Karlsruher Institut für Technologie

IRS

Bachelorprüfung

Systemdynamik und Regelungstechnik

01. September 2017

Lösungsblätter

Name: ZWEIGLIED **Vorname:** P.T.

Matrikel-Nr.: $T^2s^2+2dTs+1$ **E-Mail:** ....

Bitte tragen Sie gleich zu Beginn der Prüfung Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer auf diesem Deckblatt ein.

Die Lösungen sowie der vollständige Lösungsweg sind in die dafür vorgesehenen Lösungsblätter einzutragen. Lösungen werden nur bewertet, sofern sie jeweils nachvollziehbar und wohlbegründet sind. Bitte verwenden Sie nur dokumentenechtes Schreibgerät (keine Bleistifte) und keine Rotstifte.

Bei Platzproblemen können die Rückseiten der Lösungsblätter benutzt oder zusätzliche Lösungsblätter angefordert werden. Eigenes Konzeptpapier ist nicht zugelassen und wird als unzulässiges Hilfsmittel bewertet.

Geben Sie am Ende der Prüfung alle zur Verfügung gestellten Lösungsblätter ab.

Aufgabe	Punkte
1	
2	
3	
4	
Σ	

1. Aufgabe (ca. 25%)

a)

i) FALSCH (zur reellen Achse)

ii) FALSCH (für NICHT-MP Strecken ungeeignet)

iii) RICHTIG

iv) FALSCH (Verfahren zur Parameteroptimierung)

v) FALSCH (... dann ist

$$\frac{F_0(s)}{1+F_0(s)} \quad \text{instabil)}$$

vi) RICHTIG

b) i)

- PS: $s^3 + 5s^2 + 4s = 0 \Rightarrow s_{\infty 1} = 0$

$$\Big| :s$$

$$s^2 + 5s + 4 = 0$$

$$\Rightarrow s_{\infty 2|3} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 4 \cdot 4}}{2} = \frac{-5 \pm 3}{2}$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} s_{\infty 1} = 0 \\ s_{\infty 2} = \frac{-5+3}{2} = -1 \\ s_{\infty 3} = \frac{-5-3}{2} = -4 \end{array}\right\} \text{Startpunkte}$$

NS: $0{,}05 s^2 - 0{,}1 s + 0{,}1 = 0$

$$\Rightarrow s^2 - 2s + 2 = 0$$

$$\Rightarrow s_{01/2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 4 \cdot 2}}{2} = \frac{2 \pm j2}{2} = 1 \pm j \Rightarrow \text{Zielpunkte}$$

- Wurzelschwerpunkt: $\delta_W = \dfrac{-(1+1)+(0-1-4)}{1} = \dfrac{-2-5}{1} = -7$

- Asymptotenwinkel: $\varphi_0 = (2\cdot 0+1)\dfrac{\pi}{1} = \pi = 180°$

  $\Rightarrow$ Asymptote liegt auf der reellen Achse

- Abschnitte auf der reellen Achse — links vom Punkt -4 sowie zwischen -1 und 0

- Aus- & Eintrittswinkel:

  φ_{00} am Punkt $s = 1+j$:

  $$\varphi_{00} = -\frac{1}{1\cdot 1}\left(+(+90°) - (+45°+27°+11°)\right) + 1\cdot\frac{\pi}{1\cdot 1}$$

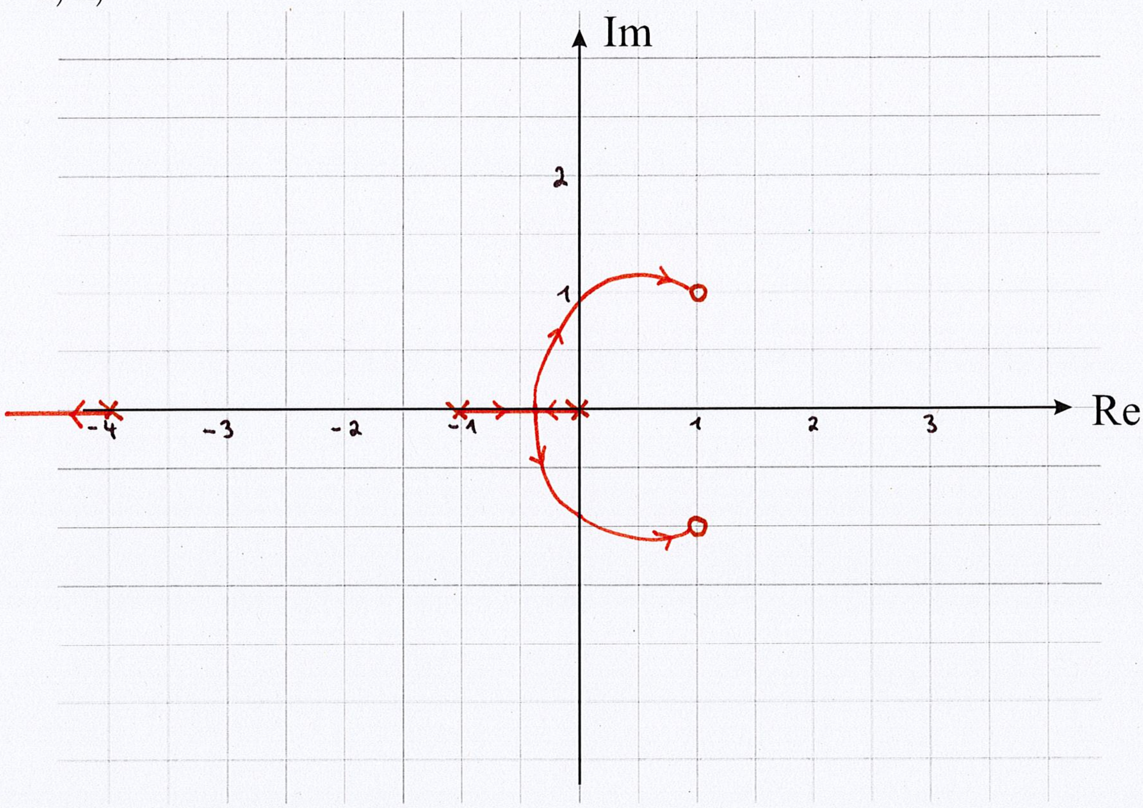
  $$= -\left[+90° - 45° - 27° - 11°\right] + 180° = 173°$$

  φ_{01} am Punkt $s = 1-j$:

  $\varphi_{01} = -173°$ wg. Symmetrie (R2)

  $$\left.\begin{array}{l} \varphi_{\infty 1} = 180° \\ \varphi_{\infty 2} = 0° \\ \varphi_{\infty 3} = 180° \end{array}\right\} \text{wg. R3}$$

b) ii)



c) i)

- $AR = +30\,dB$
- $PR = +85°$
- $\omega_D \approx 0{,}025\ \frac{rad}{s}$

c) ii)

da Phasenreserve $> 0°$

c) iii)

zu stark gedämpft

c) iv)

$k = 0{,}1$: stabil
$k = 10$: stabil
$k = 100$: instabil
$k = 1000$: instabil

2. Aufgabe (ca. 25%)

a) i)

$$m\ddot{x} + \frac{J_2\ddot{\varphi}_2}{r} = \frac{M_2}{r} - kx - d\dot{x}$$

$$\Rightarrow m\ddot{x} + \frac{J_2\ddot{x}}{r^2} = \frac{M_2}{r} - kx - d\dot{x}$$

$$\circ\!\!-\!\!\bullet$$

$$ms^2X + \frac{J_2 s^2 X}{r^2} = \frac{M_2}{r} - kX - dsX$$

$$\Rightarrow X\left[mr^2s^2 + J_2s^2 + r^2ds + r^2k\right] = r \cdot M_2$$

$$\Rightarrow G_1(s) = \frac{r}{s^2(mr^2 + J_2) + s \cdot r^2 d + r^2 k}$$

a) ii)

$$M_2 = \lambda(\varphi_1 - \varphi_2) \qquad (*)$$

$$\varphi_2 = \frac{x}{r} \qquad (1)$$

$$J_1\ddot{\varphi}_1 = M_1 - M_2 \qquad (2)$$

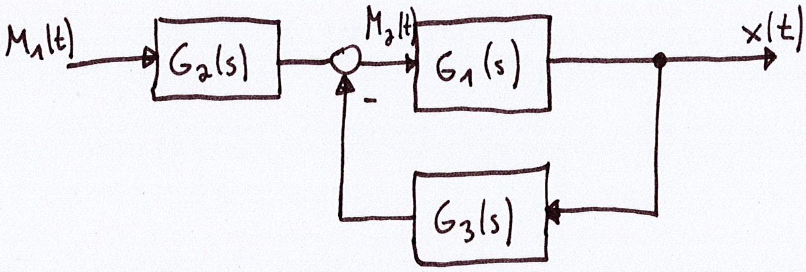
(1) und (2) in (*) einsetzen:

$$M_2 = \lambda \cdot \left(\frac{M_1 - M_2}{J_1 s^2} - \frac{X}{r}\right) \Rightarrow M_2 \cdot J_1 r s^2 = \lambda\left(r \cdot M_1 - r \cdot M_2 - J_1 s^2 X\right)$$

$$\Rightarrow M_2 = \frac{\lambda \cdot r}{J_1 s^2 r + \lambda r} \cdot M_1 - \frac{J_1 s^2 \lambda}{J_1 r s^2 + \lambda r} \cdot X$$

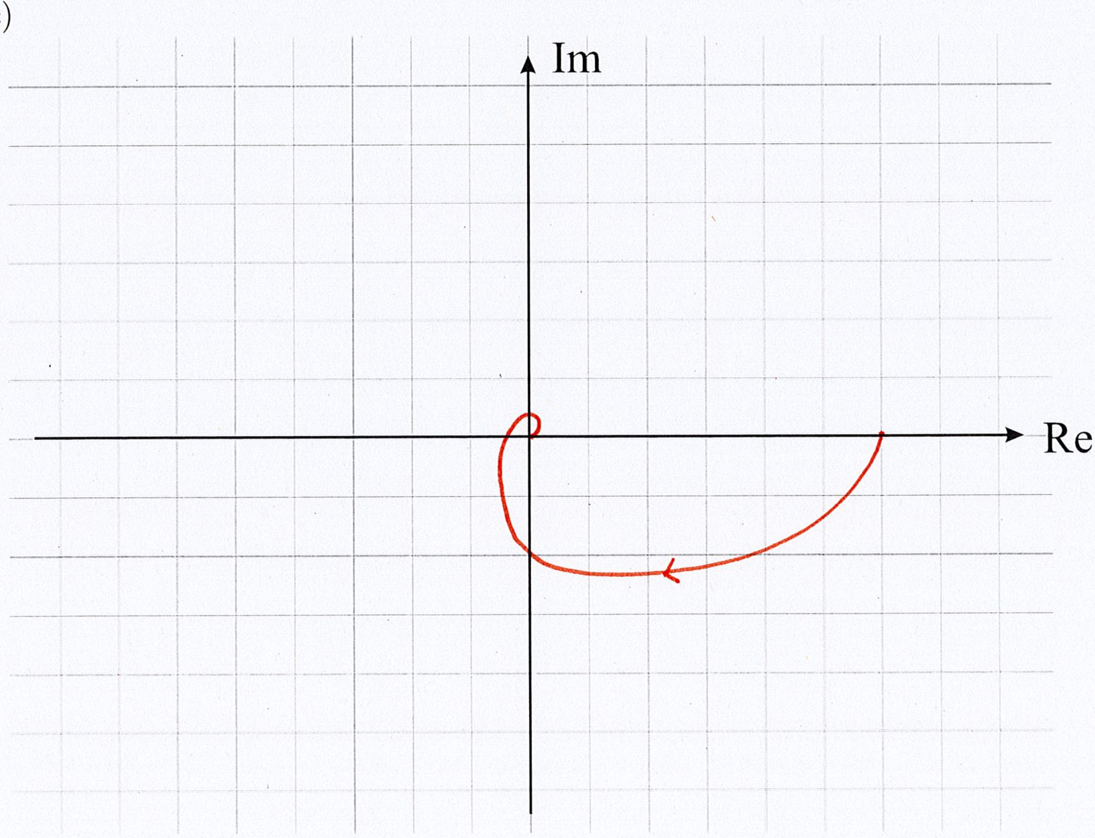
$$= \underbrace{\frac{\lambda}{J_1 s^2 + \lambda}}_{G_2(s)} \cdot M_1 - \underbrace{\frac{J_1 s^2 \lambda}{J_1 r s^2 + \lambda r}}_{G_3(s)} \cdot X$$

b) i)

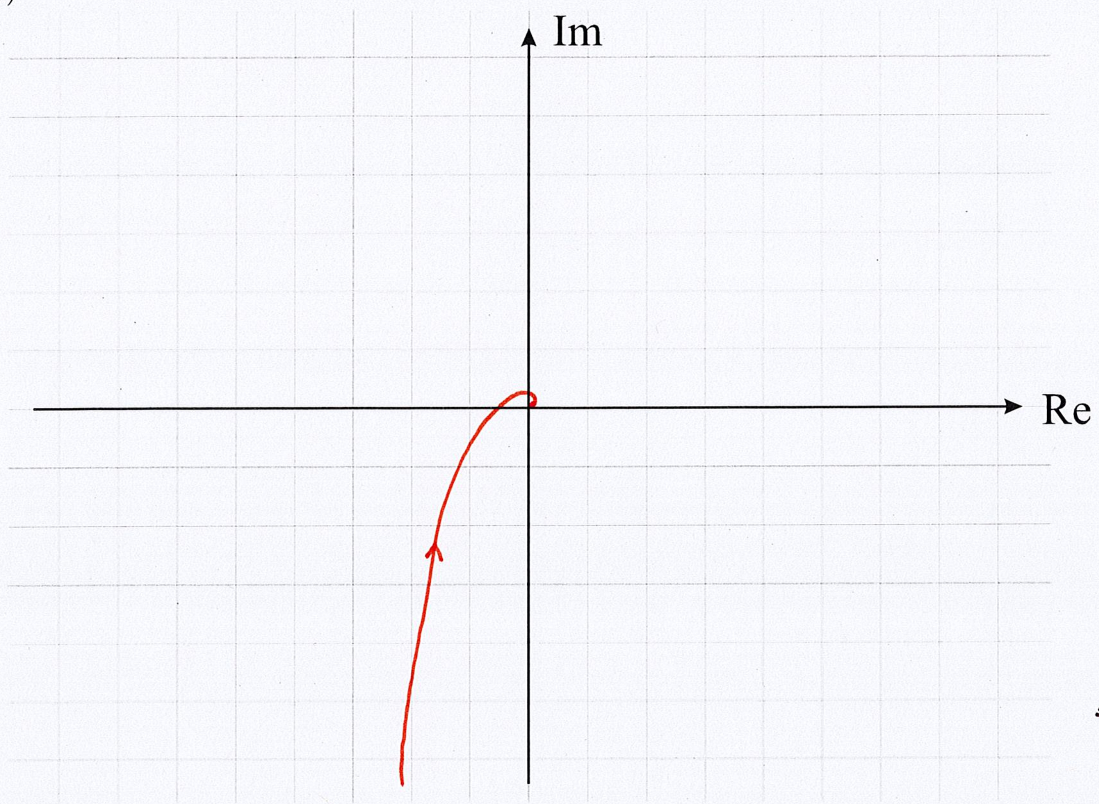


b) ii) $G(s) = G_2(s) \cdot \dfrac{G_1(s)}{1 + G_1(s)G_3(s)}$

c)

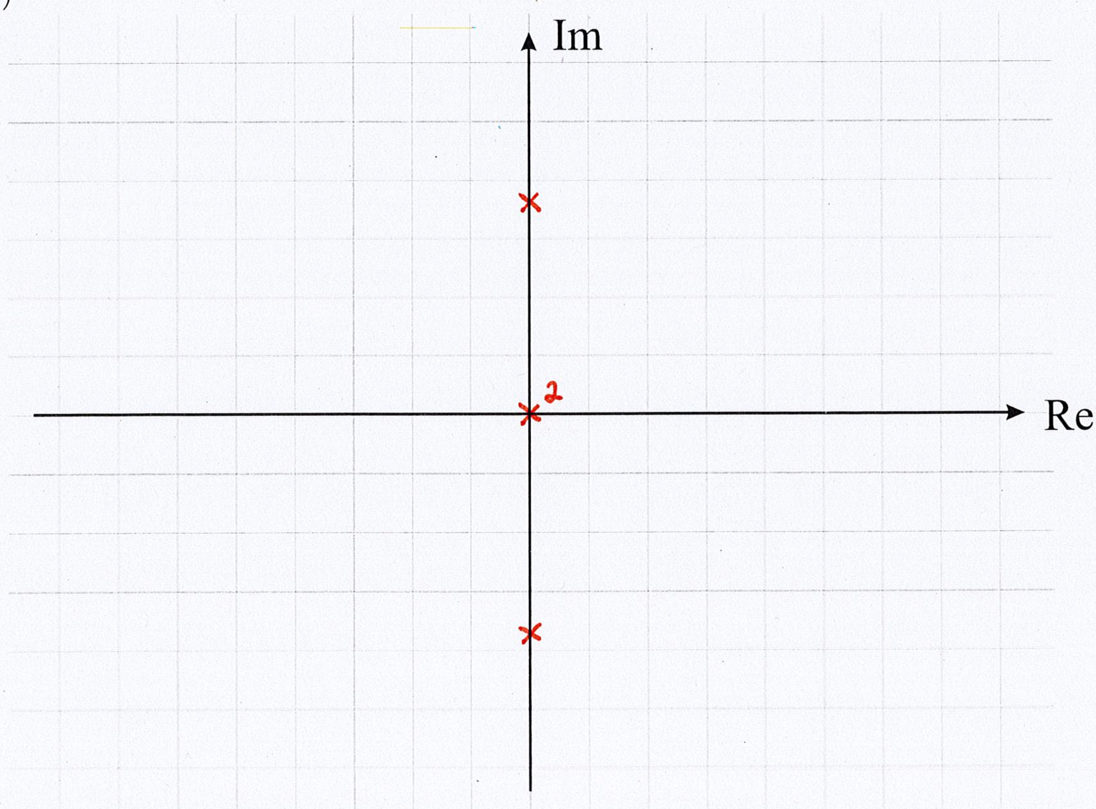


d)



$\Rightarrow$ I-Verhalten

e)



f) Zähler und Nenner durch λ dividieren:

$$G(s) = \frac{r}{\frac{s^4}{\lambda}\cdot(\dots) + \frac{s^3}{\lambda}\cdot(\dots) + s^2(\quad \dots \quad) + s(r^2 d) + r^2 k}$$

$$\Rightarrow \lim_{\lambda \to 0} G(s) = \frac{r}{(mr+J_2)s^2 + r^2 ds + r^2 k} \quad \text{q.e.d.}$$

g) i) PI-Regler

g) ii) $$G_w(s) = \frac{F_0(s)}{1+F_0(s)} = \frac{Z(s)}{Z(s)+N(s)}$$

char. Polynom: $0 \overset{!}{=} Z(s) + N(s) = ?$

$$F_0(s) = G_S(s)\cdot G_R(s) = \frac{K_R(s+2)}{s}\cdot\frac{1}{(s^2+4s+4)(s+1)}$$

$$= \frac{K_R}{s(s+2)(s+1)} = \frac{K_R}{s^3+3s^2+2s}$$

$$\Rightarrow Z(s)+N(s) = \underbrace{1}_{a_3}\cdot s^3 + \underbrace{3}_{a_2}\cdot s^2 + \underbrace{2}_{a_1}\cdot s + \underbrace{K_R}_{a_0} \overset{!}{\geq} 0$$

$$D_1 = \det(a_2) = 3 \overset{!}{>} 0 \quad \checkmark$$

$$D_2 = \det\begin{pmatrix} a_2 & a_0 \\ a_3 & a_1 \end{pmatrix} = \det\begin{pmatrix} 3 & K_R \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = 6 - K_R \overset{!}{>} 0 \Rightarrow K_R \overset{!}{<} 6$$

$$D_3 = \det\begin{pmatrix} a_2 & a_0 & 0 \\ a_3 & a_1 & 0 \\ 0 & a_2 & a_0 \end{pmatrix} = a_0 \cdot D_2 - a_2 \cdot \underbrace{\det\begin{pmatrix} a_2 & 0 \\ a_3 & 0 \end{pmatrix}}_{0}$$

$$= K_R \cdot \underbrace{(6 - K_R)}_{\substack{>0 \text{ gemäß} \\ D_2}} \overset{!}{>} 0 \quad \Rightarrow K_R \overset{!}{>} 0$$

$$\Rightarrow \quad 0 < K_R < 6$$

g) iii)

WOK A gehört zu $F_0(s)$, da diese WOK als einzige für kleine K_R stabiles Verhalten und schließlich für größeres K_R instabiles Verhalten zeigt.

g) iv)

ja, da $F_0(s)$ bis auf einen Pol im Ursprung ausschließlich Pole links der imaginären Achse besitzt.

3. Aufgabe (ca. 25%)

a) i)

$$G_s(s) = \frac{12{,}5}{(s+2)(2s+1)(s+0{,}04)} = \frac{12{,}5}{2\cdot(1+0{,}5s)(1+2s)(1+25s)\cdot 0{,}04}$$

$$= \frac{(12{,}5)^2}{(1+0{,}5s)(1+2s)(1+25s)} \Rightarrow T_R = 25$$

a) ii)

$$F_o(s) = G_s(s)\cdot G_R(s) = \frac{\overbrace{K_R \cdot 12{,}5^2}^{\tilde{K}_R}}{s(1+0{,}5s)(1+2s)} = \frac{Z(s)}{N(s)}$$

$$E(s) = F_e(s)\cdot W(s) = \frac{N(s)}{Z(s)+N(s)}\cdot\frac{1}{s} = \frac{s(1+0{,}5s)(1+2s)}{\tilde{K}_R + s(1+0{,}5s)(1+2s)}\cdot\frac{1}{s}$$

$$= \frac{\overbrace{1}^{c_0} + \overbrace{2{,}5}^{c_1}s + \overbrace{1}^{c_2}s^2}{\underbrace{\tilde{K}_R}_{d_0} + \underbrace{1}_{d_1}s + \underbrace{2{,}5}_{d_2}s^2 + \underbrace{1}_{d_3}s^3}$$

a) iii)

$$J_3 = \frac{c_2^2 d_0 d_1 + (c_1^2 - 2c_0c_2)d_0d_3 + c_0^2 d_2 d_3}{2d_0d_3(d_1d_2 - d_0d_3)}$$

$$= \frac{\tilde{K}_R + (6{,}25-2)\cdot\tilde{K}_R + 2{,}5}{2\cdot\tilde{K}_R(2{,}5-\tilde{K}_R)}$$

$$= \frac{5{,}25\,\tilde{K}_R + 2{,}5}{5\tilde{K}_R - 2\tilde{K}_R^2}$$

a) iv)

$$\frac{dJ_3}{d\tilde{K}_R} = \frac{5{,}25(5\tilde{K}_R - 2\tilde{K}_R^2) - (5{,}25\tilde{K}_R + 2{,}5)(5 - 4\tilde{K}_R)}{(5\tilde{K}_R - 2\tilde{K}_R^2)^2} \overset{!}{=} 0$$

$$\Rightarrow 0 = 26{,}25\tilde{K}_R - 10{,}5\tilde{K}_R^2 - 26{,}25\tilde{K}_R + 21\tilde{K}_R^2 - 12{,}5 + 10\tilde{K}_R$$

$$\Rightarrow 0 = 10{,}5\tilde{K}_R^2 + 10\tilde{K}_R - 12{,}5$$

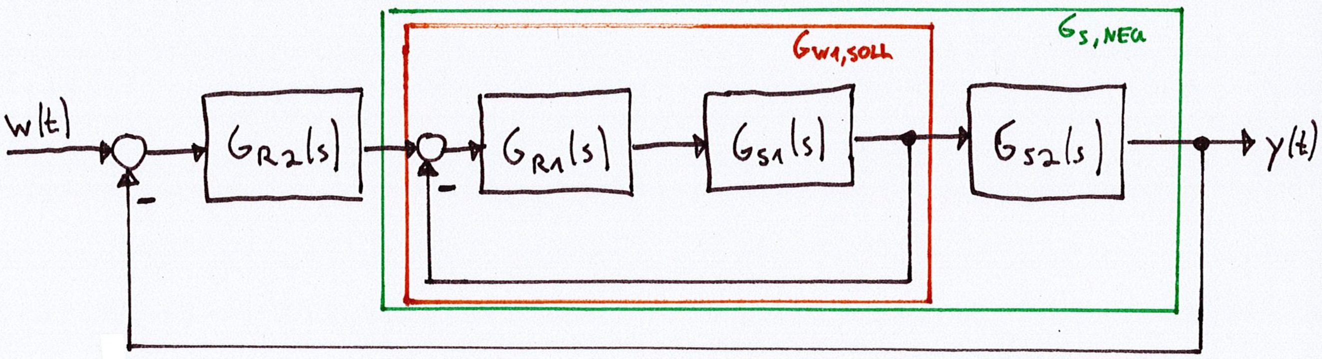
$$\Rightarrow \tilde{K}_{R,1,2} = \frac{-10 \pm \sqrt{100 - 4 \cdot 10{,}5\,(-12{,}5)}}{21} = \frac{-10 \pm \sqrt{625}}{21} = \frac{-10 \pm 25}{21}$$

$$= \frac{15}{21} //$$

$$\Rightarrow K_R = \frac{15}{21 \cdot 12{,}5^2}$$

b) i)

- Kaskadenregelung



b) ii)

vollständige Kompensation

b) iii)

<u>nein</u>, da die Strecke $G_{S1}(s)$ einen I-Anteil besitzt und die Wunsch-Führungsübertragungsfunktion stationär genau ist

b) iv)

$$G_{S,NEU}(s) = \frac{1}{s+1} \cdot \frac{1}{4s+1} = \frac{1}{4s^2+5s+1} \Rightarrow \begin{matrix} T^2 = 4 \\ 2dT = 5 \end{matrix}$$

$$\Rightarrow T = 2 \; ; \quad d = 1{,}25 \; ; \quad K = 1$$

b) v)

- zu 1: stat. Genauigkeit, gute Dämpfung
- zu 2: stat. Genauigkeit
- zu 3: gute Dämpfung

b) vi)

- $1 \mapsto$ R2c, denn F_0 zeigt D-Verhalten, und damit auch $\frac{F_0}{1+F_0} = \frac{Z}{Z+N}$
- $2 \mapsto$ R2a, da kein I-Anteil im offenen Kreis $\rightarrow$ nicht stationär genau
- $3 \mapsto$ R2b, da I-Anteil im offenen Kreis $\rightarrow$ stationär genau

4. Aufgabe (ca. 25%)

a) i)

$$0 - 0 + y_{STAT} = u_{STAT} \Rightarrow y_{STAT} = u_{STAT} = 2$$

a) ii)

$$\Delta\ddot{y} \cdot (1) + \Delta\dot{y} \cdot (1 - a \cdot 4) + \Delta y \cdot (\underbrace{2a y_{AP} \dot{y}_{AP}}_{0} + 1) = \Delta u$$

$$\Rightarrow \Delta\ddot{y} + (1-4a)\Delta\dot{y} + \Delta y = \Delta u$$

a) iii)

$$\frac{\Delta Y(s)}{\Delta U(s)} = \frac{1}{s^2 + (1-4a)s + 1} \Rightarrow \text{stabil für } (1-4a) > 0 \Rightarrow a < 0{,}25 \ //$$

b) i)

Fast Sampling Design

b) ii)

eher für kleine

b) iii)

Betrag der Nullstellen wird immer größer → wandern aus dem Einheitskreis heraus

b) iv)

Strecke wird nicht minimalphasig (siehe iii)) → Voraussetzungen zur Anwendbarkeit der vollständigen Kompensation sind nicht mehr erfüllt

c) i)

ja, da alle Pole und Nullstellen im Einheitskreis liegen

c) ii)

$$2 \cdot \omega_{GRENZ} = 50 \frac{rad}{s} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{2 \cdot \omega_{GRENZ}} = \frac{2\pi}{100} = \frac{\pi}{50}$$

c) iii)

$$G_Z(z) = \frac{z-1}{z} \cdot \mathcal{Z}\left\{\frac{G_S(s)}{s}\right\} \Rightarrow G_S(s) = s \cdot \mathcal{L}\left\{\frac{z}{z-1} \cdot G_Z(z)\right\}$$

$$= s \cdot \mathcal{L}\left\{\frac{2000z}{z-0{,}5}\right\}$$

$$= 2000 \cdot \frac{s}{s - \frac{1}{T} \cdot \ln(0{,}5)} = \frac{2000s}{s + \frac{50}{\pi} \cdot \ln(2)}$$

c) iv)

```
T = 0.02*pi;
G = zpk([0], [-1/T*log(2)], 2000);
Gz = c2d(G,T);
```

c) v)

$$T \overset{!}{<} \frac{\pi}{|s_{MAX}| \cdot 4}$$

d)

$$G_z(z) = \frac{10z^2+3z-4}{2z^3+2z^2+z} = \frac{z^2(10+3z^{-1}-4z^{-2})}{z^3(2+2z^{-1}+z^{-2})} = z^{-1} \cdot \frac{10+3z^{-1}-4z^{-2}}{2+2z^{-1}+z^{-2}}$$

$$\Rightarrow R_z(z) = \frac{2+2z^{-1}+z^{-2}}{9-z^{-1}(10+3z^{-1}-4z^{-2})} = \frac{2+2z^{-1}+z^{-2}}{9-10z^{-1}-3z^{-2}+4z^{-3}}$$

$$= \frac{2z^3+2z^2+z}{9z^3-10z^2-3z+4}$$

e) i)

$$G_{wz}(z) = z^{-d} = z^{-1}$$

e) ii)