

Bachelorprüfung

"Systemdynamik und Regelungstechnik"

29. Juli 2016

Aufgabenblätter

Die Lösungen sowie der vollständige und nachvollziehbare Lösungsweg sind in die dafür vorgesehenen Lösungsblätter einzutragen. Nur diese werden bewertet. Bitte verwenden Sie nur dokumentenechtes Schreibgerät.

Bitte tragen Sie Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer auf dem ersten Lösungsblatt ein und geben Sie am Ende der Prüfung alle Lösungsblätter ab.

Aufgabe 1

(ca. 25 %)

- a) Gegeben seien die untenstehenden Streckenübertragungsfunktionen G_i . Beurteilen Sie, ob das jeweils rechts genannte Reglerentwurfsverfahren für die entsprechende Strecke geeignet ist! Falls nicht, begründen Sie jeweils Ihr Urteil!

(i) $G_1(s) = \frac{s^2 + 2s + 4}{2s^2 + 6s + 12}$ Reglerentwurf nach Ziegler-Nichols

(ii) $G_2(s) = \frac{s^3 + s^2 - 2s + 10}{(s+1)^2(s+4)}$ (vollständiger) Kompensationsregler

(iii) $G_3(s) = \frac{s+1}{s^3 + 4s^2 + s - 2}$ Wurzelortskurvenverfahren

(iv) $G_4(z) = \frac{(z-0,5)(z+0,4)}{(z+2)(z+1)(z+0,8)}$ Deadbeat-Regler

- b) Nun soll für die Strecke $G_s(s) = \frac{1}{(s+1)^3}$ ein PI-Regler $G_R(s)$ mithilfe der Einstellregeln nach Ziegler-Nichols entworfen werden.

- (i) Erläutern Sie das prinzipielle Vorgehen beim Reglerentwurf nach Ziegler-Nichols!
- (ii) Berechnen Sie $G_R(s)$!

- c) Sind die untenstehenden Aussagen korrekt? Falls nicht, nennen Sie ein Gegenbeispiel!

- (i) „Jedes Minimalphasensystem ist stabil“
- (ii) „Instabile Strecken können mit einem reinen P-Regler nicht stabilisiert werden“
- (iii) „Jeder Allpass ist nichtminimalphasig“

- d) Untersuchen Sie die folgenden Systeme auf Linearität und Zeitinvarianz ($u(t)$ = Eingang, $y(t)$ = Ausgang)

(i) $y(t) = u(t)e^{5t}$

(ii) $y(t) - \dot{u}(t) + \ddot{y}(t) = 1$

Aufgabe 2

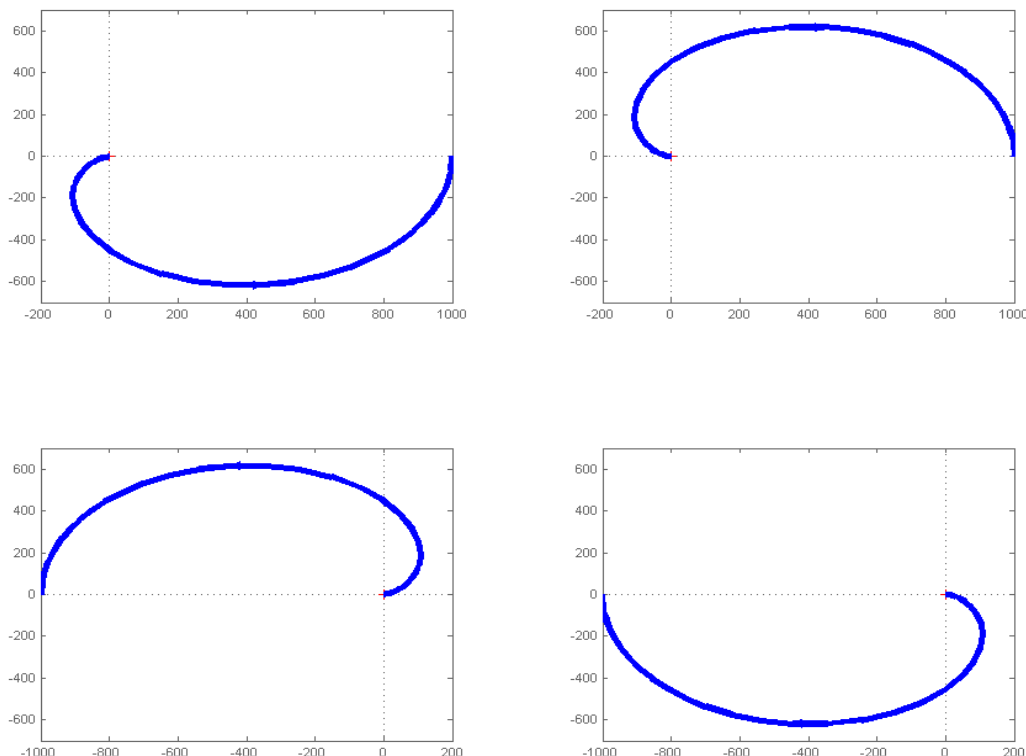
(ca. 25 %)

Für das diesjährige IRS-Sommerfest ist ein Open-Air-Bühnenprogramm mit Livemusik geplant. Im vergangenen Jahr wurde eine ähnliche Veranstaltung jedoch durch ständige akustische Rückkopplungen („Feedback“) zwischen Lautsprecher und Mikrofon gestört. Dieses Phänomen kann auftreten, wenn Lautsprecher und Mikrofon zu nahe beieinander positioniert sind oder wenn die Verstärkung K des Mikrofonsignals zu hoch ist. Dann verstärkt sich das aufgenommene Lautsprechersignal fortwährend selbst, was zu unangenehmem, schrillum „Pfeifen“ führt.

- a) Durch Messungen an der Membran des Lautsprechers wurde die Übertragungsfunktion des Schalldrucks wie folgt bestimmt (mit $p_L(t)$ = Schalldruck am Ausgang des Lautsprechers und $u(t)$ = Eingangsspannung des Lautsprechers):

$$G_L(s) = \frac{P_L(s)}{U(s)} = 10^3 \cdot \frac{s^2}{(s+200)(s+500)} \quad (2.1)$$

- (i) Zeichnen Sie die Frequenzkennlinien in Bode-Darstellung (getrennt nach Amplitude und Phase) für $G_L(s)$ in das vorgegebene logarithmische Papier in den Lösungsblättern. Beachten Sie die geänderte Skalierung!
- (ii) Welche der folgenden vier in Abbildung 1 gezeigten Nyquist-Ortskurven gehört zu $G_L(j\omega)$? Kreuzen Sie die richtige Antwort in den Lösungsblättern an und zeichnen Sie dort die korrekte Pfeilrichtung ein!

**Abbildung 1**

- (iii) Wie lautet die Übertragungsfunktion $\bar{G}_L(j\omega)$ des Systems zu der in Abbildung 2 gezeigten Nyquist-Ortskurve?

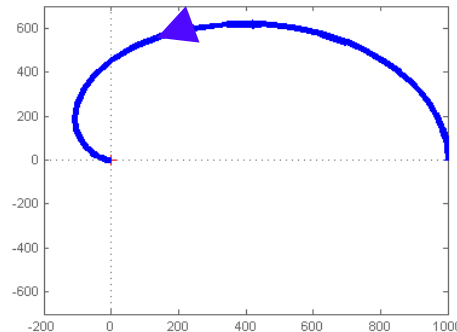


Abbildung 2

- (iv) Das System $G_L(s)$ aus (2.1) soll in MATLAB implementiert werden. Vervollständigen Sie die beiden Codezeilen in den Lösungsblättern, um $G_L(s)$ sowohl in polynomialer Form als auch in Pol-Nullstellen-Form abzuspeichern!
- b) Zur Abnahme der Musiker soll ein hochwertiges Kondensatormikrofon zum Einsatz kommen (siehe Abbildung 3). Es besteht aus einer dünnen, metallischen Membran (Masse m), welche in Abhängigkeit von ihrer Auslenkung $x(t)$ ein elektrisches Wechselfeld erzeugt.

Die Membran des Mikrofons hat eine Grundfläche A , auf die der Schalldruck $p_M(t)$ trifft. Gemäß Abbildung 3 wird die Membran durch ein Masse-Feder-Dämpfer-System mit der Dämpfungskonstanten d und einer Hookeschen Federkonstanten c beschrieben. Die elektrodynamische Kopplung und Vorverstärkung des Mikrofonsignals sind in einem „inneren Wandler“ zusammengefasst, für den gilt: $i_i(t) = N \cdot \dot{x}(t)$.

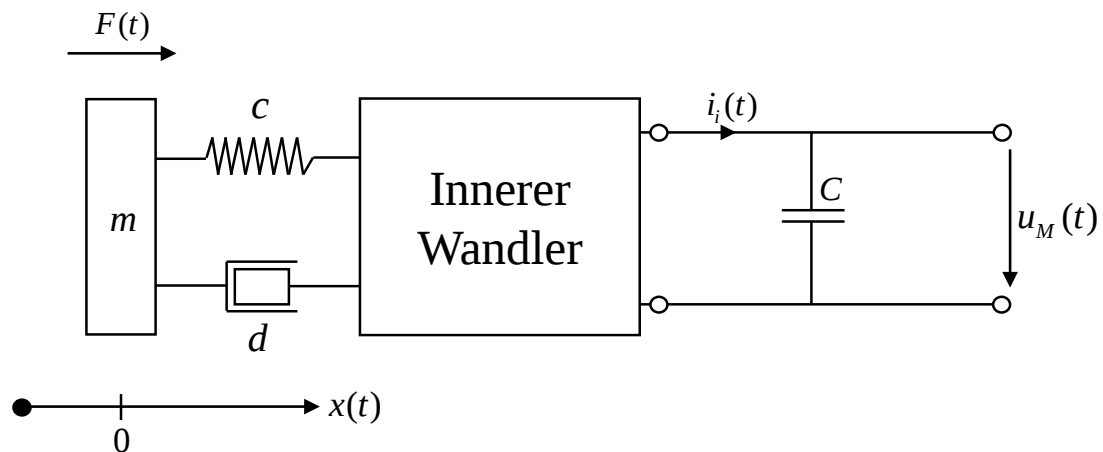


Abbildung 3

- (i) Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion $G_{\text{mech}}(s) = \frac{X(s)}{F(s)}$ des mechanischen Teils!
- (ii) Bestimmen Sie außerdem die Gesamt-Übertragungsfunktion

$$G_M(s) = \frac{U_M(s)}{P_M(s)}$$

für die Abhängigkeit zwischen Schalldruck $P_M(s)$ an der Membranfläche und der Spannung $U_M(s)$ am Ausgang des Mikrofons! Bestimmen Sie daraus die Differentialgleichung zur Beschreibung des Gesamtsystems!

- c) Nun wird das mitgekoppelte Gesamtsystem bestehend aus Lautsprecher und Mikrofon betrachtet. Da das Konzert im Außenbereich stattfindet, gibt es keine Schallreflexionen und der vom Mikrofon eingefangene Schalldruck $p_{M,L}(t)$ ist umgekehrt proportional zum Abstand r zwischen Lautsprecher und Mikrofon:

$$p_{M,L}(t) = \frac{1}{r} \cdot p_L(t) \quad (2.1)$$

Außerdem kann das Ausgangssignal $u_M(t)$ des Mikrofons durch ein Mischpult mit Verstärkungsfaktor K verstärkt werden. Das Signalflussbild des gesamten Systems ist in Abbildung 4 dargestellt.

- (i) Bestimmen Sie die Gesamt-Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{P_L(s)}{P_{M,in}(s)}$

Hinweis: Die Übertragungsfunktionen für Lautsprecher und Mikrofon können wie in Abbildung 4 gezeigt zu $G_M(s)$ bzw. $G_L(s)$ zusammengefasst werden

- (ii) Durch Signalflussbildumformungen kann Abbildung 4 in Abbildung 5 (siehe nächste Seite) transformiert werden. Geben Sie $F_1(s)$ und $F_2(s)$ an!

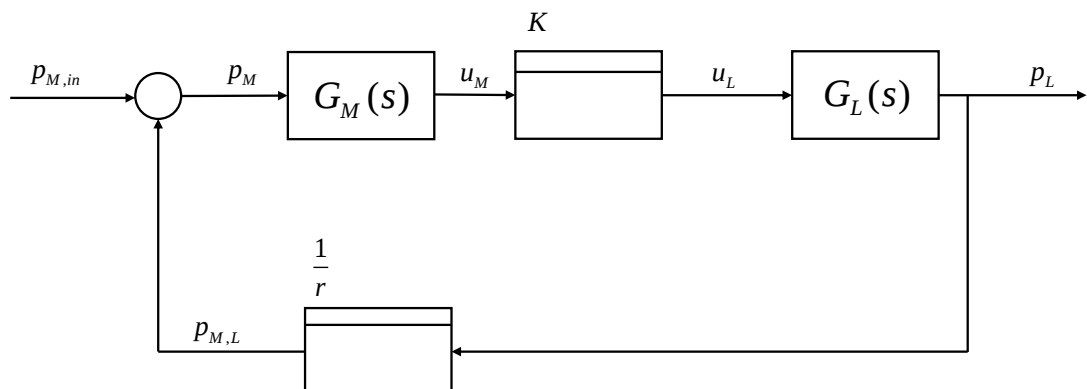


Abbildung 4

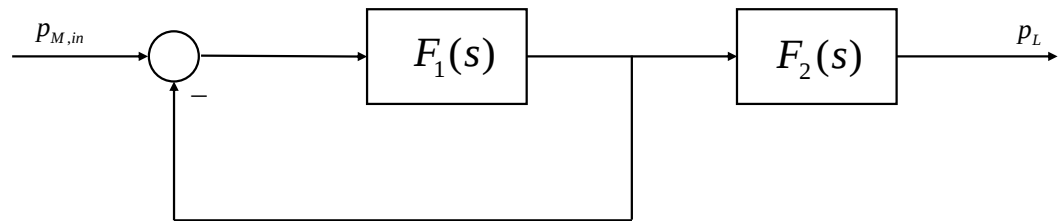


Abbildung 5

- (iii) Bei einer Lautsprecherverstärkung von $K = 10^4$ kommt es zur akustischen Rückkopplung, sobald sich das Mikrofon näher als $r = 1,5$ am Lautsprecher befindet.

Welche Maßnahme muss getroffen werden, damit die Verstärkung bis auf $K = 10^5$ erhöht werden kann, ohne dass dieser Effekt auftritt?

- (iv) Der Abstand zwischen Lautsprecher und Mikrofon werde auf $r = 5$ festgesetzt. Bei Variation von K von 0 bis ∞ erhält man die in Abbildung 6 vorliegende Wurzelortskurve. Wie ändert sich der Verlauf der Wurzelortskurve, wenn stattdessen der Abstand r von 0 bis ∞ variiert wird (bei festem K)?

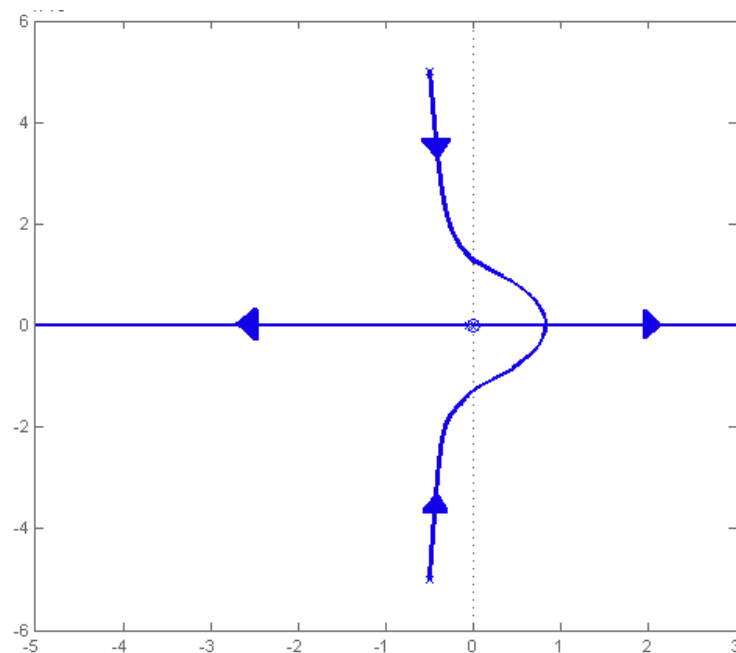


Abbildung 6

Aufgabe 3

(ca. 25 %)

- a) Gegeben seien ein Streckenmodell $G_{S1}(s)$ mit Regler $G_{R1}(s)$:

$$G_{S1}(s) = \frac{k_s}{(1+2s)(1+3s)} \quad (3.1)$$

$$G_{R1}(s) = k_r \left(1 + \frac{1}{sT_I} \right) \quad (3.2)$$

mit $k_r, k_s, T_I > 0$.

- (i) Um welchen Reglertyp handelt es sich bei $G_{R1}(s)$?
 - (ii) Welche Bedingungen müssen für T_I sowie für die Kreisverstärkung $k = k_r \cdot k_s$ gelten, damit der geschlossene Regelkreis stabil ist? Beurteilen Sie mithilfe des Hurwitz-Kriteriums!
 - (iii) $G_{R1}(s)$ soll gemäß der einfachen Einstellregeln ausgelegt werden. Bestimmen Sie T_I .
- b) Für die Regelstrecke $G_{S2}(s) = \frac{1}{s(s+4)}$ soll ein Regler $G_{R2}(s) = k \cdot \frac{s+2}{s}$ entworfen werden.

- (i) Skizzieren Sie die Wurzelortskurve des geschlossenen Regelkreises in das Koordinatensystem auf den Lösungsblättern, indem Sie folgende Größen berechnen und einzeichnen (falls vorhanden):
 - a. Startpunkte (Kreuze) und Endpunkte (Kreise)
 - b. Bestandteile der WOK auf der reellen Achse
 - c. Wurzelschwerpunkt(e) δ_w
 - d. Verlauf der Asymptoten (gestrichelt)
 - e. Verzweigungspunkt(e) und –winkel
- (ii) Ein Kommilitone schlägt vor, anstelle von $G_{R2}(s)$ den erweiterten Regler $G_{R3}(s) = G_{R2}(s) + k_3(s-10)$ zu verwenden, um „durch die zusätzliche Nullstelle schneller zu werden“. Beurteilen Sie anhand ihrer Wurzelortskurve aus (i), ob dies eine gute Idee ist!

Hinweis: ein erneutes Zeichnen der Wurzelortskurve ist nicht nötig

c) Für ein unbekanntes technisches System

$$F_O(s) = \frac{K}{s^q} \cdot \frac{1 + b_1 s + b_2 s^2 + \dots + b_m s^m}{1 + a_1 s + a_2 s^2 + \dots + a_n s^n}$$

mit $K > 0$ und $1 \leq q \leq 4$ konnte die in Abbildung 7 dargestellte Nyquist-Ortskurve ermittelt werden:

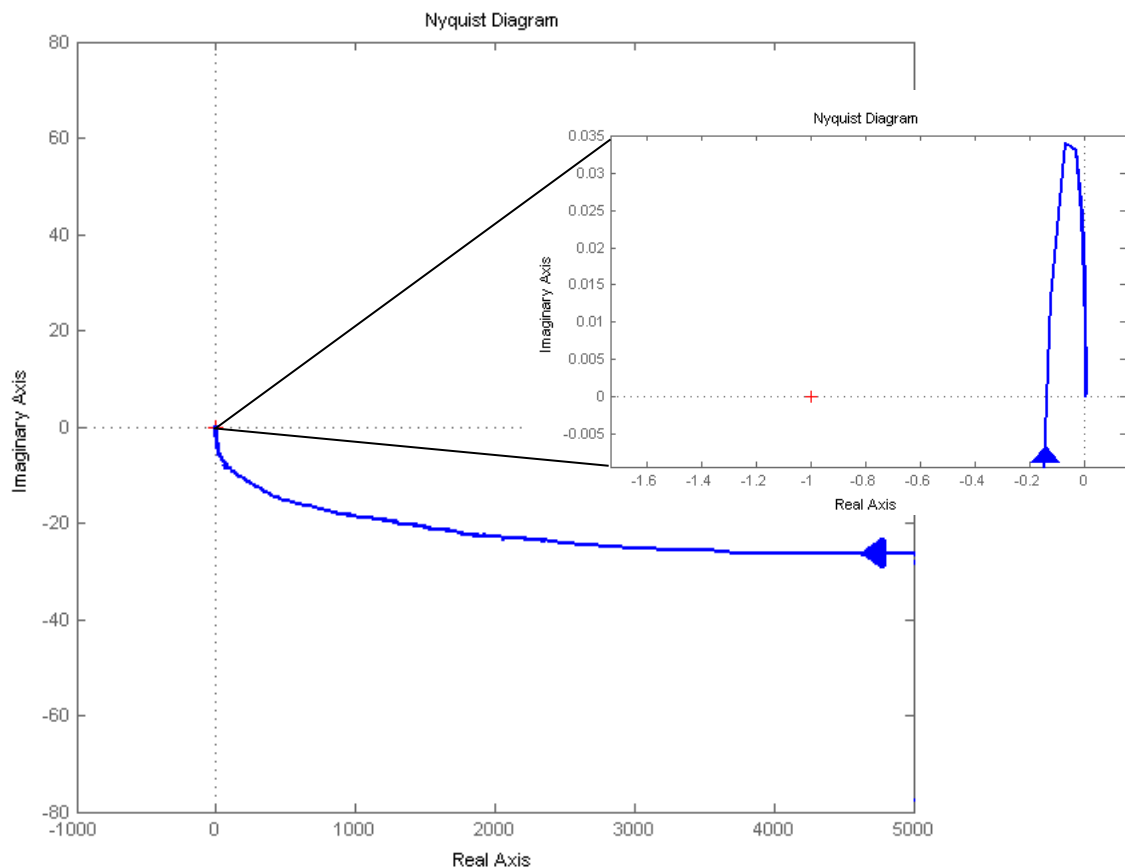


Abbildung 7

- (i) Bestimmen Sie q .
- (ii) Ist $F_O(s)$ stationär? Falls ja, ist $F_O(s)$ stationär genau? Kurze Begründung reicht aus.
- (iii) Erlaubt das spezielle Nyquist-Kriterium hier eine Aussage über die Stabilität des geschlossenen Regelkreises? Begründen Sie!
- (iv) Nun soll das allgemeine Nyquist-Kriterium verwendet werden. Welche Bedingung müssten die Pole von $F_O(s)$ hinsichtlich ihrer Anzahl und Lage in der komplexen Ebene erfüllen, damit der geschlossene Regelkreis stabil ist?

Aufgabe 4

(ca. 25 %)

Die Betreiber eines Kernkraftwerks sind auf der Suche nach neuen, zeitdiskreten Reglerkonzepten für ihren Reaktor. Hierzu startete an alle Mitarbeiter der Aufruf, Vorschläge einzusenden.

a) Für das Innere des Reaktors ist folgendes Differentialgleichungssystem bekannt:

$$\begin{aligned}\dot{n}(t) &= \frac{\rho(t) - \beta}{l} \cdot n(t) + \lambda \cdot C(t) + S \\ \dot{C}(t) &= \frac{\beta}{l} \cdot n(t) - \lambda \cdot C(t)\end{aligned}\tag{4.1}$$

(mit $n(t)$ = Neutronendichte, $C(t)$ = Dichte der labilen Kerne und $\rho(t)$ = Reaktivität).

Die Kraftwerkparameter $\beta, l, \lambda, S > 0$ seien konstant.

- (i) Formulieren Sie (4.1) zu einer einzigen Differentialgleichung um, welche nur noch von $\rho(t)$ und $n(t)$ abhängt!
 - (ii) Die Reaktivität besitze nun einen konstanten Wert: $\rho(t) = \rho_0$. Ab welchem Wert $\rho_0 = \rho_{krit}$ wächst die Neutronendichte $n(t)$ über alle Grenzen?
 - (iii) Linearisieren Sie die Differentialgleichung aus (i) um den stationären Arbeitspunkt (ρ_{AP}, n_{AP}) mit $\rho_{AP} = \rho_{krit} - 0,01$.
- b) Die Reaktivität $\rho(t)$ entspricht der Position von Steuerstäben innerhalb des Reaktors. Diese Position wird durch einen Elektromotor angefahren. Der Zusammenhang zwischen Reaktivität $\rho(t)$ und Motor-Eingangstrom $I_M(t)$ lässt sich durch folgende Übertragungsfunktion beschreiben:

$$G_M(s) = \frac{\rho(s)}{I_M(s)} = \frac{5}{s \cdot (s^2 + 2s + 8)}$$

- (i) Welche beiden grundlegenden Verfahren gibt es, um für eine zeitkontinuierliche Strecke einen zeitdiskreten Regler zu entwerfen? Benennen und erläutern Sie kurz die jeweilige Vorgehensweise!
- (ii) Bei welchem der beiden Verfahren aus (i) kann die Abtastzeit T größer gewählt werden?
- (iii) Diskretisieren Sie die Strecke $G_M(s)$ mittels der Euler-Approximation (mit der Abtastzeit $T = 0,1$)!

In den folgenden Aufgabenteilen können Sie mit der zeitdiskretisierten Strecke

$$G_{Mz}(z) = \frac{z^2 + 3z + 0,8}{z^3 - 3z^2 + 2,5z - 1}$$

weiterrechnen.

Um eine hohe Kraftwerksleistung zu erhalten, sollte die Neutronendichte $n(t)$ hoch sein, ohne jedoch über alle Grenzen zu wachsen. Daher wird $w(t) = \rho_{krit} - 0,01$ als (konstante) Sollgröße vorgegeben.

- c) Ein Mitarbeiter schlägt vor, einen Kompensationsregler $F_{Rz}(z)$ für $G_{Mz}(z)$ so zu entwerfen, dass sich die Führungsübertragungsfunktion $F_{wz}(z) = z^{-d}$ mit möglichst kleinem d ergibt.

- (i) Wie hoch muss d gewählt werden?
- (ii) Wie nennt man einen solchen Kompensationsregler? (genauer Begriff)
- (iii) Entwerfen Sie $F_{Rz}(z)$!
- (iv) Ist ein solcher Regler für die gegebene Regelstrecke geeignet? Begründen Sie!

- d) In einer weiteren Zuschrift wird angeregt, das System $\frac{1}{G_{Mz}(z)}$ vor die Strecke zu schalten, damit sich die Führungsübertragungsfunktion $F_{wz}(z) = 1$ ergibt.

- (i) Wie nennt man eine solche Vorrichtung?
- (ii) Nennen Sie 2 Argumente, weshalb eine solche Vorrichtung für die gegebene Strecke ungeeignet ist!