KIT Karlsruher Institut für Technologie

IRS

MUSTERLÖSUNG

Bachelorprüfung

Systemdynamik und Regelungstechnik

27. Februar 2017

Lösungsblätter

Name: ......UR................ **Vorname:** ......Klaus..............

Matrikel-Nr.: .... **E-Mail:** ....

Bitte tragen Sie gleich zu Beginn der Prüfung Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer auf diesem Deckblatt ein.

Die Lösungen sowie der vollständige Lösungsweg sind in die dafür vorgesehenen Lösungsblätter einzutragen. Lösungen werden nur bewertet, sofern sie jeweils nachvollziehbar und wohlbegründet sind. Bitte verwenden Sie nur dokumentenechtes Schreibgerät (keine Bleistifte) und keine Rotstifte.

Bei Platzproblemen können die Rückseiten der Lösungsblätter benutzt oder zusätzliche Lösungsblätter angefordert werden. Eigenes Konzeptpapier ist nicht zugelassen und wird als unzulässiges Hilfsmittel bewertet.

Geben Sie am Ende der Prüfung alle zur Verfügung gestellten Lösungsblätter ab.

Aufgabe	Punkte
1	
2	
3	
4	
Σ	

1. Aufgabe

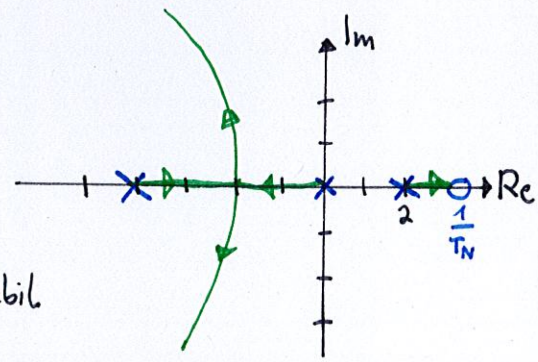
a) i) nein, da mit $s = 2$ eine Polstelle positiven Realteil hat

a) ii) nein, da " " "

a) iii) ja, da für hinreichend große Verstärkung alle Pole des geschlossenen Regelkreises negativen Realteil haben

a) iv) nein, $G_R(s) = \frac{K_R T_N \cdot s - K_R}{T_N \cdot s}$ sorgt für zusätzlichen Pol bei $s = 0$ und zusätzliche NS bei $+1/T_N$

$\Rightarrow$ aufgrund von R3 liegt ein Ast der WOK stets rechts der im Achse $\Rightarrow$ instabil



a) v)

$$G_0(s) = \frac{K_s}{(s+4)(s-2)}; \quad (K_s \text{ noch unbekannt})$$

$$G_R(s) = 2;$$

$$F_0(s) = \frac{2K_s}{(s+4)(s-2)}$$

$$F_w(s) = \frac{F_0(s)}{1 + F_0(s)} = \frac{2K_s}{(s+4)(s-2) + 2K_s} \stackrel{!}{=} \frac{K}{(s+1)^2}$$

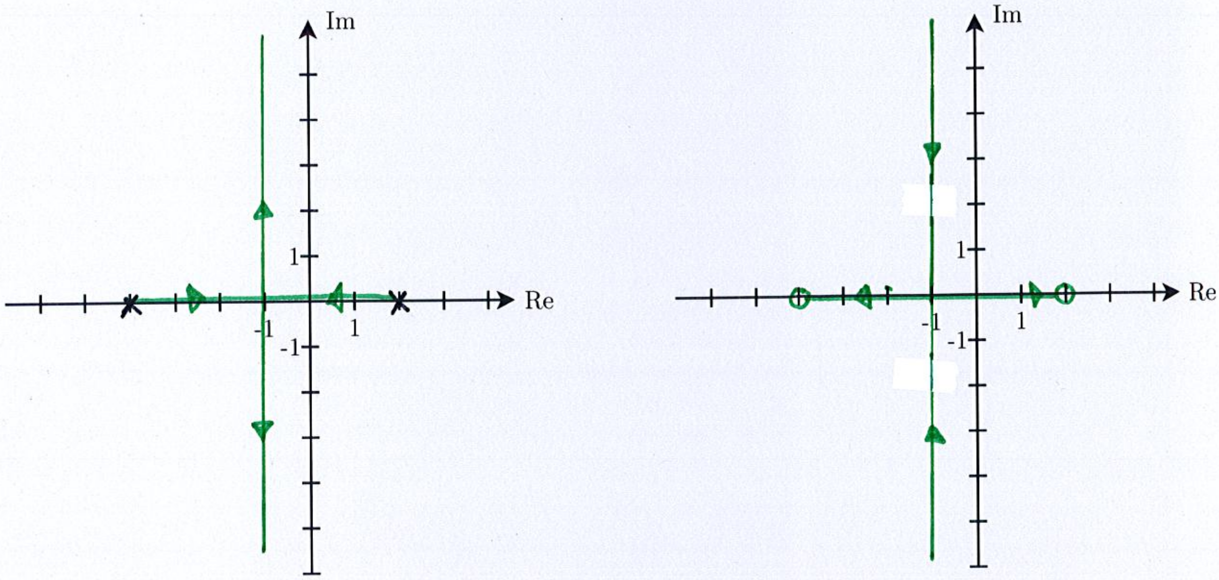
$$\Rightarrow (s+4)(s-2) + 2K_s \stackrel{!}{=} (s+1)^2$$

$$\Rightarrow s^2 + 2s + 2K_s - 8 \stackrel{!}{=} s^2 + 2s + 1$$

$$\Rightarrow 2K_s - 8 \stackrel{!}{=} 1$$

$$\Rightarrow K_s = 4{,}5$$

a) vi)



b) i)

$$E(s) = W(s) - Y(s);$$

$$Y(s) = F_o(s) \cdot E(s)$$

$$\Rightarrow E(s) = W(s) - F_o(s) \cdot E(s)$$

$$\Rightarrow \frac{E(s)}{W(s)} = \frac{1}{1+F_o(s)} = \frac{s^q \cdot (1 + a_1 s + a_2 s^2 + \dots + a_n s^n)}{K(1 + b_1 s + b_2 s^2 + \dots + b_m s^m) + s^q(1 + a_1 s + a_2 s^2 + \dots + a_n s^n)}$$

b) ii)

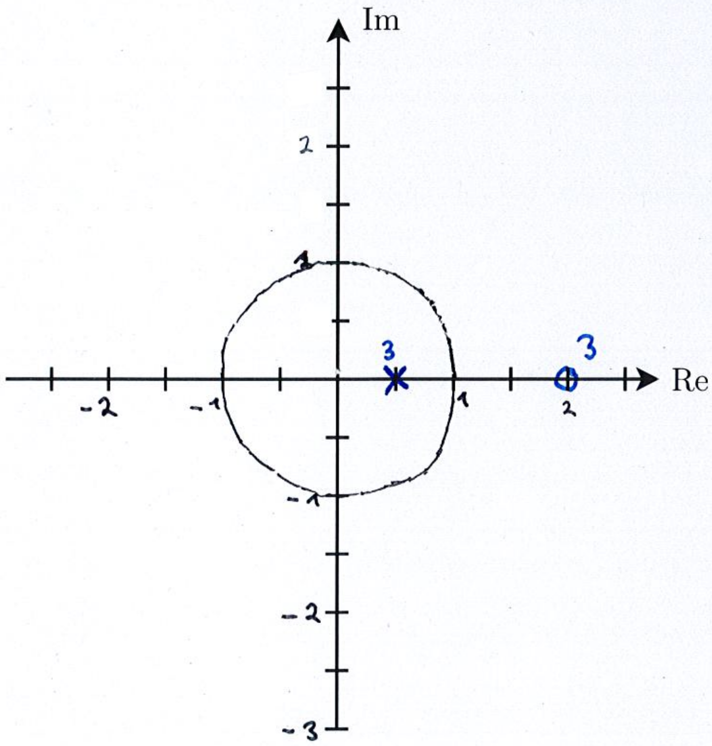
$$E(s) = \underbrace{F_e(s)}_{\text{aus (i)}} \cdot W(s) = F_e(s) \cdot \frac{1}{s}$$

EWS anwendbar, da stat. Endwert existiert (gemäß Aufgabenstellung):

$$\lim_{t \to \infty} e(t) = s \cdot F_e(s) \cdot \frac{1}{s}\Big|_{s=0} = F_e(0) = \frac{s^q \cdot (1 + a_1 s + a_2 s^2 + \dots + a_n s^n)}{K(1 + b_1 s + b_2 s^2 + \dots + b_m s^m) + s^q (1 + a_1 s + a_2 s^2 + \dots + a_n s^n)}\Bigg|_{s=0}$$

$$= \frac{0}{K + 0} = 0$$

c) i)



(Beispiel)

c) ii)

angenommen, der Allpass $G_z(z)$ aus Teil i) sei stationär genau. Dann ist auch $\tilde{G}_z(z) = 2 \cdot G_z(z)$ Allpass mit gleichem Pol-Nullstellen-Diagramm, aber nicht stationär genau ↯

d) i) nein, da $F_0(s)$ I-Verhalten zeigt ⇒ Pol bei $s=0$

d) ii)

- $G_1(s)$ passt nicht, da aufgrund des D-Verhaltens von $G_1(s)$ die Nyquist-Ortskurve hier im Koordinatenursprung beginnen müsste
- $G_2(s)$ passt nicht, da kein I-Verhalten und da e^s für eine Drehung der Nyquist-Ortskurve gegen den Uhrzeigersinn sorgen würde
- ⇒ $G_3(s)$ passt

d) iii)

Ja, darf bei Totzeitsystemen, die bis auf maximal 2 Pole im Ursprung stabil sind, verwendet werden.

d) iv) spezielles NK:

$F_w(s)$ ist stabil, solange die Nyquist-Ortskurve von $K_R \cdot F_0(s)$ den Punkt (-1) weder umkreist noch umschließt. Dies wäre der Fall für $K_R \geq 3$, da bei $K_R = 3$ der Punkt -1 gerade von der NOK durchstoßen würde.

⇒ stabil bis $K_R = 3$

allgemeines NK:

$F_0(s) = G_3(s)$ hat 2 stabile Pole, 0 instabile Pole und 1 Pol auf der im. Achse

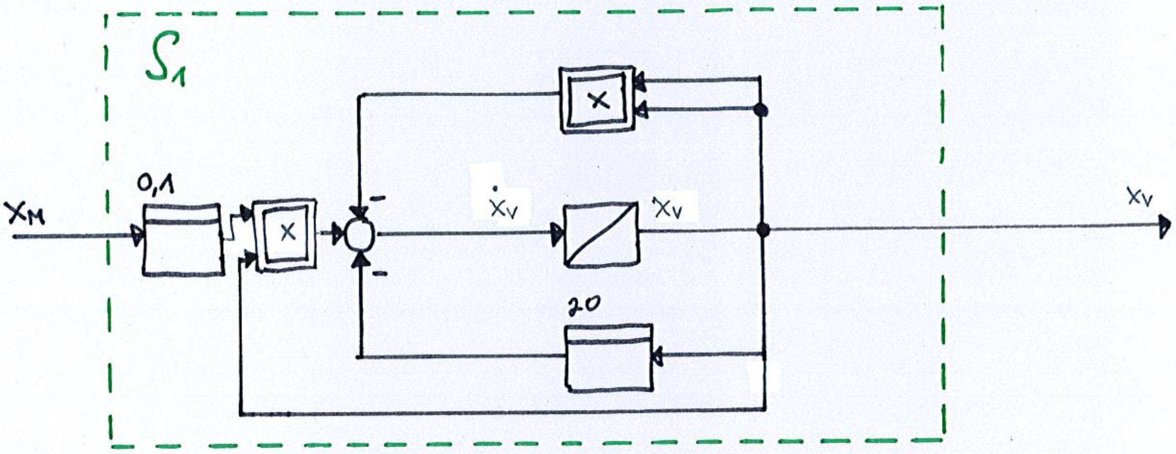
$$\Rightarrow \Delta\Phi_{STABIL} = 0 \cdot \pi + 1 \cdot \frac{\pi}{2} = \pi/2 = 90^\circ$$

⇒ Fahrstrahländerung bzgl. (-1) beträgt 90° für $K_R \leq 3$

$\neq 90^\circ$ für $K_R > 3$ ⇒ stabil bis $K_R = 3$

2. Aufgabe

a)



b)

$$x_V(0T) = 10$$

$$\dot{x}_V(0T) = (-20 - x_V(0T) + 0{,}1 \cdot x_M(0T)) \cdot x_V(0T) = (-20-10) \cdot 10 = -300$$

Euler vorwärts: $y_k = y_{k-1} + T \cdot f(k-1)$ (siehe Formelsammlung)

$$\Rightarrow x_V(1T) = x_V(0T) + T \cdot \dot{x}_V(0T) = 10 + 0{,}01 \cdot (-300) = 7$$

$$\dot{x}_V(1T) = (-20-7) \cdot 7 = -27 \cdot 7 = -189$$

$$x_V(2T) = 7 + 0{,}01 \cdot (-189) = 7 - 1{,}89 = 5{,}11$$

$$\dot{x}_V(2T) = (-20-5{,}11) \cdot 5{,}11 = -25{,}11 \cdot 5{,}11 = -125{,}55$$

$$- 2{,}511$$
$$- 0{,}2511$$
$$= -128{,}3121$$

	$x_V(kT)$	$\dot{x}_V(kT)$
$k=0$	10	-300
$k=1$	7	-189
$k=2$	5,11	-128,3121

c) ab $u_{KRIT} = 199$ bzw. $u(t) = 199 \cdot \sigma(t)$

d) i) Umformen der DGLn:

$$\left| \begin{array}{l} \dot{x}_M + 0{,}05\, x_M - 0{,}05\, x_M^2 + x_M x_V + 0{,}05\, u \cdot x_M = 0 \\ \dot{x}_V + 20\, x_M + x_V^2 - 0{,}1\, x_M x_V = 0 \end{array} \right|$$

Taylor-Entwicklung um die Ruhelage mit Abbruch nach dem linearen Glied:

$$\left| \begin{array}{l} \Delta\dot{x}_M \cdot 1 + \Delta x_M \cdot (0{,}05 - 2 \cdot 0{,}05 \cdot x_M^R + x_V^R + 0{,}05\, u^R) + \Delta x_V \cdot (x_M^R) \\ \qquad + \Delta u \cdot (0{,}05\, x_M^R) = 0 \\ \Delta\dot{x}_V \cdot 1 + \Delta x_V \cdot (20 + 2 x_V^R - 0{,}1\, x_M^R) + \Delta x_M \cdot (-0{,}1\, x_V^R) = 0 \end{array} \right|$$

Einsetzen der Ruhelagen:

$$\left| \begin{array}{l} \Delta\dot{x}_M + (0{,}05 - 30 + 10 + 4{,}95)\,\Delta x_M + 300 \cdot \Delta x_V + 15 \cdot \Delta u = 0 \\ \Delta\dot{x}_V + (20 + 20 - 30)\,\Delta x_V - \Delta x_M = 0 \end{array} \right|$$

Vereinfachen:

$$\left| \begin{array}{l} \Delta\dot{x}_M - 15\,\Delta x_M + 300\,\Delta x_V + 15\,\Delta u = 0 \\ \Delta\dot{x}_V + 10\,\Delta x_V - \Delta x_M = 0 \end{array} \right|$$

d) i) (Fortsetzung)

d) ii)

$$\left| \begin{array}{l} s \cdot \Delta X_M(s) - 15\,\Delta X_M(s) + 300\,\Delta X_V(s) + 15\,\Delta U(s) = 0 \\ s \cdot \Delta X_V(s) + 10\,\Delta X_V(s) - \Delta X_M(s) = 0 \end{array} \right| \quad \begin{array}{l} (1) \\ (2) \end{array}$$

Elimination von $\Delta X_M(s)$:

Aus (1) folgt: $\Delta X_M(s) = \frac{1}{15-s} \cdot \left(300\,\Delta X_V(s) + 15\,\Delta U(s)\right)$

Einsetzen in (2): $(s+10)\,\Delta X_V + \frac{1}{s-15}\left(300\,\Delta X_V(s) + 15\,\Delta U(s)\right) = 0$

$$\Rightarrow (s-15)(s+10)\,\Delta X_V + 300\,\Delta X_V(s) + 15\,\Delta U(s) = 0$$

$$\Rightarrow \Delta X_V(s)\left[(s-15)(s+10) + 300\right] + 15\,\Delta U(s) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta X_V(s)}{\Delta U(s)} = \frac{-15}{(s-15)(s+10)+300} = \frac{-15}{s^2-5s-150+300} = \frac{-15}{s^2-5s+150} = G_{uv}(s)$$

d) iii)

$$\Delta x_{V,STAT} = \lim_{t \to \infty} \Delta x_V(t) = \lim_{s \to 0} s \cdot G_{uv}(s) \cdot \Delta U(s) = \lim_{s \to 0} s \cdot G_{uv}(s) \cdot \frac{1}{s}$$

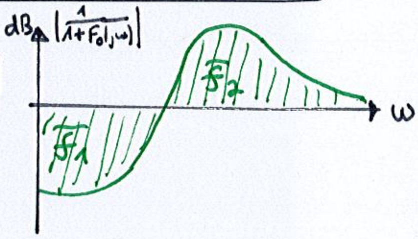
$$= \lim_{s \to 0} G_{uv}(s) = G_{uv}(0) = \frac{-15}{150} = -0{,}1 \;//$$

$\Rightarrow$ Es stellt sich der stationäre Vogelbestand $20 - 0{,}1 = \underline{\underline{19{,}9}}$ ein

3. Aufgabe

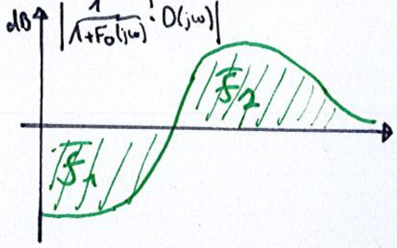
a) i) Der durch eine Regelung gegenüber einer Steuerung erzielbare Gewinn (über alle Frequenzen ω gemittelt) ist gleich null

$\mathcal{F}_1 = \mathcal{F}_2$



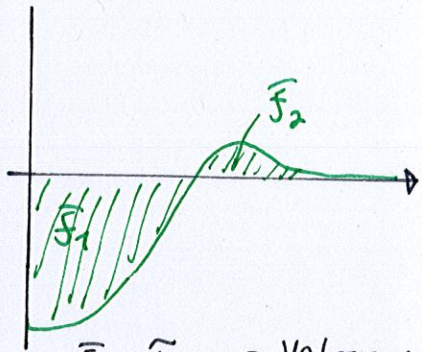
a) ii)

- weißes Rauschen = gleichverteilt über alle Frequenzen:



$\mathcal{F}_1 = \mathcal{F}_2 \Rightarrow$ keine Verbesserung

- $\frac{1}{f}$ - Raüschen = Betonung niedriger Frequenzen



$\mathcal{F}_1 > \mathcal{F}_2 \Rightarrow$ Verbesserung

b) i)

$$U(s) = Y(s) + 5s \cdot Y(s) + 6s^2 Y(s) \Rightarrow \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{6s^2+5s+1} = G(s)$$

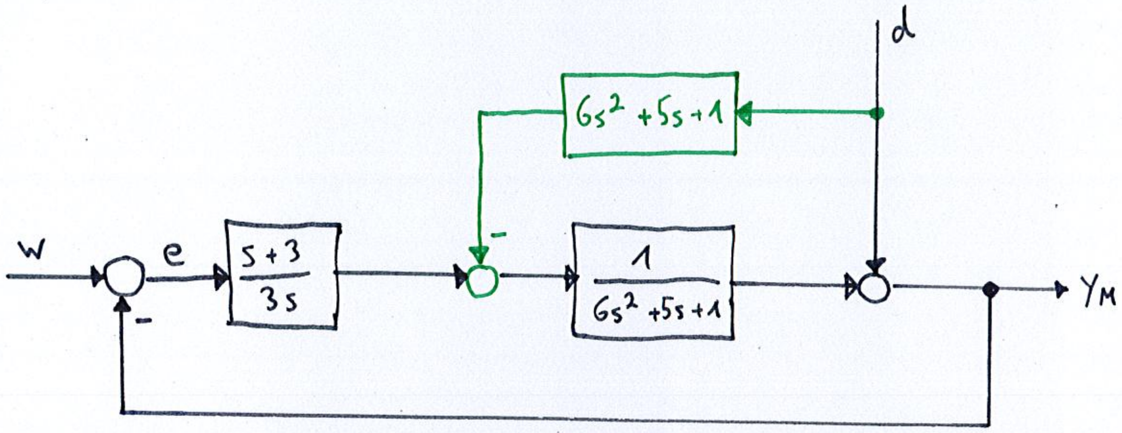
G(s) hat keinen I-Anteil → I-Anteil zur stat. genauen Regelung notwendig
$\Rightarrow R_3(s)$ oder $R_4(s)$

besser I^1-Anteil anstatt I^2-Anteil, um Stabilitätsproblemen vorzubeugen

$\Rightarrow R_3(s)$ ist am besten geeignet //

b) ii) d(t) muss messbar sein

b) iii) und iv)



b) v) Praktisches Problem: Störgrößenaufschaltung nicht realisierbar, da ZG > NG

Anpassung: Stationäre Kompensation des Störeinflusses: $\frac{1}{G(0)} = \frac{1}{1} = 1$

b) vi)

- Ohne Störgrößenaufschaltung: $F_d(s) = \frac{Y_M(s)}{D(s)} = \frac{1}{1+F_0(s)} = \frac{1}{1+\frac{s+3}{3s}\cdot\frac{1}{(3s+1)(2s+1)}}$

$$= \frac{3s\cdot(3s+1)\cdot(2s+1)}{3s\cdot(3s+1)\cdot(2s+1)+s+3} = \frac{18s^3+15s^2+3s}{18s^3+15s^2+4s+3}$$

- Mit Störgrößenaufschaltung: $\tilde{F}_d(s) = 0$

c) i) $G_4(s) = \frac{A}{1+s} + \frac{B}{1+2s} + \frac{C}{1+3s}$

$\Rightarrow A(1+2s)(1+3s) + B(1+s)(1+3s) + C(1+2s)(1+s) = 1$

$\Rightarrow A(1+5s+6s^2) + B(1+4s+3s^2) + C(1+3s+2s^2) = 1$

$\Rightarrow s^2(6A+3B+2C) + s(5A+5B+3C) + (A+B+C-1) = 0$

$$\Rightarrow \left| \begin{array}{l} 6A+3B+2C=0 \\ 5A+4B+3C=0 \\ A+B+C=1 \end{array} \right| \Rightarrow C = -3A-1{,}5B$$

$$\Rightarrow \left| \begin{array}{l} 5A+4B-9A-4{,}5B=0 \\ A+B-3A-1{,}5B=1 \end{array} \right| \Rightarrow \left| \begin{array}{l} -4A-0{,}5B=0 \\ -2A-0{,}5B=1 \end{array} \right| \Rightarrow A=0{,}5 \Rightarrow B=-4$$

$\Rightarrow C=-1{,}5+6 = 4{,}5$

$$G_z(z) = \frac{z-1}{z}\cdot \mathcal{Z}\left\{\frac{G(s)}{s}\right\} = \frac{z-1}{z}\left\{\frac{0{,}5}{s(1+s)} - \frac{4}{s(1+2s)} + \frac{4{,}5}{s(1+3s)}\right\}$$

$$= \frac{z-1}{z}\cdot \mathcal{Z}\left\{\frac{0{,}5}{s(s+1)} - \frac{2}{s(s+\frac{1}{2})} + \frac{1{,}5}{s(s+\frac{1}{3})}\right\} \overset{\text{Tipp}}{=} \frac{z-1}{z}\cdot \mathcal{Z}\left\{\frac{0{,}5}{s} - \frac{0{,}5}{s+1} - \frac{4}{s} + \frac{4}{s+\frac{1}{2}} + \frac{4{,}5}{s} - \frac{4{,}5}{s+\frac{1}{3}}\right\}$$

$$= \frac{z-1}{z}\cdot\left(\frac{0{,}5z}{z-1} - \frac{0{,}5z}{z-e^{-T}} - \frac{4z}{z-1} + \frac{4z}{z-e^{-\frac{1}{2}T}} + \frac{4{,}5z}{z-1} - \frac{4{,}5z}{z-e^{-\frac{1}{3}T}}\right)$$

$$= -\frac{0{,}5(z-1)}{z-e^{-T}} + \frac{4(z-1)}{z-e^{-\frac{1}{2}T}} - \frac{4{,}5(z-1)}{z-e^{-\frac{1}{3}T}}$$

c) ii) $G_z(z)$ hat Pole bei e^{-T}, $e^{-\frac{1}{2}T}$ und $e^{-\frac{1}{3}T}$ $\Rightarrow$ stets innerhalb des Einheitskreises

$\Rightarrow$ für alle T stabil

4. Aufgabe

a) harmonische Dauerschwingung

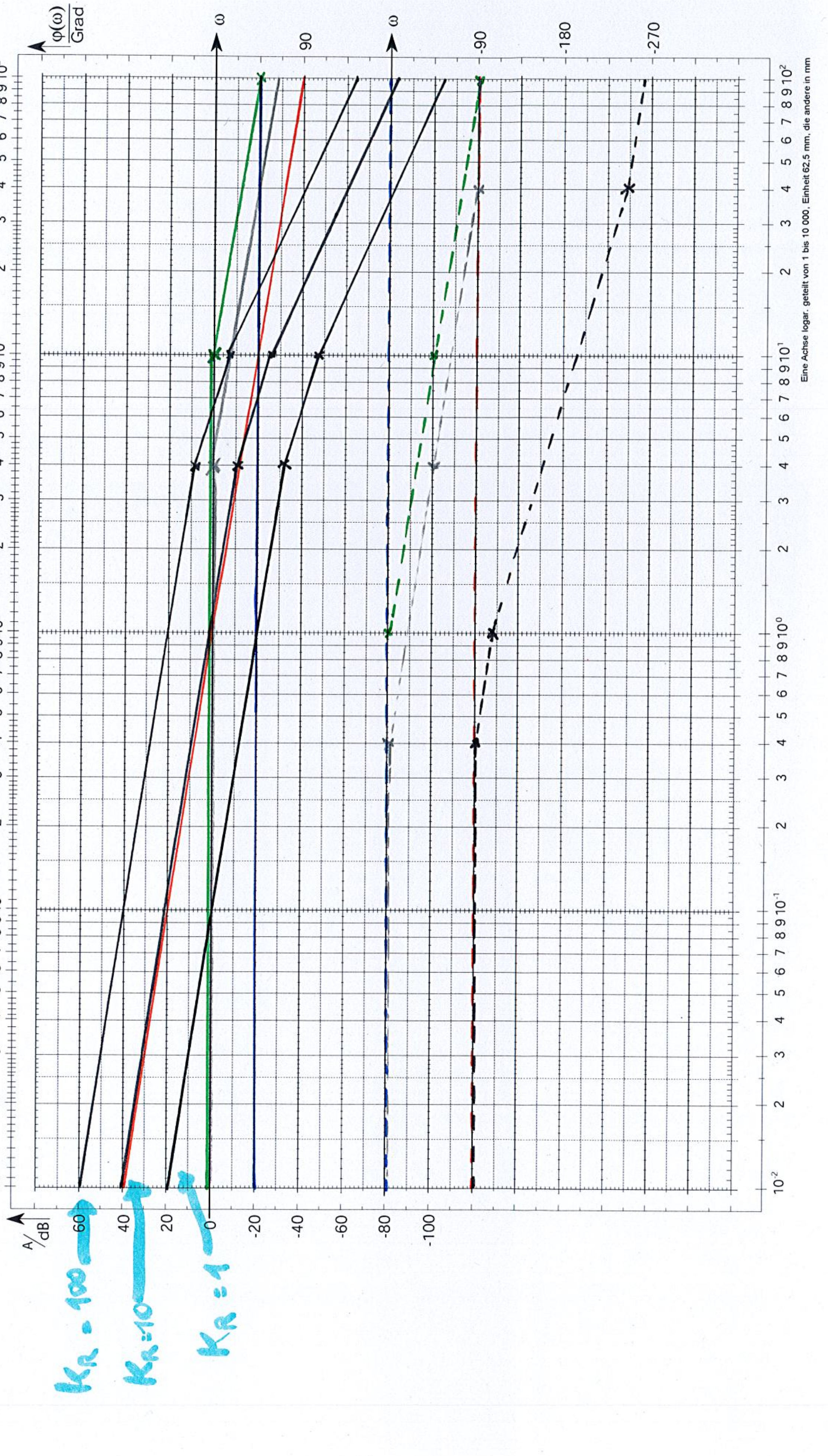
b) i) realer PID-Regler

b) ii)
$$G_S(s) = \frac{1}{(0{,}1+s)(1+6{,}25s+1{,}5s^2)} = \frac{10}{\underbrace{(1+10s)\cdot(1+6s)}_{\text{größte ZK}}\cdot(1+0{,}25s)}$$

$$\Rightarrow 1 + b_1 s + b_2 s^2 \overset{!}{=} (1+10s)(1+6s) = 1 + 16s + 60s^2$$

$$\Rightarrow \quad b_1 = 16$$
$$b_2 = 60 \;//$$

b) iii) und iv) für $K_R = 1$: $F_0(s) = \dfrac{1}{s(s+10)(1+0{,}25s)} = \dfrac{0{,}1}{s(1+0{,}1s)(1+0{,}25s)}$



b) v)

	$K_R = 1$	$K_R = 10$	$K_R = 100$
Ampl.reserve [dB]	40 dB	20 dB	0 dB
Phasenreserve [°]	≈ 90°	60°	0°
Führungsverhalten	schlecht	gut	schlecht
Störverhalten	gut	gut	schlecht

c)

- Vorteil:
  - keine Stellgliedpendelungen zwischen den Abtastschritten
  - weniger Voraussetzungen an Strecke notwendig, da kein vollständiger Kompensationsregler
- Nachteil:
  - erreicht stationären Endwert möglicherweise erst später als der schnelle DB-Regler

d) i)

$z^3 - 0{,}25z = z(z^2 - 0{,}25) \Rightarrow$ Pole bei $0, -0{,}5, +0{,}5$

$\Rightarrow$ innerhalb des EK $\Rightarrow$ stabil

(alternativ via Hurwitz: $N(z) = 1 \cdot z^3 + 0 \cdot z^2 + (-0{,}25) \cdot z + 0$

$a_3 = 1 > 0$ ✓

$N(1) = 1 - 0{,}25 > 0$ ✓

$N(-1) = -1 + 0{,}25 < 0$ ✓

$1 > |0|$ ✓

$a_1 a_3 - a_0 a_2 = -0{,}25 - 0 = -0{,}25 < 1 = a_3^2 - a_0^2$ ✓

$\Rightarrow$ stabil

d) ii)

$$G_{Rz}(z) = \frac{1}{G_z(z)} \cdot \frac{F_{wz}(z)}{1-F_{wz}(z)} \quad \left(= \frac{z^3 - 0{,}25z}{z^2 - 1{,}7z + 0{,}7} \cdot \frac{F_{wz}(z)}{1-F_{wz}(z)} \right)$$

d) iii)

1) Die mit einer positiven Rückführung versehene Wunsch-Führungsübertragungs-funktion, also $\frac{F_{wz}(z)}{1-F_{wz}(z)}$ muss stabil sein

2) Die in $G_z(z)$ enthaltene Totzeit z^{-1} muss auch in $F_{wz}(z)$ enthalten sein