

Übung 6

A1: Lambda-Sonde

Im Folgenden ist ein wissenschaftlicher Text über die Funktionsweise der Lambda-Sonde abgedruckt. Ihre Aufgabe ist es, den Text zu beurteilen. Bearbeiten Sie dazu die unten stehenden Fragestellungen.

Lambda-Sonde

2 In der Abgassensorik moderner Benzinmoto-
4 ren werden potentiometrische Lambda-
6 Sonden eingesetzt. Der Arbeitsweise potenti-
8 ometrischer Sensoren liegt das Nernst-Sonde-
10 Prinzip und somit die Nernstsche Gleichung
12 zugrunde. Es wird stromlos das Potential
14 zwischen einer Referenz- und einer Mes-
16 selektrode gemessen. Bei der Lambda-Sonde
18 wird der gasundurchlässige elektronen-
20 leitende Elektrolyt so eingesetzt, dass er Ab-
22 gas (Messraum) und Umgebungsluft (Refe-
renzumgebung), in denen unterschiedliche
Sauerstoffpartialdrücke herrschen, voneinan-
der trennt. Als Elektroden werden auf beiden
Seiten blockierende Elektroden aus Platin
verwendet. Durch das Nichtgleichgewicht
der chemischen Potentiale zwischen Abgas-
seite und Umgebungsluftseite bauen sich an
den Grenzschichten zwischen den Pt-
Elektroden und dem Festelektrolyten La-
dungsansammlungen (Ladungsdoppel-
schichten) auf.

Da durch den Elektrolyten keine Elektronen 24
zum Ladungsausgleich fließen können, baut 26
sich ein elektrisches Feld auf, das der Diffu-
sion der O^{2-} -Ionen entgegenwirkt. Das elekt- 28
rische Feld erzeugt eine Spannung U_{Nernst} , die
über die Pt-Elektroden an beiden Seiten des 30
Festelektrolyten abgegriffen werden kann.

$$U_{Nernst} = \frac{RT}{2F} \ln \left(\frac{\sqrt{p_{O_2}^{Luft}}}{\sqrt{p_{O_2}^{Abgas}}} \right)$$

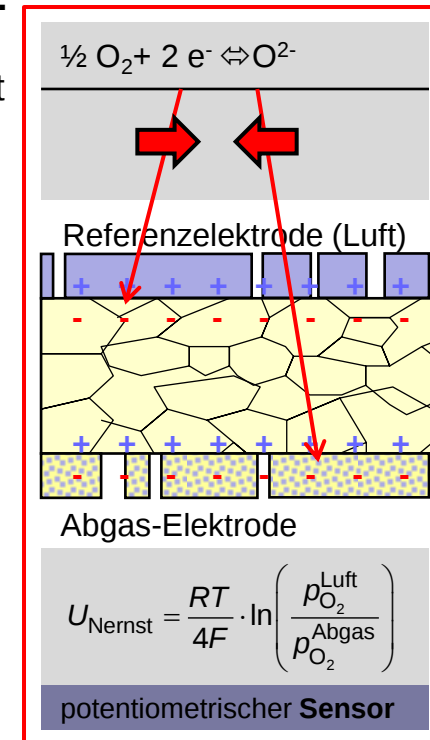
Die Spannung U_{Nernst} ist von der Temperatur 32
und den Sauerstoffpartialdrücken auf Abgas-
und Umgebungsluftseite abhängig. 34

2 In der Abgassensorik moderner Benzinmoto-
4 ren werden potentiometrische Lambda-
6 Sonden eingesetzt. Der Arbeitsweise potenti-
8 ometrischer Sensoren liegt das Nernst-Sonde-
10 Prinzip und somit die Nernstsche Gleichung
12 zugrunde. Es wird stromlos das Potential
14 zwischen einer Referenz- und einer Mes-
16 selektrode gemessen. Bei der Lambda-Sonde
wird der gasundurchlässige elektronen-
leitende Elektrolyt so eingesetzt, dass er Ab-
gas (Messraum) und Umgebungsluft (Refer-
enzumgebung), in denen unterschiedliche
Sauerstoffpartialdrücke herrschen, voneinan-
der trennt. Als Elektroden werden auf beiden
Seiten blockierende Elektroden aus Platin
verwendet. Durch das Nichtgleichgewicht

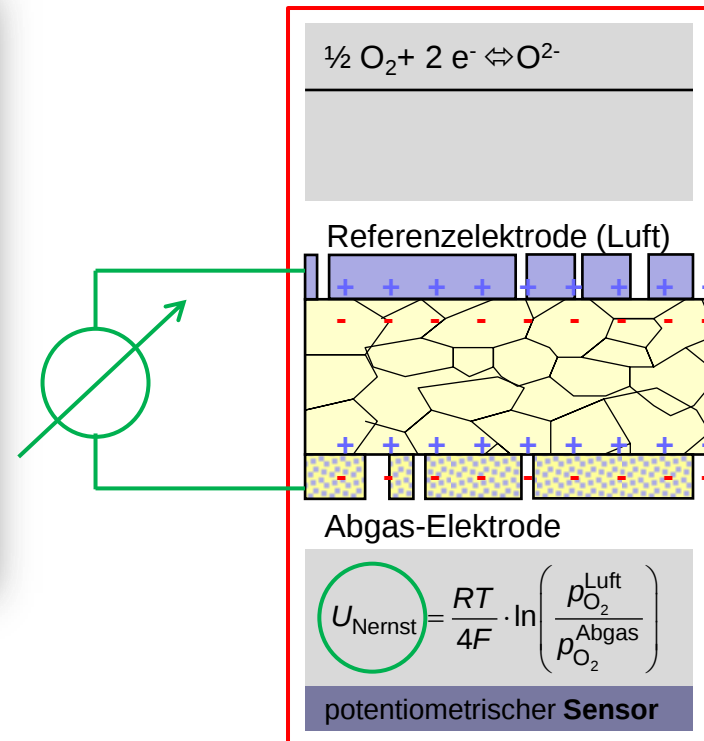
Funktionsweise:

Reaktion findet
räumlich getrennt
statt

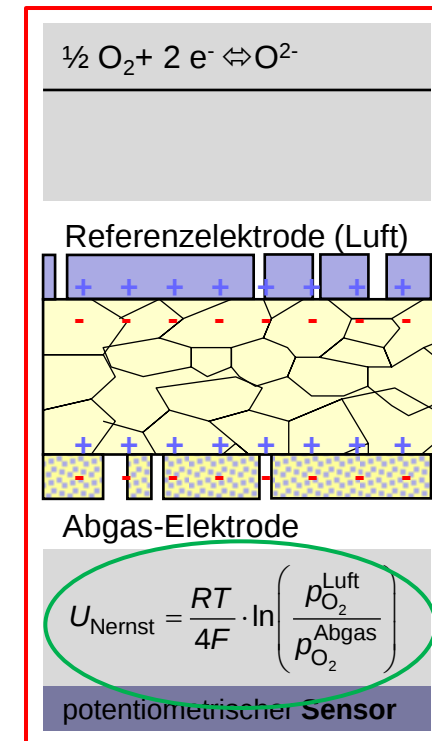
Triebkraft:
 p_{O_2} -Gradient



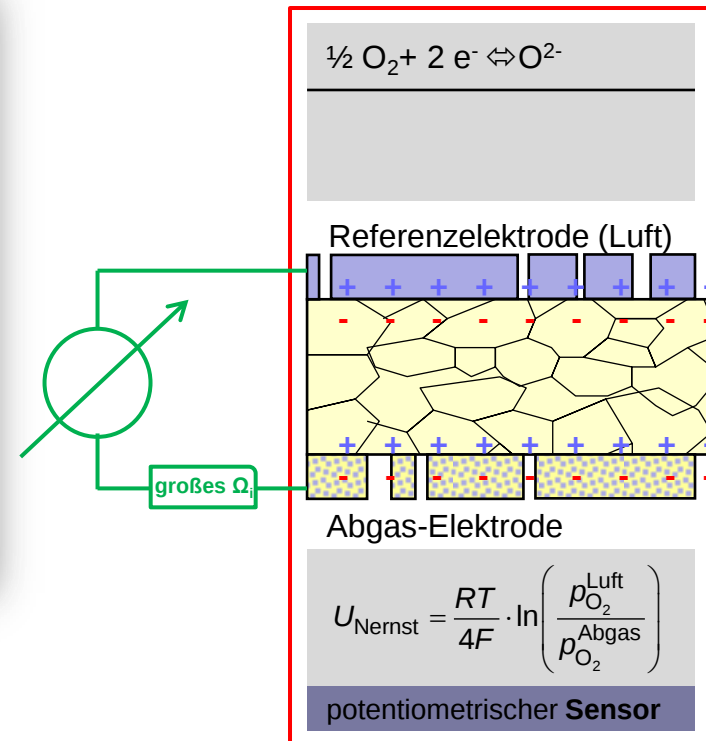
2 In der Abgassensorik moderner Benzinmoto-
4 ren werden **potentiometrische** Lambda-
6 Sonden eingesetzt. Der Arbeitsweise potenti-
8 ometrischer Sensoren liegt das Nernst-Sonde-
10 Prinzip und somit die Nernstsche Gleichung
12 zugrunde. Es wird stromlos das Potential
14 zwischen einer Referenz- und einer Mes-
16 selektrode gemessen. Bei der Lambda-Sonde
wird der gasundurchlässige elektronen-
leitende Elektrolyt so eingesetzt, dass er Ab-
gas (Messraum) und Umgebungsluft (Refe-
renzumgebung), in denen unterschiedliche
Sauerstoffpartialdrücke herrschen, voneinan-
der trennt. Als Elektroden werden auf beiden
Seiten blockierende Elektroden aus Platin
verwendet. Durch das Nichtgleichgewicht



2 In der Abgassensorik moderner Benzinmoto-
4 ren werden potentiometrische Lambda-
6 Sonden eingesetzt. Der Arbeitsweise potenti-
8 ometrischer Sensoren liegt das Nernst-Sonde-
10 Prinzip und somit die Nernstsche Gleichung
12 zugrunde. Es wird stromlos das Potential
14 zwischen einer Referenz- und einer Mes-
16 selektrode gemessen. Bei der Lambda-Sonde
wird der gasundurchlässige elektronen-
leitende Elektrolyt so eingesetzt, dass er Ab-
gas (Messraum) und Umgebungsluft (Referenz-
umgebung), in denen unterschiedliche
Sauerstoffpartialdrücke herrschen, voneinan-
der trennt. Als Elektroden werden auf beiden
Seiten blockierende Elektroden aus Platin
verwendet. Durch das Nichtgleichgewicht



2 In der Abgassensorik moderner Benzinmoto-
4 ren werden potentiometrische Lambda-
6 Sonden eingesetzt. Der Arbeitsweise potenti-
8 ometrischer Sensoren liegt das Nernst-Sonde-
10 Prinzip und somit die Nernstsche Gleichung
12 zugrunde. Es wird **stromlos** das Potential
14 zwischen einer **Referenz- und einer Mes-**
16 **selektrode** gemessen. Bei der Lambda-Sonde
wird der gasundurchlässige elektronen-
leitende Elektrolyt so eingesetzt, dass er Ab-
gas (Messraum) und Umgebungsluft (Refe-
renzumgebung), in denen unterschiedliche
Sauerstoffpartialdrücke herrschen, voneinan-
der trennt. Als Elektroden werden auf beiden
Seiten blockierende Elektroden aus Platin
verwendet. Durch das Nichtgleichgewicht



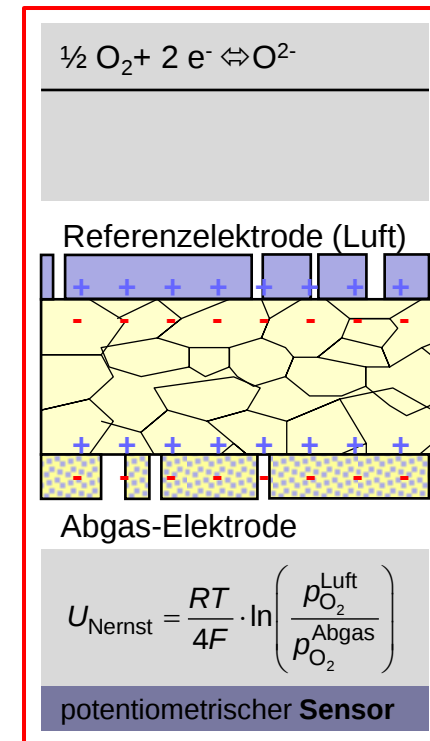
2 In der Abgassensorik moderner Benzinmoto-
4 ren werden potentiometrische Lambda-
6 Sonden eingesetzt. Der Arbeitsweise potenti-
8 ometrischer Sensoren liegt das Nernst-Sonde-
Prinzip und somit die Nernstsche Gleichung
zugrunde. Es wird stromlos das Potential
zwischen einer Referenz- und einer Mes-
10 selektrode gemessen. Bei der Lambda-Sonde
wird der **gasundurchlässige** elektronen-
12 leitende Elektrolyt so eingesetzt, dass er Ab-
gas (Messraum) und Umgebungsluft (Refe-
14 renzumgebung), in denen unterschiedliche
Sauerstoffpartialdrücke herrschen, voneinan-
16 der trennt. Als Elektroden werden auf beiden
Seiten blockierende Elektroden aus Platin
verwendet. Durch das Nichtgleichgewicht

$p_{O_2} = 0.21 \text{ atm}$

kein O_2 zur
Abgas-Elektrode

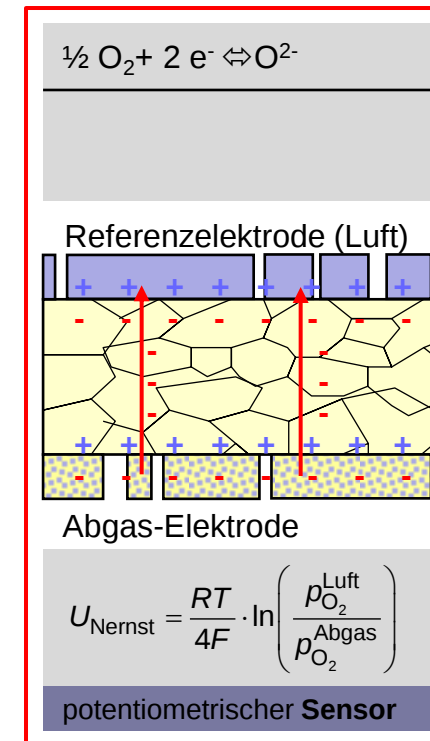
$p_{O_2} = 10^{-16} \text{ atm}$

p_{O_2} : „Anteil an O_2
von Gesamtdruck
(=1 atm)“



2 In der Abgassensorik moderner Benzinmoto-
4 ren werden potentiometrische Lambda-
6 Sonden eingesetzt. Der Arbeitsweise potenti-
8 ometrischer Sensoren liegt das Nernst-Sonde-
Prinzip und somit die Nernstsche Gleichung
zugrunde. Es wird stromlos das Potential
zwischen einer Referenz- und einer Mes-
10 selektrode gemessen. Bei der Lambda-Sonde
wird der gasundurchlässige **elektronen-**
leitende Elektrolyt so eingesetzt, dass er Ab-
12 gas (Messraum) und Umgebungsluft (Refe-
renzumgebung), in denen unterschiedliche
Sauerstoffpartialdrücke herrschen, voneinan-
14 der trennt. Als Elektroden werden auf beiden
Seiten blockierende Elektroden aus Platin
16 verwendet. Durch das Nichtgleichgewicht

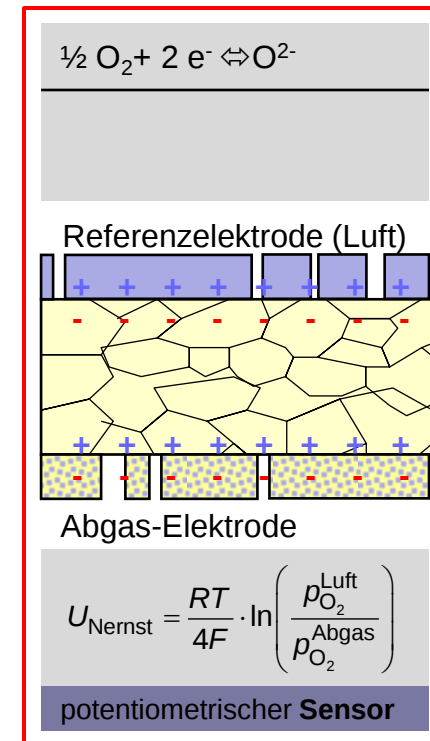
interner
Kurzschluss!
→ Abbau des
Nernst-Potentials



2 In der Abgassensorik moderner Benzinmoto-
4 ren werden potentiometrische Lambda-
6 Sonden eingesetzt. Der Arbeitsweise potenti-
8 ometrischer Sensoren liegt das Nernst-Sonde-
Prinzip und somit die Nernstsche Gleichung
zugrunde. Es wird stromlos das Potential
zwischen einer Referenz- und einer Mes-
10 selektrode gemessen. Bei der Lambda-Sonde
wird der gasundurchlässige elektronen-
12 leitende Elektrolyt so eingesetzt, dass er Ab-
gas (Messraum) und Umgebungsluft (Refe-
14 renzumgebung), in denen unterschiedliche
Sauerstoffpartialdrücke herrschen, voneinan-
16 der trennt. Als Elektroden werden auf beiden
Seiten blockierende Elektroden aus Platin
verwendet. Durch das Nichtgleichgewicht

$p_{O_2} = 0.21 \text{ atm}$

$p_{O_2} = 10^{-16} \text{ atm}$

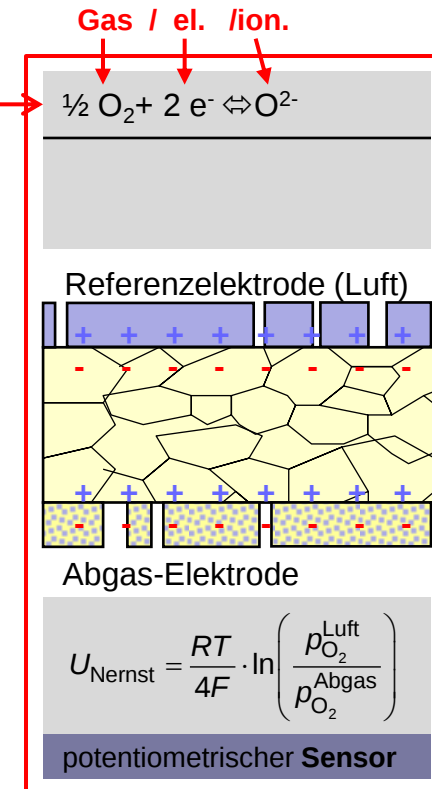


2 In der Abgassensorik moderner Benzinmoto-
4 ren werden potentiometrische Lambda-
6 Sonden eingesetzt. Der Arbeitsweise potenti-
8 ometrischer Sensoren liegt das Nernst-Sonde-
Prinzip und somit die Nernstsche Gleichung
zugrunde. Es wird stromlos das Potential
zwischen einer Referenz- und einer Mes-
10 selektrode gemessen. Bei der Lambda-Sonde
wird der gasundurchlässige elektronen-
12 leitende Elektrolyt so eingesetzt, dass er Ab-
gas (Messraum) und Umgebungsluft (Refe-
14 renzumgebung), in denen unterschiedliche
Sauerstoffpartialdrücke herrschen, voneinan-
16 der trennt. Als Elektroden werden auf beiden
Seiten **blockierende Elektroden** aus Platin
verwendet. Durch das Nichtgleichgewicht

Reaktion muss
stattfinden
können!

Dreiphasengrenze
(Gas/el./ion.) nötig
für die Reaktion!

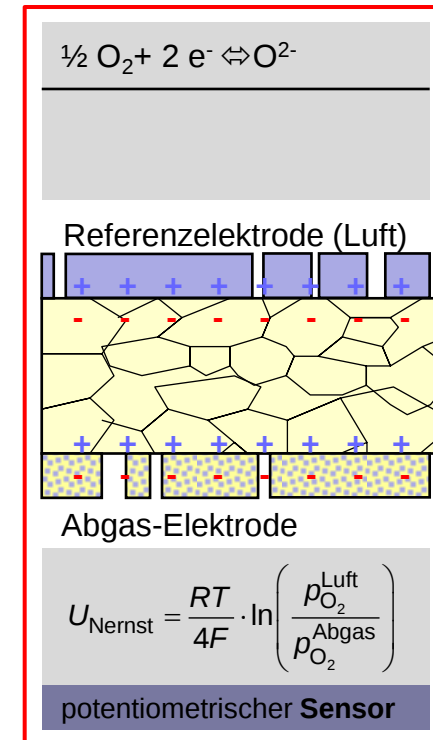
blockierend =
keine Gasphase
vorhanden



Zusammenfassend:

Z.10 blockierende Elektroden ist falsch, es werden Gasdiffusionselektroden verwendet

Z. 15 ionenleitender Elektrolyt statt elektronenleitender Elektrolyt



- 16 verwendet. Durch das Nichtgleichgewicht
18 der chemischen Potentiale zwischen Abgas-
20 seite und Umgebungsluftseite bauen sich an
22 den Grenzschichten zwischen den Pt-
Elektroden und dem Festelektrolyten La-
dungsansammlungen (Ladungsdoppel-
schichten) auf.

Da durch den Elektrolyten keine Elektronen
zum Ladungsausgleich fließen können, baut
sich ein elektrisches Feld auf, das der Diffu-
sion der O^{2-} -Ionen entgegenwirkt. Das elekt-
rische Feld erzeugt eine Spannung U_{Nernst} , die
über die Pt-Elektroden an beiden Seiten des
Festelektrolyten abgegriffen werden kann.

$$U_{Nernst} = \frac{RT}{2F} \ln \left(\frac{\sqrt{p_{O_2}^{Luft}}}{\sqrt{p_{O_2}^{Abgas}}} \right)$$

Die Spannung U_{Nernst} ist von der Temperatur
und den Sauerstoffpartialdrücken auf Abgas-
und Umgebungsluftseite abhängig.

chemisches Potential μ

- Unterschiedliche Stoffmenge O_2 (p_{O_2})
- führt zu Diffusion

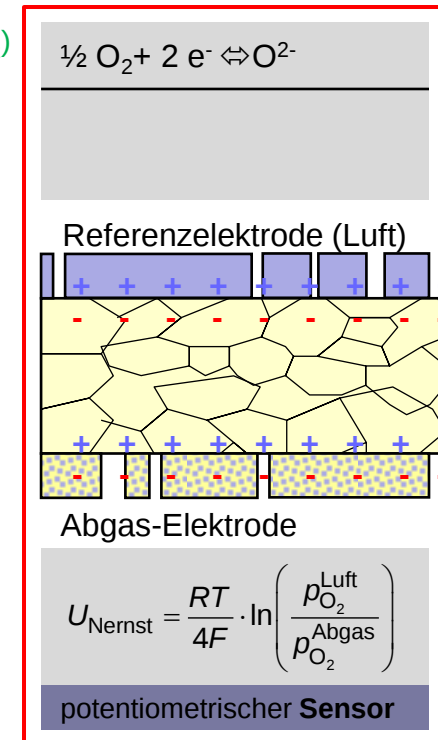
$$p_{O_2} = 0.21 \text{ atm}$$



Nichtgleichgewicht:
Kathode $\leftrightarrow$ Anode



$$p_{O_2} = 10^{-16} \text{ atm}$$



- 16 verwendet. Durch das Nichtgleichgewicht der chemischen Potentiale zwischen Abgas-
18 seite und Umgebungsluftseite bauen sich an den Grenzschichten zwischen den Pt-
20 Elektroden und dem Festelektrolyten **Ladungsansammlungen** (Ladungsdoppelschichten) auf.
22

Da durch den Elektrolyten keine Elektronen 24
zum Ladungsausgleich fließen können, baut 26
sich ein elektrisches Feld auf, das der Diffu-
sion der O^{2-} -Ionen entgegenwirkt. Das elekt- 28
rische Feld erzeugt eine Spannung U_{Nernst} , die
über die Pt-Elektroden an beiden Seiten des 30
Festelektrolyten abgegriffen werden kann.

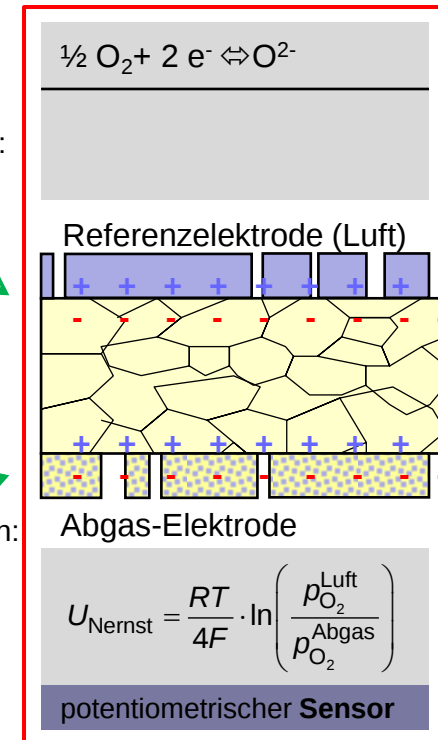
$$U_{Nernst} = \frac{RT}{2F} \ln \left(\frac{\sqrt{p_{O_2}^{Luft}}}{\sqrt{p_{O_2}^{Abgas}}} \right)$$

Die Spannung U_{Nernst} ist von der Temperatur 32
und den Sauerstoffpartialdrücken auf Abgas-
und Umgebungsluftseite abhängig.

O^{2-} -Einbau Reaktion:
 $\frac{1}{2} O_2 + 2 e^- \rightarrow O^{2-}$
 e^- „hinterlässt“ +

Ladungsansammlu-
ng vorhanden. Sie
führen zur
Spannung!

O^{2-} -Ausbau Reaktion:
 $O^{2-} \rightarrow \frac{1}{2} O_2 + 2 e^-$
 e^- „bildet“ -



16 verwendet. Durch das Nichtgleichgewicht
18 der chemischen Potentiale zwischen Abgas-
20 seite und Umgebungsluftseite bauen sich an
22 den Grenzschichten zwischen den Pt-
Elektroden und dem Festelektrolyten La-
dungsansammlungen (Ladungsdoppel-
schichten) auf.

Da durch den Elektrolyten keine Elektronen
zum Ladungsausgleich fließen können, baut
sich ein elektrisches Feld auf, das der Diffu-
sion der O^{2-} -Ionen entgegenwirkt. Das elekt-
rische Feld erzeugt eine Spannung U_{Nernst} , die
über die Pt-Elektroden an beiden Seiten des
Festelektrolyten abgegriffen werden kann.

$$U_{Nernst} = \frac{RT}{2F} \ln \left(\frac{\sqrt{p_{O_2}^{Luft}}}{\sqrt{p_{O_2}^{Abgas}}} \right)$$

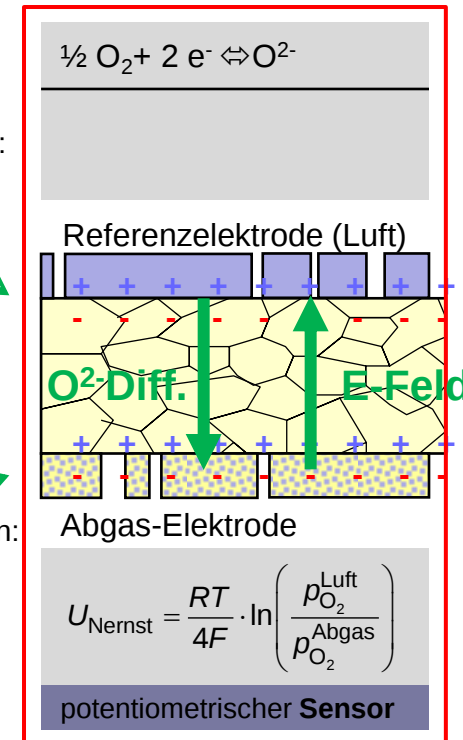
Die Spannung U_{Nernst} ist von der Temperatur
und den Sauerstoffpartialdrücken auf Abgas-
und Umgebungsluftseite abhängig.

O^{2-} -Einbau Reaktion:
 $\frac{1}{2} O_2 + 2 e^- \rightarrow O^{2-}$
 e^- „hinterlässt“ +

Ladungsansammlu-
ng vorhanden. Sie
führen zur
Spannung!

O^{2-} -Ausbau Reaktion:
 $O^{2-} \rightarrow \frac{1}{2} O_2 + 2 e^-$
 e^- „bildet“ -

Vorstellung:
 O^{2-} Ein-/Ausbau
Reaktion bis GG
erreicht!



- 16 verwendet. Durch das Nichtgleichgewicht
18 der chemischen Potentiale zwischen Abgas-
20 seite und Umgebungsluftseite bauen sich an
22 den Grenzschichten zwischen den Pt-
Elektroden und dem Festelektrolyten La-
dungsansammlungen (Ladungsdoppel-
schichten) auf.

Da durch den Elektrolyten keine Elektronen
zum Ladungsausgleich fließen können, baut
sich ein elektrisches Feld auf, das der Diffu-
sion der O^{2-} -Ionen entgegenwirkt. Das elekt-
rische Feld erzeugt eine Spannung U_{Nernst} , die
über die Pt-Elektroden an beiden Seiten des
Festelektrolyten abgegriffen werden kann.

$$U_{Nernst} = \frac{RT}{2F} \ln \left(\frac{\sqrt{p_{O_2}^{Luft}}}{\sqrt{p_{O_2}^{Abgas}}} \right)$$

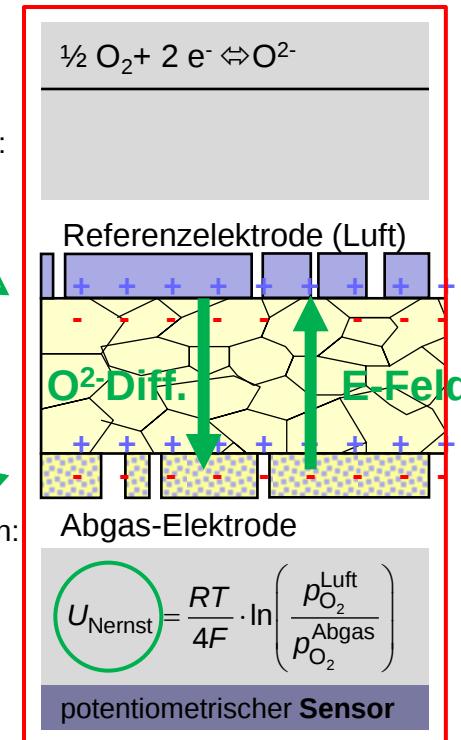
Die Spannung U_{Nernst} ist von der Temperatur
und den Sauerstoffpartialdrücken auf Abgas-
und Umgebungsluftseite abhängig.

O^{2-} -Einbau Reaktion:
 $\frac{1}{2} O_2 + 2 e^- \rightarrow O^{2-}$
 e^- „hinterlässt“ +

Ladungsansammlu-
ng vorhanden. Sie
führen zur
Spannung!

O^{2-} -Ausbau Reaktion:
 $O^{2-} \rightarrow \frac{1}{2} O_2 + 2 e^-$
 e^- „bildet“ -

Vorstellung:
 O^{2-} Ein-/Ausbau
Reaktion bis GG
erreicht!



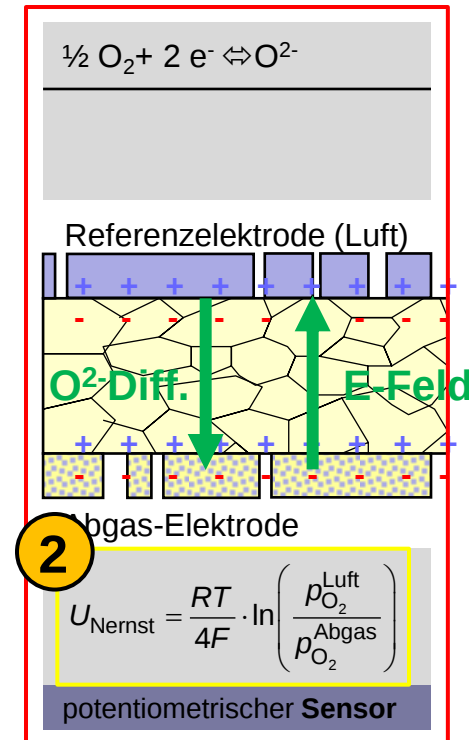
- 16 verwendet. Durch das Nichtgleichgewicht
18 der chemischen Potentiale zwischen Abgas-
20 seite und Umgebungsluftseite bauen sich an
22 den Grenzschichten zwischen den Pt-
Elektroden und dem Festelektrolyten La-
dungsansammlungen (Ladungsdoppel-
schichten) auf.

Da durch den Elektrolyten keine Elektronen
zum Ladungsausgleich fließen können, baut
sich ein elektrisches Feld auf, das der Diffu-
sion der O^{2-} -Ionen entgegenwirkt. Das elekt-
rische Feld erzeugt eine Spannung U_{Nernst} , die
über die Pt-Elektroden an beiden Seiten des
Festelektrolyten abgegriffen werden kann.

1

$$U_{Nernst} = \frac{RT}{2F} \ln \left(\frac{\sqrt{p_{O_2}^{Luft}}}{\sqrt{p_{O_2}^{Abgas}}} \right)$$

Die Spannung U_{Nernst} ist von der Temperatur
und den Sauerstoffpartialdrücken auf Abgas-
und Umgebungsluftseite abhängig.



Klausur: Auch gewertet wurde Formel muss wie in 2 heißen

1

$$U_{\text{Nernst}} = \frac{RT}{2F} \cdot \ln \left(\frac{\sqrt{p_{\text{O}_2}^{\text{Luft}}}}{\sqrt{p_{\text{O}_2}^{\text{Abgas}}}} \right)$$

2

$$U_{\text{Nernst}} = \frac{RT}{4F} \cdot \ln \left(\frac{p_{\text{O}_2}^{\text{Luft}}}{p_{\text{O}_2}^{\text{Abgas}}} \right)$$

Klausur: Auch gewertet wurde Formel muss wie in 2 heißen

1

$$\begin{aligned} U_{\text{Nernst}} &= \frac{RT}{2F} \cdot \ln \left(\frac{\sqrt{p_{\text{O}_2}^{\text{Luft}}}}{\sqrt{p_{\text{O}_2}^{\text{Abgas}}}} \right) \\ &= \frac{RT}{nF} \cdot \ln \left(\sqrt{\frac{p_{\text{O}_2}^{\text{Luft}}}{p_{\text{O}_2}^{\text{Abgas}}}} \right) \\ &= \frac{RT}{nF} \cdot \ln \left(\left(\frac{p_{\text{O}_2}^{\text{Luft}}}{p_{\text{O}_2}^{\text{Abgas}}} \right)^{1/2} \right) \end{aligned}$$

Allgemeiner n :
Anzahl Ladungsträger

2

$$U_{\text{Nernst}} = \frac{RT}{4F} \cdot \ln \left(\frac{p_{\text{O}_2}^{\text{Luft}}}{p_{\text{O}_2}^{\text{Abgas}}} \right)$$

Klausur: Auch gewertet wurde Formel muss wie in 2 heißen

1

$$U_{\text{Nernst}} = \frac{RT}{2F} \cdot \ln \left(\frac{\sqrt{p_{\text{O}_2}^{\text{Luft}}}}{\sqrt{p_{\text{O}_2}^{\text{Abgas}}}} \right)$$

$$= \frac{RT}{nF} \cdot \ln \left(\sqrt{\frac{p_{\text{O}_2}^{\text{Luft}}}{p_{\text{O}_2}^{\text{Abgas}}}} \right)$$

$$= \frac{RT}{nF} \cdot \ln \left(\left(\frac{p_{\text{O}_2}^{\text{Luft}}}{p_{\text{O}_2}^{\text{Abgas}}} \right)^{1/2} \right)$$

Allgemeiner n:
Anzahl Ladungsträger

2

$$U_{\text{Nernst}} = \frac{RT}{4F} \cdot \ln \left(\frac{p_{\text{O}_2}^{\text{Luft}}}{p_{\text{O}_2}^{\text{Abgas}}} \right)$$

n=2

$$= \frac{RT}{2 \cdot nF} \cdot \ln \left(\frac{p_{\text{O}_2}^{\text{Luft}}}{p_{\text{O}_2}^{\text{Abgas}}} \right)$$

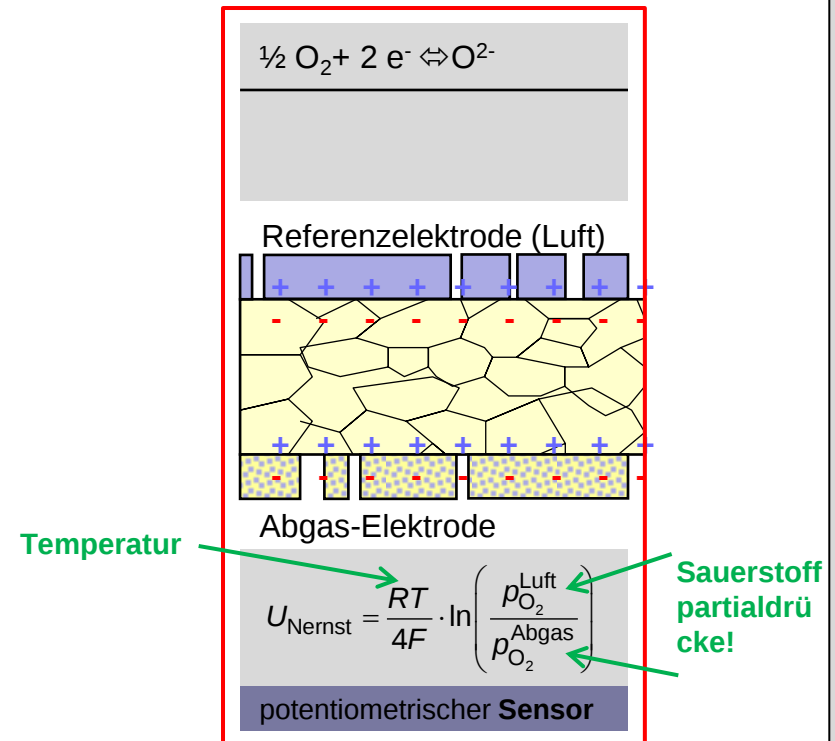
Ist die gleiche Formel!

- 16 verwendet. Durch das Nichtgleichgewicht
18 der chemischen Potentiale zwischen Abgas-
20 seite und Umgebungsluftseite bauen sich an
22 den Grenzschichten zwischen den Pt-
Elektroden und dem Festelektrolyten La-
dungsansammlungen (Ladungsdoppel-
schichten) auf.

Da durch den Elektrolyten keine Elektronen
zum Ladungsausgleich fließen können, baut
sich ein elektrisches Feld auf, das der Diffu-
sion der O^{2-} -Ionen entgegenwirkt. Das elekt-
rische Feld erzeugt eine Spannung U_{Nernst} , die
über die Pt-Elektroden an beiden Seiten des
Festelektrolyten abgegriffen werden kann.

$$U_{Nernst} = \frac{RT}{2F} \ln \left(\frac{\sqrt{p_{O_2}^{Luft}}}{\sqrt{p_{O_2}^{Abgas}}} \right)$$

Die Spannung U_{Nernst} ist von der Temperatur
und den Sauerstoffpartialdrücken auf Abgas-
und Umgebungsluftseite abhängig.



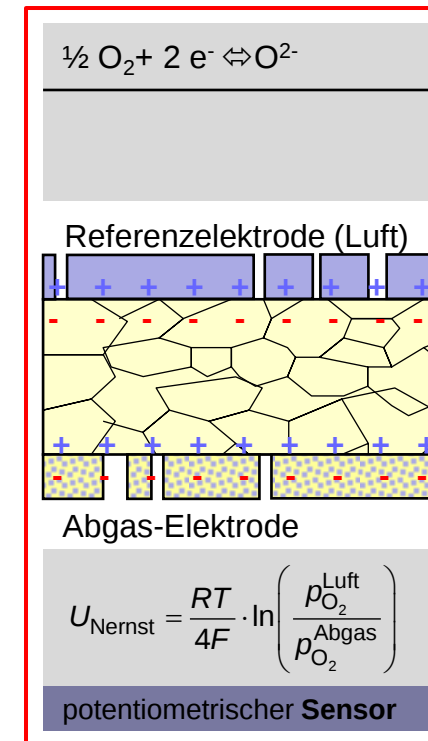
c) Welches Material wird für den Festelektrolyten der potentiometrischen Lambda-Sonde und beschreiben sie den dominanten Leitungsmechanismus? **(1 Punkt)**

Material für Lambda-Sonde:
„Welche Eigenschaften braucht es
denn?“

ionenleitend

sehr schlecht elektronenleitend (sonst:
Kurzschluss)

gasdicht



Material für Lambda-Sonde:
„Welche Eigenschaften braucht es denn?“

ionenleitend

sehr schlecht elektronenleitend (sonst:
Kurzschluss)

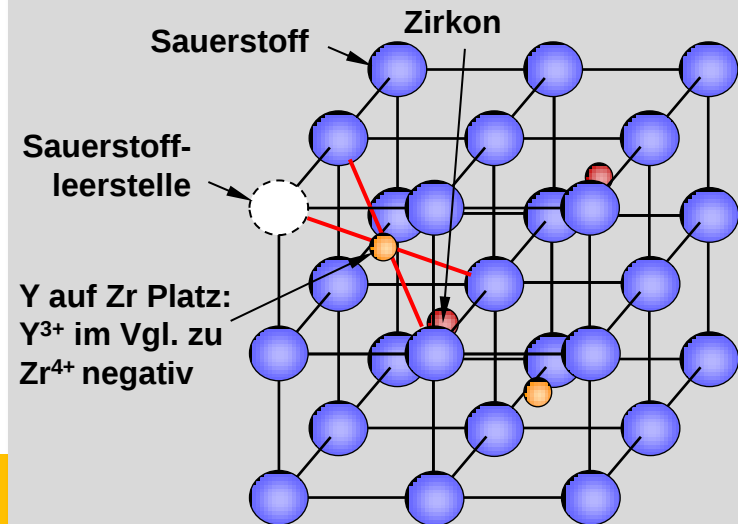
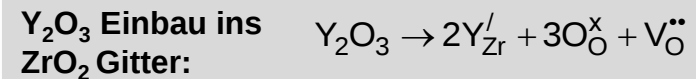
gasdicht

→ Yttrium dotiertes Zirkonoxid (Kurz: **YSZ**)
Beispiel: 8mol% Dotierung = 8YSZ

Funktion Yttrium:

- Sauerstoffleerstellenerzeugung

Y_2O_3 Einbau ins
 ZrO_2 Gitter:



[IWE 2005]

Material für Lambda-Sonde:
„Welche Eigenschaften braucht es denn?“

ionenleitend

sehr schlecht elektronenleitend (sonst:
Kurzschluss)

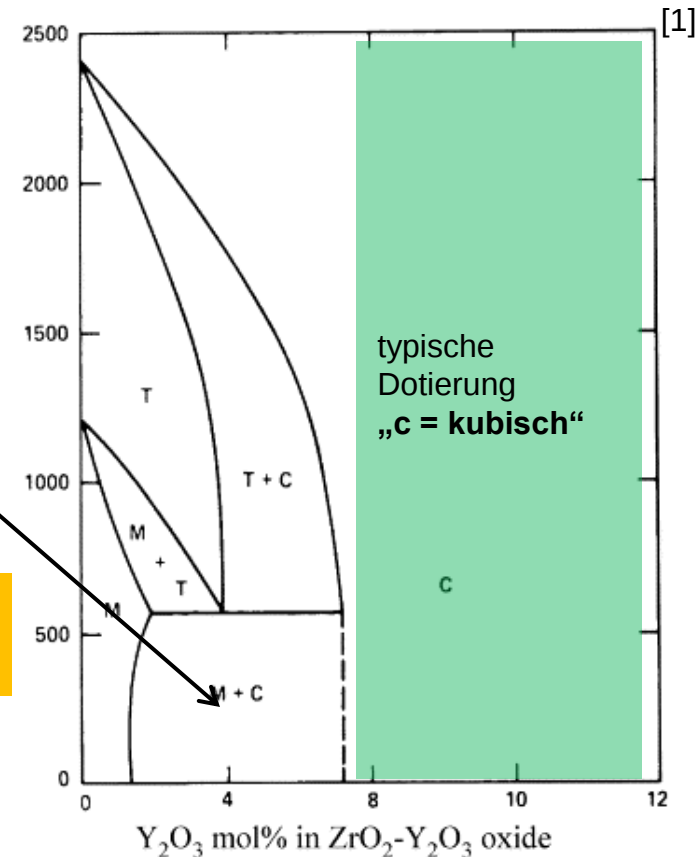
gasdicht

schlechtere Leitfähigkeit, weil
Gitter verzerrt ist!

→ Yttrium dotiertes Zirkonoxid (Kurz: **YSZ**)
Beispiel: 8mol% Y_2O_3 Dotierung = 8YSZ

Funktion Yttrium:

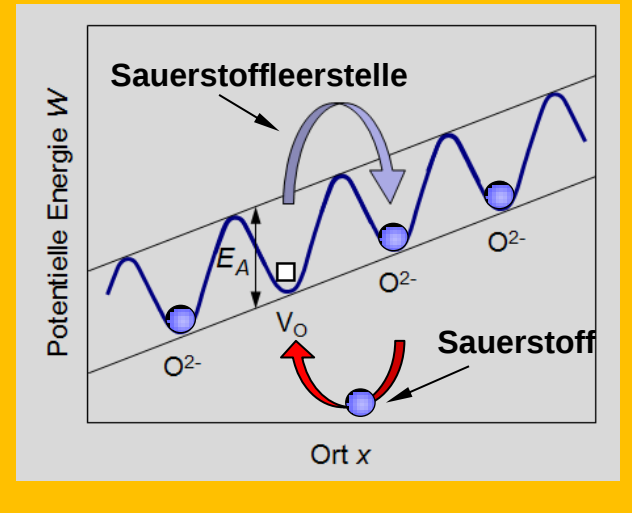
- Gitterstabilisierung bei hohen Temperaturen



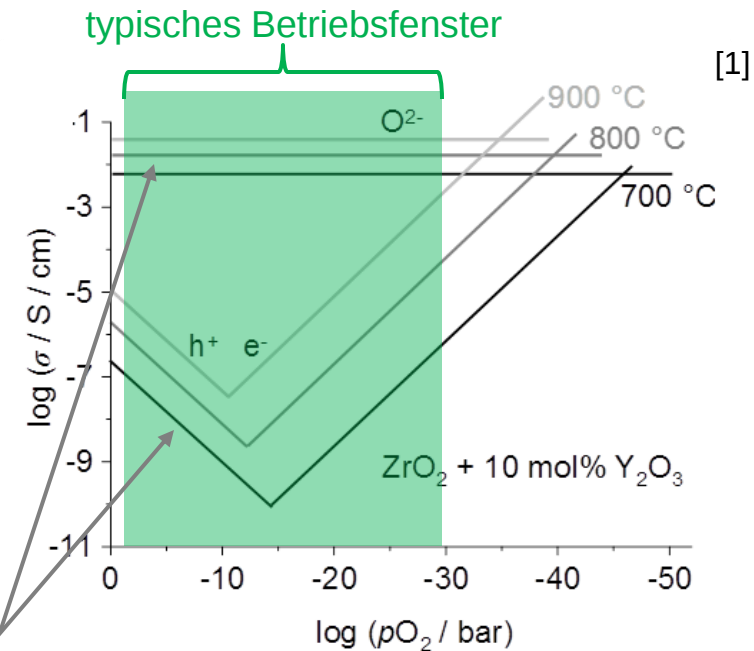
„Welchen dominanten
Leitungsmechanismus?“

Leitungsmechanismus:

- Sauerstoffleerstellenhopping



Ionenleitung >> Elektronenleitung

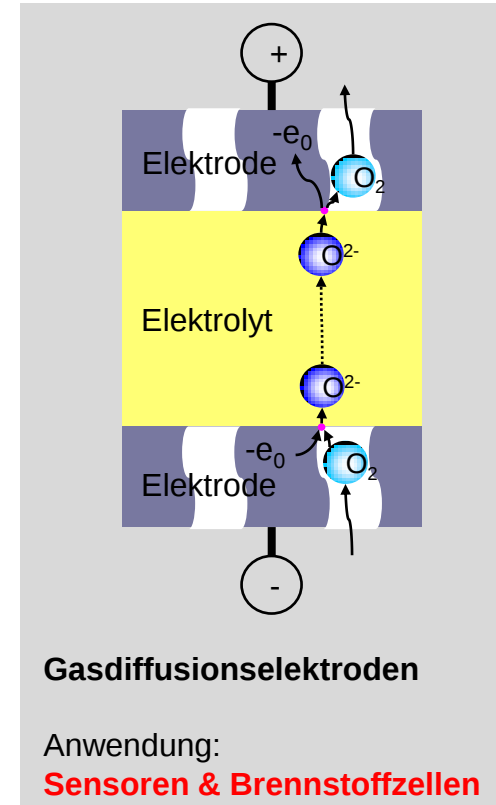
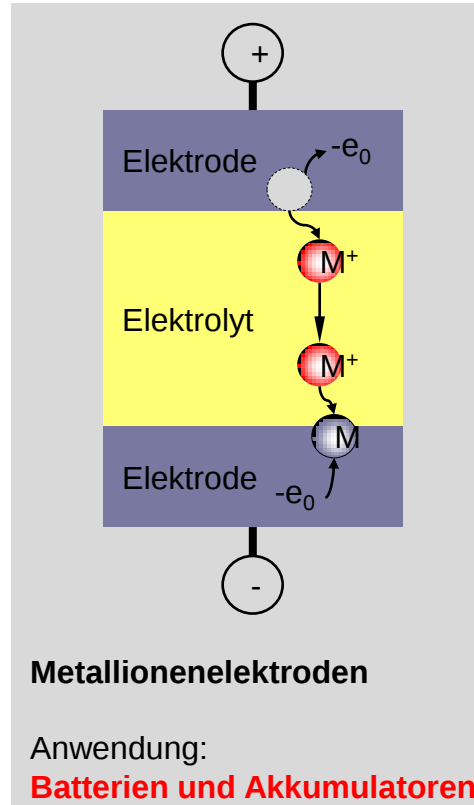
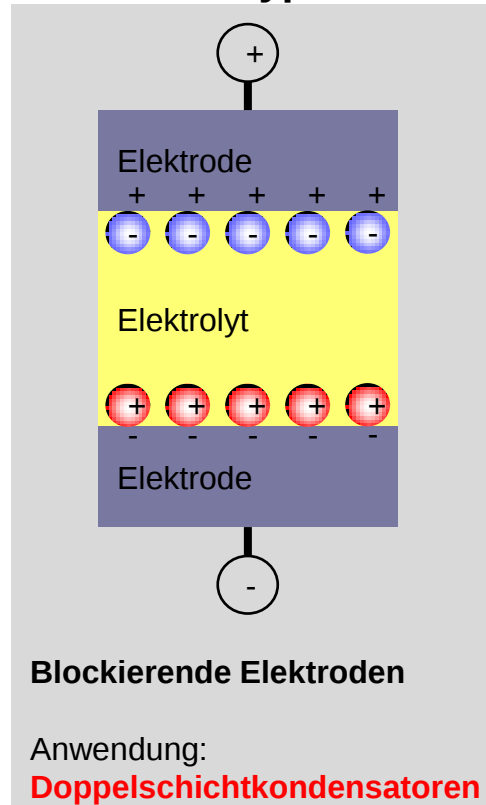


→ temperaturstabil, da
ausschließliche Ionenleitung erst bei
hohen Temperatur auftritt!

d) Wieso kann man beim Betrieb einer Hochtemperatur- Festelektrolyt- Brennstoffzelle (SOFC) auch vom ‚Entladen‘ der Zelle sprechen und was würde beim ‚Ladevorgang‘ in der SOFC passieren?

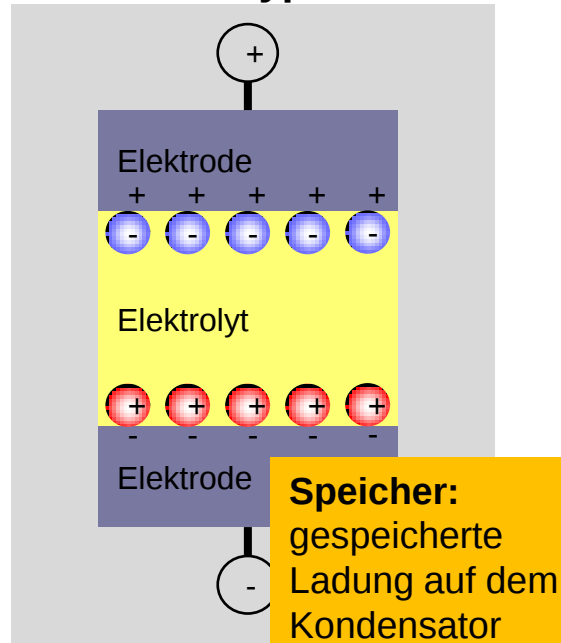
2.5 Ionenleiter Elektrodentypen

aus der Vorlesung...



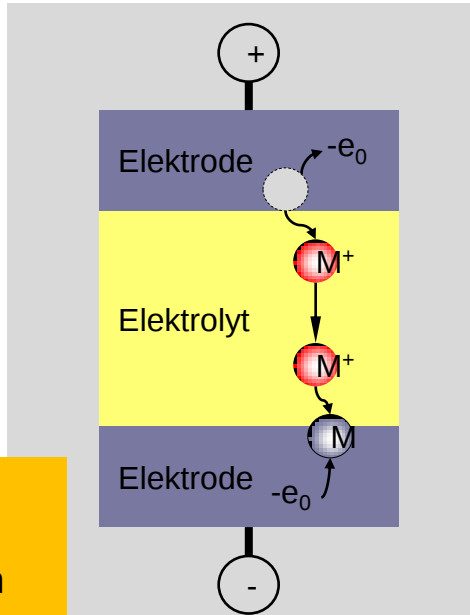
2.5 Ionenleiter Elektrodentypen

aus der Vorlesung...



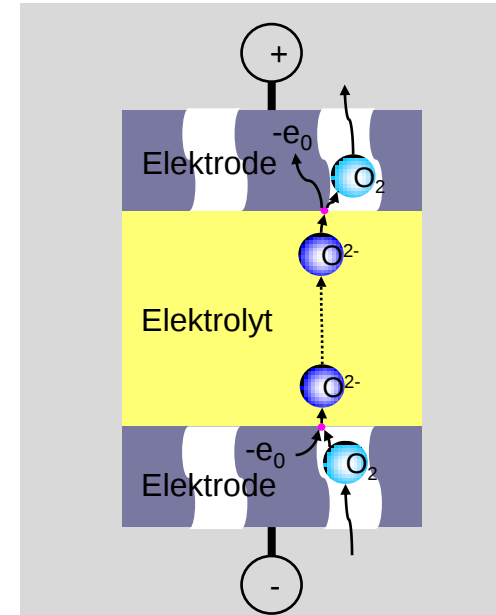
Blockierende Elektroden

Anwendung:
Doppelschichtkondensatoren



Metallionenelektroden

Anwendung:
Batterien und Akkumulatoren

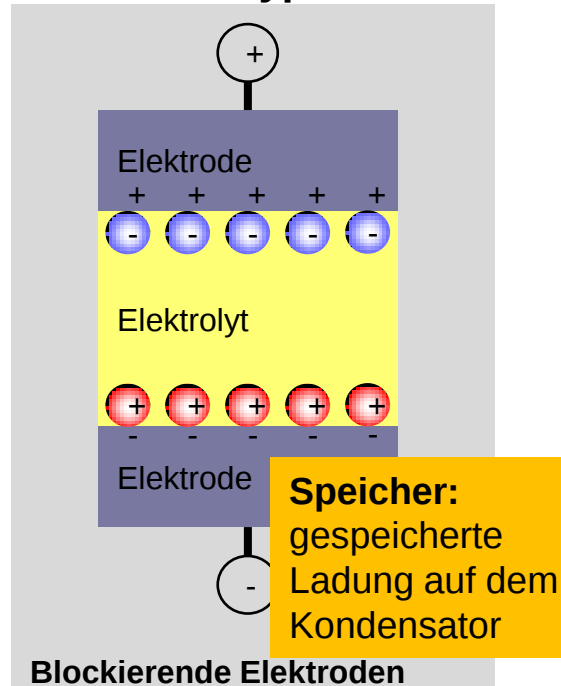


Gasdiffusionselektroden

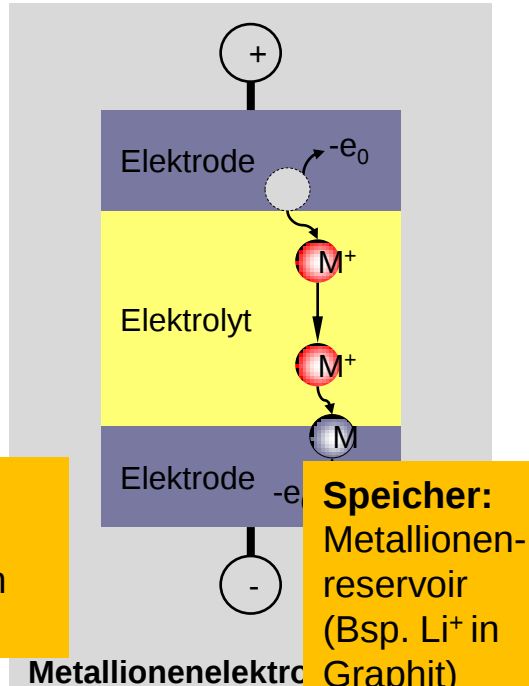
Anwendung:
Sensoren & Brennstoffzellen

2.5 Ionenleiter Elektrodentypen

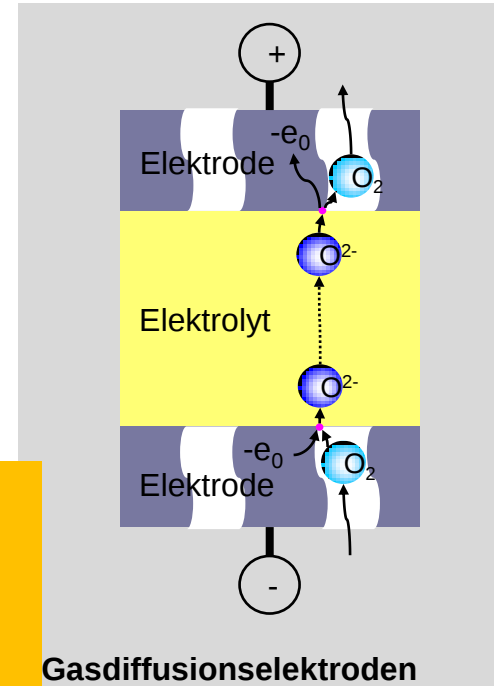
aus der Vorlesung...



Anwendung:
Doppelschichtkondensatoren



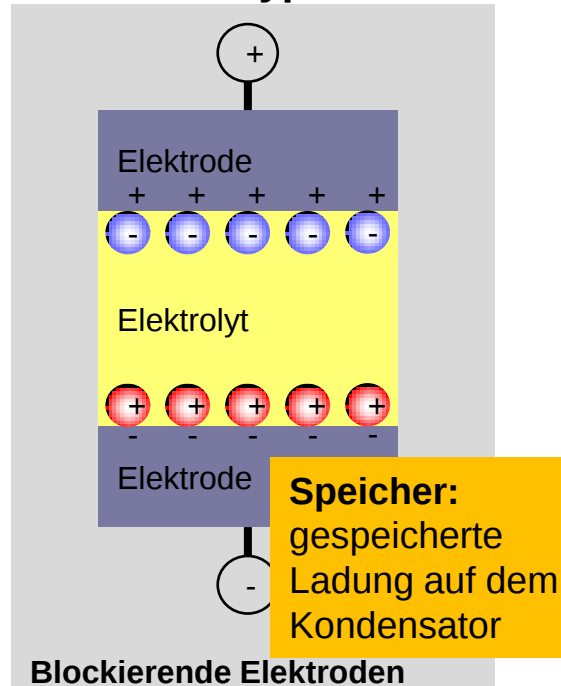
Anwendung:
Batterien und Akkumulatoren



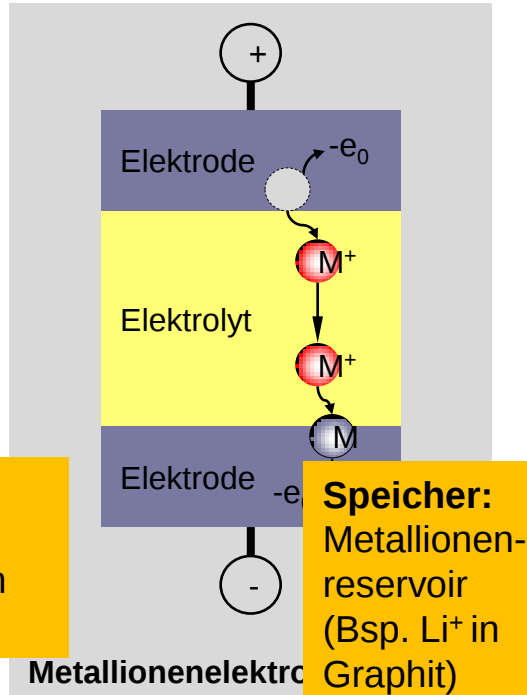
Anwendung:
Sensoren & Brennstoffzellen

2.5 Ionenleiter Elektrodentypen

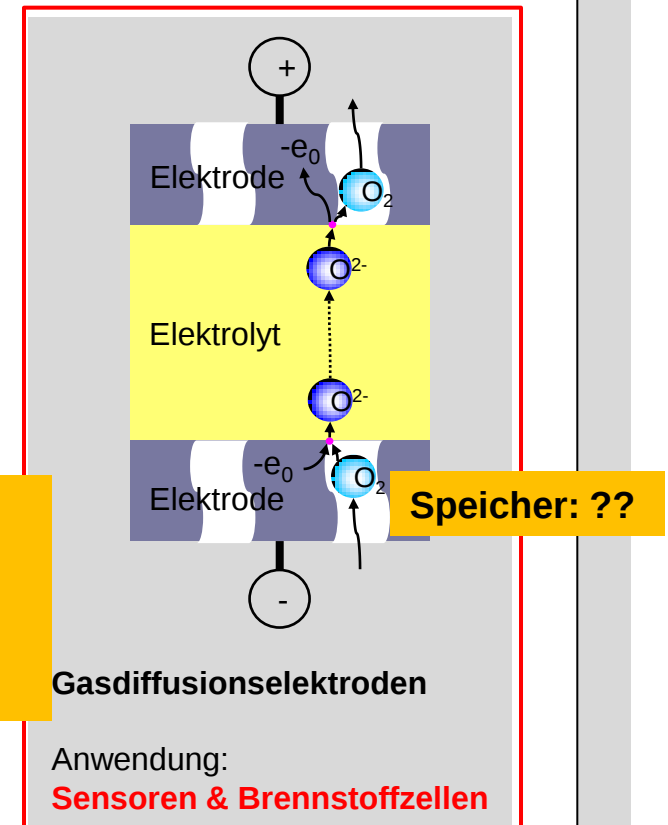
aus der Vorlesung...



Anwendung:
Doppelschichtkondensatoren

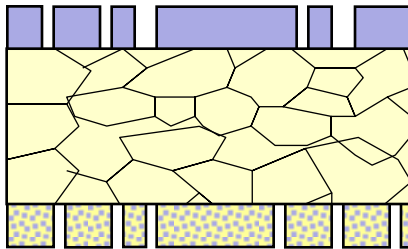
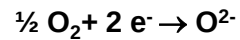


Anwendung:
Batterien und Akkumulatoren

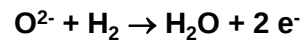


Anwendung:
Sensoren & Brennstoffzellen

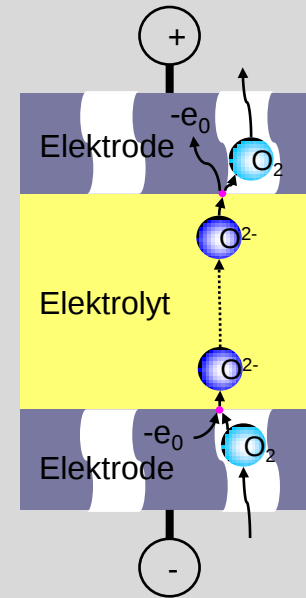
K: Oxidationsmittel: Luft



A: Brenngas: H₂



**Vorsicht: Elektroden
umgekehrt in der
Vorlesungsfolie!**



Gasdiffusionselektroden

Anwendung:

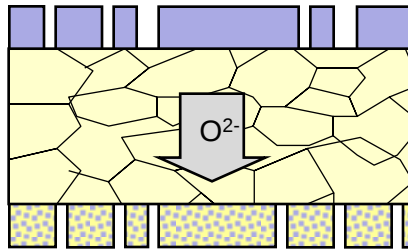
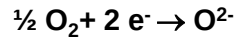
Sensoren & Brennstoffzellen

Brennstoffzelle

$$U_{\text{Nernst}} = \frac{RT}{4F} \cdot \ln \left(\frac{p_{\text{O}_2}^{\text{Kathode}}}{p_{\text{O}_2}^{\text{Anode}}} \right)$$

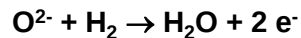
K: Oxidationsmittel: Luft

$p_{\text{O}_2} = 0.21 \text{ atm}$



$p_{\text{O}_2} = 10^{-21} \text{ atm}$

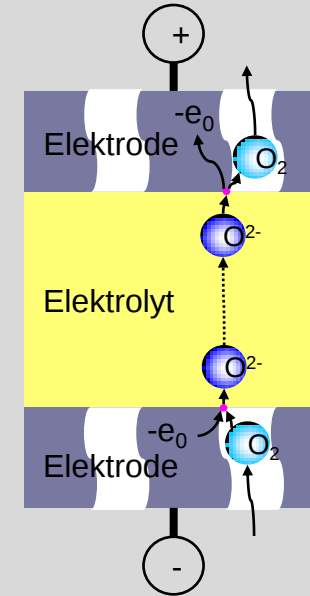
A: Brenngas: H₂



p_{O_2} : „Anteil an O₂ von Gesamtdruck (=1 atm)“

Speicher = H₂ Brenngas

Brenngas sorgt für niedrigen p_{O_2} (10^{-21} atm) = treibende Kraft!
→ Muss aber ständig zugeführt werden.



Gasdiffusionselektroden

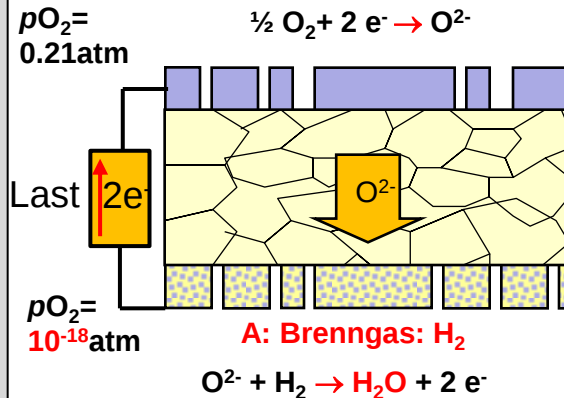
Anwendung:

Sensoren & Brennstoffzellen

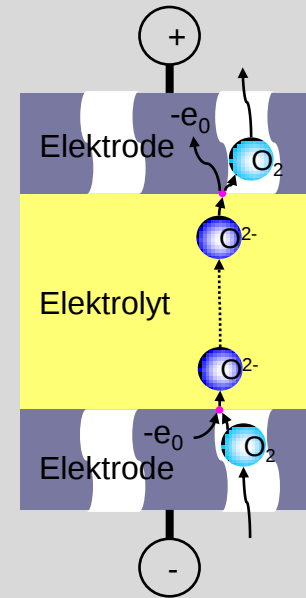
Brennstoffzelle

$$U_{\text{Nernst}} = \frac{RT}{4F} \cdot \ln \left(\frac{p_{\text{O}_2}^{\text{Kathode}}}{p_{\text{O}_2}^{\text{Anode}}} \right)$$

K: Oxidationsmittel: Luft



Entladen: Man führt einen Strom über die Last. Im Gasraum wird Brenngas verbraucht und H_2O entsteht.
 → p_{O_2} steigt
 → Spannung fällt
SOFC-Betrieb



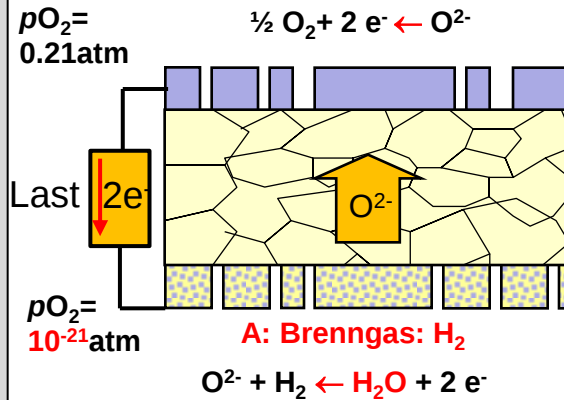
Gasdiffusionselektroden

Anwendung:
Sensoren & Brennstoffzellen

Brennstoffzelle

$$U_{\text{Nernst}} = \frac{RT}{4F} \cdot \ln \left(\frac{p_{\text{O}_2}^{\text{Kathode}}}{p_{\text{O}_2}^{\text{Anode}}} \right)$$

K: Oxidationsmittel: Luft



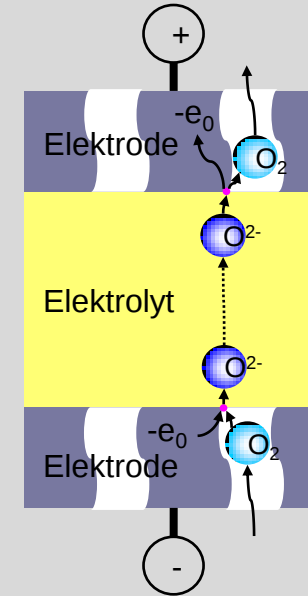
$$P_{\text{el}} = (U_{\text{Nernst}} - R_i \cdot I_{\text{Last}}) \cdot I_{\text{Last}}$$

Laden: Ein externer Strom wird durch die Zelle geleitet. Der „Brenngas-speicher“ wird mit H_2 „gefüllt“.

→ $p_{\text{O}_2, \text{Anode}}$ sinkt

→ Spannung steigt

SOEC-Modus
(Elektrolyse von H_2O)



Gasdiffusionselektroden

Anwendung:
Sensoren & Brennstoffzellen

d) Wieso kann man beim Betrieb einer Hochtemperatur- Festelektrolyt- Brennstoffzelle (SOFC) auch vom ‚Entladen‘ der Zelle sprechen und was würde beim ‚Ladevorgang‘ in der SOFC passieren?

Entladen: Strom kann genutzt werden. Brenngas = H_2 wird verbraucht und der Speicher muss permanent befüllt werden (H_2 Gasfluss). **SOFC**

Laden: Strom wird auf die Zelle geprägt. Im Gasraum wird Brenngas = H_2 wird erzeugt und der „Speicher“ füllt sich. Das ist als Elektrolyse von Wasser bekannt. **SOEC**

Zusammenfassung:

Funktionsweise (Ionenleiter)

Lambda-Sonde } p_{O_2} Gradient { Luft (0.21atm) zu Abgas (10^{-18} atm)
Brennstoffzelle (SOFC) } Luft (0.21atm) zu Brenngas (10^{-21} atm) ✓

Materialeigenschaften (Yttrium dotiertes Zirkonoxid YSZ)

Lambda-Sonde } O^{2-} - nur ionenleitend, hochtemperaturstabil, gasdicht ✓
Brennstoffzelle (SOFC) }

Brennstoffzelle (SOFC)

Wie: Lambda-Sonde $U_{Nernst} = \frac{RT}{4F} \cdot \ln \left(\frac{p_{O_2}^{Luft}}{p_{O_2}^{Abgas \rightarrow Brenngas}} \right)$ Brennstoffzelle (SOFC) $P_{el} = (U_{Nernst} - \underline{R_i \cdot I_{Last}}) \cdot I_{Last}$ ✓
Innere Verluste (R_i) senken die nutzbare Zellspannung.

Brennstoffzelle (SOFC)

Kann als „Batterie verstanden werden“, wobei der Speicher (H_2 -Brenngas) ständig befüllt wird

Entladen: SOFC – Stromerzeugung aus H_2 -Brenngas

Laden : SOEC – Elektrolyse = H_2 -Brenngaserzeugung mit Strom aus H_2O

A2: Dielektrika

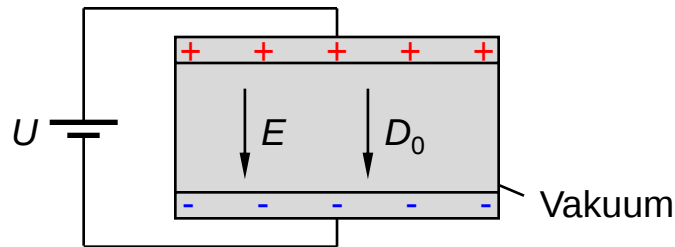
a) Nennen Sie drei dielektrische Polarisationsmechanismen und ordnen Sie diese nach steigender Resonanz- bzw. Relaxationsfrequenz des Ausfallmechanismus. **(1 Punkt)**



Dielektrika

Motivation

Kondensator ohne Dielektrika



$\vec{D}$ Verschiebungsdichte ist die **Ladung Q** pro Fläche, die nach Anlegen eines elektrischen **Felds $\vec{E}$** auf die Platten verschoben wird.

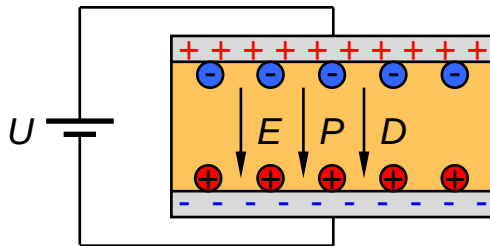
$$\vec{D} = \varepsilon_0 \cdot \vec{E}$$

*gilt für lineare, isotrope Materie

Verschiebungsdichte: Allgemeiner

Verschiebungsdichte in Materie (allg.)

$$D = \varepsilon_0 \cdot E + P$$



polarisierbares P Medium*

$$P = \varepsilon_0 \cdot \chi_e \cdot E$$

χ_e : elektrische Suszeptibilität
„zeigt an wie ‚gut‘ das Polarisieren geht“

„Polarisieren eines Mediums heißt, dass ein außen angelegtes E-Feld im Dielektrikum Ladungen derart verschiebt, dass sich lokal + und – Pole bilden (vgl. Dipol).“

↑
„Diese lokalen + und – Pole (vgl. Dipol) schwächen das äußere E-Feld.“

mit polarisierbarem P Medium $\varepsilon_r > 1$

*gilt für lineare, isotrope Materie

Verschiebungsdichte: Allgemeiner

Verschiebungsdichte in Materie (allg.)

$$D = \varepsilon_0 \cdot E + P$$

einsetzen von P

$$D = \varepsilon_0 \cdot E + \varepsilon_0 \cdot \chi_e \cdot E$$

ausklammern

$$= \varepsilon_0 \cdot E (1 + \chi_e)$$

polarisierbares P Medium*

$$P = \varepsilon_0 \cdot \chi_e \cdot E$$

χ_e : elektrische Suszeptibilität

„zeigt an wie ‚gut‘ das Polarisieren geht“

„Polarisieren eines Mediums heißt, dass ein außen angelegtes E-Feld im Dielektrikum Ladungen derart verschiebt, dass sich lokal + und – Pole bilden (vgl. Dipol).“



„Diese lokalen + und – Pole (vgl. Dipol) schwächen das äußere E-Feld.“

mit polarisierbarem P Medium $\varepsilon_r > 1$

*gilt für lineare, isotrope Materie

Verschiebungsdichte: Allgemeiner

Verschiebungsdichte in Materie (allg.)

$$D = \varepsilon_0 \cdot E + P$$

einsetzen von P

$$D = \varepsilon_0 \cdot E + \varepsilon_0 \cdot \chi_e \cdot E$$

ausklammern

$$= \varepsilon_0 \cdot E (1 + \chi_e)$$

$$\underbrace{1 + \chi_e}_{\varepsilon_r = 1 + \chi_e}$$

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \vec{E}$$

relative Dielektrizitätszahl

$$\varepsilon_r = 1 + \chi_e$$

ε_r : ist ,nur‘ eine
Definition

polarisierbares P Medium*

$$P = \varepsilon_0 \cdot \chi_e \cdot E$$

χ_e : elektrische Suszeptibilität
„zeigt an wie ,gut‘ das Polarisieren geht“

„Polarisieren eines Mediums heißt, dass ein außen angelegtes E-Feld im Dielektrikum Ladungen derart verschiebt, dass sich lokal + und – Pole bilden (vgl. Dipol).“

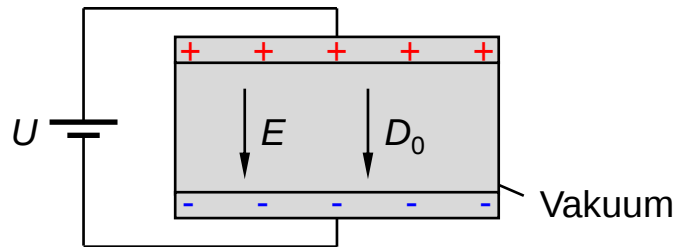
„Diese lokalen + und – Pole (vgl. Dipol) schwächen das äußere E-Feld.“

mit polarisierbarem P Medium $\varepsilon_r > 1$

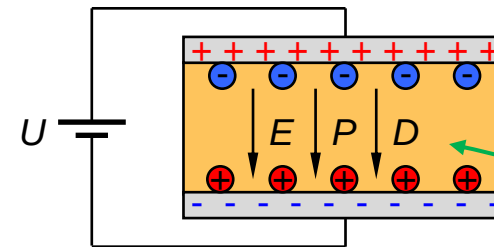
*gilt für lineare, isotrope Materie

Motivation: Dielektrika

Kondensator ohne Dielektrika



Kondensator mit Dielektrika



Frage: Was ändert sich mit einem Dielektrika?

D Verschiebungsdichte ist die **Ladung Q** pro Fläche, die nach Anlegen eines elektrischen **Felds E** auf die Platten verschoben wird.

- Lokale + und – Pole (vgl. Dipol) schwächen das äußere E-Feld.
- es kann wieder mehr Ladung auf die Kondensatorplatten verschoben werden.

$$\vec{D} = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \vec{E}^*$$

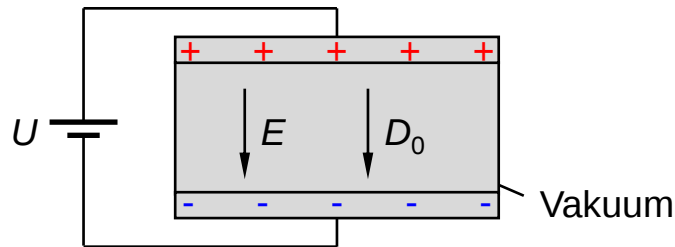
Vakuum $\epsilon_r = 1$

mit **polarisierbaren P** Medium $\epsilon_r > 1$

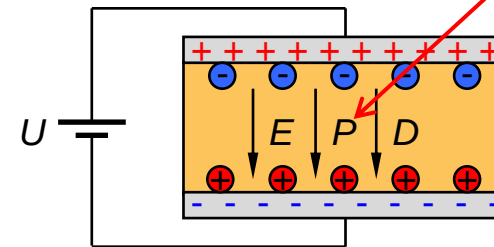
*gilt für lineare, isotrope Materie

Motivation: Dielektrika

Kondensator ohne Dielektrika



Kondensator mit Dielektrika



Nicht wundern:
Vorzeichenkonvention

Frage: Was ändert sich mit einem Dielektrika?

D Verschiebungsdichte ist die **Ladung Q** pro Fläche, die nach Anlegen eines elektrischen **Felds E** auf die Platten verschoben wird.

$$\vec{D} = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \vec{E} \quad *$$

Vakuum $\epsilon_r = 1$

mit polarisierbaren P Medium $\epsilon_r > 1$

*gilt für lineare, isotrope Materie

A2: Dielektrika

a) Nennen Sie drei dielektrische Polarisationsmechanismen und ordnen Sie diese nach steigender Resonanz- bzw. Relaxationsfrequenz des Ausfallmechanismus. **(1 Punkt)**

3.2 Polarisationsmechanismen

Grundtypen der dielektrischen Polarisation

aus der Vorlesung...

Grundtypen

Elektronenpolarisation

Auslenkung von Atomkern und -hülle
(induzierte Dipole)

Ionenpolarisation

Auslenkung von Kationen und Anionen
(induzierte Dipole)

Orientierungspolarisation

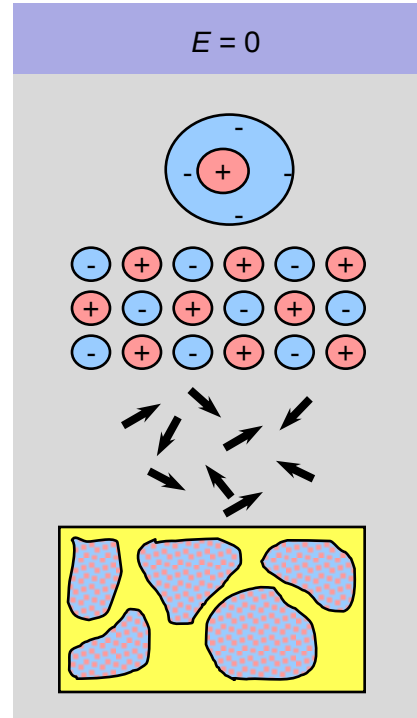
Ausrichtung permanent vorhandener
Dipole

Raumladungspolarisation

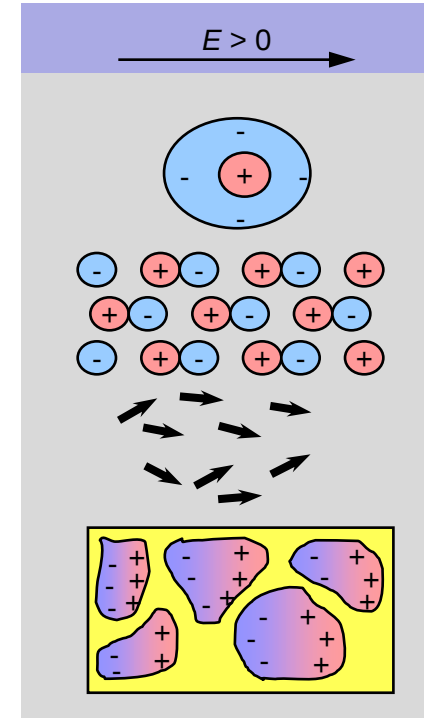
Ansammlung freier Ladungsträgern
an isolierenden Korngrenzen

[Schaumburg 1994]

$E = 0$



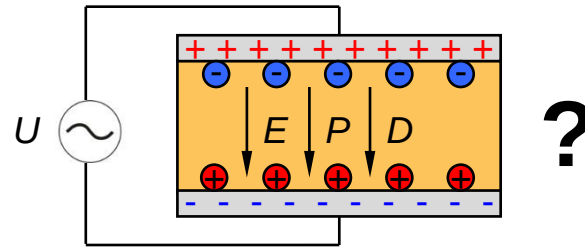
$E > 0$



A2: Dielektrika

a) Nennen Sie drei dielektrische Polarisationsmechanismen und ordnen Sie diese nach steigender Resonanz- bzw. Relaxationsfrequenz des Ausfallmechanismus. (1 Punkt)

Bisher: U Konstant



Jetzt: U Wechselspannung/-strom

A2: Dielektrika

a) Nennen Sie drei dielektrische Polarisationsmechanismen und ordnen Sie diese nach steigender Resonanz- bzw. Relaxationsfrequenz des Ausfallmechanismus. (1 Punkt)



3.2 Polarisationsmechanismen

Grundtypen der dielektrischen Polarisation

aus der Vorlesung...

Grundtypen

Elektronenpolarisation

Auslenkung von Atomkernen (induzierte Dipole)

Ionenpolarisation

Auslenkung von Kationen und Anionen (induzierte Dipole)

Orientierungspolarisation

Ausrichtung permanent vorhandener Dipole

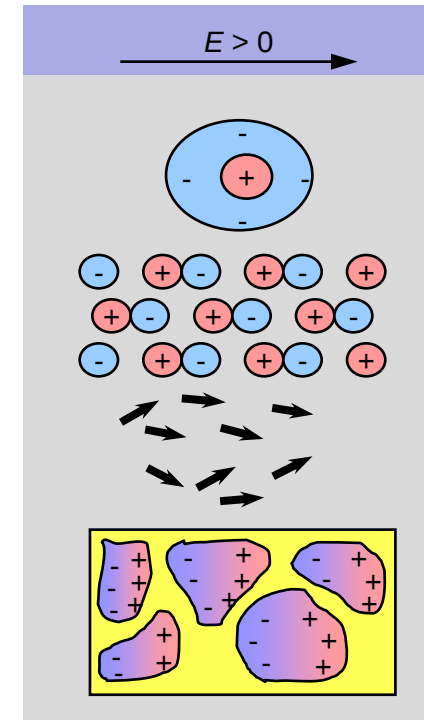
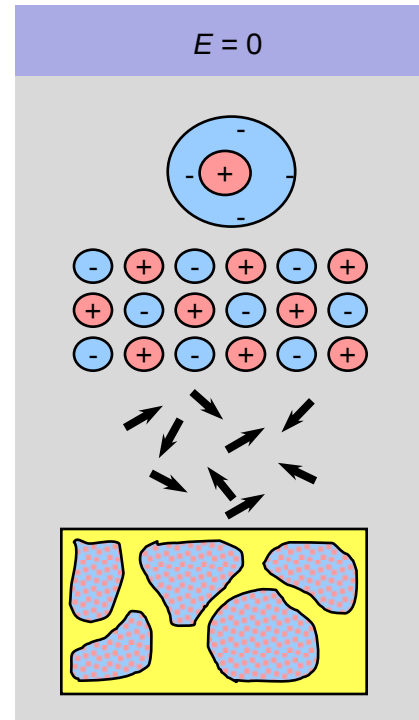
Raumladungspolarisation

Ansammlung von Ladungsträgern an isolierenden Korngrenzen

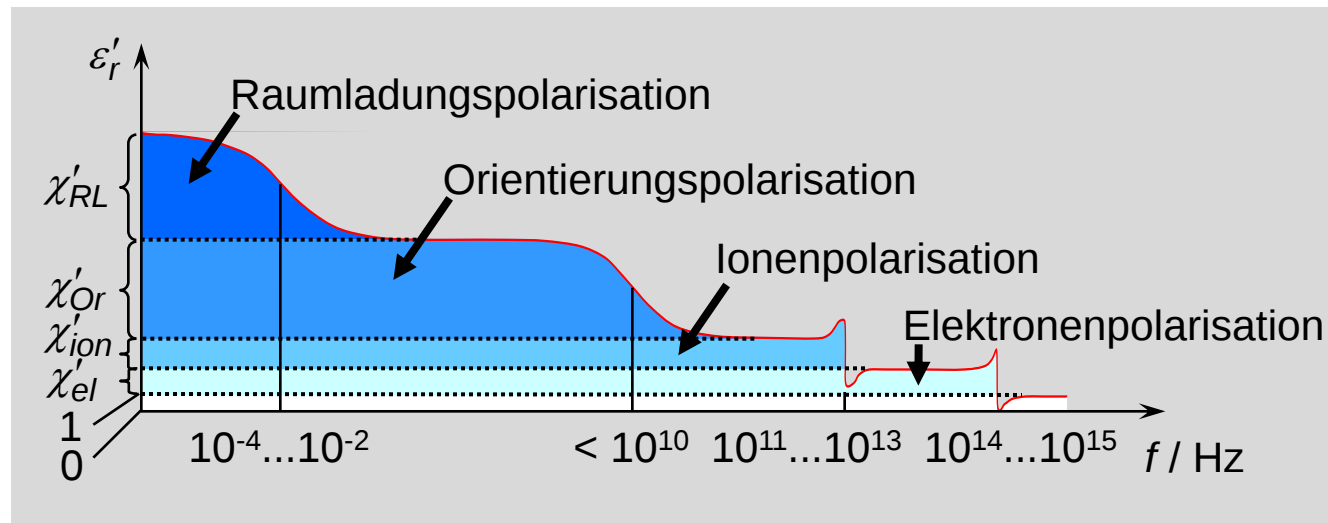
leichter gebunden, gut Beweglich

stark gebunden, schwer Beweglich

[Schaumburg 1994]



Aus der Vorlesung



Motivation (Neu): U Wechselspannung/-strom

... hat Einfluss auf die **Polarisation P** .

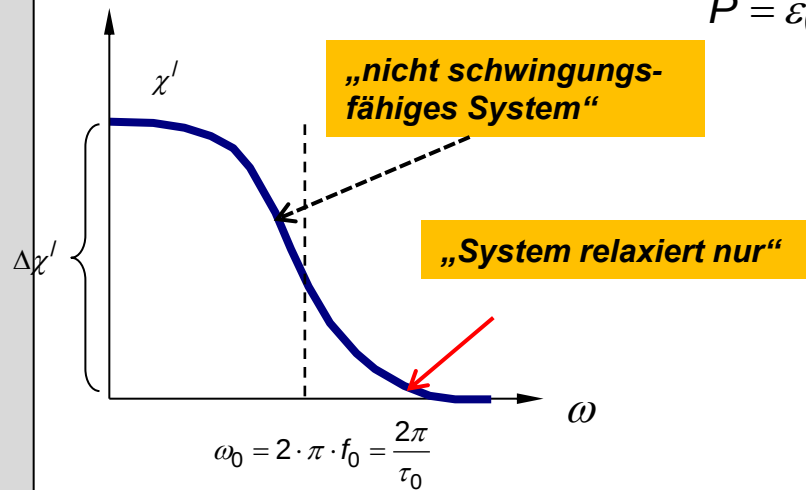
... der Einfluss ist abhängig von der jeweiligen Polarisationsart.

Relaxationsfrequenz ω_0

polarisierbares P Medium*

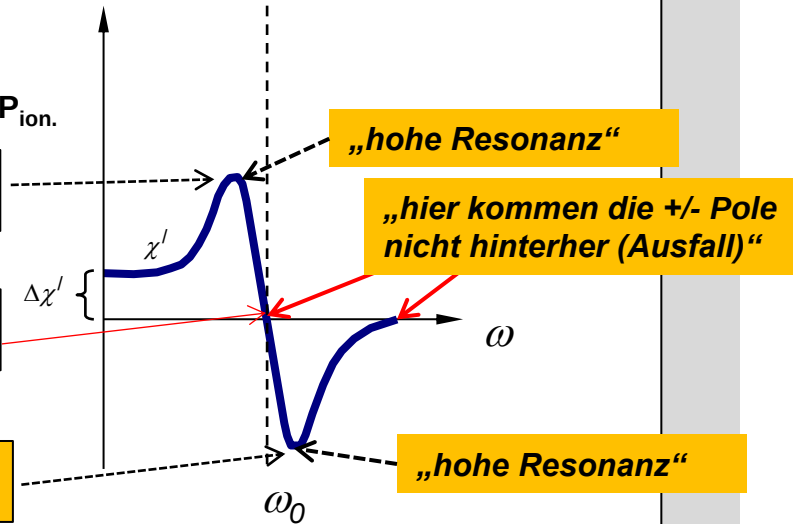
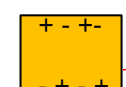
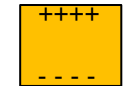
Resonanzfrequenz ω_0

$$P = \varepsilon_0 \cdot \chi_e \cdot E$$



„reagiert nicht gut auf Anregung“

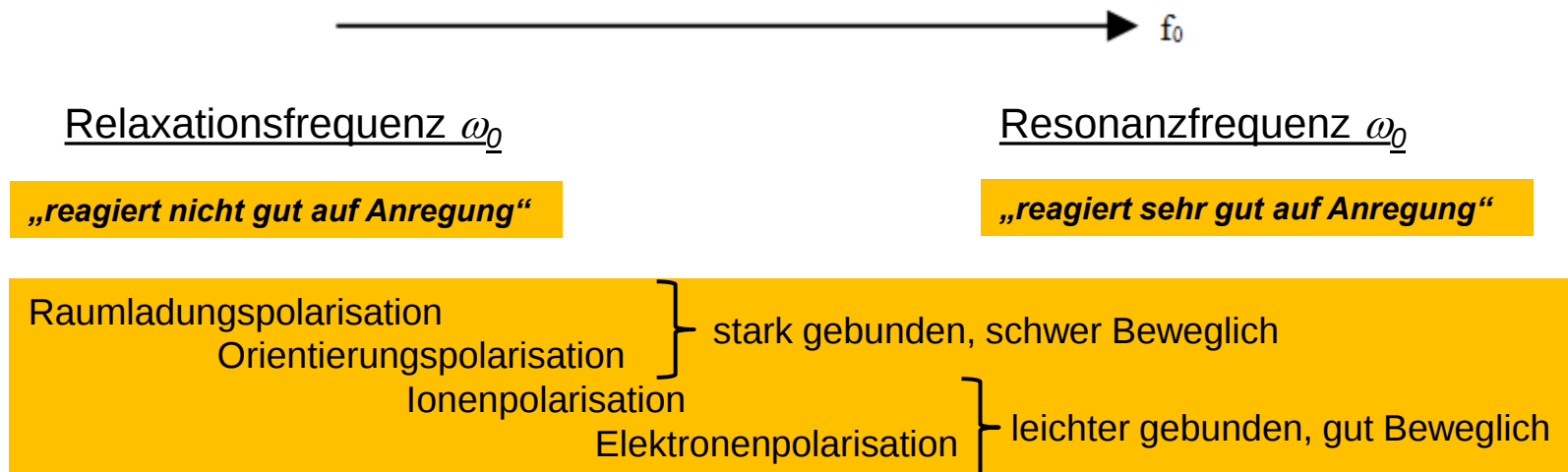
nur $P_{el.} / P_{ion.}$



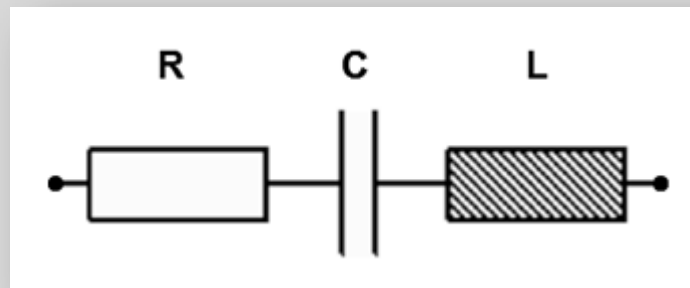
„reagiert sehr gut auf Anregung“

A2: Dielektrika

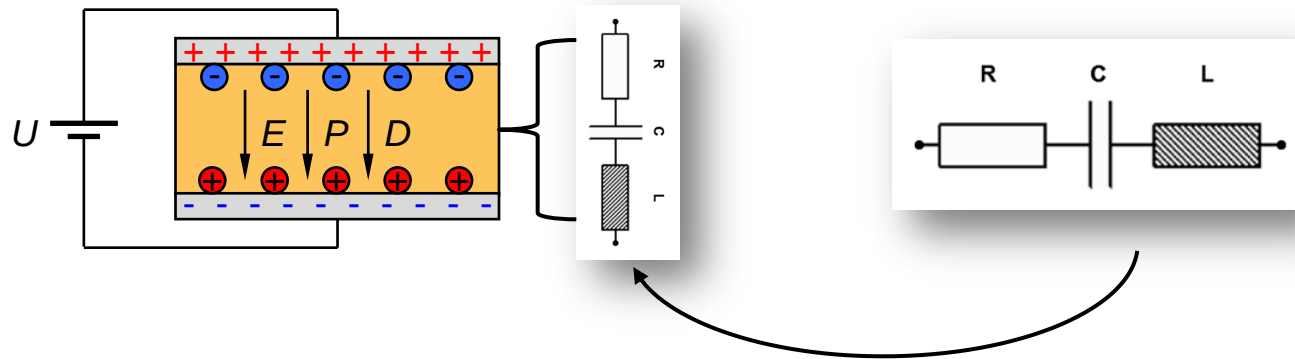
a) Nennen Sie drei dielektrische Polarisationsmechanismen und ordnen Sie diese nach steigender Resonanz- bzw. Relaxationsfrequenz des Ausfallmechanismus. (1 Punkt)



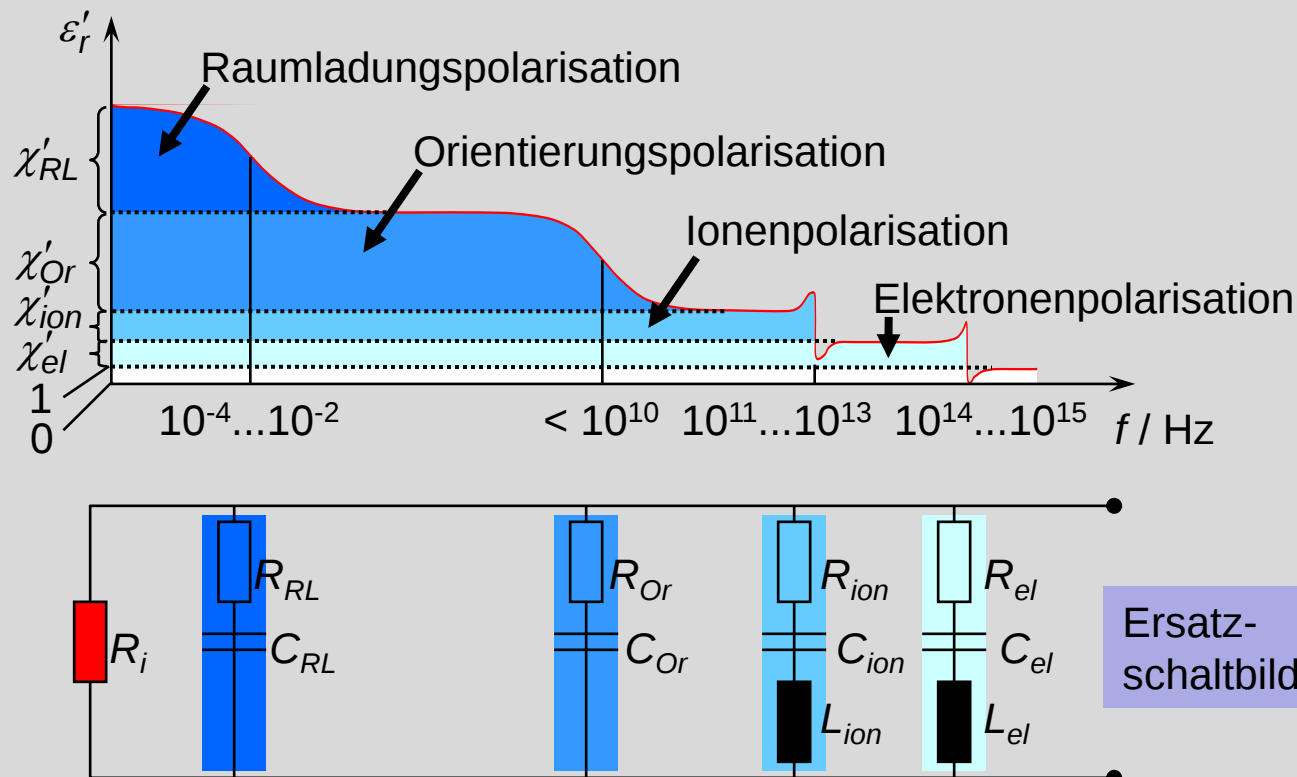
b) Nennen Sie eine dielektrische Polarisationsart, die durch das unten gezeigte elektrische Ersatzschaltbild beschrieben werden kann. (1 Punkt)



Ersatzschaltbild beschreibt die Vorgänge im Dielektrikum

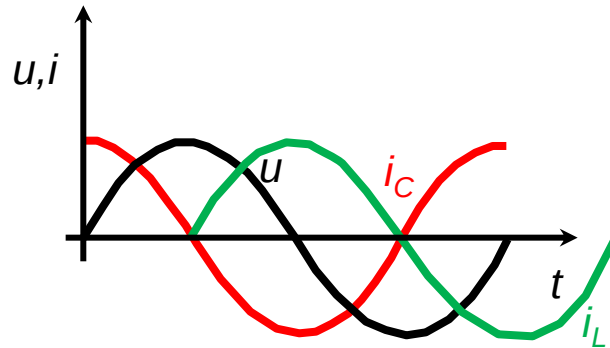


Ersatzschaltbild beschreibt die Vorgänge im Dielektrikum



R : Widerstand } Bei allen Polarisationsmechanismen vorhanden.
 C : Kapazität }

L : Induktivität } Parasitäre Effekte bei realen Kondensatoren durch Zuleitungen: bei hohen Frequenzen, also bei Ionenpolarisation und Elektronenpolarisation.



Bei Spannungsanregung

C: Kapazität

„Ströme eilen voraus“

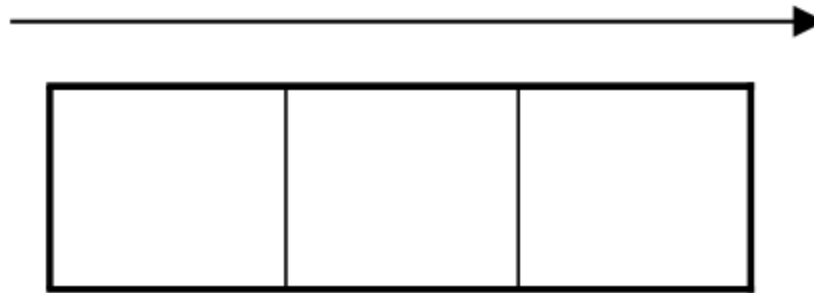
L: Induktivität

„Ströme verspäten sich“

reales System haben zusätzl. einen
ohmschen Anteil ($< 90^\circ$)

c) Ordnen Sie die Gase Neon (Ne), Helium (He) und Xenon (Xe) nach zunehmender elektrischer Suszeptibilität χ_{el} . Begründen Sie Ihre Antwort. (1 Punkt)

Zunehmende elektrische Suszeptibilität



--	--	--

c) Ordnen Sie die Gase Neon (Ne), Helium (He) und Xenon (Xe) nach zunehmender elektrischer Suszeptibilität χ_{el} . Begründen Sie Ihre Antwort. (1 Punkt)

Zunehmende elektrische Suszeptibilität



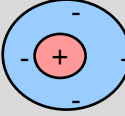
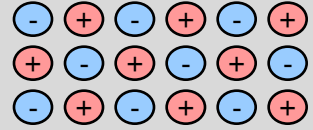
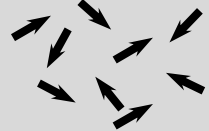
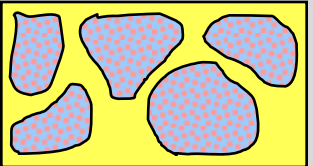
polarisierbares P Medium

$$P = \varepsilon_0 \cdot \chi_e \cdot E$$

χ_e : elektrische Suszeptibilität

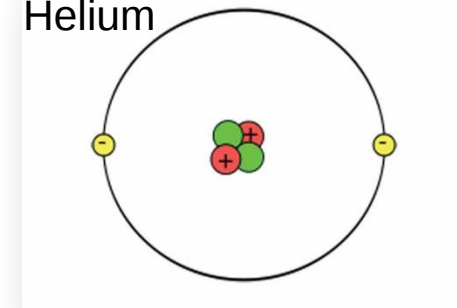
„zeigt an wie ‚gut‘ das Polarisieren geht“

„Welcher Polarisationsmechanismus liegt bei Helium vor?“

Grundtypen	$E = 0$
Elektronenpolarisation Auslenkung von Atomkern und -hülle (induzierte Dipole)	
Ionenpolarisation Auslenkung von Kationen und Anionen (induzierte Dipole)	
Orientierungspolarisation Ausrichtung permanent vorhandener Dipole	
Raumladungspolarisation Ansammlung freier Ladungsträgern an isolierenden Korngrenzen	

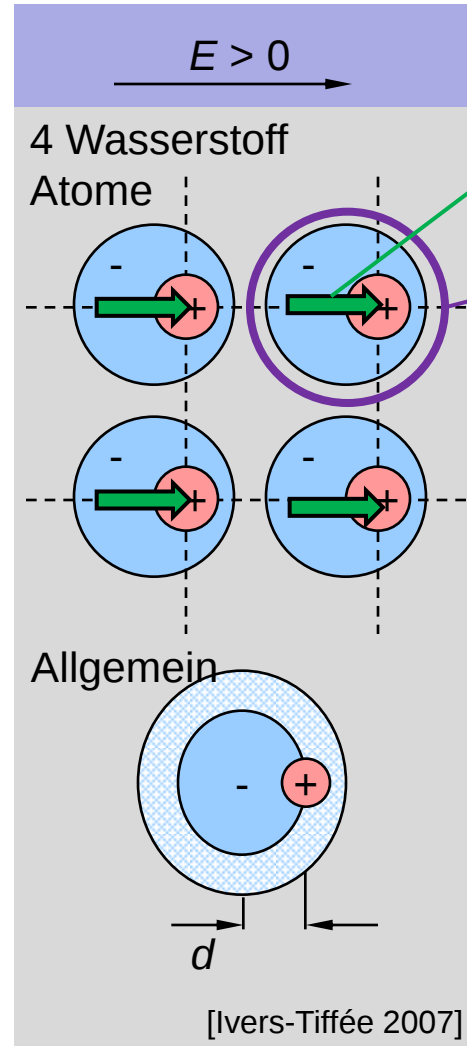
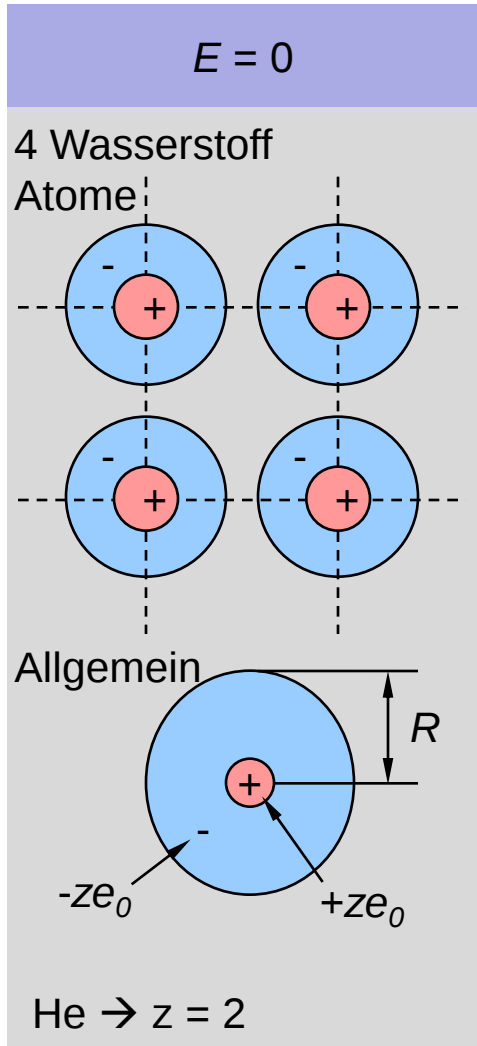
[Schaumburg 1994]

Helium



Passive Bauelemente Wintersemester 2014

Übung 6



Induziertes Dipolmoment

$$p = z \cdot e_0 \cdot d = \underbrace{4\pi\epsilon_0 \cdot R^3}_{\alpha_{el}} \cdot E = \alpha_{el} \cdot E$$

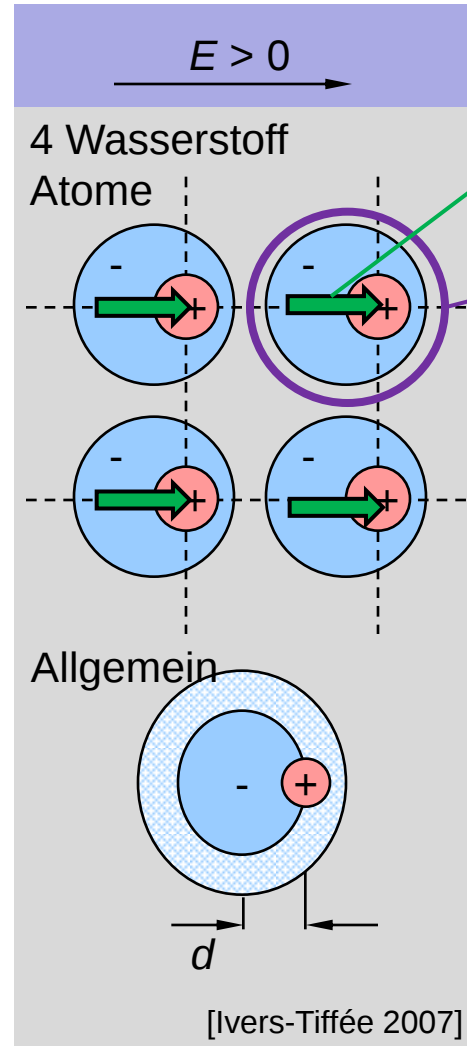
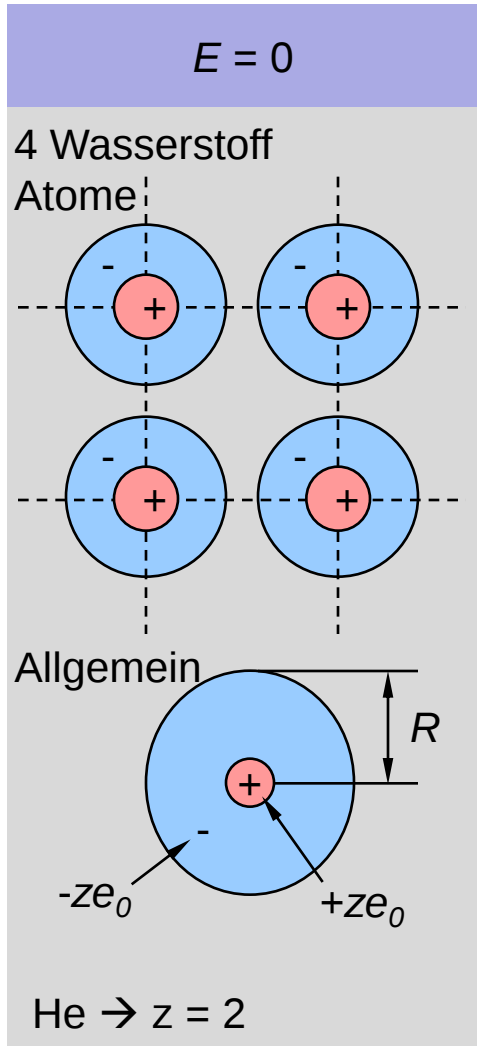
Polarisierbarkeit α_{el} des Einzelatoms

Polarisation

$$P = \frac{1}{V} \sum_{i=1}^N p_i$$

Passive Bauelemente Wintersemester 2014

Übung 6



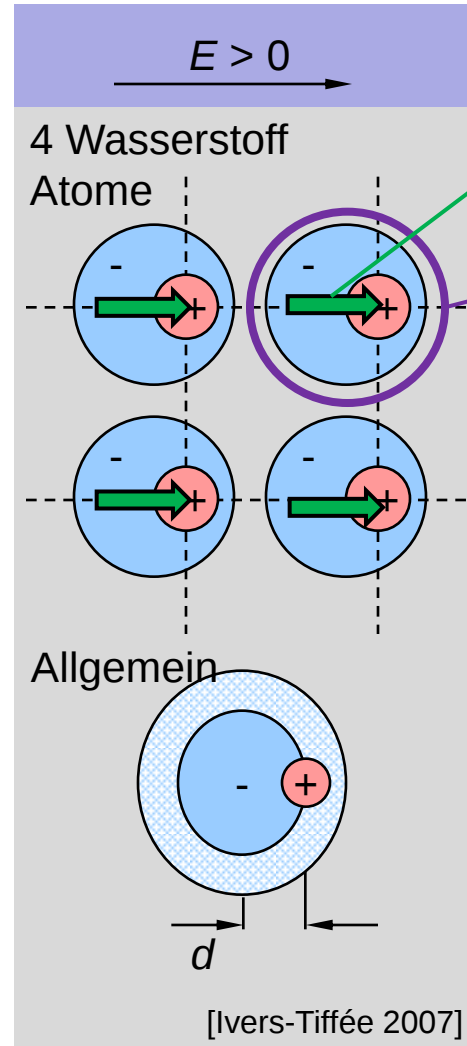
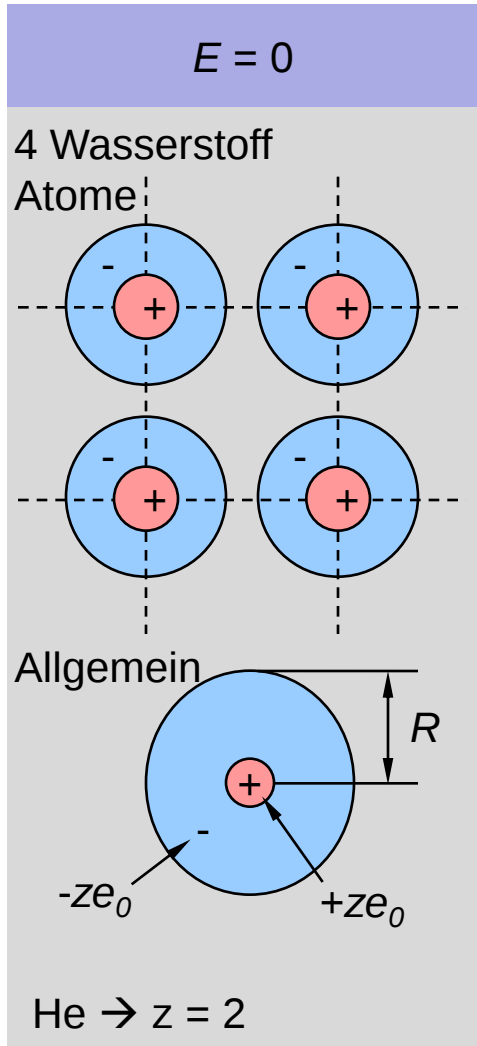
Induziertes Dipolmoment

$$p = z \cdot e_0 \cdot d = \underbrace{4\pi\epsilon_0 \cdot R^3}_{\text{Polarisierbarkeit } \alpha_{el}} \cdot E = \alpha_{el} \cdot E$$

Polarisierbarkeit α_{el} des Einzelatoms

Polarisation

$$P = \frac{1}{V} \sum_{i=1}^N p_i$$



Induziertes Dipolmoment

$$p = z \cdot e_0 \cdot d = \underbrace{4\pi\epsilon_0 \cdot R^3}_{\alpha_{el}} \cdot E = \alpha_{el} \cdot E$$

Polarisierbarkeit α_{el} des Einzelatoms

Clausius-Mossotti-Beziehung

„stellt Zusammenhang zwischen mikroskopischen Einfluss des Einzelatoms zum makroskopischen her“

$E = 0$

4 Wasserstoff Atome

Allgemein

He $\rightarrow z = 2$

$E > 0$

4 Wasserstoff Atome

Allgemein

[Ivers-Tiffée 2007]

Induziertes Dipolmoment

$$p = z \cdot e_0 \cdot d = \underbrace{4\pi\epsilon_0 \cdot R^3}_{\alpha_{el}} \cdot E = \alpha_{el} \cdot E$$

Polarisierbarkeit α_{el} des Einzelatoms

Clausius-Mossotti-Beziehung

„stellt Zusammenhang zwischen mikroskopischen Einfluss des Einzelatoms zum makroskopischen her“

Elektronische Suszeptibilität

$$\chi_{el} \approx \frac{n \cdot \alpha_{el}}{\epsilon_0} = 4\pi \cdot n \cdot R^3 \quad \text{aus der VL}$$

ist R groß sind die Bindungskräfte viel kleiner
 $\rightarrow$ Polarisierbarkeit ist erhöht!

Zunehmende elektrische Suszeptibilität



2
He

10
Ne

18
Ar

36
Kr

54
Xe

86
Rn

Begründung: Die Polarisierbarkeit (α_{el}) eines Einzelatoms steigt mit zunehmendem Atomradius (R):

$$\chi_{el} \approx \frac{n \cdot \alpha_{el}}{\epsilon_0} = 4\pi \cdot n \cdot R^3$$

Zunehmende elektrische Suszeptibilität



He (Helium)	Ne (Neon)	Xe (Xenon)
----------------	--------------	---------------

Begründung: Die Polarisierbarkeit (α_{el}) eines Einzelatoms steigt mit zunehmendem Atomradius (R):

$$\chi_{el} \approx \frac{n \cdot \alpha_{el}}{\varepsilon_0} = 4\pi \cdot n \cdot R^3$$

2 He
10 Ne
18 Ar
36 Kr
54 Xe
86 Rn

Zusammenfassung:

Relaxation/Resonanz von Dielektrika

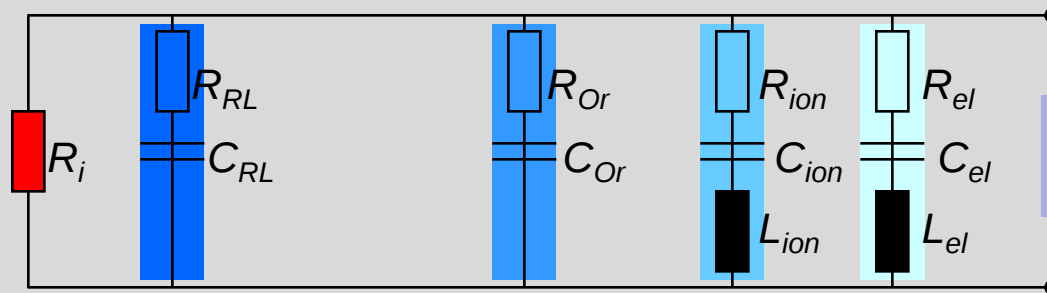
Grund: Wechselspannung/-strom

Führt bei:

„nicht schwingungsfähigem System“ → Relaxation (Raumladungs- / Orientierungspolarisation)

„System das sehr gut auf Anregung reagiert“ → Resonanz (Elektronen- / Ionenpolarisation)

Polarisationstypen können in Form eines Ersatzschaltbildes dargestellt werden



Ersatz-
schaltbild

R_i - Restwiderstand

elektrische Suszeptibilität

Beschreibt: „die Polarisierbarkeit eines Dielektrikums“.

Bei Polarisation von Gasen (el. Polarisation) steigt mit dem Atomradius.

A3: Sawyer-Tower Schaltung

Zur Bestimmung der Dielektrizitätszahl ϵ_r einer Polyesterprobe wird die in Bild 1 dargestellte Schaltung (Sawyer-Tower Schaltung) realisiert: Zwei baugleiche Plattenkondensatoren werden in Reihe geschaltet. In einen davon wird die Polyesterprobe eingebracht. Der zweite Kondensator dient als Referenz und ist luftleer.

Hinweis: In Tabelle 1 ist die gemessene Spannung am Referenzkondensator für zwei verschiedene Temperaturen bei angelegter Gleichspannung von $U_0 = 10 \text{ V}$ gegeben.

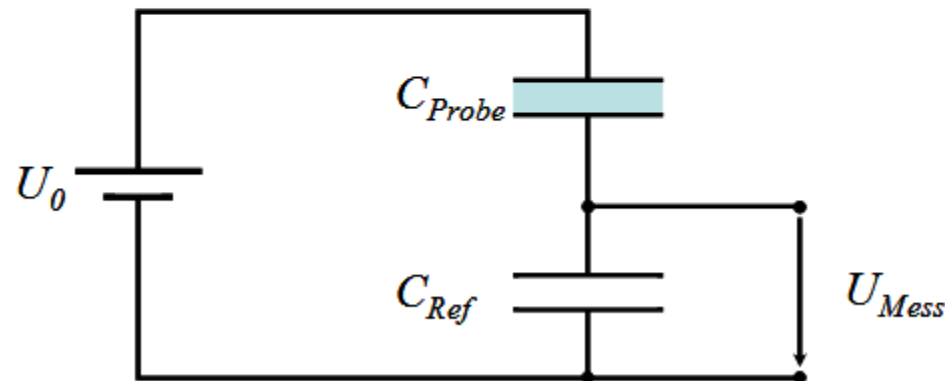


Bild 1 Schaltung zur Ermittlung der Dielektrizitätszahl eines Dielektrikums

A3: Sawyer-Tower Schaltung

Zur Bestimmung der Dielektrizitätszahl ε_r einer Polyesterprobe wird die in Bild 1 dargestellte Schaltung (Sawyer-Tower Schaltung) realisiert: Zwei baugleiche Plattenkondensatoren werden in Reihe geschaltet. In einen davon wird die Polyesterprobe eingebracht. Der zweite Kondensator dient als Referenz und ist luftleer.

Hinweis: In Tabelle 1 ist die gemessene Spannung am Referenzkondensator für zwei verschiedene Temperaturen bei angelegter Gleichspannung von $U_0 = 10 \text{ V}$ gegeben.

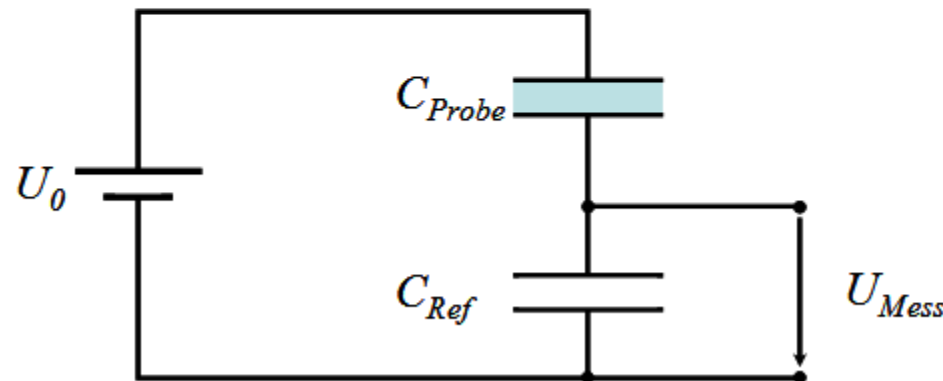
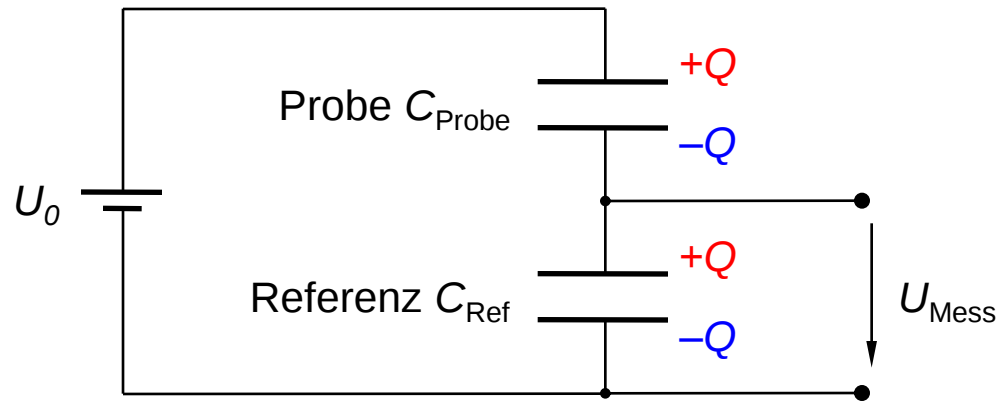


Bild 1 Schaltung zur Ermittlung der Dielektrizitätszahl eines Dielektrikums

Sawyer-Tower Schaltung

Bekannt

Serienschaltung $\rightarrow$ Ladung $Q_{Ref} = Q_{Probe} = Q$



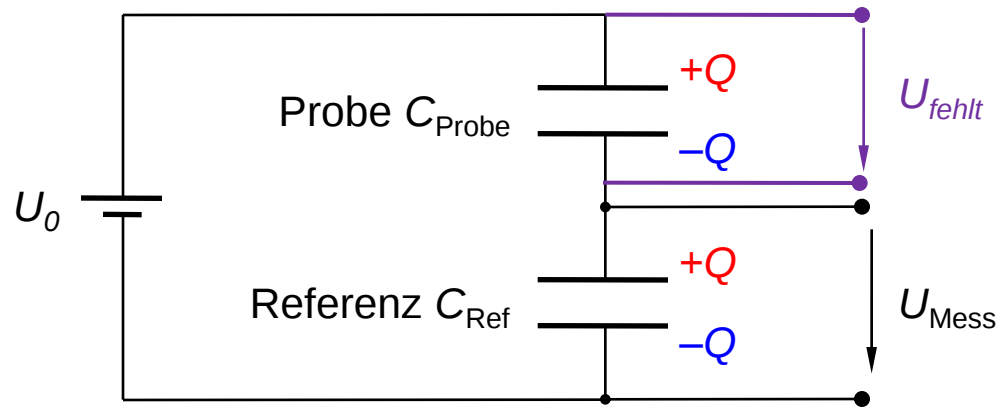
Anfangs ohne Dielektrikum

$$C_{Ref} = C_{Probe}$$

Sawyer-Tower Schaltung

Bekannt

Serienschaltung $\rightarrow$ Ladung $Q_{Ref} = Q_{Probe} = Q$



Anfangs ohne Dielektrikum

$$C_{Ref} = C_{Probe}$$

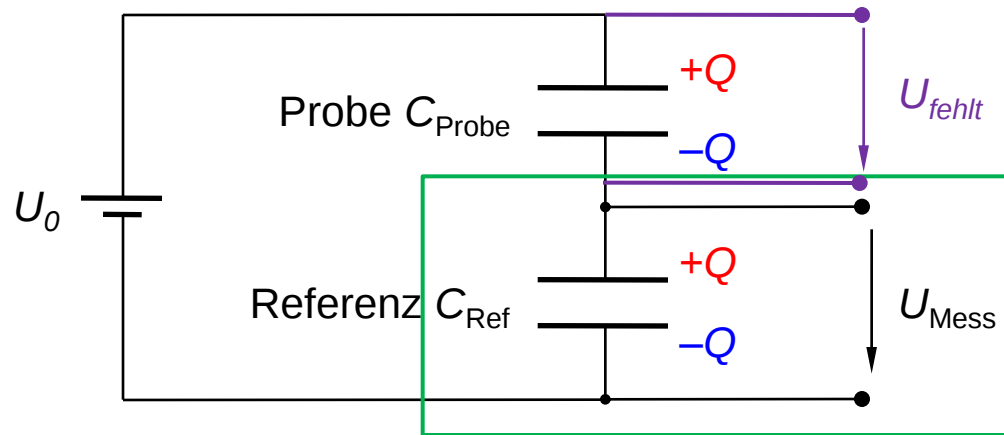
$$Q = C_{Probe} (U_0 - U_{Mess})$$

U_{fehlt}

Sawyer-Tower Schaltung

Bekannt

Serienschaltung $\rightarrow$ Ladung $Q_{Ref} = Q_{Probe} = Q$



Anfangs ohne Dielektrikum

$$C_{Ref} = C_{Probe}$$

$$Q = C_{Ref} U_{Mess}$$

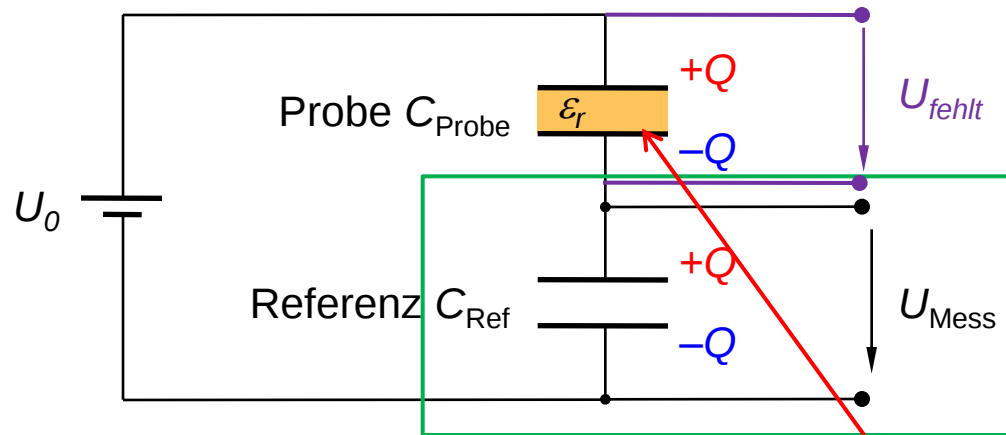
$$Q = C_{Probe} (U_0 - U_{Mess})$$

U_{fehlt}

Sawyer-Tower Schaltung

Bekannt

Serienschaltung $\rightarrow$ Ladung $Q_{Ref} = Q_{Probe} = Q$



Anfangs ohne Dielektrikum

$$C_{Ref} = C_{Probe}$$

Mit Dielektrika

$$Q = C_{Ref} U_{Mess}$$

$$Q = C_{Probe} (U_0 - U_{Mess})$$

U_{fehlt}

Frage: „Was hat sich jetzt geändert?“

$$C_{Probe} = \frac{Q}{U} = \frac{D \cdot A}{E \cdot d} = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d}$$

Bekannt

$$Q_{Ref} = Q_{Probe} = Q$$

$$Q = C_{Ref} U_{Mess}$$

$$Q = C_{Probe} (U_0 - U_{Mess})$$

Bekannt

$$Q_{\text{Ref}} = Q_{\text{Probe}} = Q$$

$$Q = C_{\text{Ref}} U_{\text{Mess}}$$

$$Q = C_{\text{Probe}} (U_0 - U_{\text{Mess}})$$

Bekannt

$$C_{\text{Probe}} = \frac{Q}{U} = \frac{D \cdot A}{E \cdot d} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{A}{d}$$

$$C_{\text{Ref}} = \frac{Q}{U} = \frac{D \cdot A}{E \cdot d} = \varepsilon_0 \cdot \frac{A}{d}$$

Bekannt

$$Q_{\text{Ref}} = Q_{\text{Probe}} = Q$$

$$Q = C_{\text{Ref}} U_{\text{Mess}}$$

$$Q = C_{\text{Probe}} (U_0 - U_{\text{Mess}})$$

Bekannt

$$C_{\text{Probe}} = \frac{Q}{U} = \frac{D \cdot A}{E \cdot d} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{A}{d}$$

$$C_{\text{Ref}} = \frac{Q}{U} = \frac{D \cdot A}{E \cdot d} = \varepsilon_0 \cdot \frac{A}{d}$$

Q gleichsetzen

$$C_{\text{Ref}} U_{\text{Mess}} = C_{\text{Probe}} (U_0 - U_{\text{Mess}})$$

Bekannt

$$Q_{\text{Ref}} = Q_{\text{Probe}} = Q$$

$$Q = C_{\text{Ref}} U_{\text{Mess}}$$

$$Q = C_{\text{Probe}} (U_0 - U_{\text{Mess}})$$

Bekannt

$$C_{\text{Probe}} = \frac{Q}{U} = \frac{D \cdot A}{E \cdot d} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{A}{d}$$

$$C_{\text{Ref}} = \frac{Q}{U} = \frac{D \cdot A}{E \cdot d} = \varepsilon_0 \cdot \frac{A}{d}$$

Q gleichsetzen

$$C_{\text{Ref}} U_{\text{Mess}} = C_{\text{Probe}} (U_0 - U_{\text{Mess}})$$

Umformen und C einsetzen

$$\frac{C_{\text{Probe}}}{C_{\text{Ref}}} = \frac{U_{\text{Mess}}}{(U_0 - U_{\text{Mess}})} = \frac{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{A}{d}}{\varepsilon_0 \cdot \frac{A}{d}} = \varepsilon_r$$

a) Berechnen Sie die Dielektrizitätszahlen ϵ_r und die Suszeptibilitäten χ_e für die angegebenen Temperaturen und tragen Sie diese in die Tabelle ein. (3 Punkte)

Tabelle 1: U_{Mess} bei unterschiedlicher Temperatur

$T / ^\circ\text{C}$	U_{Mess} / V	$\epsilon_r / -$	$\chi_e / -$
$T_1 = 25$	7,5		
$T_2 = 225$	7,0		

Für die Klausur

Hinweis: Wenn Sie die Aufgabe nicht gelöst haben, rechnen Sie mit $\epsilon_r(T_1) = 3,1$ und $\epsilon_r(T_2) = 2,4$. Im Übungsblatt angegeben!

Gerade ermittelt:

$$\frac{C_{\text{Probe}}}{C_{\text{Ref}}} = \frac{U_{\text{Mess}}}{(U_0 - U_{\text{Mess}})} = \frac{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{A}{d}}{\varepsilon_0 \cdot \frac{A}{d}} = \varepsilon_r$$

Werte einsetzen

$$\varepsilon_{r,\text{Probe}}(T_1) = \frac{U_{\text{Mess}}}{U_0 - U_{\text{Mess}}} = \frac{7,5V}{10V - 7,5V} = 3$$

$$\varepsilon_{r,\text{Probe}}(T_2) = \frac{U_{\text{Mess}}}{U_0 - U_{\text{Mess}}} = \frac{7,0V}{10V - 7,0V} = 2,33$$

b) Die Temperaturabhängigkeit der Suszeptibilität χ_e lässt sich mit folgender Formel beschreiben:

$$\chi_e(T) = K + \frac{C}{T}$$

Bestimmen Sie die temperaturunabhängige Konstante K und das Maß für die Temperaturempfindlichkeit C . **(2 Punkte)**

Werte einsetzen

$$\varepsilon_{r,Probe}(T_1) = 3$$

$$\varepsilon_{r,Probe}(T_2) = 2,33$$

relative Dielektrizitätszahl

$$\varepsilon_r = 1 + \chi_e \quad \text{umformen} \quad \chi_e = \varepsilon_r - 1$$

$$\chi_{e,Probe}(T_1) = 2$$

$$\chi_{e,Probe}(T_2) = 1,33$$

$$\chi_e(T) = K + \frac{C}{T}$$

vgl. mit Funktion:

$$f(x) = b + \frac{m}{x}$$

Tabelle 1: U_{Mess} bei unterschiedlicher Temperatur

$T / ^\circ\text{C}$	$U_{\text{Mess}} / \text{V}$	$\varepsilon_r / -$	$\chi_e / -$
$T_1 = 25$	7,5	3	2
$T_2 = 225$	7,0	2,33	1,33

Funktionswerte aus Tabelle
einsetzen:

$$2 = K + \frac{C}{273 + 25} \quad (1)$$

$$1,33 = K + \frac{C}{273 + 225} \quad (2)$$

↖
T in Kelvin

$$\chi_e(T) = K + \frac{C}{T}$$

vgl. mit Funktion:

$$f(x) = b + \frac{m}{x}$$

Tabelle 1: U_{Mess} bei unterschiedlicher Temperatur

$T / ^\circ\text{C}$	$U_{\text{Mess}} / \text{V}$	$\varepsilon_r / -$	$\chi_e / -$
$T_1 = 25$	7,5	3	2
$T_2 = 225$	7,0	2,33	1,33

Funktionswerte aus Tabelle
einsetzen:

$$2 = K + \frac{C}{273 + 25} \quad (1)$$

$$1,33 = K + \frac{C}{273 + 225} \quad (2)$$

↖
T in Kelvin

nach K auflösen...

$$\text{aus (1): } K = 2 - \frac{C}{273 + 25}$$

$$\chi_e(T) = K + \frac{C}{T}$$

vgl. mit Funktion:

$$f(x) = b + \frac{m}{x}$$

Tabelle 1: U_{Mess} bei unterschiedlicher Temperatur

$T / ^\circ\text{C}$	U_{Mess} / V	$\varepsilon_r / -$	$\chi_e / -$
$T_1 = 25$	7,5	3	2
$T_2 = 225$	7,0	2,33	1,33

Funktionswerte aus Tabelle einsetzen:

$$2 = K + \frac{C}{273 + 25} \quad (1)$$

$$1,33 = K + \frac{C}{273 + 225} \quad (2)$$

↗
T in Kelvin

nach K auflösen...

$$\text{aus (1): } K = 2 - \frac{C}{273 + 25}$$

K einsetzen

$$\text{in (2): } 1,33 = 2 - \frac{C}{273 + 25} + \frac{C}{273 + 225}$$

$$\chi_e(T) = K + \frac{C}{T}$$

vgl. mit Funktion:

$$f(x) = b + \frac{m}{x}$$

Tabelle 1: U_{Mess} bei unterschiedlicher Temperatur

$T / ^\circ\text{C}$	U_{Mess} / V	$\varepsilon_r / -$	$\chi_e / -$
$T_1 = 25$	7,5	3	2
$T_2 = 225$	7,0	2,33	1,33

Funktionswerte aus Tabelle einsetzen:

$$2 = K + \frac{C}{273 + 25} \quad (1)$$

$$1,33 = K + \frac{C}{273 + 225} \quad (2)$$

↑
T in Kelvin

nach K auflösen...

$$\text{aus (1): } K = 2 - \frac{C}{273 + 25}$$

K einsetzen

$$\text{in (2): } 1,33 = 2 - \frac{C}{273 + 25} + \frac{C}{273 + 225}$$

nach C auflösen...

nochmal...

$$1,33 = 2 - \frac{C}{273 + 25} + \frac{C}{273 + 225}$$

nach C auflösen...

$$C = \frac{-0,67}{\frac{1}{498} - \frac{1}{298}} = 497,15$$

nochmal...

$$1,33 = 2 - \frac{C}{273 + 25} + \frac{C}{273 + 225}$$

nach C auflösen...

$$C = \frac{-0,67}{\frac{1}{498} - \frac{1}{298}} = 497,15$$

in Gleichung für K einsetzen und auflösen...

$$K = 2 - \frac{C}{273 + 25}$$

$$K = 2 - \frac{497,15}{298} = 0,33$$

c) Berechnen Sie die Anteile χ_{el} und χ_{or} an der Suszeptibilität χ_e bei T_I , wenn davon ausgegangen wird, dass lediglich Elektronen- und Orientierungspolarisation auftreten. **(2 Punkte)**

Hinweis: Die Konzentration n der permanenten Dipole im Dielektrikum sei temperaturunabhängig.

Allgemein

$$\chi_e = \chi_{el} + \chi_{ion} + \chi_{or} + \chi_{RL}$$

χ_{el} : Elektronenpolarisation

χ_{ion} : Ionenpolarisation

χ_{or} : Orientierungspolarisation

χ_{RL} : Raumladungspolarisation

In Aufgabe nur $\chi_e = \chi_{el} + \chi_{or}$ (1 Punkt)

χ_{el} : Elektronenpolarisation

χ_{or} : Orientierungspolarisation

Hinweis: Die Konzentration n der permanenten Dipole im Dielektrikum sei temperaturunabhängig.

Additive Zusammensetzung

$\chi_e = \chi_{el} + \chi_{or}$, da n und ϵ_0 konstant

Es gilt also

$$\chi_e = \chi_{el} + \chi_{or}$$

χ_{el} : Elektronenpolarisation

χ_{or} : Orientierungspolarisation

Temperaturabhängigkeit

$$\chi_e(T) = K + \frac{C}{T}$$

$K = 0,33$

$C = 497,15$

Es gilt also

$$\chi_e = \chi_{el} + \chi_{or}$$

χ_{el} : Elektronenpolarisation

χ_{or} : Orientierungspolarisation

Temperaturabhängigkeit

$$\chi_e(T) = K + \frac{C}{T}$$

$$K = 0,33$$

$$C = 497,15$$

Elektronenpolarisation ist temperaturunabhängig,
damit $\chi_{el} = K = 0,33$

$$TK_{\alpha_{el}} \cong 0$$

Elektronenbahnen sind durch
Temperatur kaum beeinflusst!

Es gilt also

$$\chi_e = \chi_{el} + \chi_{or}$$

χ_{el} : Elektronenpolarisation

χ_{or} : Orientierungspolarisation

Temperaturabhängigkeit

$$\chi_e(T) = K + \frac{C}{T}$$

$$K = 0,33$$

$$C = 497,15$$

Elektronenpolarisation ist temperaturunabhängig,
damit $\chi_{el} = K = 0,33$

$$TK_{\alpha_{el}} \cong 0$$

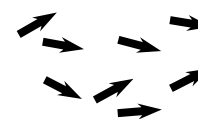
Elektronenbahnen sind durch
Temperatur kaum beeinflusst!

Bei **Orientierungspolarisation** gilt:

$$\text{damit } \chi_{or} = C/T = 497,15/298 = 1,67$$

$$TK_{\alpha_{or}} = -\frac{1}{T}$$

$$\text{Oder } \chi_{or} = \chi_e - \chi_{el} = 2 - 0,33 = 1,67$$



Temperatur erhöht
Unordnung (Entropie)
im System.

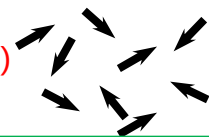


Tabelle 1: U_{Mess} bei unterschiedlicher Temperatur

$T / ^\circ\text{C}$	U_{Mess} / V	$\epsilon_r / -$	$\chi_e / -$
$T_1 = 25$	7,5	3	2
$T_2 = 225$	7,0	2,33	1,33

d) Die Gleichspannung U_0 wird nun durch eine Wechselspannung $U_{\sim}$ ersetzt. Zeichnen Sie das Ersatzschaltbild des Probenkondensators für das gesamte Frequenzspektrum und kennzeichnen Sie die entsprechenden Bauteile. (2 Punkte)

d) Die Gleichspannung U_0 wird nun durch eine Wechselspannung $U_{\sim}$ ersetzt. Zeichnen Sie das Ersatzschaltbild des Probenkondensators für das gesamte Frequenzspektrum und kennzeichnen Sie die entsprechenden Bauteile. (2 Punkte)

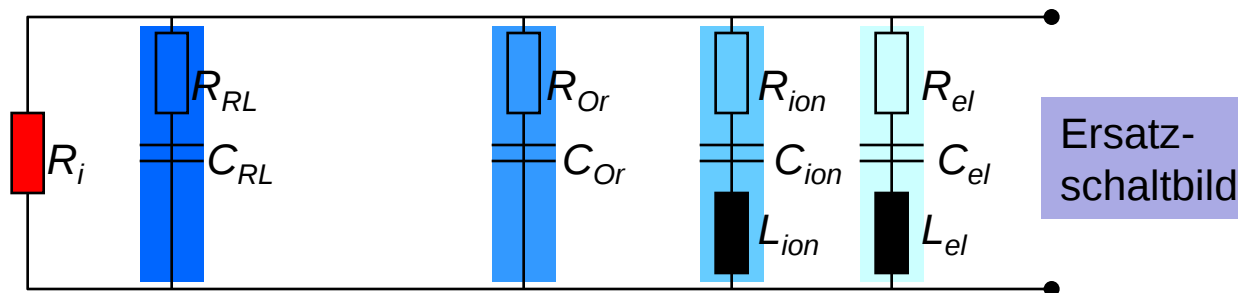
Jetzt wieder Wechselspannung U
→ Frequenzabhängigkeit der Prozesse relevant

d) Die Gleichspannung U_0 wird nun durch eine Wechselspannung U ersetzt. Zeichnen Sie das Ersatzschaltbild des Probenkondensators für das gesamte Frequenzspektrum und kennzeichnen Sie die entsprechenden Bauteile. (2 Punkte)

Jetzt wieder Wechselspannung U
→ Frequenzabhängigkeit der Prozesse relevant

Uns bereits bekannt...

Polarisationstypen können in Form eines Ersatzschaltbildes dargestellt werden

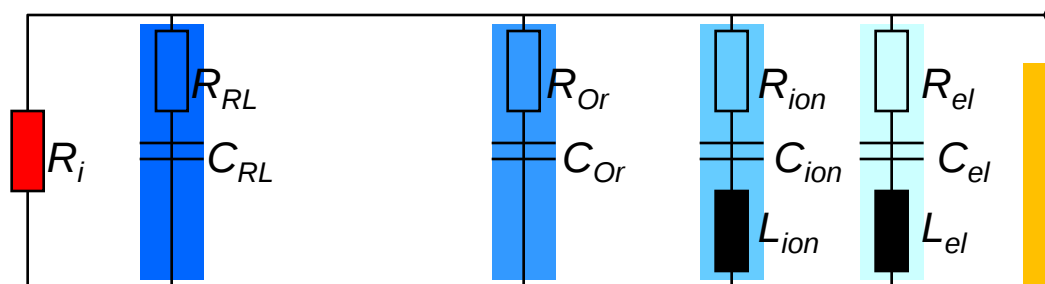


d) Die Gleichspannung U_0 wird nun durch eine Wechselspannung U ersetzt. Zeichnen Sie das Ersatzschaltbild des Probenkondensators für das gesamte Frequenzspektrum und kennzeichnen Sie die entsprechenden Bauteile. (2 Punkte)

Jetzt wieder Wechselspannung U
 → Frequenzabhängigkeit der Prozesse relevant

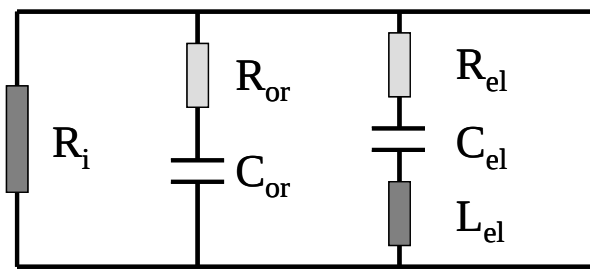
Uns bereits bekannt...

Polarisationstypen können in Form eines Ersatzschaltbildes dargestellt werden



$$\chi_e = \chi_{el} + \chi_{or}$$

χ_{el} : Elektronenpolarisation
 χ_{or} : Orientierungspolarisation



Parallelschaltung aus Restwiderstand R_i und den Widerständen aufgrund von Orientierungspolarisation und Elektronenpolarisation.

Klausur: 1P wenn 2 richtig, 2P wenn alle richtig (auch wenn zusätzl. weitere Polarisationsmechanismen gezeichnet sind)

e) In einem weiteren Experiment wird, wieder bei Gleichspannung, die Polyesterprobe durch einen Diamant ersetzt. Welche Änderung der Messspannung U_{Mess} ergibt sich daraus bei der Temperaturänderung von T_1 auf T_2 ? (1 Punkt)

„Woher wissen sie das?“

- ~~*Ionenpolarisation: Diamant besteht ausschließlich aus Kohlenstoff*~~
- ~~*Orientierungspolarisation: keine permanenten Dipole vorhanden*~~
- ~~*Raumladungspolarisation: keine freie Ladungsträgerdiffusion an Korngrenzen*~~

„Woher wissen sie das?“

- ~~*Ionenpolarisation: Diamant besteht ausschließlich aus Kohlenstoff*~~
- ~~*Orientierungspolarisation: keine permanenten Dipole vorhanden*~~
- ~~*Raumladungspolarisation: keine freie Ladungsträgerdiffusion an Korngrenzen*~~

- Bei Diamant tritt lediglich Elektronenpolarisation auf.
- Die Elektronenpolarisation ist temperaturunabhängig, damit kommt es infolge einer Temperaturerhöhung zu keiner Änderung der Messspannung.

„Woher wissen sie das?“

- ~~*Ionenpolarisation: Diamant besteht ausschließlich aus Kohlenstoff*~~
- ~~*Orientierungspolarisation: keine permanenten Dipole vorhanden*~~
- ~~*Raumladungspolarisation: keine freie Ladungsträgerdiffusion an Korngrenzen*~~

- Bei Diamant tritt lediglich Elektronenpolarisation auf.
- Die Elektronenpolarisation ist temperaturunabhängig, damit kommt es infolge einer Temperaturerhöhung zu keiner Änderung der Messspannung.

Klausur:

- temperaturunabhängig
- kaum / nicht Änderung

Zusammenfassung:

Bestimmung ϵ_r und χ_e
Sawyer-Tower Schaltung



(Temperaturabhängige) Anteile der Suszeptibilität χ_e



Elektronenpolarisation (TK = 0)

Auslenkung von Atomkern und -hülle
(induzierte Dipole)

Orientierungspolarisation (TK = $-1/T$)

Ausrichtung permanent vorhandener
Dipole

Ersatzschaltbild des Probenkondensators

Zuordnung der Verlustprozesse im Frequenzbereich



Dielektrikum ersetzt

Änderung für: Polyester durch Diamant
(temperaturunabhängige Suszeptibilität) ersetzt



A4: Dielektrische Verlustmechanismen

In Bild 2 sind zwei mögliche Verläufe für das Dispersionsspektrum $\chi'(\omega)$ der Polarisation gegeben.

a) Ordnen Sie die Begriffe Resonanz und Relaxation zu und zeichnen Sie jeweils das entsprechende Verlustspektrum $\chi''(\omega)$ ein. (2 Punkte)

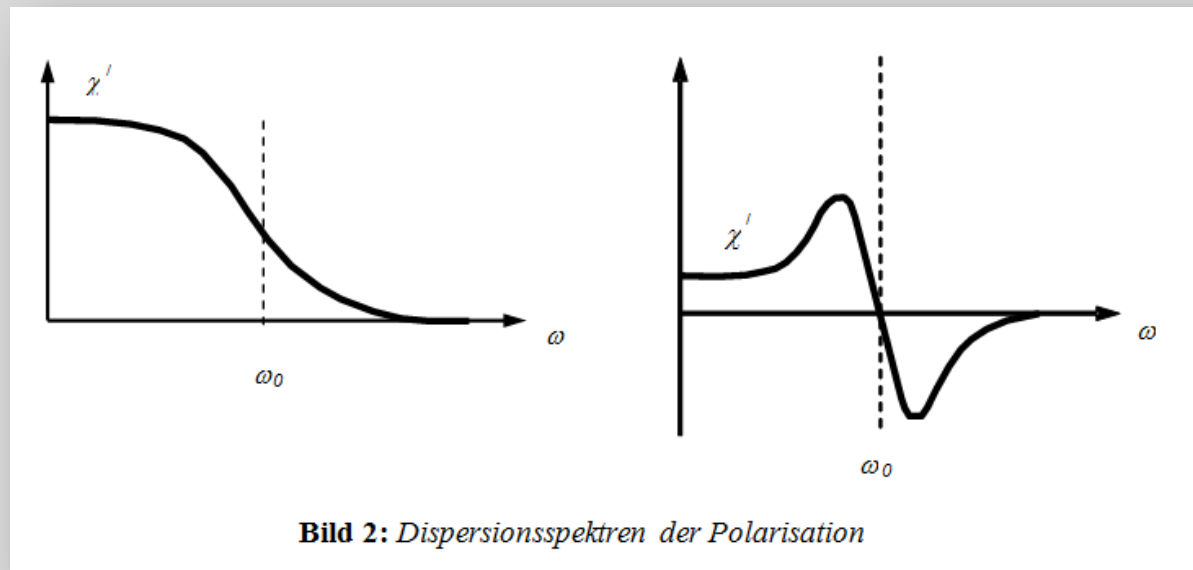


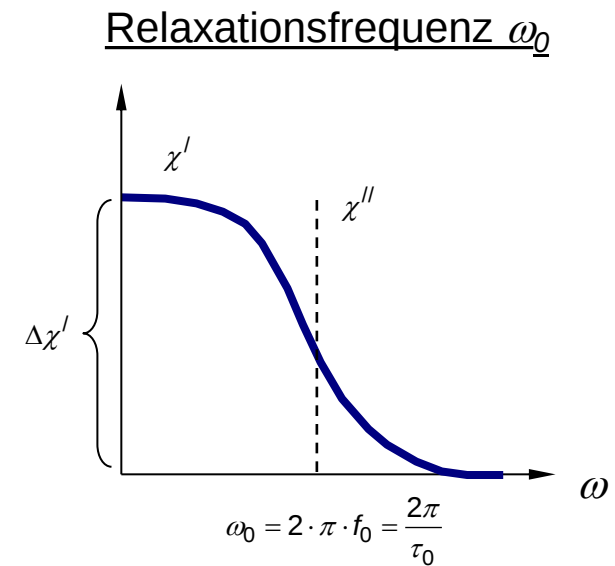
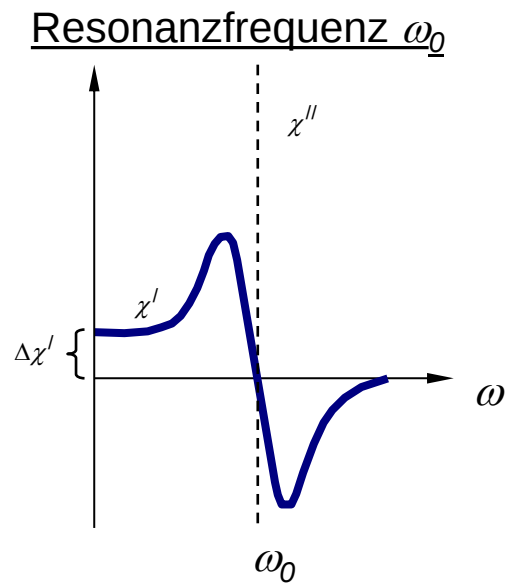
Bild 2: Dispersionsspektren der Polarisation

Bereits bekannt

U Wechselspannung/-strom

... hat Einfluss auf die Polarisation.

... der Einfluss ist abhängig von der jeweiligen Polarisationsart.

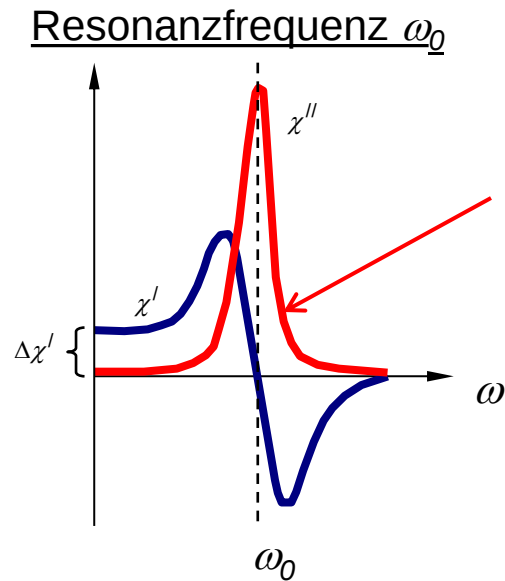


Bereits bekannt

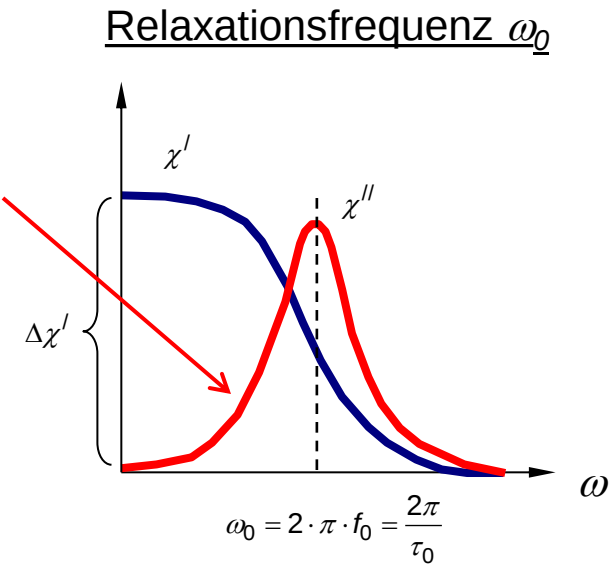
U Wechselspannung/-strom

... hat Einfluss auf die Polarisation.

... der Einfluss ist abhängig von der jeweiligen Polarisationsart.



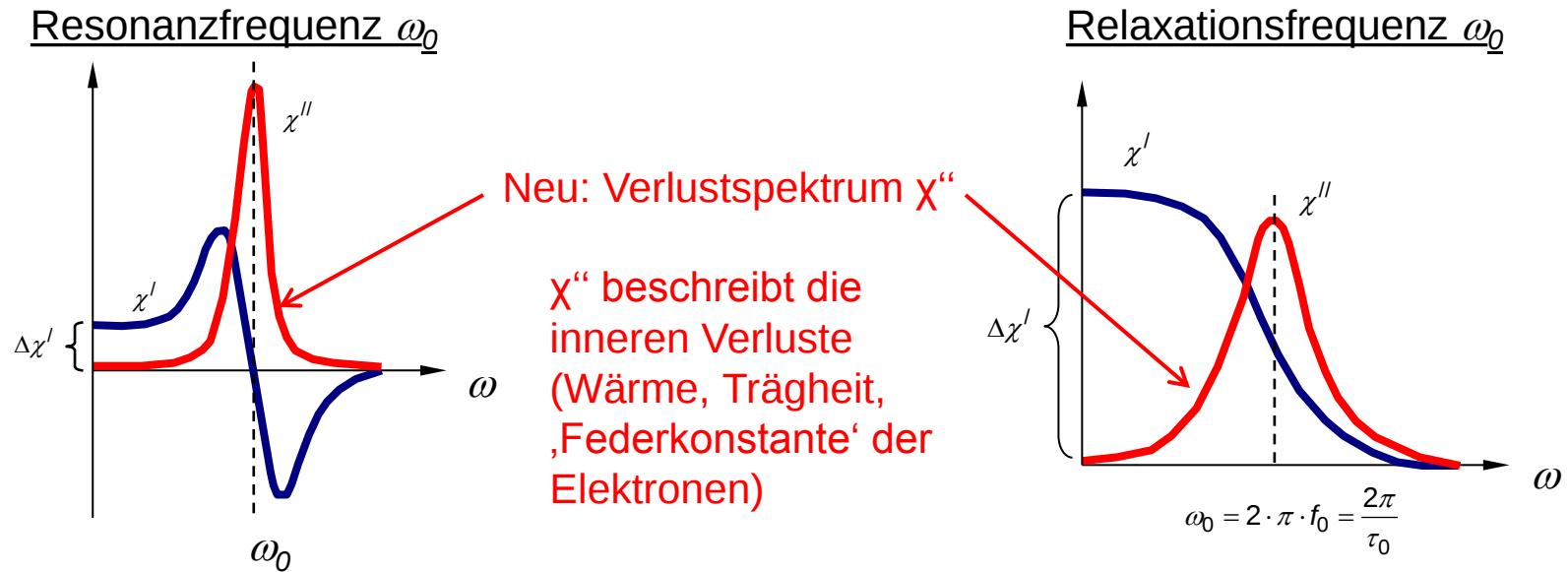
Neu: Verlustspektrum χ''

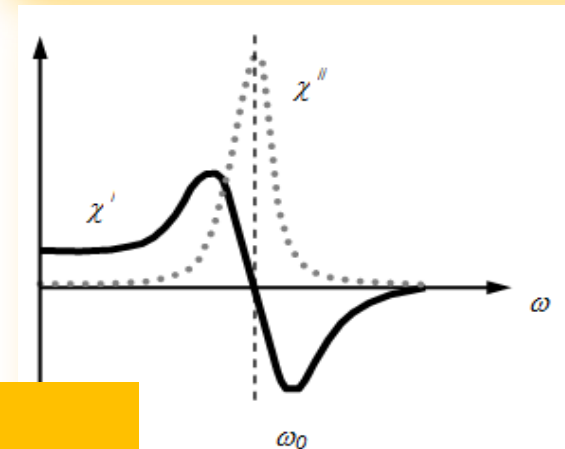
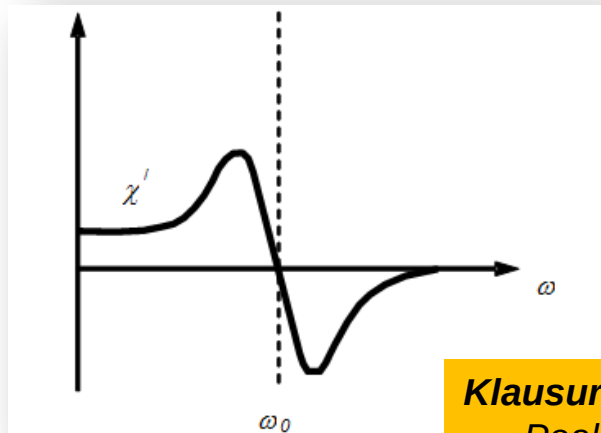
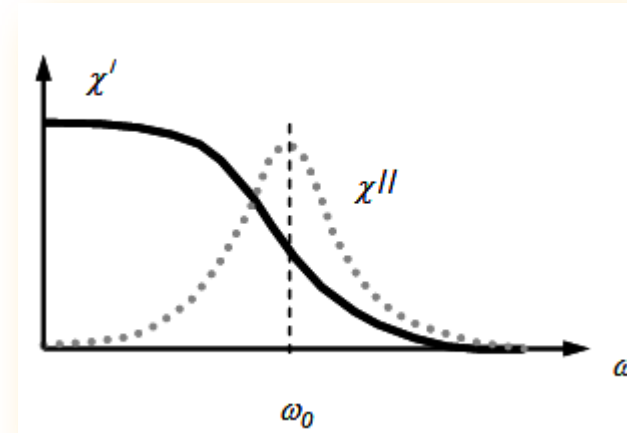
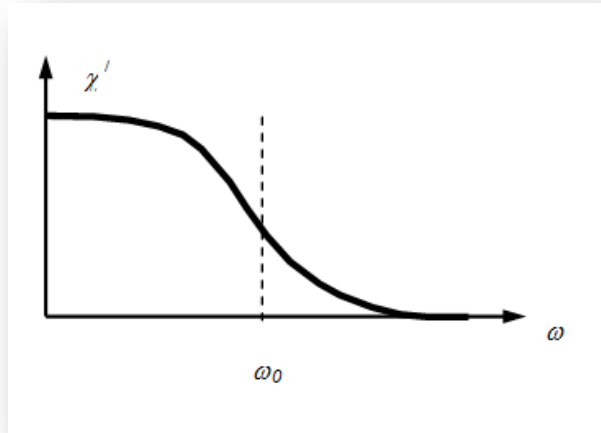


noch allgemeiner gilt eine komplexe Dielektrizitätszahl

$$\varepsilon_r(\omega) = \varepsilon_r'(\omega) - j\varepsilon_r''(\omega)$$

entsprechend eine komplexe el. Suszeptibilität





Klausur:

- Peakbreite relevant
- Abstand zu χ'' -Achse genau

A4: Dielektrische Verlustmechanismen

In Bild 2 sind zwei mögliche Verläufe für das Dispersionsspektrum $\chi'(\omega)$ der Polarisation gegeben.

b) Geben Sie zu jedem der Verläufe aus Aufgabenteil a) einen Polarisationsmechanismus an.
(1 Punkt)

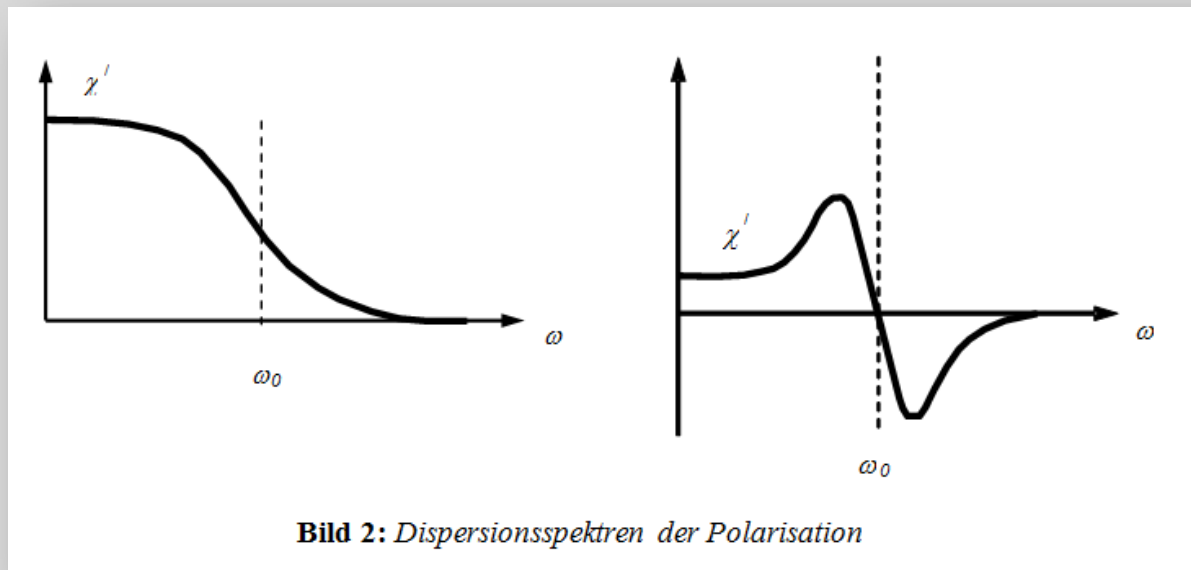
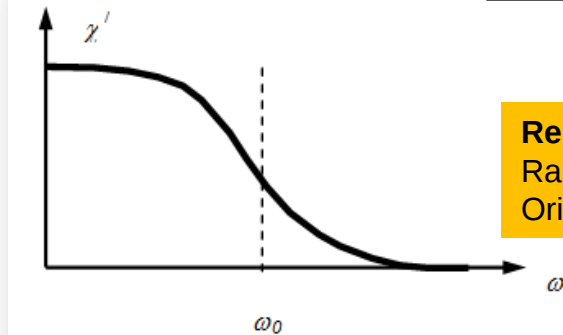
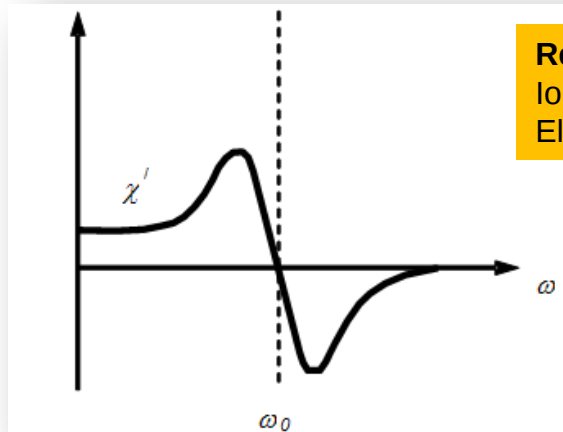
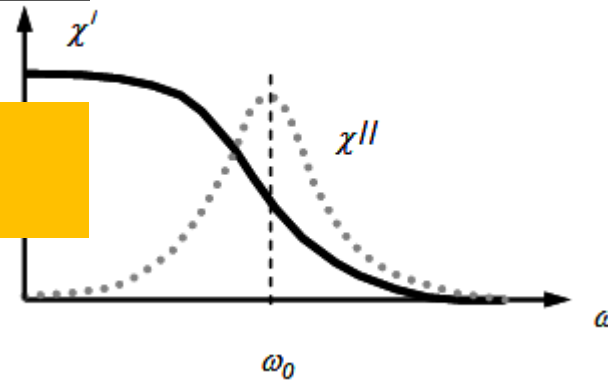


Bild 2: Dispersionsspektren der Polarisation

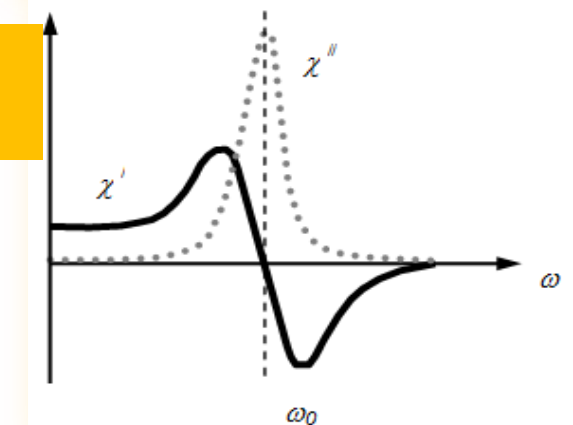
Auch bereits bekannt ...



Relaxation:
Raumladungspolarisation,
Orientierungspolarisation



Resonanz:
Ionenpolarisation,
Elektronenpolarisation



Zusammenfassung:

Dispersionspektrum

innere Verluste (Imaginärteil von ϵ/χ)



Verlustmechanismen (frequenzabhängig)

Resonanz

Elektronenpolarisation

Auslenkung von Atomkern und -hülle
(induzierte Dipole)

Ionenpolarisation

Auslenkung von Kationen und Anionen
(induzierte Dipole)

Relaxation

Orientierungspolarisation

Ausrichtung permanent vorhandener
Dipole

Raumladungspolarisation

Ansammlung freier Ladungsträgern
an isolierenden Korngrenzen



Vielen Dank!