

Bachelorprüfung

Systemdynamik und Regelungstechnik

27. Februar 2017

AUFGABENBLÄTTER

Die Lösungen sowie der vollständige Lösungsweg sind in die dafür vorgesehenen Lösungsblätter einzutragen. Lösungen werden nur bewertet, sofern sie jeweils nachvollziehbar und wohlbegründet sind. Bitte verwenden Sie nur dokumentenechtes Schreibgerät (keine Bleistifte) und keine Rotstifte.

Bitte tragen Sie Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer auf dem ersten Lösungsblatt ein und geben Sie am Ende der Prüfung die Lösungsblätter ab.

1. Aufgabe

(ca. 25%)

a) Abbildung 1 zeigt die Wurzelortskurve eines unbekannten Systems $G_0(s)$

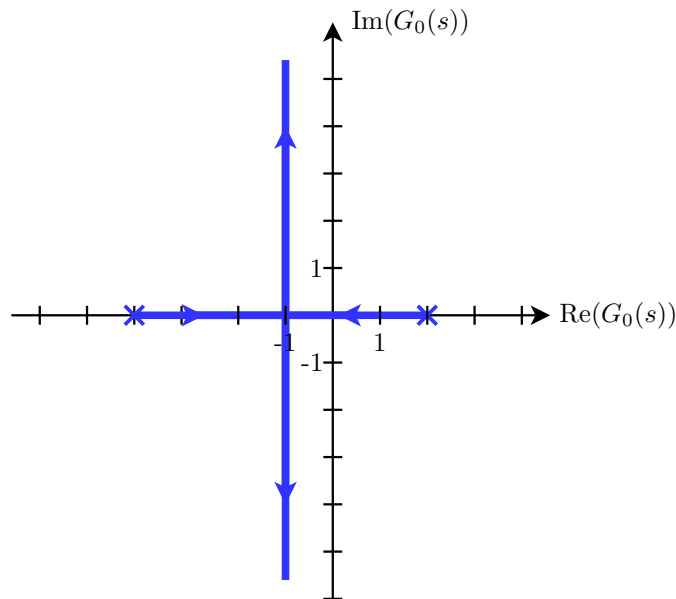


Abbildung 1: WOK von $G_0(s)$ (zu Aufgabenteil a))

- i) Ist $G_0(s)$ stabil?
- ii) Ist $G_0(s)$ minimalphasig?
- iii) Kann $G_0(s)$ mit einem P-Regler stabilisiert werden?
- iv) Kann $G_0(s)$ mit einem PI-Regler

$$G_R(s) = K_R \cdot \left(1 - \frac{1}{T_N \cdot s}\right), \quad K_R, T_N > 0 \quad (1)$$

stabilisiert werden?

Hinweis: Alle Antworten zu i)-iv) sind kurz zu begründen.

- v) Am Verzweigungspunkt der WOK betrage die Verstärkung des Reglers $G_R(s) = 2$. Berechnen Sie $G_0(s)$.
- vi) Skizzieren Sie jeweils die Wurzelortskurven der Systeme

$$G_1(s) = 2 \cdot G_0(s)$$

$$G_2(s) = \frac{1}{G_0(s)}$$

in die zugehörigen Graphen auf den Lösungsblättern. Zeichnen Sie die jeweiligen Richtungspfeile für alle Äste eindeutig ein.

- b) i) Eine offene Kette $F_o(s)$ werde im Standardregelkreis betrieben. Leiten Sie die Übertragungsfunktion

$$F_e(s) = \frac{E(s)}{W(s)} \quad (2)$$

der Regelabweichung allgemein her.

- ii) Das System

$$G(s) = \frac{K}{s^q} \cdot \frac{1 + b_1s + b_2s^2 + \dots + b_ms^m}{1 + a_1s + a_2s^2 + \dots + a_ns^n} \quad (3)$$

mit $K > 0$ und $q > 0$ werde mit einem geeigneten P-Regler mit Reglerverstärkung K_R stabilisiert. Zeigen Sie, dass der geschlossene Regelkreis dann stets stationär genau ist.

Hinweis: Zeigen Sie, dass die Regelabweichung bei Sprunganregung den stationären Endwert null annimmt.

- c) i) Zeichnen Sie das Pol-Nullstellen-Diagramm eines beliebigen zeitdiskreten Allpasses in das vorgegebene Koordinatensystem auf den Lösungsseiten, welcher die folgenden Randbedingungen erfüllt:
- real implementierbar
 - mindestens 3 Polstellen
 - stabil
- ii) Begründen Sie (in 1-2 kurzen Sätzen), weshalb folgende Aussage falsch ist: *Jeder mögliche Allpass aus Aufgabenteil i) ist stationär genau.*
- d) Abbildung 2 auf Seite 4 zeigt die Nyquist-Ortskurve einer offenen Kette $F_o(s)$ sowie einige Datenpunkte
- i) Ist $F_o(s)$ stabil? Begründen Sie!
- ii) Zu welcher der folgenden Übertragungsfunktionen gehört die Nyquist-Ortskurve aus Abbildung 2? Begründen Sie!

$$G_1(s) = \frac{s}{3} \cdot \frac{(s + 0,5)(s - 2)}{(s - 1)^{99}}$$

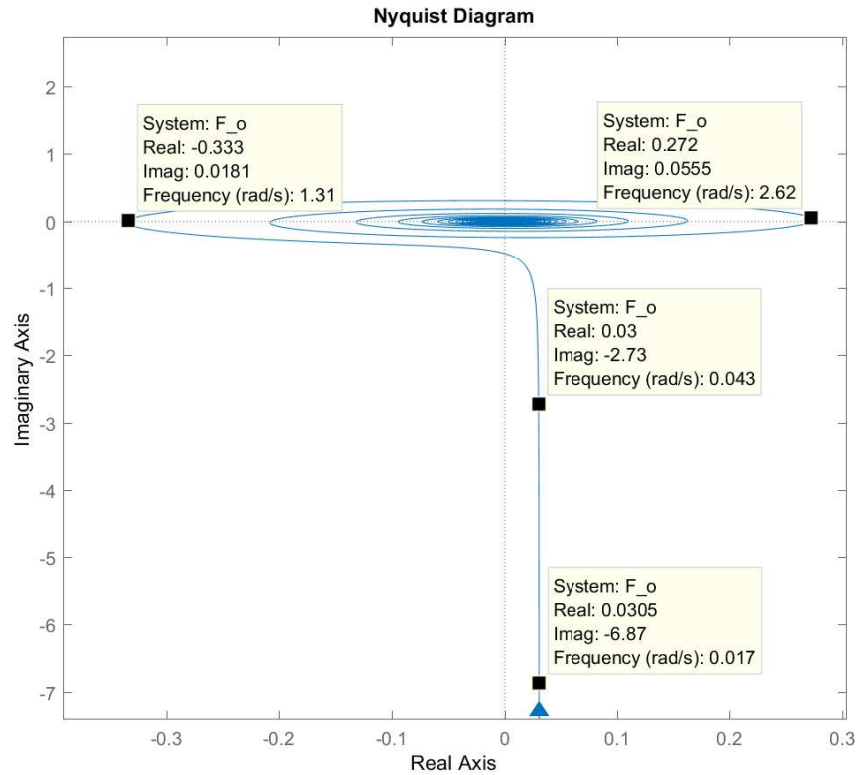
$$G_2(s) = \frac{(s + 5)}{(s - 2,7)(s - 0,02)(s - 0,3)} \cdot e^s$$

$$G_3(s) = \frac{s^2 + 1,2s + 0,35}{s^3 + 3,5s^2 + 3s} \cdot e^{-2s}$$

- iii) Darf das spezielle Nyquistkriterium zur Überprüfung der Stabilität des geschlossenen Regelkreises

$$\frac{F_o(s)}{1 + F_o(s)} \quad (4)$$

verwendet werden? Begründen Sie!

Abbildung 2: Nyquist-Ortskurve von $F_o(s)$ (zu Aufgabenteil d))

- iv) Beurteilen Sie mithilfe des allgemeinen oder speziellen Nyquistkriteriums, bis zu welcher Reglerverstärkung K_R der geschlossene Regelkreis

$$F_w(s) = \frac{K_R \cdot F_o(s)}{1 + K_R \cdot F_o(s)} \quad (5)$$

stabil ist.

2. Aufgabe

(ca. 25%)

Zur Eindämmung einer Mäuseplage soll im Folgenden die Wechselwirkung zwischen

- dem Bestand $x_M(t)$ einer Feldmaus-Population,
- dem Bestand $x_V(t)$ einer Greifvogel-Population (natürlicher Fressfeind der Mäuse) und
- der Schädlingsbekämpfungsrate $u(t)$

analysiert werden.

Die zeitliche Dynamik der Mäuse-Population lässt sich über folgende Differentialgleichung beschreiben:

$$\dot{x}_M(t) = (-0,05 + 0,05x_M(t) - x_V(t) - 0,05u(t)) \cdot x_M(t) \quad (6)$$

$$x_M(0) = x_{M0} \quad (7)$$

Die zeitliche Dynamik der Greifvogel-Population kann über folgende Differentialgleichung beschrieben werden:

$$\dot{x}_V(t) = (-20 - x_V(t) + 0,1x_M(t)) \cdot x_V(t) \quad (8)$$

$$x_V(0) = x_{V0} \quad (9)$$

Die Verknüpfung der beiden Populationen ist durch das Blockschaltbild in Abbildung 3 illustriert. Die beiden Systeme $\mathcal{S}_1$ und $\mathcal{S}_2$ entsprechen hierbei den DGLn (8) bzw. (6).

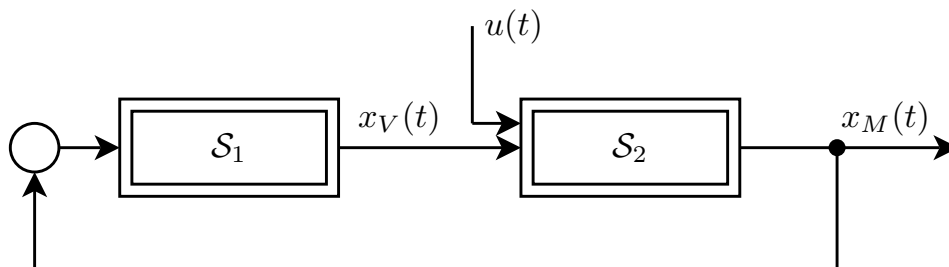


Abbildung 3: zu Aufgabenteil a)

- Zeichnen Sie das Blockschaltbild des Systems $\mathcal{S}_1$. Verwenden Sie ausschließlich P-, I-, Multiplizier- und Summier-Glieder sowie $x_M(t)$ und $x_V(t)$ als Eingangs- bzw. Ausgangssignal.
- Es gelte $x_M(t) \equiv 0$ und $x_{V0} = 10$. Berechnen Sie mithilfe des Euler-Verfahrens („Euler vorwärts“) näherungsweise den Verlauf $x_V(kT)$ der Greifvogel-Population zu den Zeitpunkten $k \in \{0,1,2\}$ mit $T = 0,01$ und tragen Sie sie in die Tabelle auf den Lösungsblättern ein.

Das gekoppelte System aus Abbildung 3 besitzt die folgenden Ruhelagen $(x_M^R; x_V^R)$:

$$(0; 0), \quad (0; -20), \quad (1 + u^R; 0), \quad \left(399 - u^R; \frac{199 - u^R}{10}\right)$$

- c) Ab welcher kritischen Schädlingsbekämpfungsrate $u(t) = u_{\text{krit}} \cdot \sigma(t)$ mit konstantem $u_{\text{krit}} \in \mathbb{R}^+$ ist es nicht mehr möglich, dass beide Populationen überleben?
- d) Nun soll das gekoppelte System aus den Gleichungen (6) und (8) durch Linearisierung vereinfacht werden. Bei moderater Schädlingsbekämpfungsrate $u = 99 \cdot \sigma(t)$ ergibt sich die Ruhelage $x_M^R = 300, x_V^R = 10$.
- i) Linearisieren Sie das System um diese Ruhelage.
- ii) Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion

$$G_{uv}(s) = \frac{\Delta X_V(s)}{\Delta U(s)} \quad (10)$$

des linearisierten Systems.

- iii) Beurteilen Sie anhand des linearisierten Systems aus den vorigen Teilaufgaben, welcher stationäre Vogelbestand sich bei einer dauerhaften Schädlingsbekämpfungsrate $u(t) = 100 \cdot \sigma(t)$ einstellt.

3. Aufgabe

(ca. 25%)

- a) i) Wie lautet die zentrale Aussage des Gleichgewichtstheorems? Beschreiben Sie in 1-2 kurzen Sätzen.

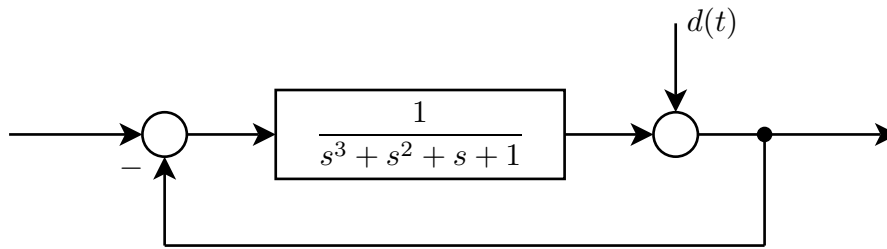


Abbildung 4: zu Aufgabenteil a)-ii)

Nun soll für die ausgangsseitig gestörte Strecke aus Abbildung 4 der Vorteil einer Regelung gegenüber einer Steuerung abgewogen werden. Am Ausgang liegt entweder gaußsches weißes Rauschen mit der konstanten spektralen Leistungsdichte $S_{DD}(f) = c_1$ oder „1/f-Rauschen“ mit $S_{DD}(f) = \frac{c_2}{f}$ an. Beide Störsignale besitzen die gleiche Leistung.

- ii) Begründen Sie folgende Aussage mithilfe des Gleichgewichtstheorems: *Eine Regelung kann (im Gegensatz zu einer Steuerung) die Auswirkung des 1/f-Rauschens auf den Ausgang vermindern. Bei dem weißen Rauschen bringt sie jedoch diesbezüglich keine Vorteile gegenüber einer Steuerung.*

- b) Gegeben sei nun die Differentialgleichung

$$u(t) = y(t) + 5\dot{y}(t) + 6\ddot{y}(t) \quad (11)$$

zur Beschreibung eines Systems $G(s)$ mit Eingang $u(t)$ und Ausgang $y(t)$.

- i) Welcher der folgenden Regler $R_i(s)$, $i \in \{1,2,3,4\}$ ist zur stationär genauen Regelung des Systems (11) am besten geeignet? Begründen Sie!

$$R_1(s) = \frac{(1+2s)(1+3s)}{s+1},$$

$$R_2(s) = 6,$$

$$R_3(s) = \frac{1}{3} + \frac{1}{s},$$

$$R_4(s) = \frac{60}{s^2(1+3s)}$$

Die Messung des Ausgangssignals von (11) sei störungsbehaftet:

$$y_M(t) = y(t) + d(t) \quad (12)$$

- ii) Welche wichtige Eigenschaft muss das Störsignal $d(t)$ besitzen, damit eine Störgrößen-aufschaltung möglich ist?

- iii) Zeichnen Sie ein Gesamt-Signalfussbild bestehend aus dem System $G(s)$ aus (11) inklusive Störung $d(t)$ und Ihrem gewählten Regler aus i). Beschriften Sie alle Signale und Systeme eindeutig.
- iv) Erweitern Sie Ihre Zeichnung um eine Störgrößenaufschaltung für das Gesamtsystem.
- v) Welches praktische Problem tritt bei der gewählten Störgrößenaufschaltung aus Aufgabenteil iv) auf? Durch welche Anpassung der Störgrößenaufschaltung kann dieses Problem vermieden werden?
- vi) Bestimmen Sie jeweils die Störübertragungsfunktion

$$F_d(s) = \frac{Y_M(s)}{D(s)} \quad (13)$$

des Gesamtsystems mit und ohne Störgrößenaufschaltung.

- c) i) Diskretisieren Sie die Strecke

$$G_4(s) = \frac{1}{(1+s)(1+2s)(1+3s)} \quad (14)$$

durch Anwendung der Z-Transformation. Die Übertragungsfunktion der diskretisierten Strecke muss nicht vollständig ausmultipliziert werden.

Hinweis: Nutzen Sie die Korrespondenztabelle in der Formelsammlung und führen Sie ggf. Partialbruchzerlegungen durch.

Tipp:

$$\frac{K}{s(s+a)} = \frac{K}{a \cdot s} - \frac{K}{(s+a) \cdot a}$$

- ii) Für welche Abtastzeiten T ist die diskretisierte Strecke aus dem vorigen Aufgabenteil stabil?

4. Aufgabe

(ca. 25%)

- a) Ein PT_3 -Glieder $F_o(s)$ besitze die Phasenreserve 0° . Welches Signal stellt sich am Ausgang ein, wenn $F_o(s)$ gegengekoppelt und mit einem Einheitssprung angeregt wird?
- b) Für die Strecke

$$G_S(s) = \frac{1}{(0,1 + s)(1 + 6,25s + 1,5s^2)} \quad (15)$$

soll ein Regler der Form

$$G_R(s) = K_R \cdot \frac{1 + b_1s + b_2s^2}{s \cdot (1 + 0,1s)} \quad (16)$$

entworfen werden.

- i) Benennen Sie den Reglertyp von $G_R(s)$.
- ii) Bestimmen Sie b_1 und b_2 in $G_R(s)$ so, dass die beiden größten Streckenzeitkonstanten kompensiert werden.

Für den offenen Kreis $F_o(s) = G_R(s) \cdot G_S(s)$ wird im Folgenden die Übertragungsfunktion

$$F_o(s) = \frac{K_R}{s(10 + s)(1 + 0,25s)} \quad (17)$$

angenommen. Die Reglerverstärkung K_R sei noch unbestimmt.

- iii) Zeichnen Sie das Bodediagramm des Amplituden- und Phasengangs von $F_o(s)$ für $K_R = 1$ in das logarithmische Diagramm auf den Lösungsseiten.

Hinweis: Beschriften Sie $F_o(s)$ sowie etwaige Zwischenlösungen eindeutig.

- iv) Ergänzen Sie die Amplitudengänge von $F_o(s)$ für $K_R = 10$ sowie $K_R = 100$ in Ihrem Bodediagramm aus dem vorigen Aufgabenteil.
- v) Bestimmen Sie jeweils für die unterschiedlichen Reglerverstärkungen $K_R \in \{1, 10, 100\}$ alle folgenden Parameter und tragen Sie sie in die Tabelle auf den Lösungsseiten ein:
- Amplitudenreserve von $F_o(s)$
 - Phasenreserve von $F_o(s)$
 - Führungsverhalten des geschlossenen Kreises gemäß Faustregeln aus der Vorlesung (Antwortmöglichkeiten: „gut“ oder „schlecht“)
 - Störverhalten des geschlossenen Kreises gemäß Faustregeln aus der Vorlesung (Antwortmöglichkeiten: „gut“ oder „schlecht“)
- c) Nennen Sie einen Vorteil und einen Nachteil, den ein Deadbeat-Regler gegenüber einem schnellen Deadbeat-Regler hat.

d) Für die zeitdiskrete Strecke

$$G_z(z) = \frac{z^2 - 1,7z + 0,7}{z^3 - 0,25z} \quad (18)$$

soll ein vollständiger Kompensationsregler entworfen werden.

- i) Zeigen Sie, dass $G_z(z)$ stabil ist.
- ii) Nennen Sie die Formel zur Berechnung des vollständigen Kompensationsreglers für die Strecke $G_z(z)$ aus (18) bei gegebener Wunsch-Führungsübertragungsfunktion $F_{wz}(z)$.
- iii) Welche Bedingungen muss die Wunsch-Führungsübertragungsfunktion $F_{wz}(z)$ erfüllen, damit ein vollständiger Kompensationsregler für $G_z(z)$ realisiert werden kann?