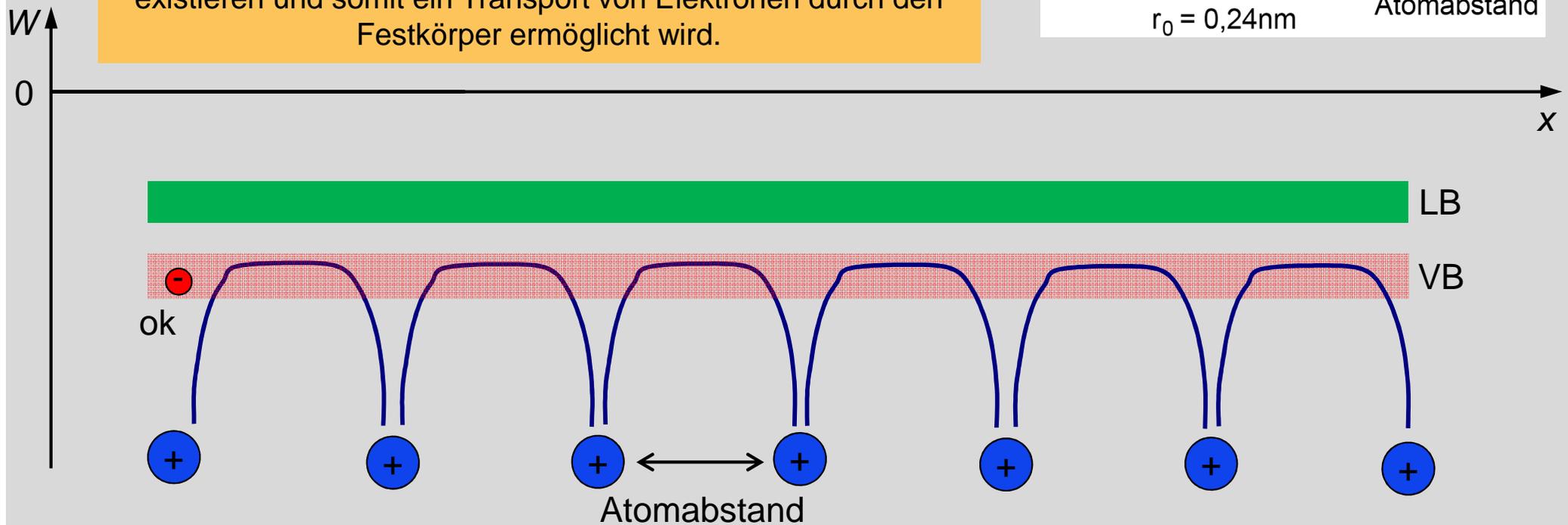
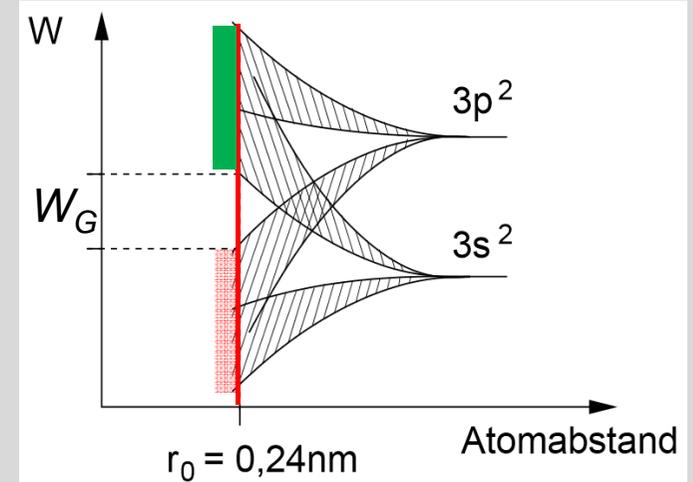
Potentiale überlagern sich zu periodischem Festkörperpotential  $\rightarrow$  Aufspaltung der Energieniveaus  $\rightarrow$  Bänder



# Passive Bauelemente Wintersemester 2014/15

## Übung 2

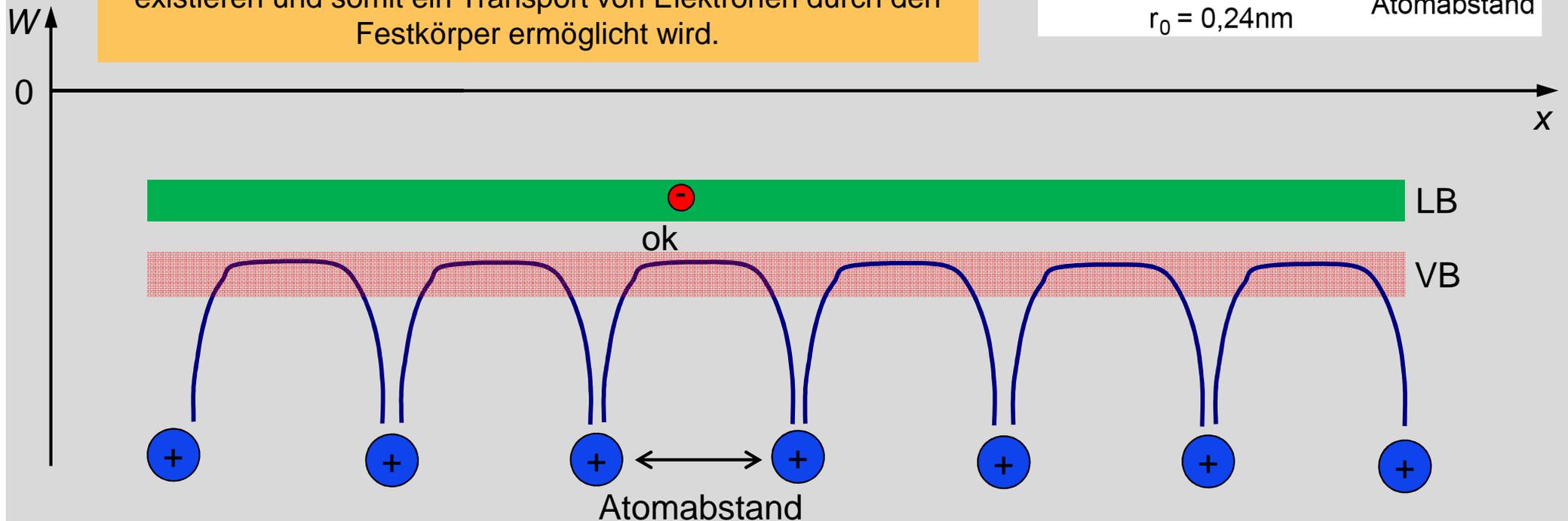
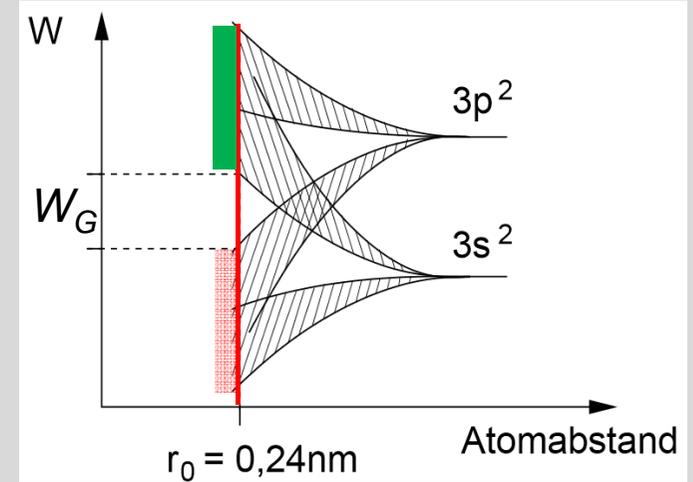
Als „Band“ wird ein Energiebereich bezeichnet, in dem sich quasikontinuierlich verteilte Energieniveaus von erlaubten Elektronenzuständen befinden. Das Band kann räumlich als überall dort gedacht werden, wo die zugehörige Psi-Fkt. eine Aufenthaltswahrscheinlichkeit größer 0 vorhersagt (was in der Regel für den gesamten Festkörper gilt). Dies bedeutet nichts anderes, als das Elektronen mit einer im Band befindlichen Energie im gesamten Festkörper die Möglichkeit haben zu existieren und somit ein Transport von Elektronen durch den Festkörper ermöglicht wird.



# Passive Bauelemente Wintersemester 2014/15

## Übung 2

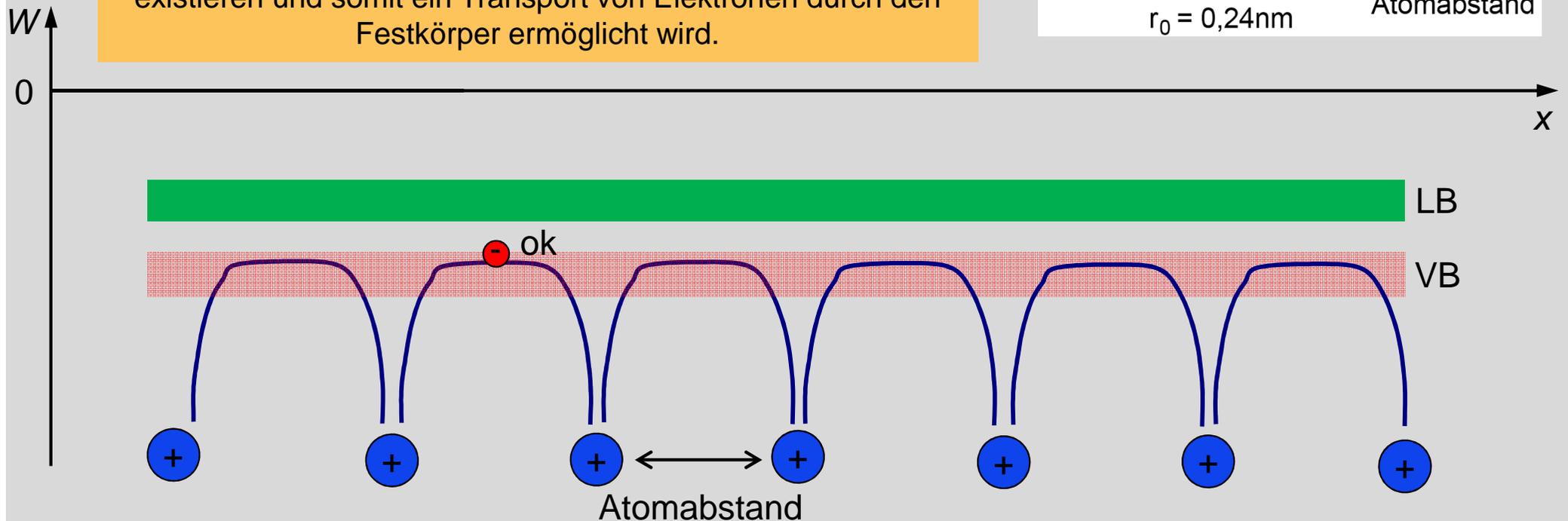
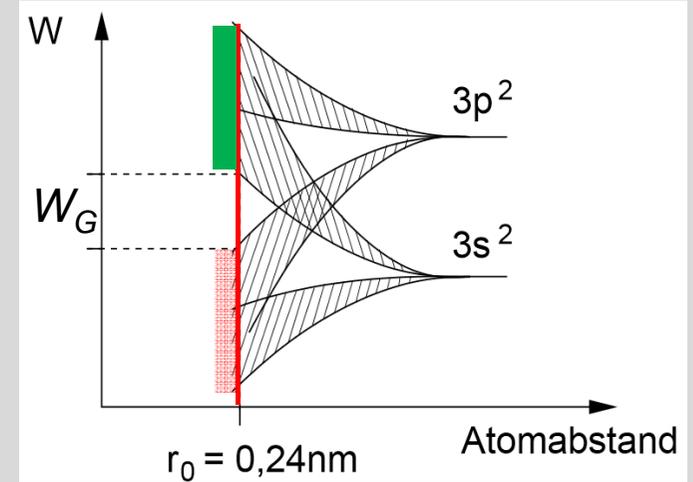
Als „Band“ wird ein Energiebereich bezeichnet, in dem sich quasikontinuierlich verteilte Energieniveaus von erlaubten Elektronenzuständen befinden. Das Band kann räumlich als überall dort gedacht werden, wo die zugehörige Psi-Fkt. eine Aufenthaltswahrscheinlichkeit größer 0 vorhersagt (was in der Regel für den gesamten Festkörper gilt). Dies bedeutet nichts anderes, als das Elektronen mit einer im Band befindlichen Energie im gesamten Festkörper die Möglichkeit haben zu existieren und somit ein Transport von Elektronen durch den Festkörper ermöglicht wird.



# Passive Bauelemente Wintersemester 2014/15

## Übung 2

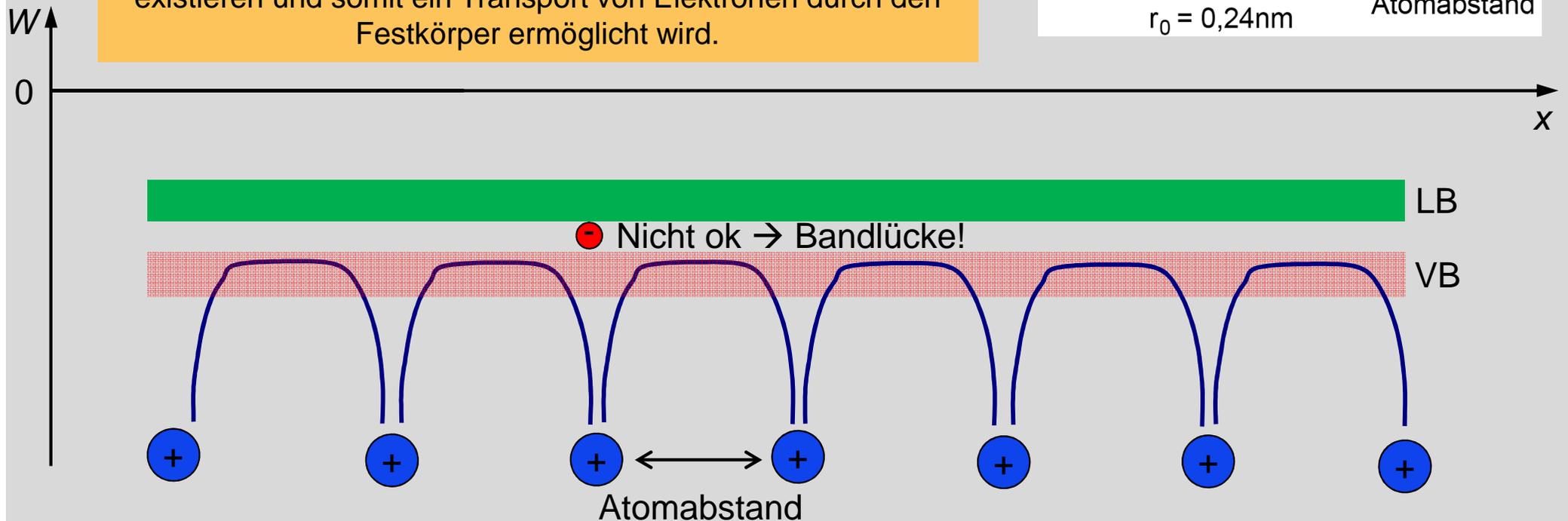
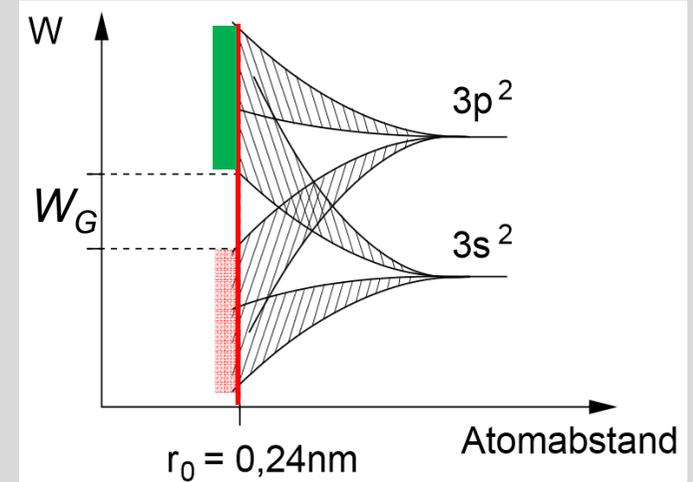
Als „Band“ wird ein Energiebereich bezeichnet, in dem sich quasikontinuierlich verteilte Energieniveaus von erlaubten Elektronenzuständen befinden. Das Band kann räumlich als überall dort gedacht werden, wo die zugehörige Psi-Fkt. eine Aufenthaltswahrscheinlichkeit größer 0 vorhersagt (was in der Regel für den gesamten Festkörper gilt). Dies bedeutet nichts anderes, als das Elektronen mit einer im Band befindlichen Energie im gesamten Festkörper die Möglichkeit haben zu existieren und somit ein Transport von Elektronen durch den Festkörper ermöglicht wird.



# Passive Bauelemente Wintersemester 2014/15

## Übung 2

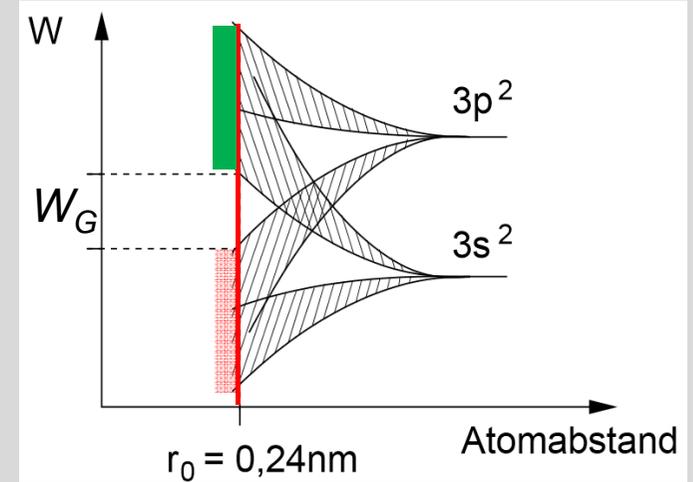
Als „Band“ wird ein Energiebereich bezeichnet, in dem sich quasikontinuierlich verteilte Energieniveaus von erlaubten Elektronenzuständen befinden. Das Band kann räumlich als überall dort gedacht werden, wo die zugehörige Psi-Fkt. eine Aufenthaltswahrscheinlichkeit größer 0 vorhersagt (was in der Regel für den gesamten Festkörper gilt). Dies bedeutet nichts anderes, als das Elektronen mit einer im Band befindlichen Energie im gesamten Festkörper die Möglichkeit haben zu existieren und somit ein Transport von Elektronen durch den Festkörper ermöglicht wird.



# Passive Bauelemente Wintersemester 2014/15

## Übung 2

Als „Band“ wird ein Energiebereich bezeichnet, in dem sich quasikontinuierlich verteilte Energieniveaus von erlaubten Elektronenzuständen befinden. Das Band kann räumlich als überall dort gedacht werden, wo die zugehörige Psi-Fkt. eine Aufenthaltswahrscheinlichkeit größer 0 vorhersagt (was in der Regel für den gesamten Festkörper gilt). Dies bedeutet nichts anderes, als das Elektronen mit einer im Band befindlichen Energie im gesamten Festkörper die Möglichkeit haben zu existieren und somit ein Transport von Elektronen durch den Festkörper ermöglicht wird.

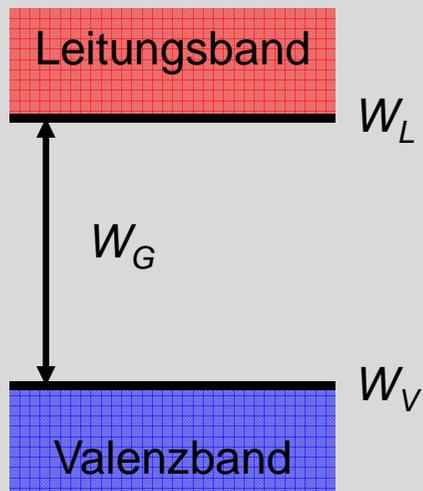


b) Zeichnen Sie die typischen Anordnungen von Valenz- und Leitungsband jeweils für Metalle, Halbleiter und Isolatoren. Kennzeichnen Sie zudem ob die jeweiligen Bänder bei  $T=0K$  leer, halb oder voll gefüllt sind.

Als Valenzband wird das oberste Band bezeichnet, dass bei  $T=0K$  teil- oder vollbesetzt ist.  
Als Leitungsband wird das unterste Band bezeichnet, dass bei  $T=0K$  leer ist.

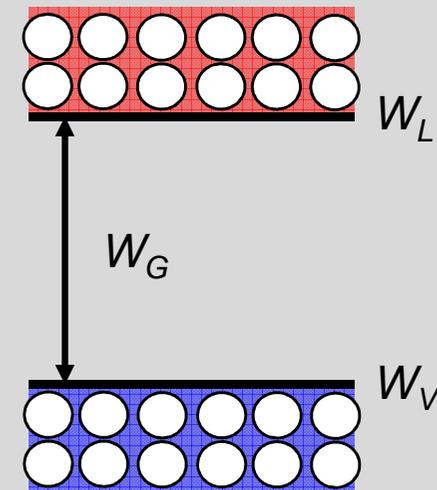
### Halbleiter

Bsp. Silizium



Weist echte Bandlücke auf!

Beobachtung: Keine Leitfähigkeit bei  $T=0K$

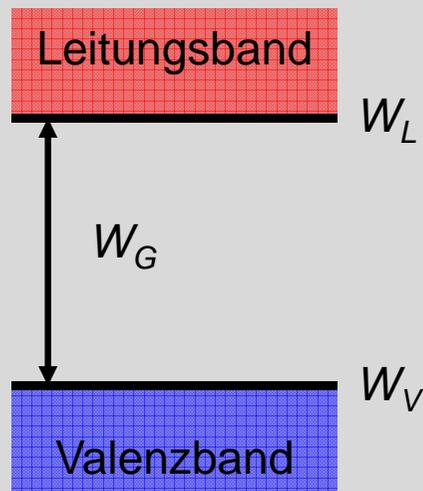


Warum? Wir haben doch erlaubte Zustände im ganzen Festkörper?

Als Valenzband wird das oberste Band bezeichnet, dass bei  $T=0K$  teil- oder vollbesetzt ist.  
Als Leitungsband wird das unterste Band bezeichnet, dass bei  $T=0K$  leer ist.

### Halbleiter

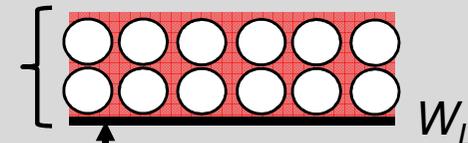
Bsp. Silizium



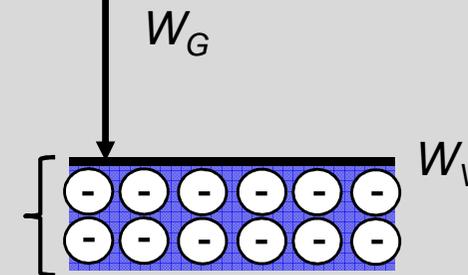
Weist echte Bandlücke auf!

### Einzige Erklärung:

Hier gibt es keine Elektronen



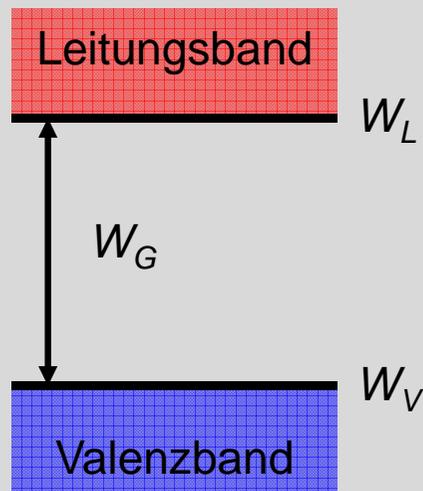
Hier gibt's welche, aber sie können sich nicht bewegen



Als Valenzband wird das oberste Band bezeichnet, dass bei  $T=0K$  teil- oder vollbesetzt ist.  
Als Leitungsband wird das unterste Band bezeichnet, dass bei  $T=0K$  leer ist.

### Halbleiter

Bsp. Silizium



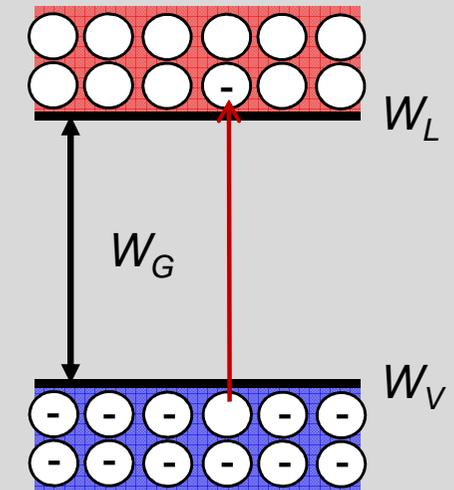
Weist echte Bandlücke auf!

Bei HL ist bei  $T=0K$   
keine Leitfähigkeit  
vorhanden



VB ist voll, LB ist leer!

$T > 0K$

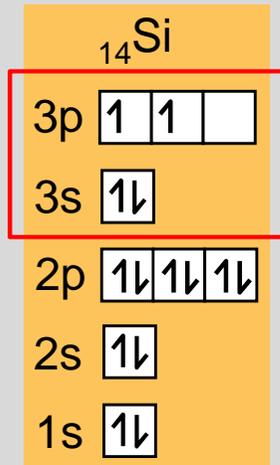


Durch thermische  
Anregung entsteht  
Leitfähigkeit

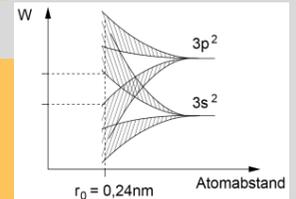
Als Valenzband wird das oberste Band bezeichnet, dass bei  $T=0K$  teil- oder vollbesetzt ist.  
 Als Leitungsband wird das unterste Band bezeichnet, dass bei  $T=0K$  leer ist.

**Zusatz:** Nachrechnen am Bsp. von Silizium

Relevant sind schwach gebundene Elektronen der äußersten Schale  $\rightarrow$  4 relevante Orbitale pro Atom  $\rightarrow$  Gebildete Bänder repräsentieren die Energien von  $4 \cdot N$  Festkörperorbitalen



Aus Symmetriegründen:  
 Die Hälfte der entstehenden Hybridorbitale liegt energetisch im LB, die andere Hälfte im VB.



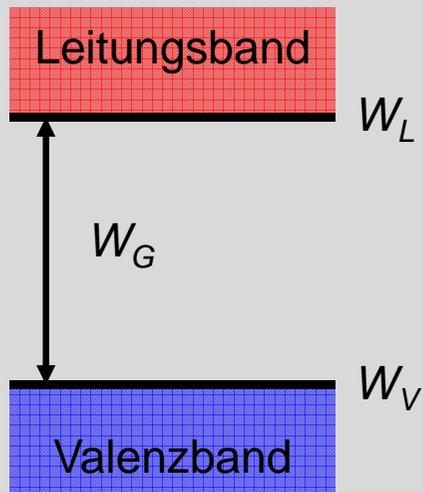
$2 \cdot N$  Festkörperorbitale im VB, dort Platz für  $4 \cdot N$  Elektronen (Spin!)

$4 \cdot N$  Elektronen aus 3p und 3s müssen untergebracht werden  $\rightarrow$  Bei  $T=0K$  passen alle Elektronen gerade in die Orbitale des VB  $\rightarrow$  VB voll, LB leer

Als Valenzband wird das oberste Band bezeichnet, dass bei  $T=0K$  teil- oder vollbesetzt ist.  
 Als Leitungsband wird das unterste Band bezeichnet, dass bei  $T=0K$  leer ist.

### Isolator

Bsp. Diamant



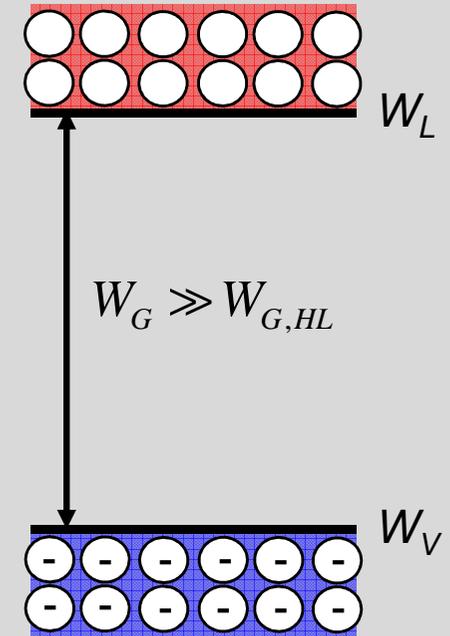
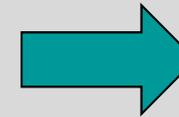
Weist echte Bandlücke auf!  
 Sehr viel größer als bei Halbeiter!

Bei Isolatoren ist bei  $T=0K$  keine Leitfähigkeit vorhanden



VB ist voll, LB ist leer!

$T > 0K$



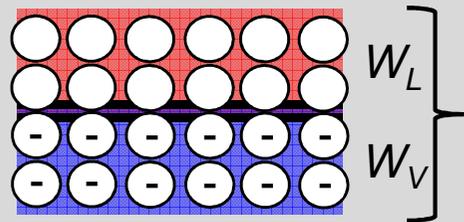
Bandlücke so groß, dass bei realistischen Temperaturen keine Leitfähigkeit entsteht

Als Valenzband wird das oberste Band bezeichnet, dass bei  $T=0K$  teil- oder vollbesetzt ist.  
Als Leitungsband wird das unterste Band bezeichnet, dass bei  $T=0K$  leer ist.

### Metalle

Bei Metallen ist bei  $T=0K$  Leitfähigkeit vorhanden

Bsp. 2-wertige Metalle wie Magnesium

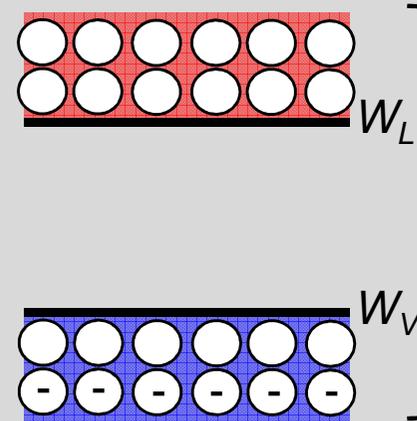


LB und VB überlappen



Trotz vollem VB kann Leitung mit minimalem Energieaufwand über die Zustände des LB stattfinden

Bsp. 1-wertige Metalle wie Natrium



LB und VB können getrennt sein



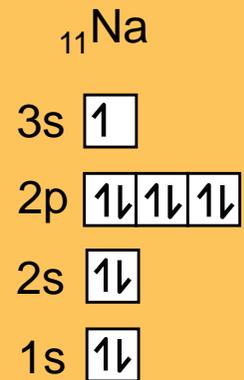
VB darf höchstens teilbesetzt sein

c) Im Festkörperverbund des Elements Natrium trägt pro Natriumatom im Mittel ein Elektron zur Leitfähigkeit bei.

- i. Warum ist dies so?
- ii. Zu welchem Anteil ist das Leitungsband bei  $T=0\text{K}$  gefüllt?

i.

### Elektronenkonfiguration



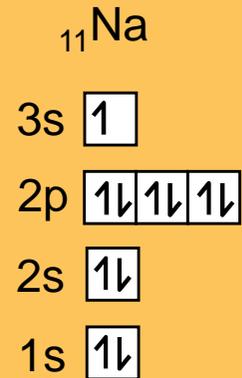
Elektronen der äußersten Schale sind am schwächsten gebunden und tragen folglich dominant zur Leitfähigkeit bei

c) Im Festkörperverbund des Elements Natrium trägt pro Natriumatom im Mittel ein Elektron zur Leitfähigkeit bei.

- i. Warum ist dies so?
- ii. Zu welchem Anteil ist das Leitungsband bei  $T=0\text{K}$  gefüllt?

i.

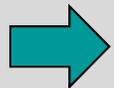
### Elektronenkonfiguration



Elektronen der äußersten Schale sind am schwächsten gebunden und tragen folglich dominant zur Leitfähigkeit bei

ii.

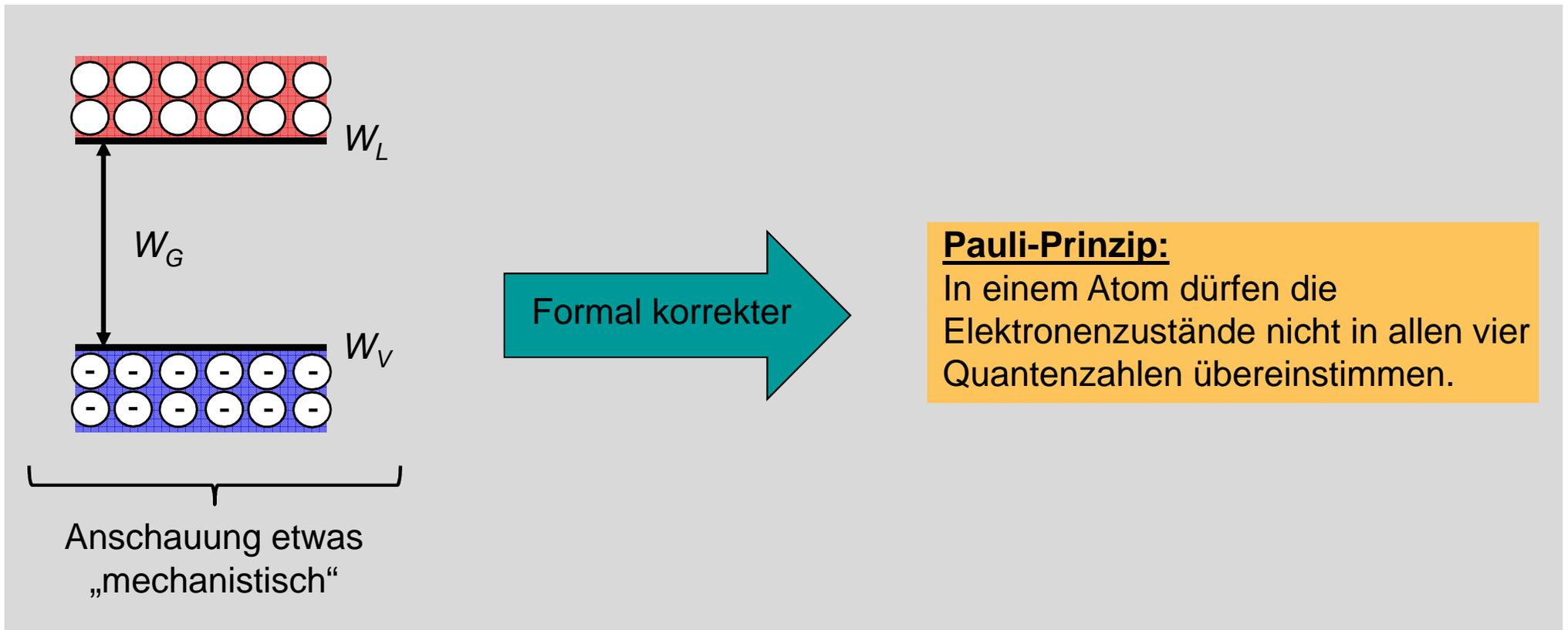
Als Valenzband wird das oberste Band bezeichnet, dass bei  $T=0\text{K}$  teil- oder vollbesetzt ist.  
Als Leitungsband wird das unterste Band bezeichnet, dass bei  $T=0\text{K}$  leer ist.



Das Leitungsband ist per Definition leer!

d) Welches quantenmechanische Prinzip ist dafür verantwortlich, dass in vollen Bändern keine Leitung stattfinden kann?

d) Welches quantenmechanische Prinzip ist dafür verantwortlich, dass in vollen Bändern keine Leitung stattfinden kann?



### Zusammenfassung:

Als „Band“ wird ein Energiebereich bezeichnet, in dem sich quasikontinuierlich verteilte Energieniveaus von erlaubten Elektronenzuständen befinden.



Die unterschiedliche Leitfähigkeit von Metallen, Halbleitern und Isolatoren ist lediglich durch Anordnung und Füllungsgrad von Valenzband und Leitungsband begründet.



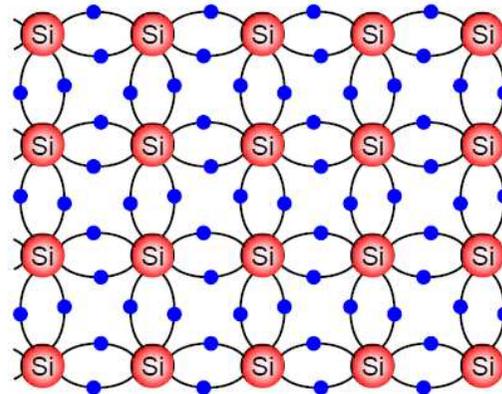
Leitfähigkeit in vollen Bändern würde eine Verletzung des Pauli-Prinzips bedeuten und tritt daher nicht auf.

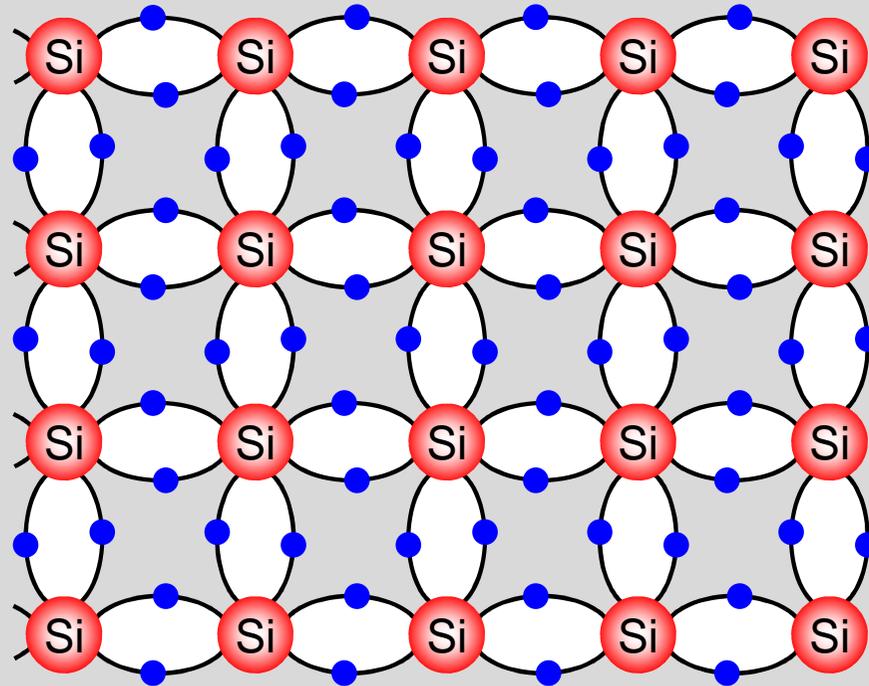


### A2: Leitfähigkeit in Halbleitern

Halbleiter stellen eine wichtige Klasse von Werkstoffen dar. Durch sie können elektrotechnische Bauteile wie Dioden und Transistoren hergestellt werden, ohne die moderne Elektronik nicht denkbar wäre.

a) Gegeben sei die Bindungsstruktur von Silizium bei  $T=0\text{K}$ . In welchem Band befinden sich die dargestellten kovalenten Bindungselektronen?

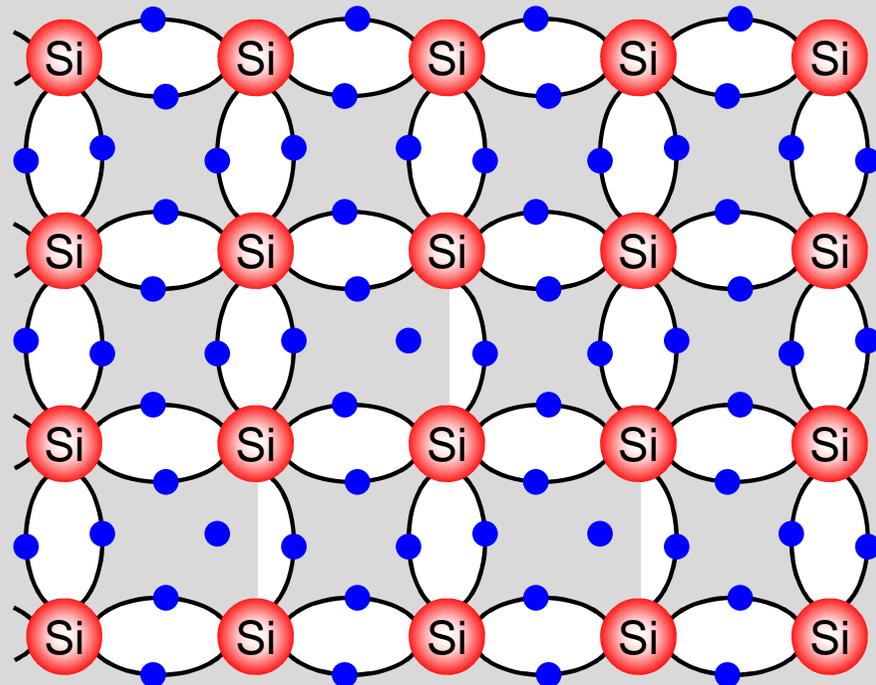




Bei der Temperatur  $T=0\text{K}$  nehmen alle Elektronen die energetisch niedrigsten verfügbaren Zustände ein. Die für die Bindung, aber auch für die Leitfähigkeit zuständigen Valenzelektronen nehmen daher Zustände im Valenzband ein.

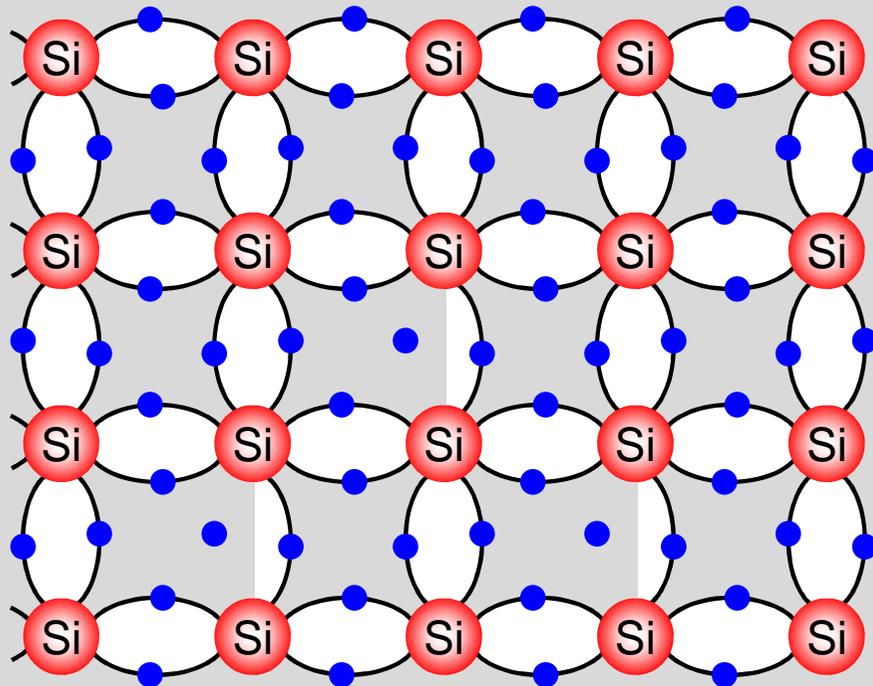
b) Die Temperatur werde nun auf  $T > 0\text{K}$  erhöht. Einige Elektronen werden dadurch in Energiezustände des Leitungsbandes angehoben. Wodurch könnte man dies im Bild aus Teilaufgabe a) kenntlich machen?

### Möglichkeit 1



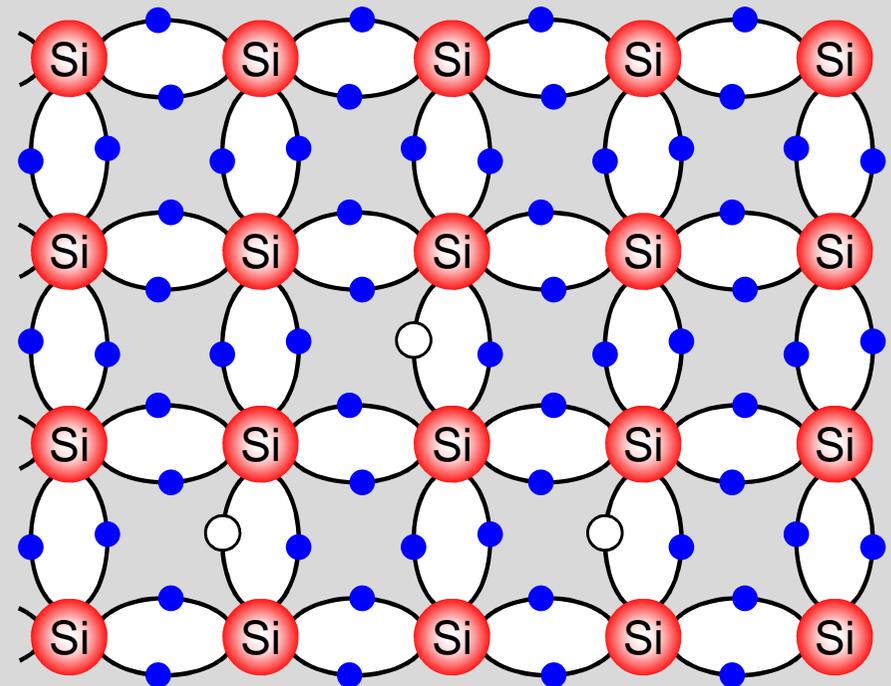
Lockerung von Bindungen

### Möglichkeit 1



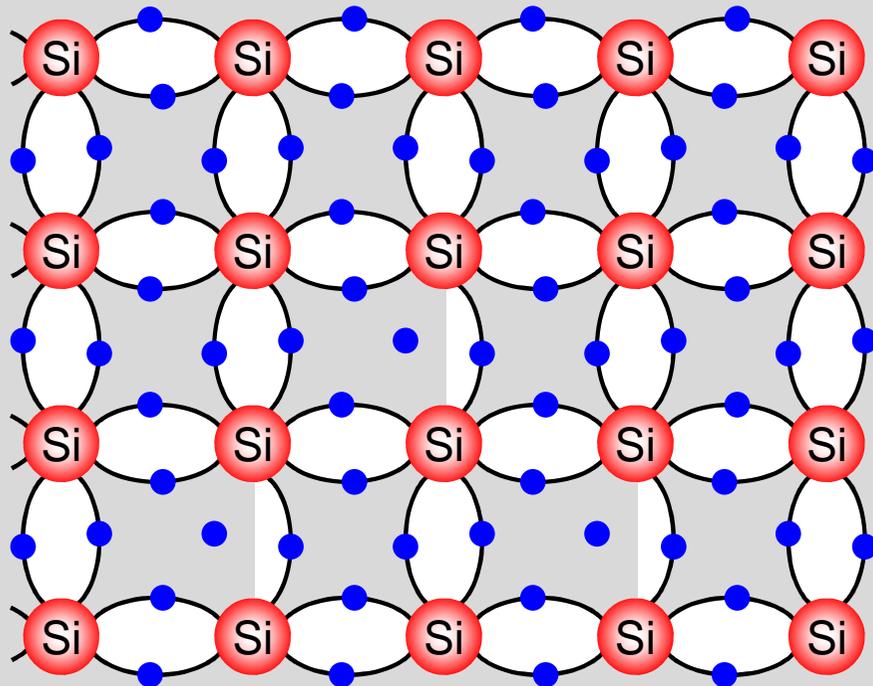
Lockerung von Bindungen

### Möglichkeit 2



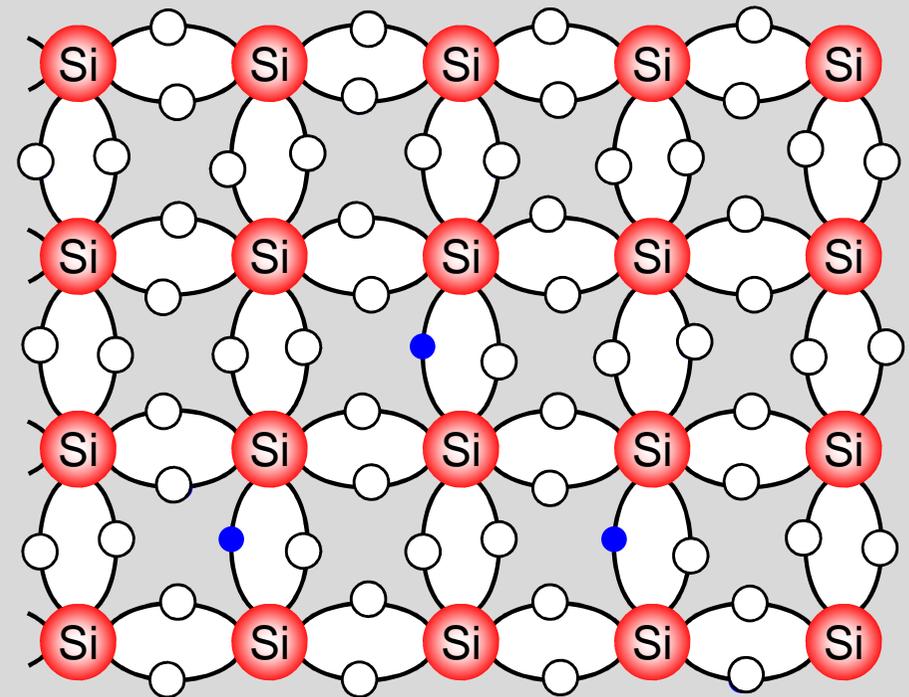
Valenzbandebene / Leitungsbandebene

### Möglichkeit 1



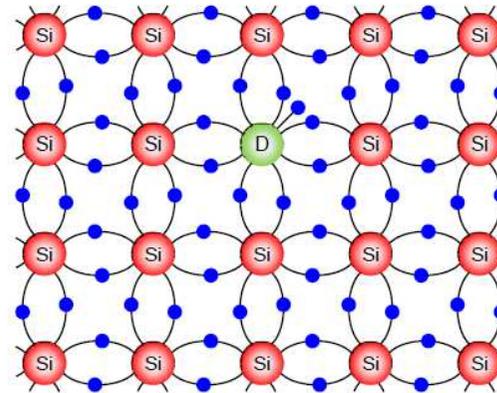
Lockerung von Bindungen

### Möglichkeit 2



Valenzbandebene / Leitungsbandebene

c) Silizium werde nun mit einem Fremdstoff dotiert. Dargestellt ist die resultierende Bindungsstruktur, wiederum bei  $T=0\text{K}$ .



- i. Um welchen Fremdstoff könnte es sich handeln?
- ii. Wirkt der Fremdstoff als Donator oder Akzeptor?
- iii. Wo im Bänderschema vermuten Sie die energetische Lage des nicht in Bindungen mit Silizium-Atomen involvierten Elektrons und warum?

# Passive Bauelemente Wintersemester 2014/15

## Übung 2

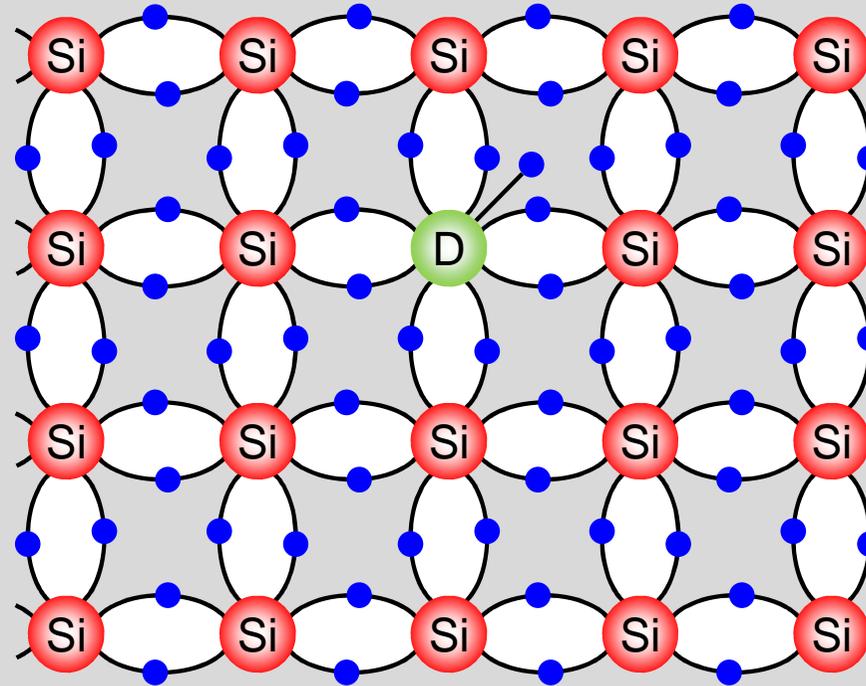
i.

Gruppen

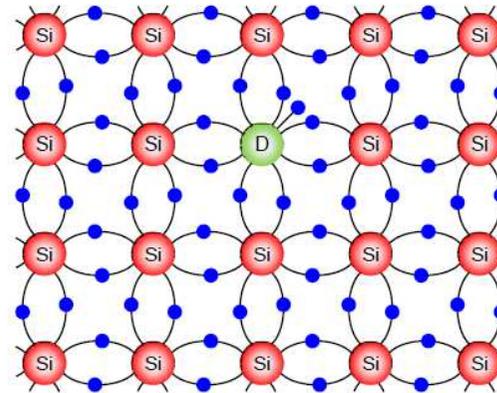
13	14	15
5 10,81 <b>B</b> Bor	6 12,01 <b>C</b> Kohlenstoff	7 14,01 <b>N</b> Stickstoff
13 26,98 <b>Al</b> Aluminium	14 28,09 <b>Si</b> Silicium	15 30,97 <b>P</b> Phosphor
31 69,72 <b>Ga</b> Gallium	32 72,64 <b>Ge</b> Germanium	33 74,92 <b>As</b> Arsen
49 114,8 <b>In</b> Indium	50 118,7 <b>Sn</b> Zinn	51 121,8 <b>Sb</b> Antimon
81 204,4 <b>Tl</b> Thallium	82 207,2 <b>Pb</b> Blei	83 209,0 <b>Bi</b> Bismut

Perioden

Dotierstoff hat 5 Valenzelektronen



c) Silizium werde nun mit einem Fremdstoff dotiert. Dargestellt ist die resultierende Bindungsstruktur, wiederum bei  $T=0\text{K}$ .



- i. Um welchen Fremdstoff könnte es sich handeln?
- ii. Wirkt der Fremdstoff als Donator oder Akzeptor?
- iii. Wo im Bänderschema vermuten Sie die energetische Lage des nicht in Bindungen mit Silizium-Atomen involvierten Elektrons und warum?

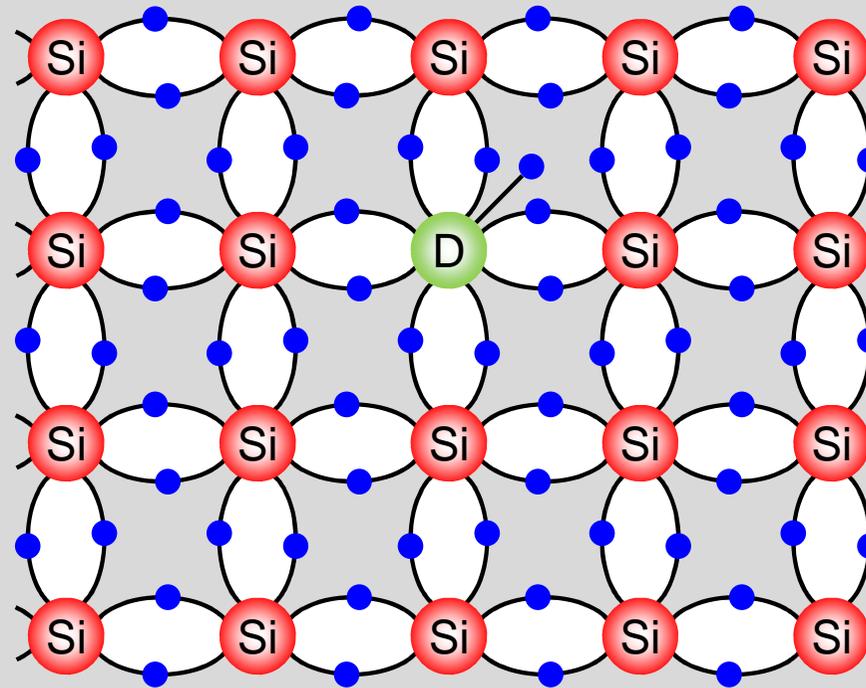
i.

Gruppen

13	14	15
5 10,81 <b>B</b> Bor	6 12,01 <b>C</b> Kohlenstoff	7 14,01 <b>N</b> Stickstoff
13 26,98 <b>Al</b> Aluminium	14 28,09 <b>Si</b> Silicium	15 30,97 <b>P</b> Phosphor
31 69,72 <b>Ga</b> Gallium	32 72,64 <b>Ge</b> Germanium	33 74,92 <b>As</b> Arsen
49 114,8 <b>In</b> Indium	50 118,7 <b>Sn</b> Zinn	51 121,8 <b>Sb</b> Antimon
81 204,4 <b>Tl</b> Thallium	82 207,2 <b>Pb</b> Blei	83 209,0 <b>Bi</b> Bismut

Perioden

Dotierstoff hat 5 Valenzelektronen



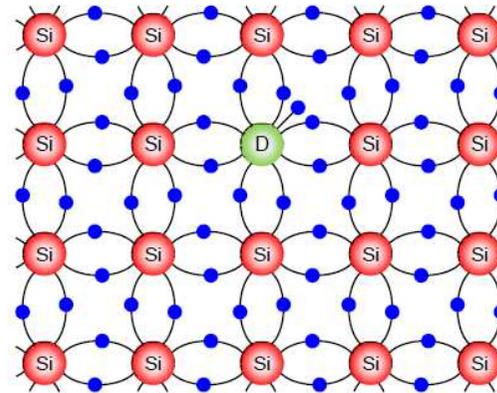
ii.

1 zusätzliches, schwach gebundenes Elektron wird eingebracht



Donator

c) Silizium werde nun mit einem Fremdstoff dotiert. Dargestellt ist die resultierende Bindungsstruktur, wiederum bei  $T=0\text{K}$ .



- i. Um welchen Fremdstoff könnte es sich handeln?
- ii. Wirkt der Fremdstoff als Donator oder Akzeptor?
- iii. Wo im Bänderschema vermuten Sie die energetische Lage des nicht in Bindungen mit Silizium-Atomen involvierten Elektrons und warum?

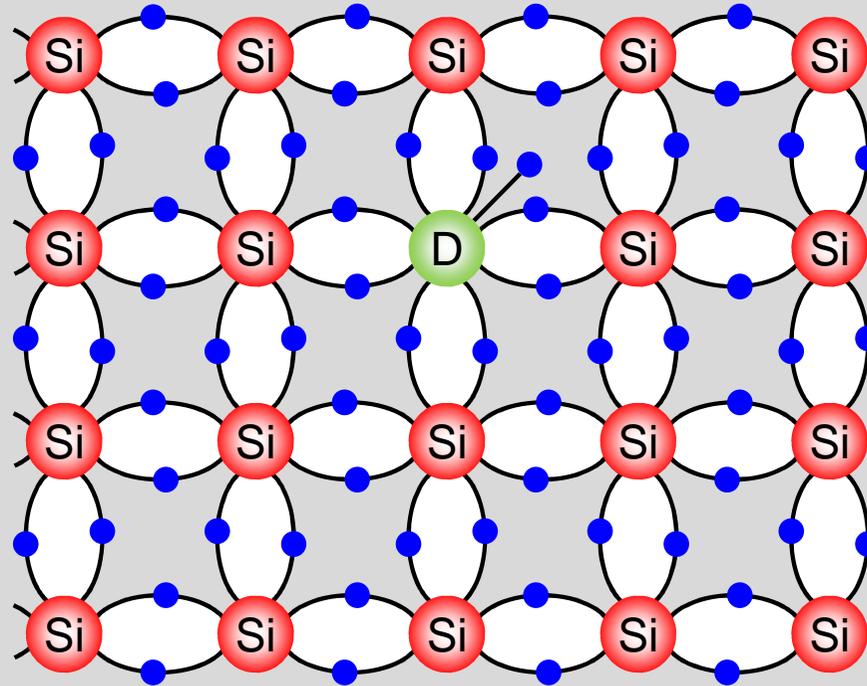
i.

Gruppen

13	14	15
5 10,81 <b>B</b> Bor	6 12,01 <b>C</b> Kohlenstoff	7 14,01 <b>N</b> Stickstoff
13 26,98 <b>Al</b> Aluminium	14 28,09 <b>Si</b> Silicium	15 30,97 <b>P</b> Phosphor
31 69,72 <b>Ga</b> Gallium	32 72,64 <b>Ge</b> Germanium	33 74,92 <b>As</b> Arsen
49 114,8 <b>In</b> Indium	50 118,7 <b>Sn</b> Zinn	51 121,8 <b>Sb</b> Antimon
81 204,4 <b>Tl</b> Thallium	82 207,2 <b>Pb</b> Blei	83 209,0 <b>Bi</b> Bismut

Perioden

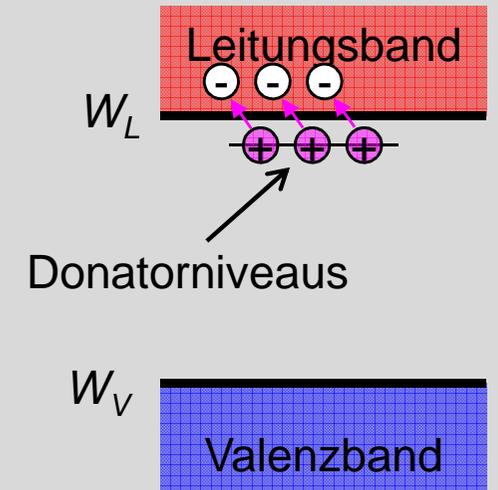
Dotierstoff hat 5 Valenzelektronen



ii. 1 zusätzliches, schwach gebundenes Elektron wird eingebracht

Donator

iii.

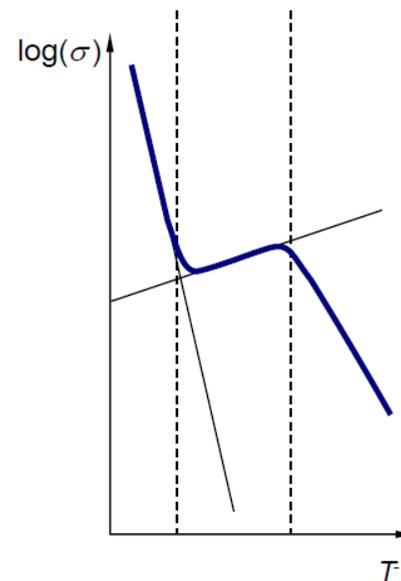


Schwache Bindung

Geringe Ablöseenergie

Nahe am Leitungsband

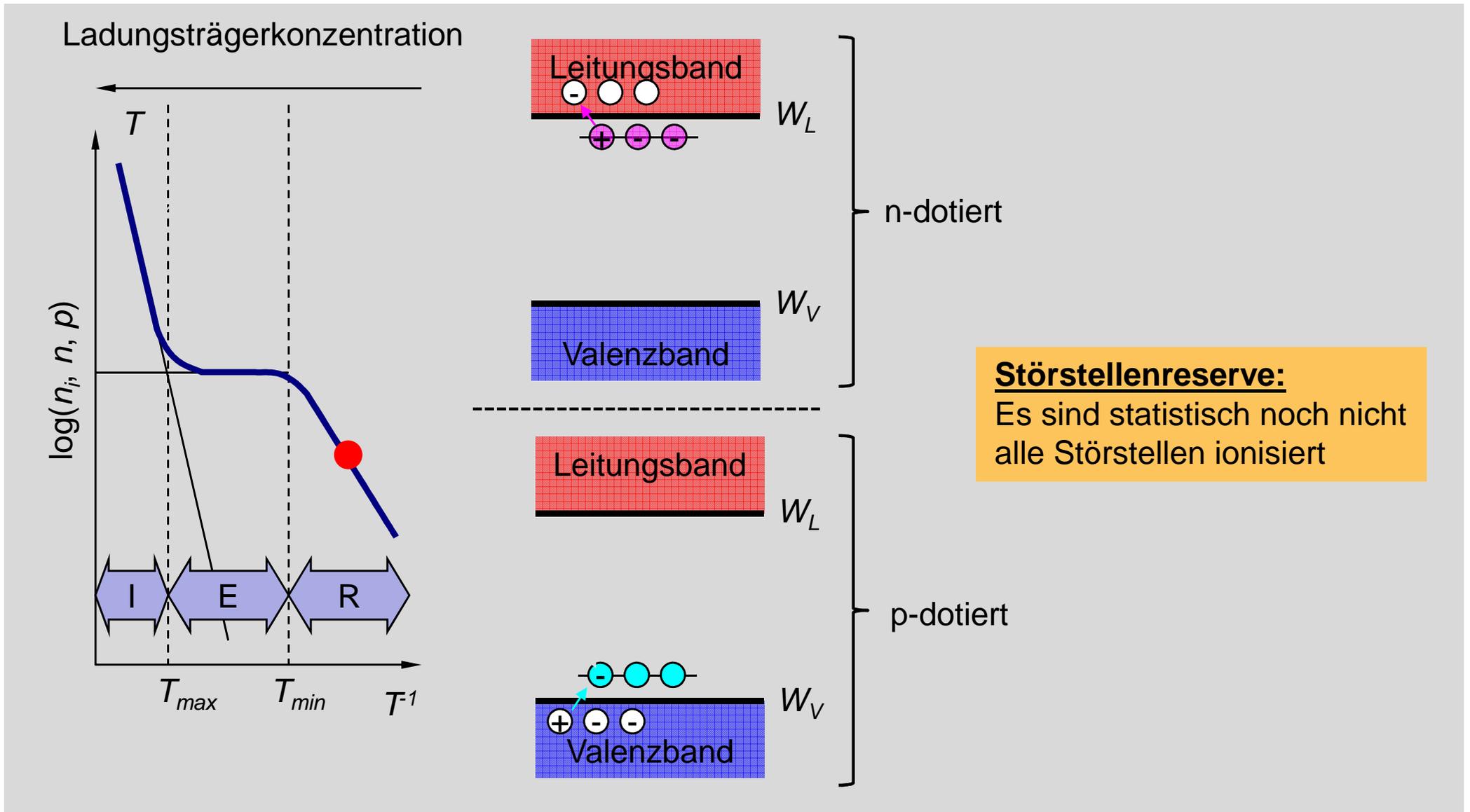
d) Die Temperaturabhängigkeit der Leitfähigkeit eines n-dotierten Halbleiters ist in nachfolgender Abbildung schematisch skizziert. Ändert sich der qualitative Verlauf bei einem p-dotierten Halbleiter und wenn ja, wie?

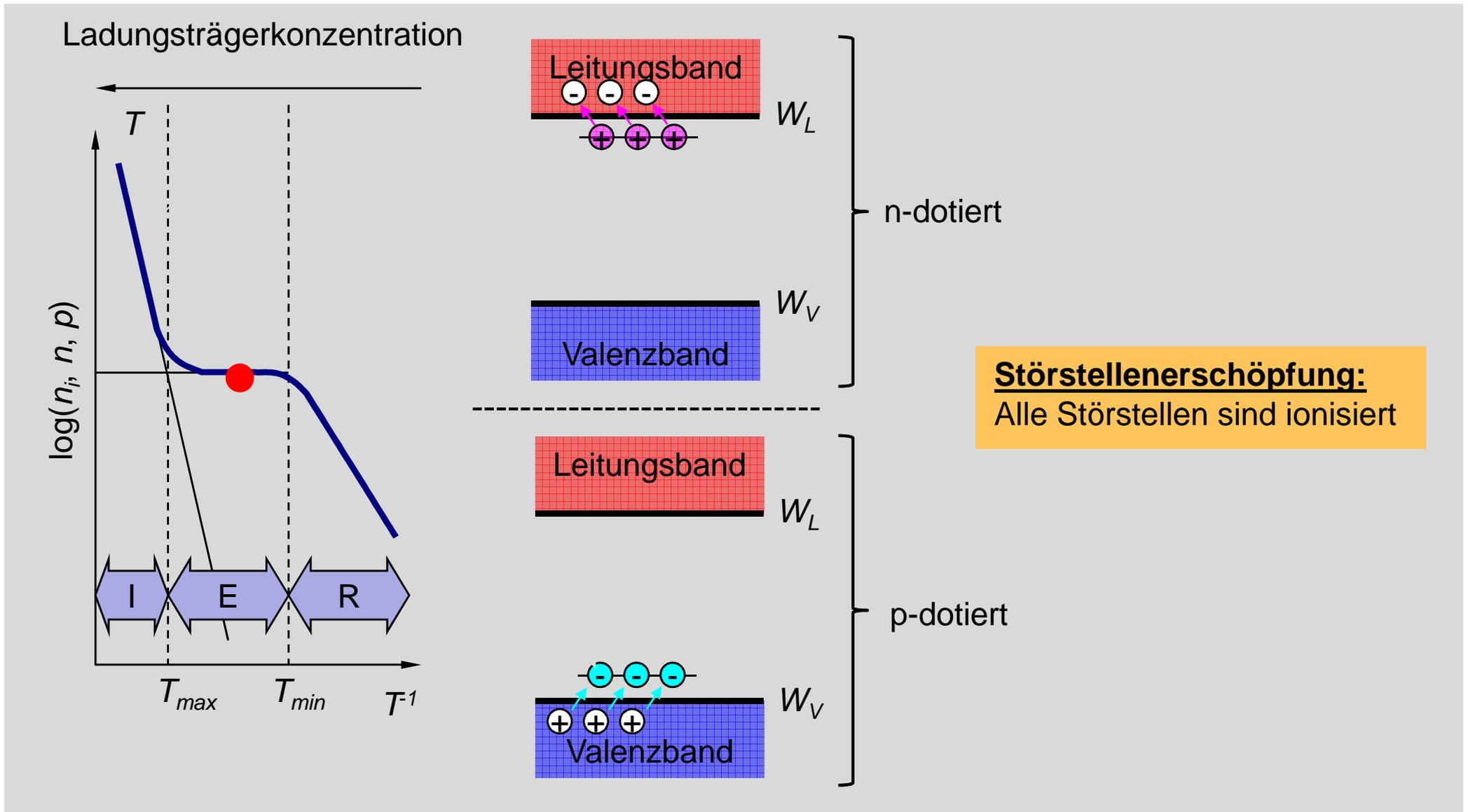


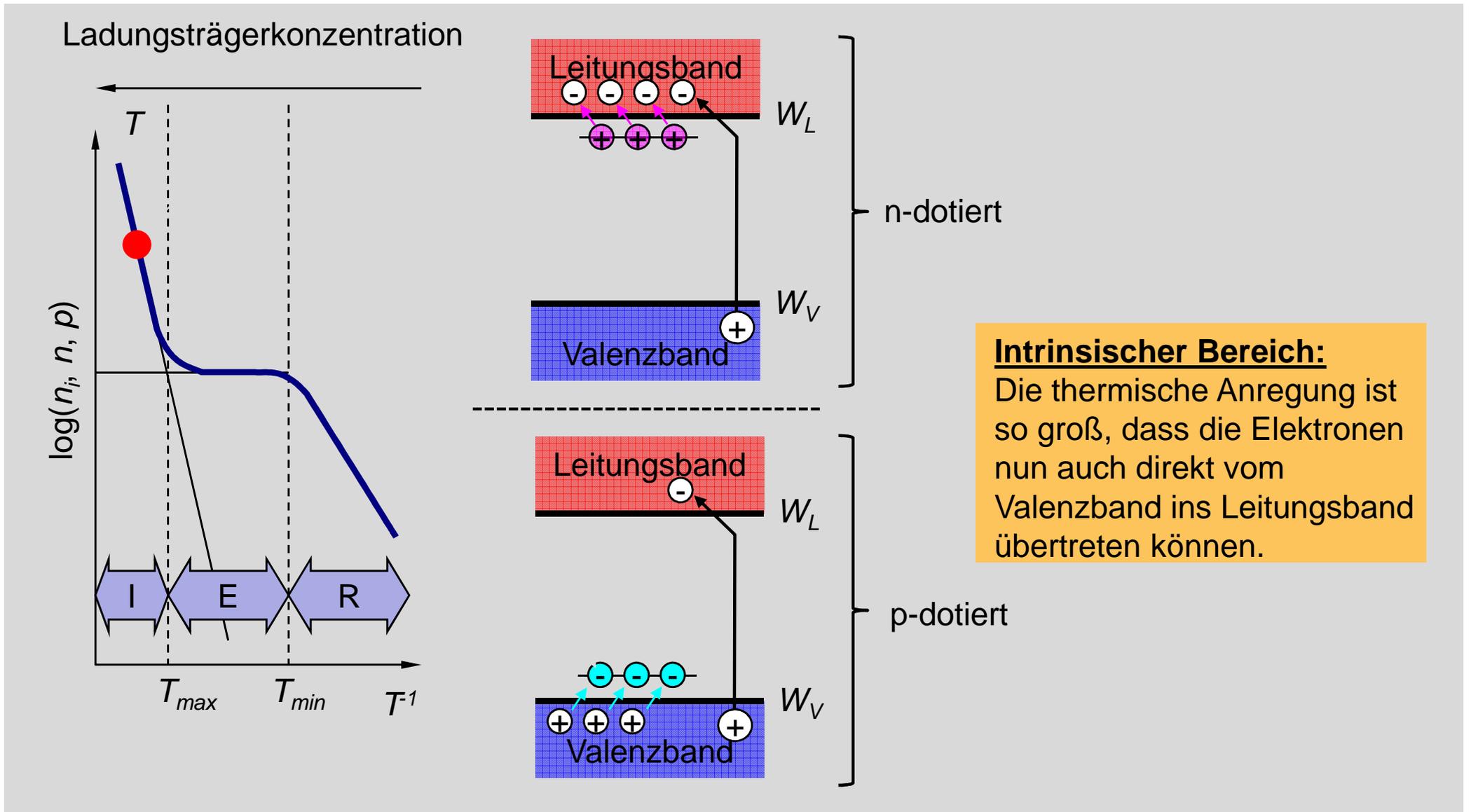
$$\sigma = e \cdot n \cdot \mu_n$$



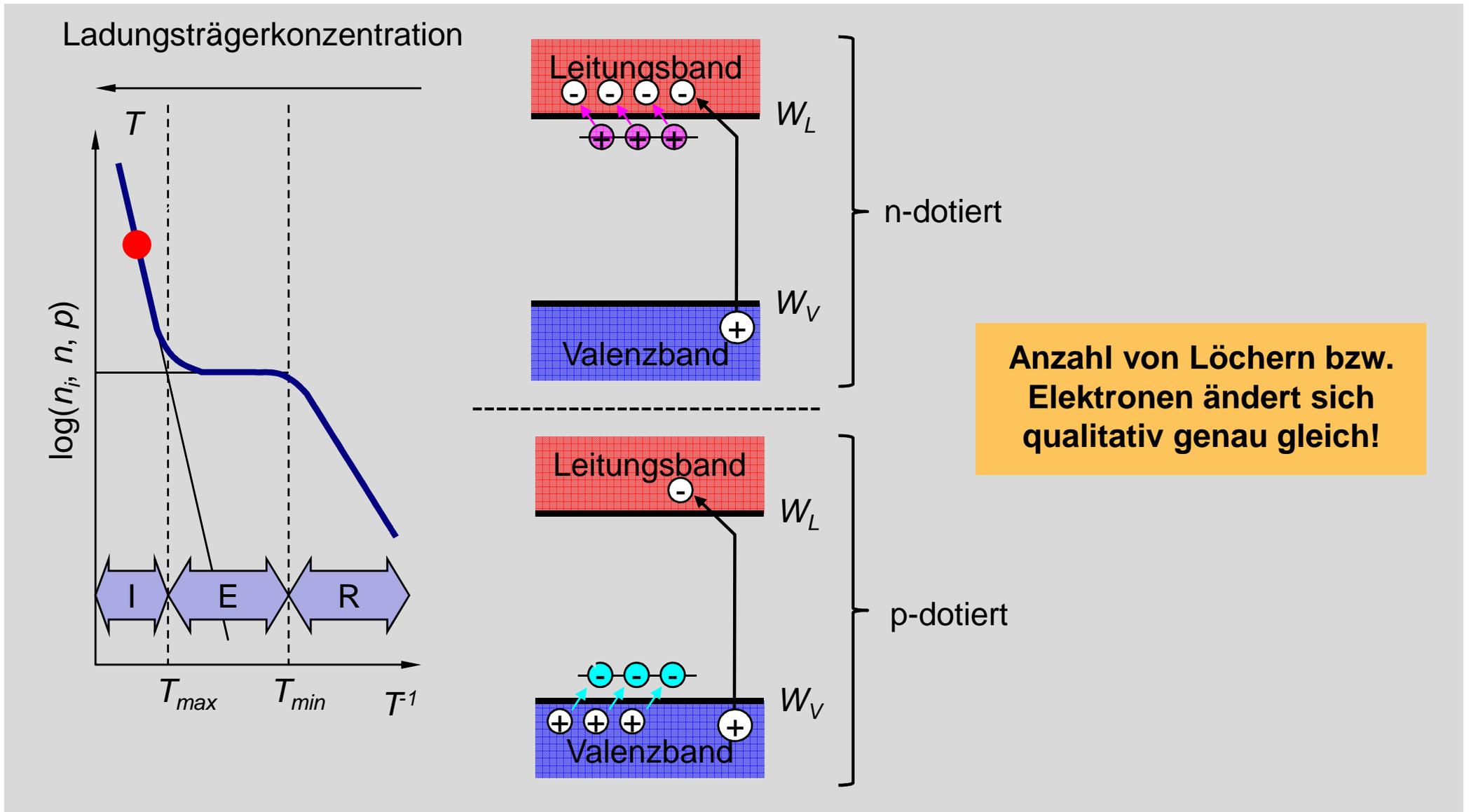
Leitfähigkeit setzt sich zusammen aus Konzentration der Ladungsträger sowie deren Beweglichkeit



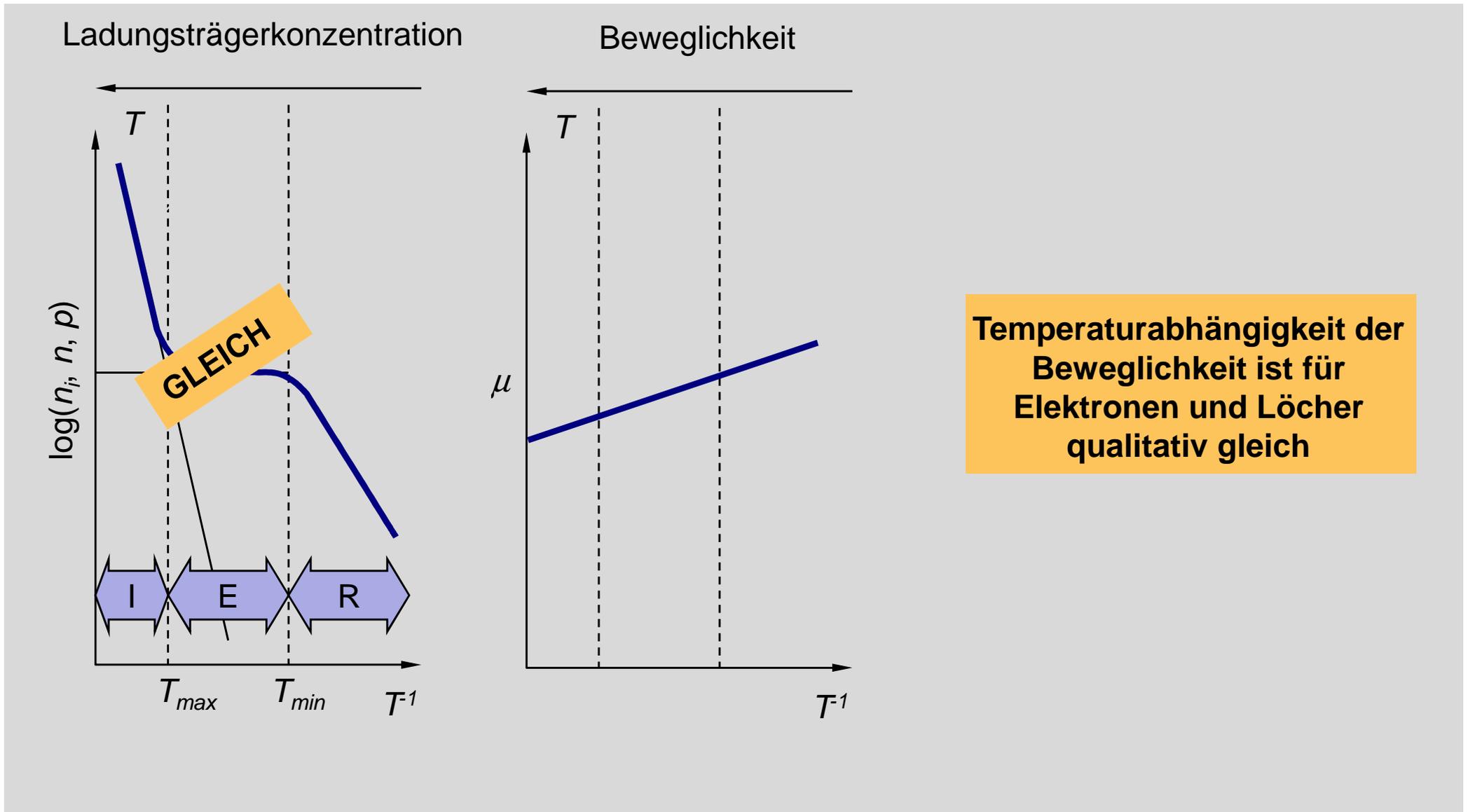


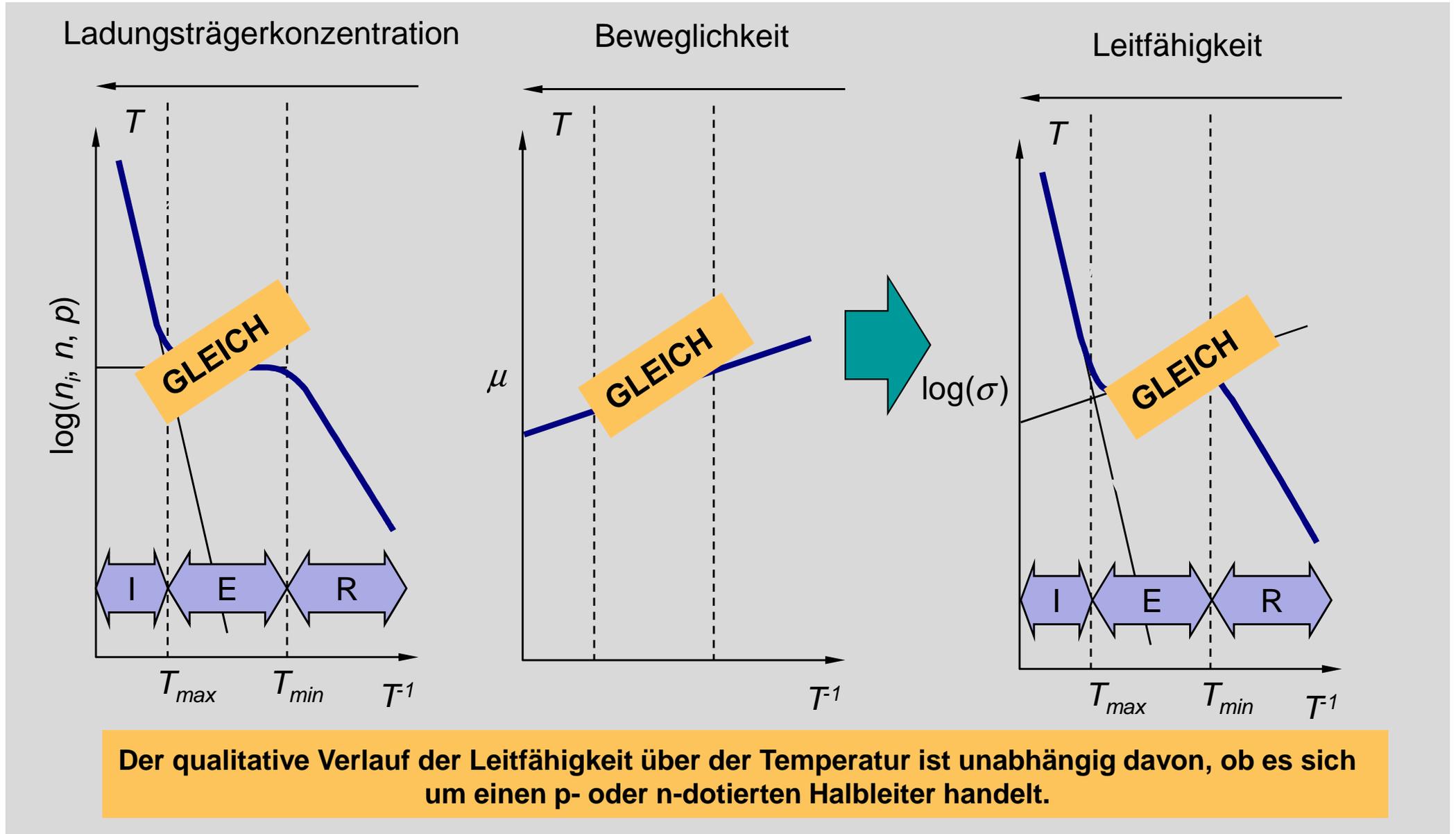


**Intrinsischer Bereich:**  
 Die thermische Anregung ist so groß, dass die Elektronen nun auch direkt vom Valenzband ins Leitungsband übertreten können.



**Anzahl von Löchern bzw. Elektronen ändert sich qualitativ genau gleich!**

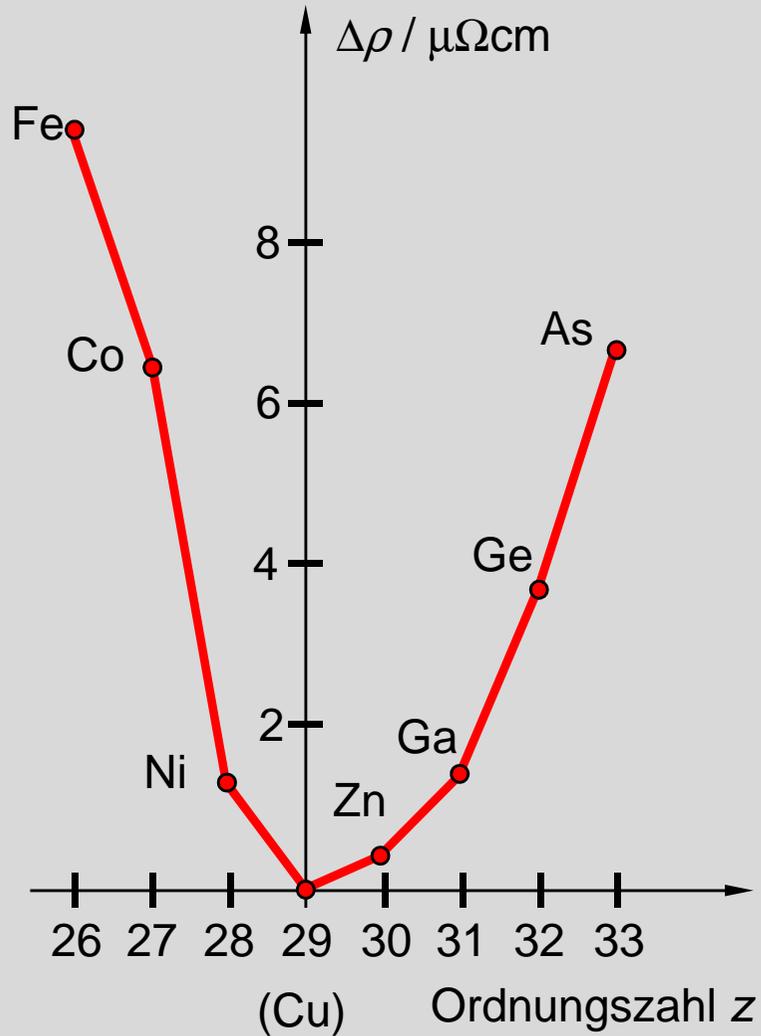




### **A3: Leitfähigkeit in Metallen**

Zwar kann die Leitfähigkeit von Metallen durch das Bändermodell physikalisch korrekter beschrieben werden, jedoch hat in vielen Fällen die Modellvorstellung nach Drude immer noch ihre Daseinsberechtigung: Gerade für qualitative Aussagen liefert sie meist korrekte Ergebnisse und ist aufgrund ihres mechanistischen Ursprungs deutlich einfacher zu verstehen.

a) Zwei Kupferproben aus dem gleichen Herstellungsprozess sind mit 1 % Fremdatomen Eisen (Fe) bzw. Nickel (Ni) verunreinigt. Welche der beiden Proben weist bei gleicher Temperatur den höheren spezifischen Widerstand auf und warum?



**Die mit Eisen verunreinigte Probe weist den höheren Widerstand auf**

# Passive Bauelemente Wintersemester 2014/15

## Übung 2

		Gruppen																		
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	
Perioden	1	1 1,008 H Wasserstoff																	2 4,003 He Helium	
	2	3 6,941 Li Lithium	4 9,012 Be Beryllium												5 10,81 B Bor	6 12,01 C Kohlenstoff	7 14,01 N Stickstoff	8 16,00 O Sauerstoff	9 19,00 F Fluor	10 20,18 Ne Neon
	3	11 22,99 Na Natrium	12 24,31 Mg Magnesium												13 26,98 Al Aluminium	14 28,09 Si Silicium	15 30,97 P Phosphor	16 32,06 S Schwefel	17 35,45 Cl Chlor	18 39,95 Ar Argon
	4	19 39,10 K Kalium	20 40,08 Ca Calcium	21 44,96 Sc Scandium	22 47,87 Ti Titan	23 50,94 V Vanadium	24 52,00 Cr Chrom	25 54,94 Mn Mangan	26 55,85 Fe Eisen	27 58,93 Co Cobalt	28 58,69 Ni Nickel	29 63,55 Cu Kupfer	30 65,41 Zn Zink	31 69,72 Ga Gallium	32 72,64 Ge Germanium	33 74,92 As Arsen	34 78,96 Se Selen	35 79,90 Br Brom	36 83,80 Kr Krypton	
	5	37 85,47 Rb Rubidium	38 87,62 Sr Strontium	39 88,91 Y Yttrium	40 91,22 Zr Zirkonium	41 92,91 Nb Niob	42 95,94 Mo Molybdän	43 (98) Tc Technetium	44 101,1 Ru Ruthenium	45 102,9 Rh Rhodium	46 106,4 Pd Palladium	47 107,9 Ag Silber	48 112,4 Cd Cadmium	49 114,8 In Indium	50 118,7 Sn Zinn	51 121,8 Sb Antimon	52 127,6 Te Tellur	53 126,9 I Iod	54 131,3 Xe Xenon	
	6	55 132,9 Cs Cäsium	56 137,3 Ba Barium	57 - 71 La-Lu	72 178,5 Hf Hafnium	73 180,9 Ta Tantal	74 183,8 W Wolfram	75 186,2 Re Rhenium	76 190,2 Os Osmium	77 192,2 Ir Iridium	78 195,1 Pt Platin	79 197,0 Au Gold	80 200,6 Hg Quecksilber	81 204,4 Tl Thallium	82 207,2 Pb Blei	83 209,0 Bi Bismut	84 (209) Po Polonium	85 (210) At Astat	86 (222) Rn Radon	
	7	87 (223) Fr Francium	88 (226) Ra Radium	89 - 103 Ac-Lr																

Die Widerstandsänderung ist umso größer, je stärker das Gitter durch den Einbau von Fremdatomen verzerrt wird



Je weiter die Ordnungszahl von der Ordnungszahl der Wirtsatome entfernt ist, desto größer ist der Größenunterschied der Atome und folglich desto stärker die Verzerrung des Gitters.



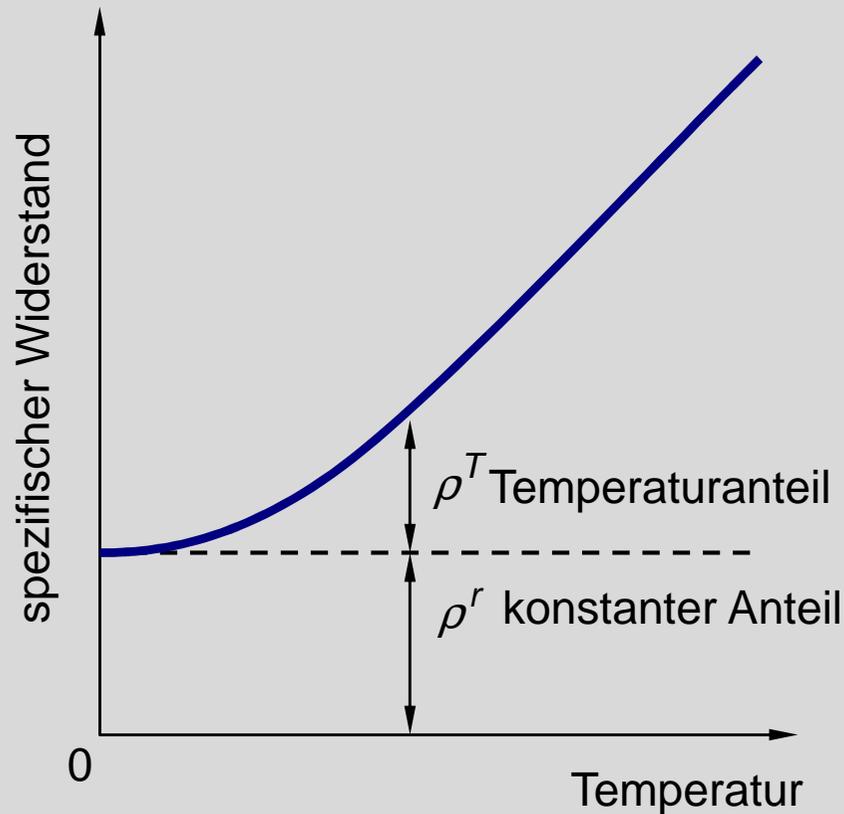
**Die mit Eisen verunreinigte Probe weist den höheren Widerstand auf**

b) Zwei Kupferchargen A und B aus dem gleichen Herstellungsprozess werden einer Qualitätskontrolle unterzogen. Dazu werden die spezifischen Widerstände beider Chargen bei  $T=4K$  gemessen. Es ergibt sich:

$$\rho_A = 0.1 \cdot 10^{-8} \Omega m$$

$$\rho_B = 1 \cdot 10^{-8} \Omega m$$

Welche der beiden Chargen hat eine kleinere Konzentration von Verunreinigungen und warum?



### Matthiessensche Regel

$$\rho = \rho^T(T) + \rho^r$$

Wärmebewegung  
des Gitters

- Fremdatome
- Versetzungen
- andere Defekte im Gitter  
(Korngrenzen, Zweitphasen, ...)

**Bei gleicher Messtemperatur unterscheiden sich die Proben lediglich in ihrem Konstantanteil des Widerstands. Da der Widerstand bei Probe A kleiner ist, ist Probe A weniger verunreinigt.**

c) Ausgehend von  $T=4\text{K}$  werde Probe A nun langsam auf  $T=298\text{K}$  erwärmt. Bei  $T=30\text{K}$  betrage ihr spezifischer Widerstand

$$\rho_A = 0.15 \cdot 10^{-5} \Omega \text{mm}$$

Bestimmen Sie den Temperaturkoeffizienten des spezifischen Widerstands bei  $T=30\text{K}$ .

*Hinweis: Es gelte die Regel von Grüneisen für  $T \ll T_{\text{Debye}}$ .*

$$\rho \sim T^5 (\text{Grüneisen}) \quad \cap \quad \rho^r > 0 \quad \Rightarrow \quad \rho(T) \approx A \cdot T^5 + \rho^r$$

Zunächst A bestimmen:

$$\rho(T) = A \cdot T^5 + \rho^r \quad \Rightarrow \quad A = \frac{\rho(T) - \rho^r}{T^5}$$

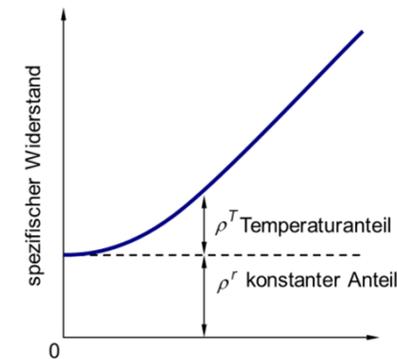
Als Werte sind bekannt:

$$\rho^r \approx \rho(T = 4K) = 0.1 \cdot 10^{-8} \Omega m$$

$$\rho(T = 30K) = 0.15 \cdot 10^{-5} \Omega mm = 0.15 \cdot 10^{-5} \cdot 10^{-3} \Omega m = 0.15 \cdot 10^{-8} \Omega m$$

Einsetzen liefert:

$$A = \frac{\rho(T = 30K) - \rho(T = 4K)}{(30K)^5} = 2.058 \cdot 10^{-17} \frac{\Omega m}{K^5}$$



$$\rho(T) = A \cdot T^5 + \rho^r \Rightarrow TK(T) = \frac{1}{\rho(T)} \frac{\partial \rho(T)}{\partial T}$$

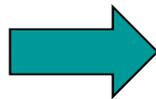
---

TK für unsere Funktion bestimmen:

$$TK(T) = \frac{1}{\rho(T)} \frac{\partial [A \cdot T^5 + \rho^r]}{\partial T} = \frac{5 \cdot A \cdot T^4}{\rho(T)}$$

Bei der Temperatur  $T=30K$  beträgt der TK folglich

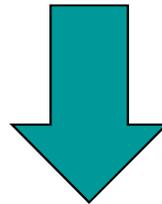
$$TK(T = 30K) = \frac{5 \cdot A \cdot (30K)^4}{\rho(T = 30K)} = 0.056 \frac{1}{K}$$



**Die linearisierte spezifische  
Widerstandsänderung beträgt bei  
 $T=30K$  5.6% pro Kelvin**

### Wichtig: Auftreten des Temperaturkoeffizienten im Rahmen einer Taylorreihenentwicklung

$$\rho(T) \approx \rho(T_0) + \left. \frac{\partial \rho(T)}{\partial T} \right|_{T_0} \cdot (T - T_0) = \rho(T_0) \cdot \left[ 1 + \underbrace{\frac{1}{\rho(T_0)} \left. \frac{\partial \rho(T)}{\partial T} \right|_{T_0}}_{TK(T=T_0)} \cdot (T - T_0) \right]$$



Bei vorgegebenem Temperaturkoeffizienten berechnet sich der Absolutwert nach folgender Formel.

$$\rho(T) \approx \rho(T_0) \cdot \left[ 1 + TK(T = T_0) \cdot (T - T_0) \right]$$

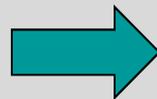
d) Bei  $T=298\text{K}$  gelte für den spezifischen Widerstand von Probe A:

$$\rho_A = 1.68 \cdot 10^{-6} \Omega \text{cm}$$

Wie groß ist bei dieser Temperatur die thermische Leitfähigkeit von Probe A?

*Hinweis: Eventuell benötigte Konstanten können den Vorlesungsfolien entnommen werden.*

Thermische sowie elektronische Leitfähigkeit findet in Metallen durch freie Elektronen statt



Beide Größen sind durch das Wiedemann-Franz-Gesetz verknüpft



$$\lambda_W = L \cdot \sigma \cdot T$$

$$\lambda_W = L \cdot \sigma \cdot T \quad \rho = 1.68 \cdot 10^{-6} \Omega cm$$

---

## 2.2 Klassische Bandleiter

### Übersicht Eigenschaften von Metallen

Metall	$\rho$ $10^{-6} \Omega \text{ cm}$	$\mu^*$ $\text{cm}^2\text{V}^{-1}\text{s}^{-1}$	$\tau^*$ $10^{-14} \text{ s}$	$L$ $10^{-8} \text{ V}^2\text{K}^{-2}$
Ag	1,62	66	3,7	2,31
Cu	1,68	44	2,5	2,28
Au	2,22	48	2,7	2,38
Al	2,73	13	0,7	2,22
Na	4,74	50	2,8	2,23
W	5,39	9,2	0,5	2,39
Zn	6,12	7,8 (+)	0,4	2,37
Cd	7,72	8,7 (+)	0,5	2,54
Fe	9,71	3,8	0,2	2,39
Pt	10,5	8,9	0,3	2,57
Sn	12,2	3,5	0,4	2,62
Pb	20,8	2,0 (+)	0,3	2,49

spezifischer Widerstand      Ladungsträgerbeweglichkeit      Stoßzeit      Lorenz-Zahl

Werte bei Raumtemperatur

[Arlt 1989]

$$\lambda_W = L \cdot \sigma \cdot T \quad \rho = 1.68 \cdot 10^{-6} \Omega cm$$

---

Die Lorenzzahl L kann Vorlesung 4, Folie 12 entnommen werden:

$$L = 2.28 \cdot 10^{-8} \frac{V^2}{K^2}$$

Für die Leitfähigkeit gilt:

$$\sigma = \frac{1}{\rho}$$

Einsetzen liefert:

$$\begin{aligned} \lambda_W &= L \cdot \frac{1}{\rho} \cdot T = 2.28 \cdot 10^{-8} \frac{V^2}{K^2} \cdot \frac{1}{1.68 \cdot 10^{-6} \Omega cm} \cdot 298 K \\ &= 2.28 \cdot 10^{-8} \frac{V^2}{K^2} \cdot \frac{1}{1.68 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-2} \Omega m} \cdot 298 K = 404.43 \frac{V^2}{K \Omega m} = 404.43 \frac{W}{K \cdot m} \end{aligned}$$

e) Im Rahmen welches „einfachen“ Experiments könnte ein dotierter Halbleiter eindeutig von einem Metall unterschieden werden?

e) Im Rahmen welches „einfachen“ Experiments könnte ein dotierter Halbleiter eindeutig von einem Metall unterschieden werden?

Durch Abkühlung auf  
Temperaturen nahe dem  
absoluten Nullpunkt



Auch dotierte Halbleiter  
verlieren dort ihre  
Leitfähigkeit

Metalle werden sehr gut  
leitend

### Zusammenfassung:

Die Matthiessensche Regel beschreibt die Zusammensetzung des spezifischen Widerstands von Metallen aus einem temperaturabhängigen Teil (Gitterschwingungen), sowie einem temperaturunabhängigen Teil (Verunreinigungen). ✓

Die Regel von Grüneisen beschreibt die Temperaturabhängigkeit des spezifischen Widerstands von Metallen. Es existiert eine materialabhängige Debye-Temperatur, unter der eine  $T^5$  und über der eine  $T$  Abhängigkeit gilt. ✓

Das Wiedemann-Franz Gesetz stellt einen Zusammenhang zwischen elektronischer und thermischer Leitfähigkeit in Metallen her. Die Existenz eines solchen Zusammenhangs motiviert sich durch freie Elektronen als Träger sowohl der elektronischen als auch der thermischen Leitfähigkeit. ✓

**Vielen Dank!**