

Bachelorprüfung

Systemdynamik und Regelungstechnik

13. April 2018

AUFGABENBLÄTTER

Die Lösungen sowie der vollständige Lösungsweg sind in die dafür vorgesehenen Lösungsblätter einzutragen. Lösungen werden nur bewertet, sofern sie jeweils nachvollziehbar und wohlbegründet sind. Bitte verwenden Sie nur dokumentenechtes Schreibgerät (keine Bleistifte) und keine Rotstifte.

Bitte tragen Sie Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer auf dem ersten Lösungsblatt ein und geben Sie am Ende der Prüfung die Lösungsblätter ab.

1. Aufgabe

(ca. 25%)

- a) i) Skizzieren Sie (ohne Rechnung) die Wurzelortskurven zu folgenden Systemen:

$$G_1(s) = \frac{1}{s-2}, \quad G_2(s) = \frac{s-2}{s+1}, \quad G_3(s) = \frac{s+1}{s^2}, \quad G_4(s) = \frac{s^2}{(s-1)(s+1)}$$

Hinweis: Alle Achsen müssen skaliert werden!

- ii) Welche dieser Systeme sind mit einem P-Regler stabilisierbar? (ohne Begründung!)

Im Folgenden wird das System

$$G_5(s) = G_1(s) \cdot G_2(s) \cdot G_3(s) \cdot G_4(s)$$

mit einem P-Regler $R_5(s) = K$ geregelt.

- b) i) Berechnen Sie die Führungsübertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises für $K = 1$.
- ii) Zeichnen Sie den qualitativen Verlauf der Führungssprungantwort des geschlossenen Regelkreises für $K = 1$.
- c) Bei höheren Verstärkungen $K > 1$ erhält man bei Sprunganregung des geschlossenen Regelkreises eine ungedämpfte harmonische Schwingung am Ausgang, weshalb ein solcher Regelkreis als gesteuerte Schwingungsquelle verwendet werden kann.
- i) Berechnen Sie die Lage der Pole des geschlossenen Regelkreises, sodass sich eine ungedämpfte Schwingung der Frequenz 50 Hz einstellt.
- ii) Berechnen Sie den Verstärkungsfaktor K , sodass sich am Ausgang des geschlossenen Regelkreises eine ungedämpfte Schwingung der Frequenz 50 Hz einstellt.
- d) i) Wie erkennt man anhand der Nyquist-Ortskurve, ob ein System $G(s)$ D-Verhalten aufweist?
- ii) Wie erkennt man anhand der Nyquist-Ortskurve, ob ein System $G(s)$ I²-Verhalten aufweist?

e) Die Strecke

$$G_6(s) = \frac{s^4 + 15s^3 + 84s^2 + 208s + 192}{(s+2)(s-2)(s-1)(s-5)}$$

soll mit einem P-Regler $R_6(s) = K$ geregelt werden.

- i) Für $R_6(s) = 1$ ergibt sich die in Abbildung 1 gezeigte Nyquist-Ortskurve des offenen Regelkreises. Untersuchen Sie den geschlossenen Regelkreis für $R_6(s) = 1$ mithilfe des allgemeinen Nyquistkriteriums auf Stabilität.
- ii) Überprüfen Sie mithilfe des allgemeinen Nyquistkriteriums, ob der geschlossene Regelkreis auch mit den alternativen Reglern $\tilde{R}_6(s) = \frac{1}{2}$ bzw. $\hat{R}_6(s) = 2$ stabil ist.
- iii) Erfüllt $G_6(s)$ die Voraussetzungen zur Anwendbarkeit des speziellen bzw. des allgemeinen Nyquistkriteriums? Begründen Sie jeweils.

Hinweis: Die in Abbildung 1 gezeigte Nyquist-Ortskurve schneidet die reelle Achse an den Stellen $-9,6$; $-\frac{4}{3}$; 1 und 4

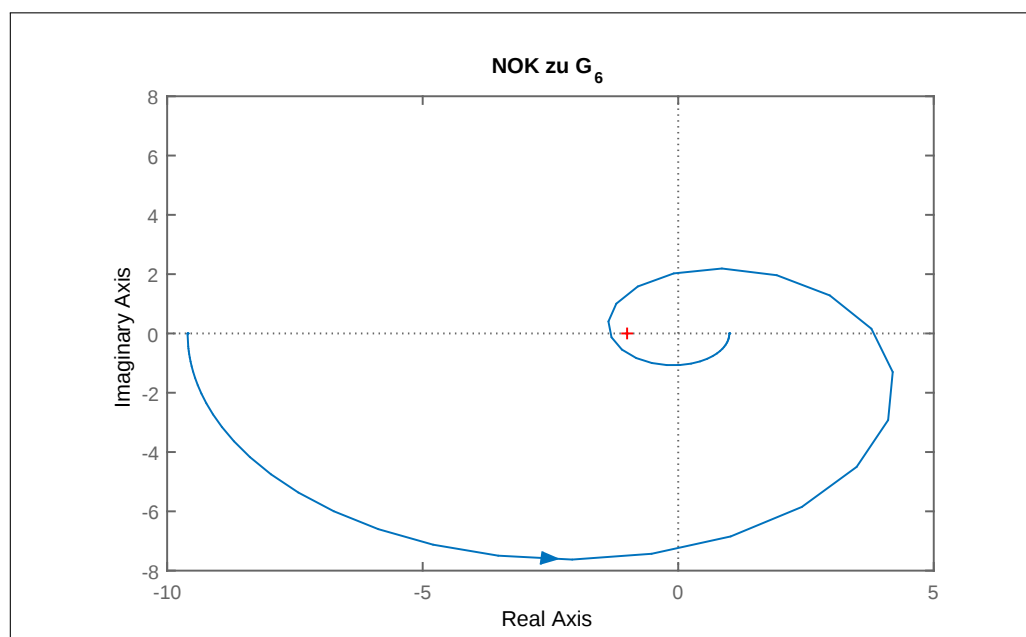


Abbildung 1

2. Aufgabe

(ca. 25%)

Für diese Aufgabe werden die beiden folgenden nichtlinearen Übertragungsglieder benötigt (siehe Abbildung 2): Das *Divisionsglied* mit

$$y(t) = \begin{cases} \frac{u_1(t)}{u_2(t)}, & u_2(t) \neq 0 \\ \infty, & u_2(t) = 0 \end{cases}$$

sowie die *Begrenzungskennlinie* mit

$$y(t) = \begin{cases} 0, & u(t) < 0 \\ u(t), & 0 \leq u(t) \leq \bar{u} \\ \bar{u}, & u(t) > \bar{u} \end{cases}$$



Abbildung 2: Divisionsglied (links) und Begrenzungskennlinie (rechts)

- a) i) Untersuchen Sie die beiden Systeme „Divisionsglied“ und „Begrenzungskennlinie“ auf Kausalität und Zeitinvarianz.
- ii) Leiten Sie für die beiden in Abbildung 3 gezeigten Systeme jeweils die zugehörigen Differentialgleichungen her.

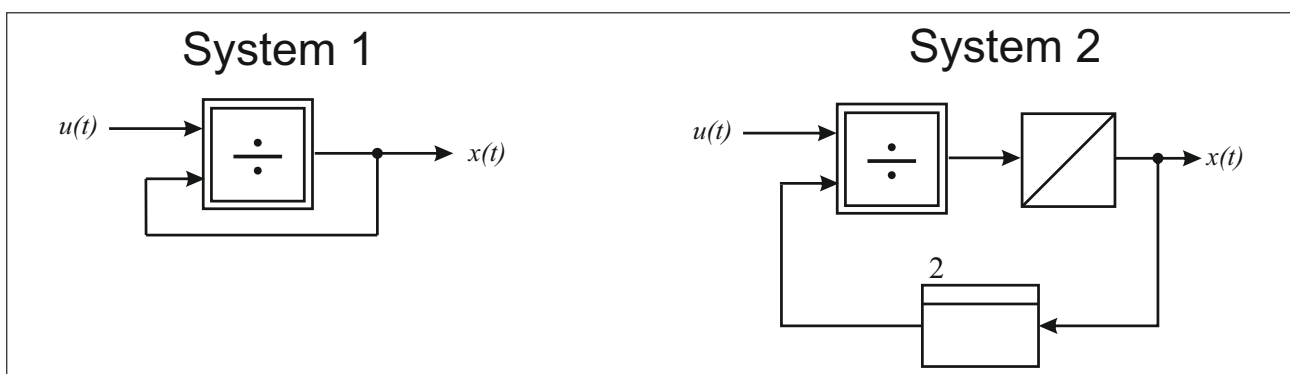


Abbildung 3

- iii) Zeichnen Sie, basierend auf dem vorigen Aufgabenteil, für die beiden in Abbildung 3 gezeigten Systeme jeweils das resultierende Signalflussbild, wenn $x(t)$ als Eingangsgröße und $u(t)$ als Ausgangsgröße interpretiert wird.

In den restlichen Aufgabenteilen wird das Befüllen unterschiedlich geformter Gläser mit Spirituosen wissenschaftlich untersucht. Alle drei in Abbildung 4 gezeigten Gläser besitzen hierbei die Höhe $\bar{h}$ und eine kreisförmige Öffnung mit Radius $\bar{h}$. Eingangsgröße der drei zu untersuchenden Systeme ist der Volumenzustrom $q_{zu}(t)$, Ausgangsgröße ist der jeweilige Pegelstand $h(t)$.

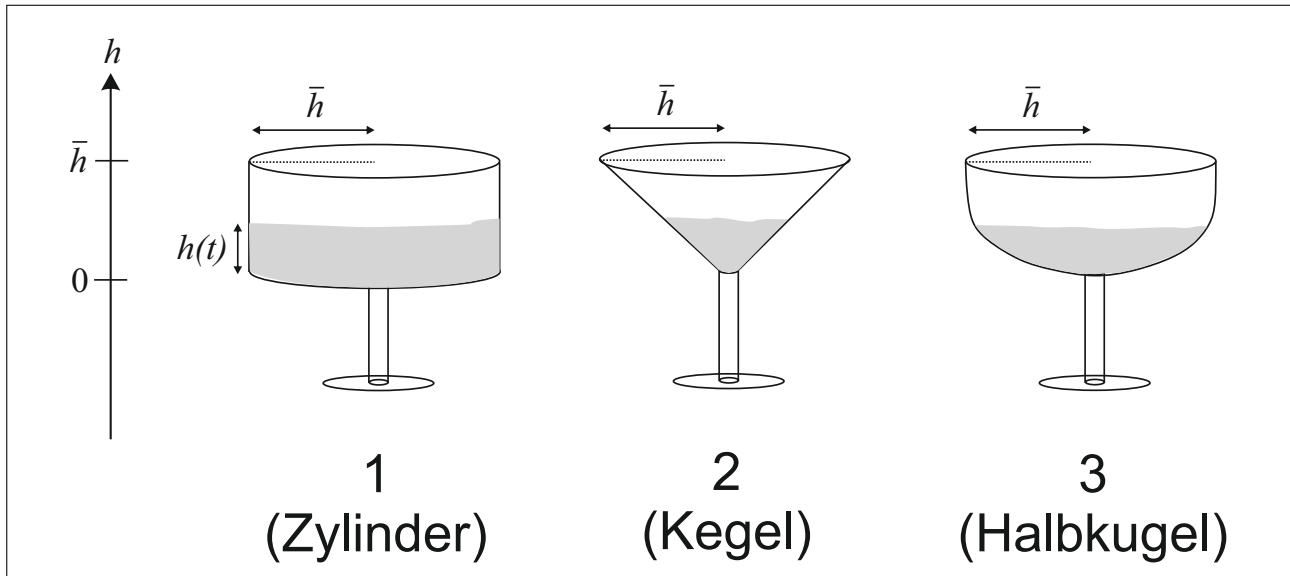


Abbildung 4

- b) i) Abbildung 5 zeigt den jeweiligen Verlauf des Pegelstandes $h(t)$ bei Sprunganregung $q_{zu}(t) = \sigma(t)$. Ordnen Sie die Sprungantworten A – C den Systemen 1 – 3 zu.

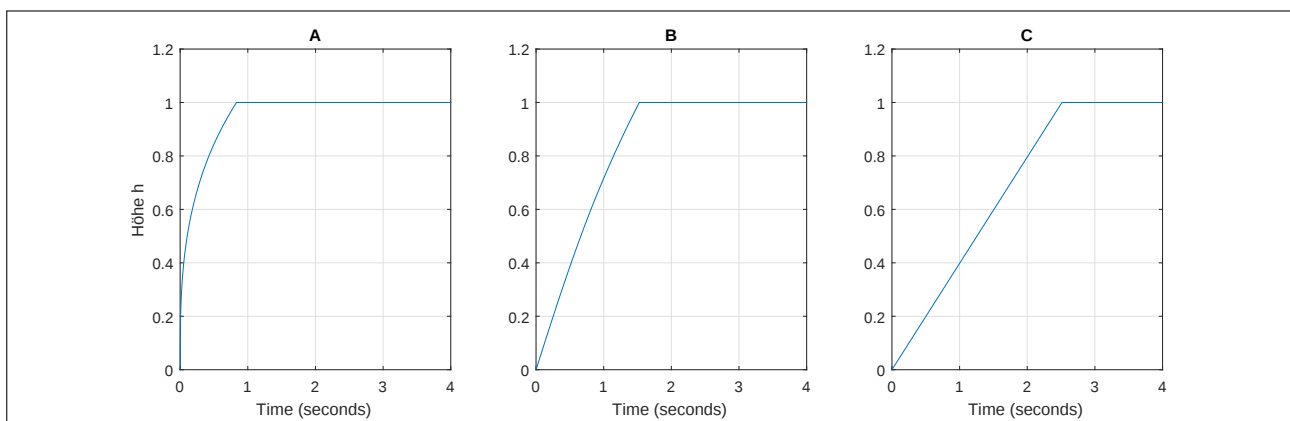


Abbildung 5

- ii) Skizzieren Sie die zugehörigen Impulsantworten in die vorbereiteten Diagramme in den Lösungsblättern.

Hinweis: Die Lösung dieser Aufgabe ist ohne Rechnung möglich.

- iii) Bestimmen Sie für System 1 (zylindrisches Glas) die Differentialgleichung, die $q_{zu}(t)$ und $h(t)$ in Beziehung setzt. Die Begrenzung der Höhe durch den Glasrand kann in diesem Aufgabenteil vernachlässigt werden.

- iv) Bestimmen Sie für System 2 (kegelförmiges Glas) die Differentialgleichung, die $q_{zu}(t)$ und $h(t)$ in Beziehung setzt. Die Begrenzung der Höhe durch den Glasrand kann in diesem Aufgabenteil vernachlässigt werden.

Tipp: Das Volumen eines Kegels beträgt $\frac{1}{3} \times \text{Grundfläche} \times \text{Höhe}$.

- v) Aufgrund einer Beschädigung gibt es ein Loch der Fläche $\tilde{A}$ am Sockel von Glas 2, sodass es zu einem Abfluss

$$q_{ab}(t) = \tilde{A} \cdot \sqrt{2g \cdot h(t)} \quad \text{mit} \quad g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

kommt. Zeichnen Sie für Glas 2 ein Signalflussbild des resultierenden Gesamtsystems mit Eingangsgröße $q_{zu}(t)$ und Ausgangsgröße $h(t)$ unter Verwendung von aus der SRT-Vorlesung bekannten elementaren Regelkreisgliedern und den in Abbildung 2 gezeigten Übertragungsgliedern.

- c) Durch die im vorigen Aufgabenteil angesprochenen Beschädigungen ist zur dauerhaften Aufrechterhaltung eines bestimmten Pegels h_{soll} eine Regelung des Zuflusses $q_{zu}(t)$ notwendig. Welche der folgenden in SRT eingeführten Entwurfsverfahren sind prinzipiell (ohne vorherige Linearisierung) auch für nichtlineare Systeme geeignet? (falls nicht geeignet, begründen Sie kurz!)

- i) P-Regler durch „Ausprobieren“
- ii) P-Regler mittels Frequenzkennlinienverfahren
- iii) P-Regler mittels Wurzelortskurvenverfahren
- iv) P-Regler mittels Einstellregeln zum Betragsoptimum
- v) P-Regler mittels Minimierung der quadratischen Regelfläche

- d) Das halbkugelförmige Glas Nummer 3 ist leider auch beschädigt, sodass sich für $\bar{h} = 1$ die folgende Differentialgleichung ergibt:

$$\frac{q_{zu}(t)}{\pi} - \sqrt{h(t)} = \frac{1}{2} \dot{h}(t) - (h(t))^2 \cdot \dot{h}(t)$$

- i) Berechnen Sie die stationäre Ruhelage für $h_{soll} = \frac{1}{2}$.
- ii) Linearisieren Sie das System um diese Ruhelage und stellen Sie die zugehörige lineare Differentialgleichung auf.

3. Aufgabe

(ca. 25%)

a) Gegeben ist die Strecke $G_7(s)$ mit der Übertragungsfunktion

$$G_7(s) = 1000 \cdot \frac{s + 4}{(s + 20)(s + 10)(s + 1)(s + 100)}.$$

i) Zeichnen Sie das Bodediagramm von $G_7(s)$ in das vorbereitete Diagramm auf den Lösungsblättern.

Tipp: $\log_{10}(5) \approx 0,7$

ii) Bestimmen Sie die Amplitudenreserve von $G_7(s)$.

iii) Mithilfe des Frequenzkennlinienverfahrens soll ein PI-Regler $R_{FKL}(s)$ entworfen werden, sodass der geschlossene Regelkreis möglichst schnell wird und eine Phasenreserve von 60° eingehalten wird. Erläutern Sie das prinzipielle Vorgehen, indem Sie aus der folgenden Auflistung alle korrekten Sätze herausuchen und in die richtige Reihenfolge bringen:

1. Wahl der Zähler-Zeitkonstanten des Reglers gemäß den „einfachen Einstellregeln“
2. Wahl der Reglerverstärkung K_R entsprechend der Amplitudenreserve von $G_7(s)$
3. Vorläufiges Setzen der Reglerverstärkung auf $K_R = 1$
4. Ablesen des Amplitudengangs $\hat{A}$ an der Stelle, an der der Phasengang -120° beträgt
5. Ablesen des Amplitudengangs $\hat{A}$ an der Stelle, an der der Phasengang 150° beträgt
6. Falls der Regler nicht realisierbar ist, Ergänzung eines oder mehrerer „schneller Pole“, bspw. bei $s = 10^6$
7. Endgültige Wahl der Reglerverstärkung zu $-\hat{A}$ (in dB) bzw. $10^{-\frac{\hat{A}}{20}}$ (linear)
8. Zeichnen des Bodediagramms des offenen Regelkreises

iv) Nun sollen die Einstellregeln nach Ziegler-Nichols zum Entwurf eines alternativen Reglers $R_{ZN}(s)$ für $G_7(s)$ zum Einsatz kommen. Bestimmen Sie mithilfe Ihres Bodediagramms aus Aufgabenteil i) die Parameter $K_{R,krit}$ und T_{krit} und daraus den Regler in der Form

$$R_{ZN}(s) = K_{ZN} \cdot \frac{1 + T_{ZN}s}{s}.$$

b) In Abbildung 6 sind die Bodediagramme der offenen Kreise für beide Reglerentwürfe aufgetragen. Abbildung 7 zeigt die Sprungantworten der beiden geschlossenen Regelkreise.

- i) Welcher Plot in Abbildung 6 gehört jeweils zu welchem der oben genannten Reglerentwurfsverfahren? Begründen Sie.
- ii) Welcher Plot in Abbildung 7 gehört jeweils zu welchem der oben genannten Reglerentwurfsverfahren? Begründen Sie.
- iii) Welcher der beiden Regler verursacht eine stärkere Dämpfung des geschlossenen Regelkreises? Begründen Sie.

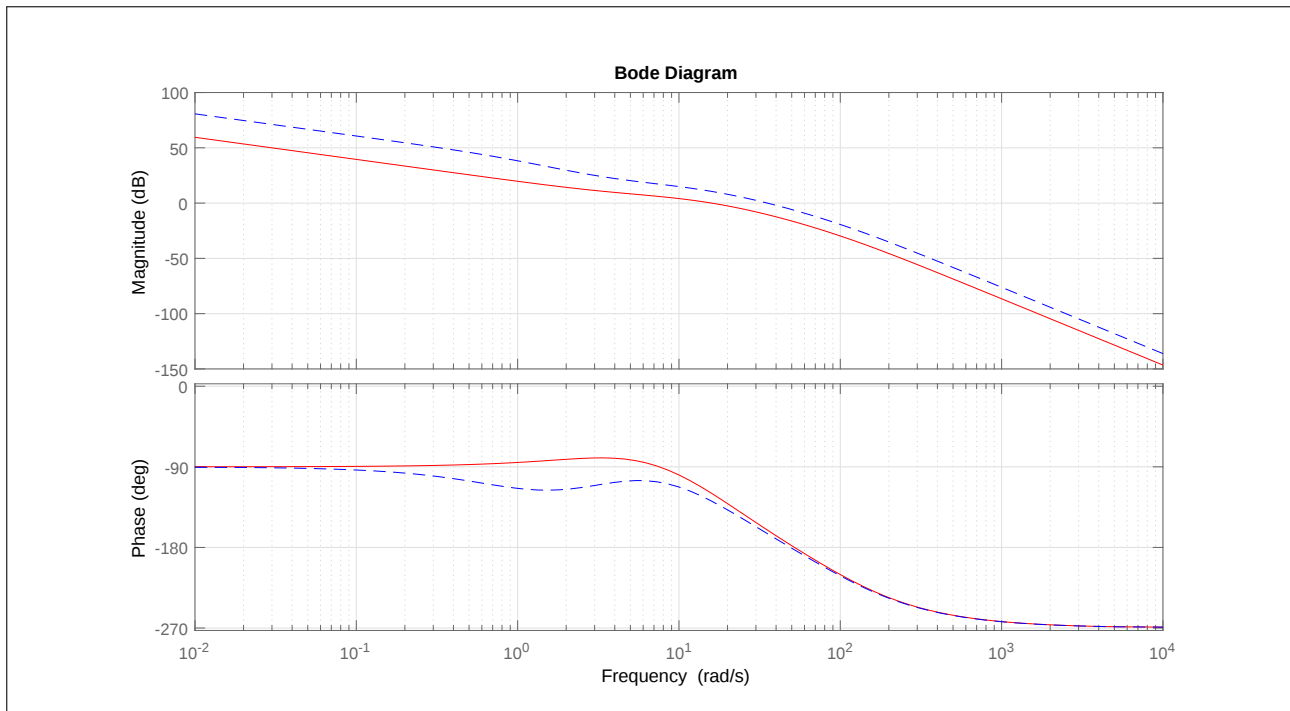


Abbildung 6

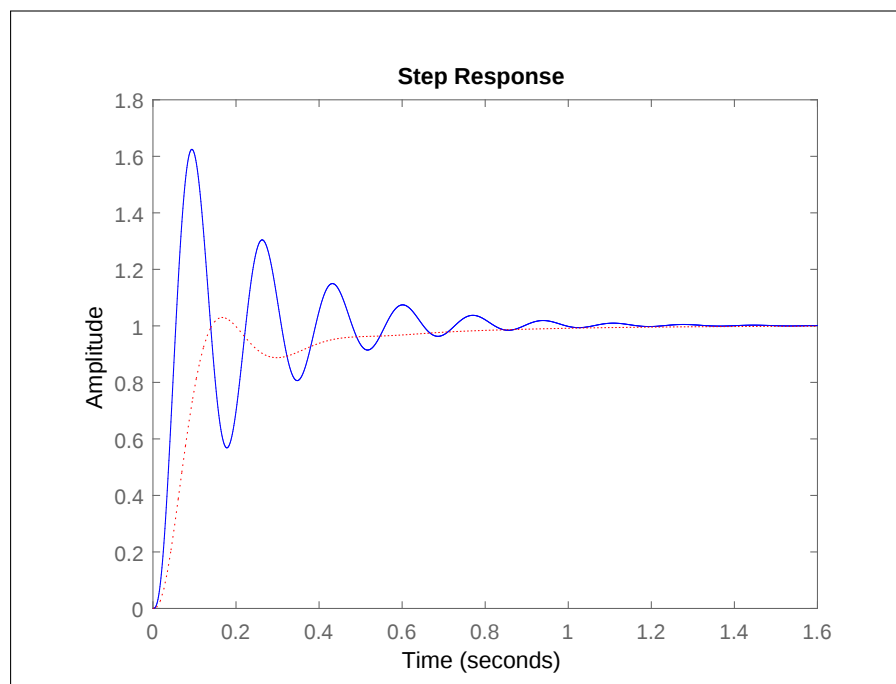


Abbildung 7

c) Überprüfen Sie das zeitdiskrete System

$$y_k = \frac{2}{3}u_k - \frac{1}{2}u_{k-1} - \frac{1}{5}y_{k-1} + y_{k-2}$$

auf Minimalphasigkeit und bestimmen Sie, falls möglich, den stationären Endwert der Ausgangsgröße y bei einem Einheitssprung als Führungsgröße u .

4. Aufgabe

(ca. 25%)

- a) Für ein System $G(s)$ wurde mithilfe des Entwurfsverfahrens „Minimierung der quadratischen Regelfläche“ ein Regler $R(s)$ entworfen (siehe Abbildung 8). Nennen Sie das zu minimierende Gütemaß J in Abhängigkeit von $w(t)$ und geben Sie das diesem Verfahren zugrundeliegende spezielle Eingangssignal $w(t)$ explizit an.

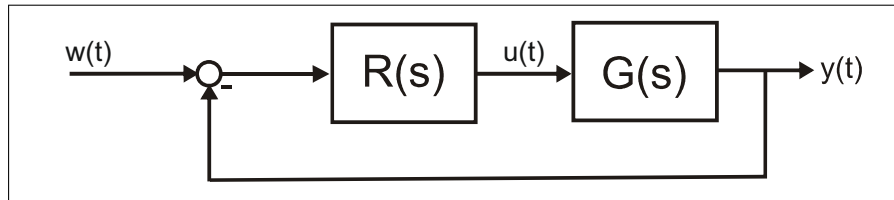


Abbildung 8

- b) Entwerfen Sie für die Strecke

$$G_{10}(s) = \frac{2}{(1 + 10s)(s + 0,1)}$$

einen PI-Regler auf Basis der Einstellregeln zum Betragsoptimum.

- c) In Abbildung 9 ist eine vermaschte Regelungsstruktur (mit Eingang $w(t)$, Ausgang $y(t)$ und Störung $d(t)$) abgebildet.

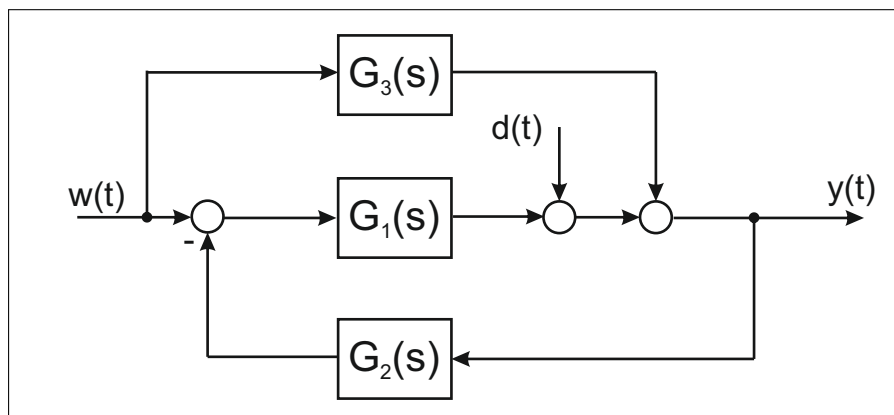


Abbildung 9

- i) Wie nennt man eine solche vermaschte Regelungsstruktur?
 - ii) Bestimmen Sie die Führungsübertragungsfunktion.
 - iii) Bestimmen Sie die Störübertragungsfunktion für den Spezialfall $G_3(s) = 0$.
 - iv) Bestimmen Sie nun die Störübertragungsfunktion für den allgemeinen Fall $G_3(s) \neq 0$.
- d) Wie lässt sich ein zeitdiskretes System $G_z(z) = \frac{Z(z)}{N(z)}$ auf Schwingfähigkeit überprüfen?
- e) Wie lautet die Formel zum Entwurf eines vollständigen Kompensationsreglers $G_R(s)$ für das System $G_S(s)$, wenn der geschlossene Regelkreis die Wunsch-Führungsübertragungsfunktion $G_{wM}(s)$ besitzen soll?

Für alle noch folgende Aufgabenteile ist die Strecke $G_S(s)$ wie folgt definiert:

$$G_S(s) = \frac{s + 4}{(s + 0,5)(s + 1)(s + 10)}$$

f) Schreiben Sie ein MATLAB-Programm, welches einen vollständigen Kompensationsregler $G_R(s)$ für $G_S(s)$ entwirft. Das Programm soll aus folgenden Teilen bestehen:

- Abspeichern des Systems $G_S(s)$ als Variable **G_S** im MATLAB-Workspace
- Entwurf eines vollständigen Kompensationsreglers **G_R** mit der Wunsch-Führungsübertragungsfunktion

$$G_w(s) = \frac{2s + 1}{s^2 + 2s + 1}$$

- Plot der Sprungantwort der Störübertragungsfunktion (bei Störung am Ausgang)
 - Diskretisierung des Reglers mit der Zeitkonstanten $T = 5s$
- g) Überprüfen Sie anhand der Faustregel aus der Vorlesung, ob die Diskretisierung mit $T = 5s$ im vorangegangenen Aufgabenteil für Fast Sampling Design zulässig war.
- h) Für die Strecke $G_S(s)$ soll nun außerdem eine Störgrößenaufschaltung $G_{RD}(s)$ zur Kompensation einer Ausgangsstörung $d(t)$ realisiert werden.
- i) Zeichnen Sie ein Gesamt-Signalfussbild bestehend aus den Übertragungsgliedern $G_S(s)$, $G_R(s)$ und $G_{RD}(s)$ und zeichnen Sie die Signale $w(t)$, $d(t)$ und $y(t)$ ein.
- Hinweis:** Die Übertragungsglieder müssen nicht näher spezifiziert werden.
- ii) Wie muss $G_{RD}(s)$ gewählt werden, damit die Störung vollständig eliminiert wird? Warum ist eine solche Aufschaltung hier physikalisch nicht realisierbar?
 - iii) Bestimmen Sie eine alternative Störgrößenaufschaltung $\tilde{G}_{RD}(s)$, mithilfe derer eine stationäre Kompensation des Störeinflusses möglich bleibt.