Karlsruher Institut für Technologie

Bachelorprüfung

Systemdynamik und Regelungstechnik

13. April 2018

LÖSUNGSBLÄTTER

Name: ARFAKTOR Vorname: Line

Matrikel-Nr.: $\frac{1}{5+1}$ E-Mail: ....

Bitte tragen Sie gleich zu Beginn der Prüfung Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer auf diesem Deckblatt ein.

Die Lösungen sowie der vollständige Lösungsweg sind in die dafür vorgesehenen Lösungsblätter einzutragen. Lösungen werden nur bewertet, sofern sie jeweils nachvollziehbar und wohlbegründet sind. Bitte verwenden Sie nur dokumentenechtes Schreibgerät (keine Bleistifte) und keine Rotstifte.

Bei Platzproblemen können die Rückseiten der Lösungsblätter benutzt oder zusätzliche Lösungsblätter angefordert werden. Eigenes Konzeptpapier ist nicht zugelassen und wird als unzulässiges Hilfsmittel bewertet.

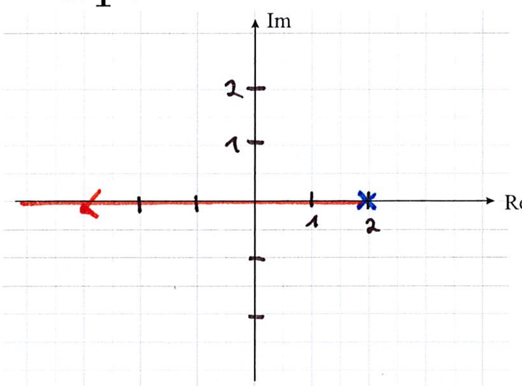
Geben Sie am Ende der Prüfung alle zur Verfügung gestellten Lösungsblätter ab.

Aufgabe	Punkte
1	
2	
3	
4	
Σ	

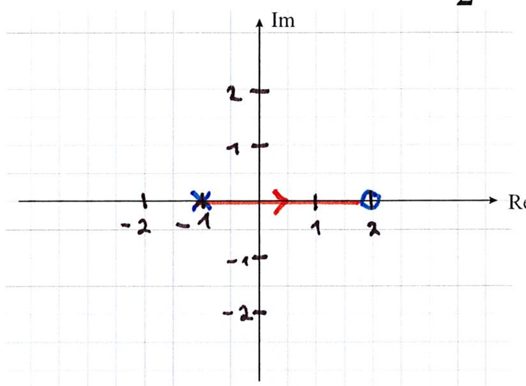
1. Aufgabe (ca. 25%)

a) i)

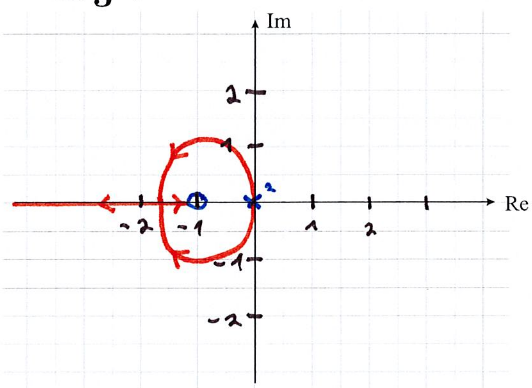
G_1 :



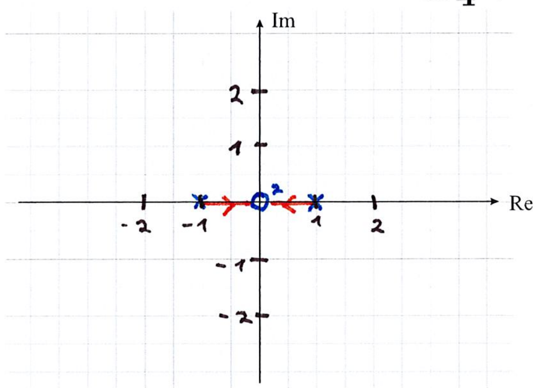
G_2 :



G_3 :



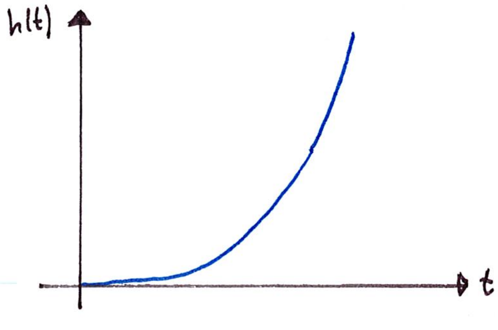
G_4 :



a) ii) G_1, G_2, G_3

b) i) $F_{wr}(s) = \dfrac{1}{(s-1)(s+1)+1} = \dfrac{1}{s^2}$

b) ii)



c) i) $\omega = 2\pi f$

$$s \overset{!}{=} j\omega = j2\pi f = j100\pi$$

$\Rightarrow$ Pole bei $\pm j100\pi$

c) ii) Pole des geschl. RK: $Z(s) + N(s) \overset{!}{=} 0$

$$\Rightarrow K + (s-1)(s+1) \overset{!}{=} 0$$

$$\Rightarrow s^2 \overset{!}{=} 1 - K$$

da $K > 1$: $\Rightarrow s = \pm j\sqrt{K-1}$

mit $s = \pm j100\pi$ folgt: $j100\pi \overset{!}{=} j\sqrt{K-1}$

$$\Rightarrow K = (100\pi)^2 + 1$$

d) i) NOK startet im Ursprung

d) ii) NOK kommt von links aus dem Unendlichen

e) i) $F_o(s) = G_G(s)$ hat 3 Pole rechts der imaginären Achse und 0 Pole auf der imaginären Achse

$\Rightarrow \Phi_{STABIL} = +3\pi$

Ablesen: $\Phi_{IST} = +3\pi$ (gegen den Uhrzeigersinn)

$\Rightarrow$ geschlossener RK ist stabil

e) ii) Für Stabilität gemäß allgemeinem NK muss $K > \frac{3}{4}$ gelten, damit der Schnittpunkt mit der reellen Achse, welcher für $R_G(s) = 1$ bei $-\frac{4}{3}$ liegt, nicht rechts von Punkt (-1) liegt

$\Rightarrow$ • für $\tilde{R}_G(s) = \frac{1}{2}$ ist der geschlossene RK nicht stabil

• für $\hat{R}_G(s) = 2$ ist der geschlossene RK stabil

e) iii)

- spezielles NK: nicht anwendbar, da $G_G(s)$ Pole rechts der imaginären Achse besitzt
- allgemeines NK: nicht anwendbar, da für $G_G(s)$ Zählergrad = Nennergrad gilt

2. Aufgabe (ca. 25%)

a) i)

- Beide Systeme sind kausal, da statisch
- Beide Systeme sind zeitinvariant, da

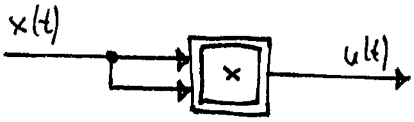
$$y(u = u(t-\tau))\Big|_t = y(u = u(t))\Big|_{t-\tau}$$

a) ii)

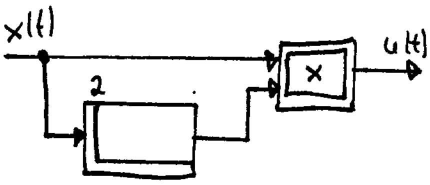
- System 1: $x(t) = \frac{u(t)}{x(t)} \Rightarrow x^2(t) = u(t)$
- System 2: $\dot{x}(t) = \frac{u(t)}{2x(t)} \Rightarrow 2x(t)\dot{x}(t) = u(t)$

a) iii)

- System 1:



- System 2:

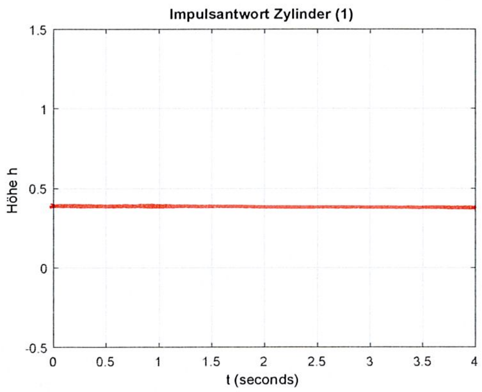


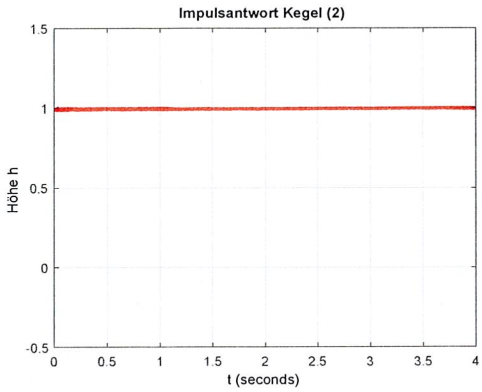
b) i) A - 2

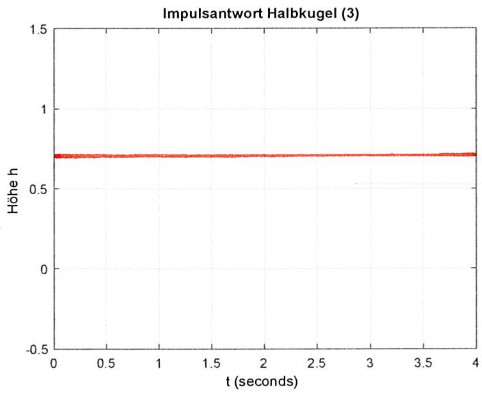
B - 3

C - 1

b) ii)







b) iii)

$$V = A \cdot h = (\pi \bar{h}^2) \cdot h$$

$$\Rightarrow V(t) = \pi \bar{h}^2 \cdot h(t)$$

$$\Rightarrow \dot{V}(t) = \pi \bar{h}^2 \cdot \dot{h}(t) = q_{zu}(t)$$

b) iv)

$$V = \frac{1}{3} \cdot A \cdot h = \frac{1}{3} \cdot (\pi h^2) \cdot h$$

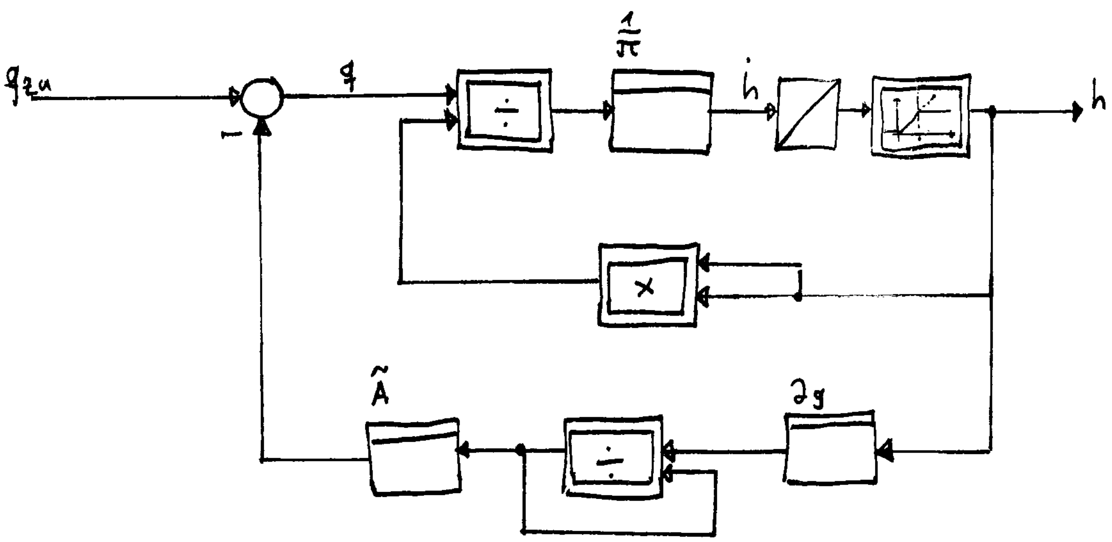
$$\Rightarrow V(t) = \frac{1}{3}\pi \, h^3(t)$$

$$\Rightarrow \dot{V}(t) = \frac{\partial V}{\partial h} \cdot \frac{dh}{dt} = \pi h^2(t) \cdot \dot{h}(t) = q_{zu}(t)$$

b) v)

$$q(t) = q_{zu}(t) - q_{ab}(t) = q_{zu}(t) - \tilde{A} \cdot \sqrt{2gh(t)}$$

$$\frac{q(t)}{h^2(t)} = \pi \dot{h}(t)$$



c) i) und v)

d) i)

$$\frac{q_{zu}^{soll}}{\pi} - \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \cdot 0 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot 0$$

$$\Rightarrow q_{zu}^{soll} = \pi \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\pi}{\sqrt{2}}$$

d) ii)

$$\frac{q_{zu}}{\pi} - h^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2}\dot{h} + h^2 \dot{h} = 0$$

Linearisierung:

$$\frac{1}{\pi} \cdot \Delta q_{zu} + \left[\left(-\frac{1}{2} h^{\left(-\frac{1}{2}\right)} \right)\Big|_{AP} + \left(2 \cdot h \cdot \dot{h} \right)\Big|_{AP} \right] \Delta h + \left[-\frac{1}{2} + \left(h^2 \right)\Big|_{AP} \right] \Delta \dot{h} = 0$$

$$\left(\text{mit } h_{AP} = h_{soll} = \frac{1}{2} \text{ und } \dot{h}_{AP} = 0 \right) :$$

$$\frac{\Delta q_{zu}}{\pi} + \left(-\frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \right) \Delta h + 0 \cdot \Delta h - \frac{1}{2} \Delta \dot{h} + \frac{1}{4} \Delta \dot{h} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta q_{zu}}{\pi} - \frac{1}{\sqrt{2}} \Delta h - \frac{1}{4} \Delta \dot{h} = 0$$

$$\Rightarrow \Delta q_{zu} = \frac{\pi}{\sqrt{2}} \Delta h + \frac{\pi}{4} \Delta \dot{h}$$

3. Aufgabe (ca. 25%)

a) i)

`Zwei leere Bodediagramme auf den folgenden Seiten zur Bearbeitung von 3 a) i) .`

$$G_7(s) = 1000 \cdot \frac{4\left(1+\frac{1}{4}s\right)}{20\left(1+\frac{1}{20}s\right)\cdot 10\left(1+\frac{1}{10}s\right)\cdot(1+s)\cdot 100\left(1+\frac{1}{100}s\right)}$$

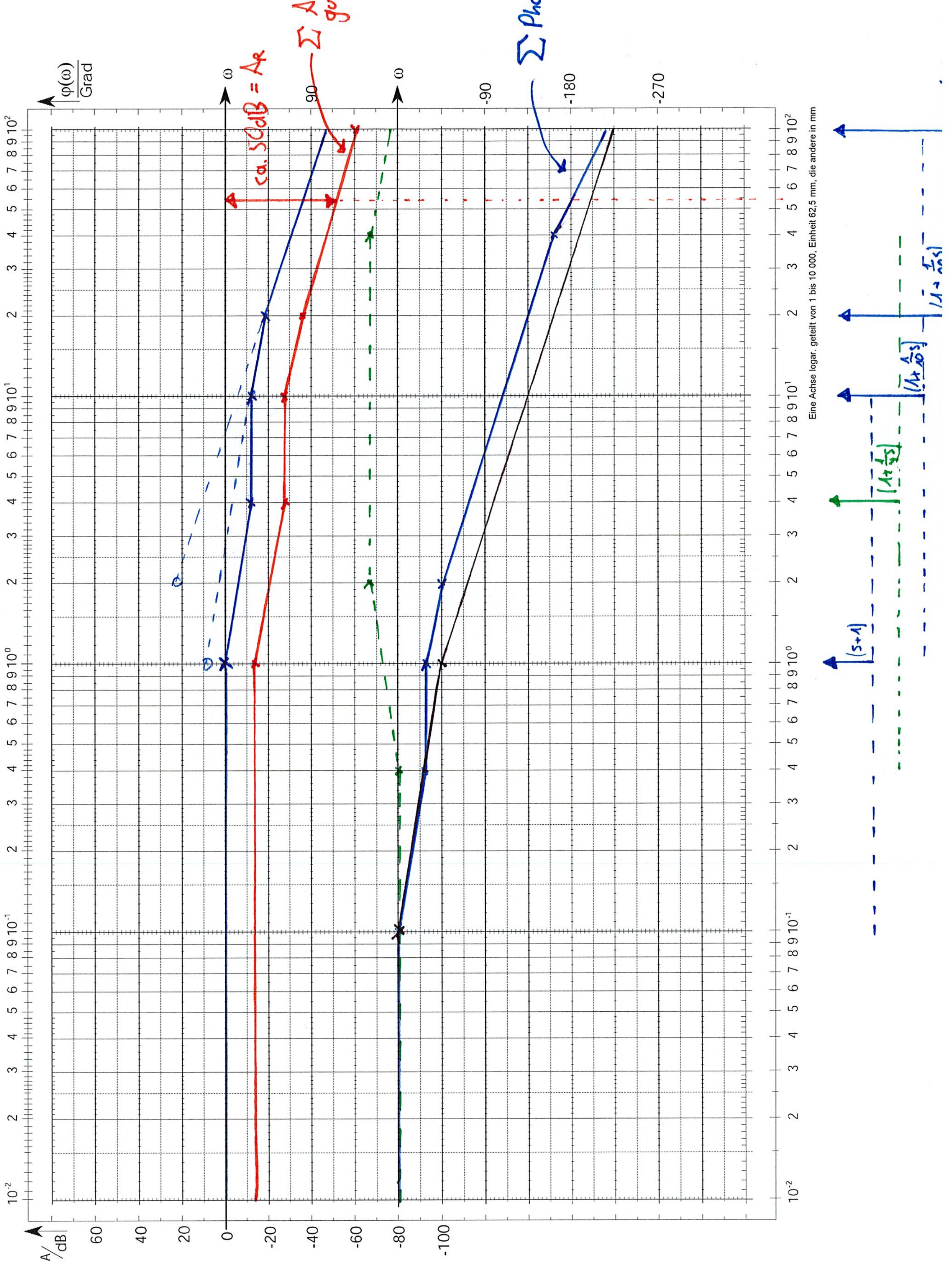
$$= 1000 \cdot \frac{4\left(\frac{1}{4}s+1\right)}{20000\left(\frac{1}{20}s+1\right)\left(\frac{1}{10}s+1\right)(s+1)\left(\frac{1}{100}s+1\right)}$$

$$= \frac{1}{5} \cdot \frac{\frac{1}{4}s+1}{\left(\frac{1}{20}s+1\right)\left(\frac{1}{10}s+1\right)(s+1)\left(\frac{1}{100}s+1\right)}$$

Verstärkung $\frac{1}{5}$ sorgt im Bodediagramm für ~~A~~ Anstieg um $20 \cdot \log_{10}\left(\frac{1}{5}\right)$
$= -20 \cdot \log_{10}(5) \approx -14$ $\Rightarrow$ Senkung der FKL um 14 dB

a) ii) $A_R \approx 50\,\text{dB}$

a) iii) $1 \rightarrow 3 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow 7$


φ(ω)/Grad
ω
90
-90
-180
-270
A/dB
60
40
20
0
-20
-40
-60
-80
-100
Eine Achse logar. geteilt von 1 bis 10 000, Einheit 62,5 mm, die andere in mm
∑ Amplitudengang
ca. 50dB = A_R
∑ Phasengang
(s+1)

a) iv)

$$A_R \approx 50\,dB \Rightarrow K_{R,KRIT} = 10^{\frac{50}{20}} = 10^{2,5}$$

$$\omega_{KRIT} \approx 53\,s^{-1} \Rightarrow f_{KRIT} = \frac{53}{2\pi}\,Hz$$

aus Tabelle: $K_R = 0{,}45\,K_{R,KRIT}$

$T_N = 0{,}85 \cdot T_{KRIT}$

$$R_{ZN}(s) = K_R\left(1 + \frac{1}{T_N \cdot s}\right) = \frac{\frac{K_R}{T_N} + K_R \cdot s}{s} = \underbrace{\frac{K_R}{T_N}}_{K_{ZN}} \cdot \frac{1 + \overbrace{T_N}^{T_{ZN}} s}{s}$$

b) i) durchgehende Linie = FKL-Verfahren, da dort Phasenreserve 60°

b) ii) durchgehende Linie = Ziegler-Nichols, da viel schwächer gedämpft ($\varphi_R \ll 60°$)

b) iii) FKL-Verfahren, da größere Phasenreserve c)

$$Y(z) = \frac{2}{3}U(z) - \frac{1}{2}z^{-1}U(z) - \frac{1}{5}z^{-1}Y(z) + z^{-2}Y(z)$$

$$\Downarrow$$

$$Y(z)\left(1 + \frac{1}{5}z^{-1} - z^{-2}\right) = U(z)\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2}z^{-1}\right)$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{\frac{2}{3} - \frac{1}{2}z^{-1}}{1 + \frac{1}{5}z^{-1} - z^{-2}} = \frac{\frac{2}{3}z^{2} - \frac{1}{2}z}{\underbrace{z^{2}}_{a_2} + \underbrace{\frac{1}{5}}_{a_1}z \underbrace{- 1}_{a_0}}$$

Überprüfung mittels zeitdiskretem Hurwitzkriterium (siehe FS)

$a_2 > 0$ ✓

$N(1) = \frac{1}{5} > 0$ ✓

$N(-1) = -\frac{1}{5} < 0$ ✗ $\Rightarrow$ Pole außerhalb des Einheitskreises (und damit auch nichtminimalphasig)

$\Rightarrow$ stat. Endwert existiert nicht

4. Aufgabe (ca. 25%)

a)

$$J = \int_0^\infty e^2(t)\,dt = \int_0^\infty (y(t) - w(t))^2\,dt = \int_0^\infty (y(t) - \sigma(t))^2\,dt$$

b)

$$G_{10}(s) = \frac{2}{(1+10s)(s+0{,}1)} = \frac{2}{(1+10s)\cdot\frac{1}{10}(1+10s)} = \frac{20}{(1+10s)^2}$$

$$= \frac{20}{1+20s+100s^2} = \frac{1}{\underbrace{\frac{1}{20}}_{a_0} + \underbrace{s}_{a_1} + \underbrace{5s^2}_{a_2}}$$

gemäß FS: $R_{10}(s) = \frac{r_0 + r_1 s}{2s}$ mit $r_0 = 0{,}05 \cdot \frac{1-0{,}25}{5} = 0{,}0075$

$r_1 = \frac{1-0{,}25}{5} - 0{,}05 = 0{,}1$

$$\Rightarrow R_{10}(s) = \frac{(0{,}05)^2}{2s}$$

c) i) Regelung mit Vorsteuerung

c) ii)

$$Y(s) = G_3(s)\cdot W(s) + G_1(s)\cdot\left[W(s) - G_2(s)\cdot Y(s)\right]$$

$$= (G_3(s) + G_1(s))\,W(s) - G_1(s)\,G_2(s)\,Y(s)$$

$$\Rightarrow F_w(s) = \frac{Y(s)}{W(s)} = \frac{G_1(s) + G_3(s)}{1 + G_1(s)\,G_2(s)}$$

c) iii)

$$Y(s) = D(s) + G_1(s) \cdot [-G_2(s) \cdot Y(s)]$$

$$\Rightarrow Y(s) \cdot [1 + G_1(s) G_2(s)] = D(s)$$

$$\Rightarrow F_s(s) = \frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{1}{1 + G_1(s) G_2(s)}$$

c) iv)

$$F_s(s) = \frac{1}{1 + G_1(s) G_2(s)}$$

(keine Änderung zu c) iii), da $G_3(s)$ von Störung nicht beeinflusst wird)

d)

Nicht alle Nullstellen von $N(z)$ dürfen rein reell sein

e)

$$G_R(s) = \frac{1}{G_S(s)} \cdot \frac{G_{WM}(s)}{1 - G_{WM}(s)}$$

f)

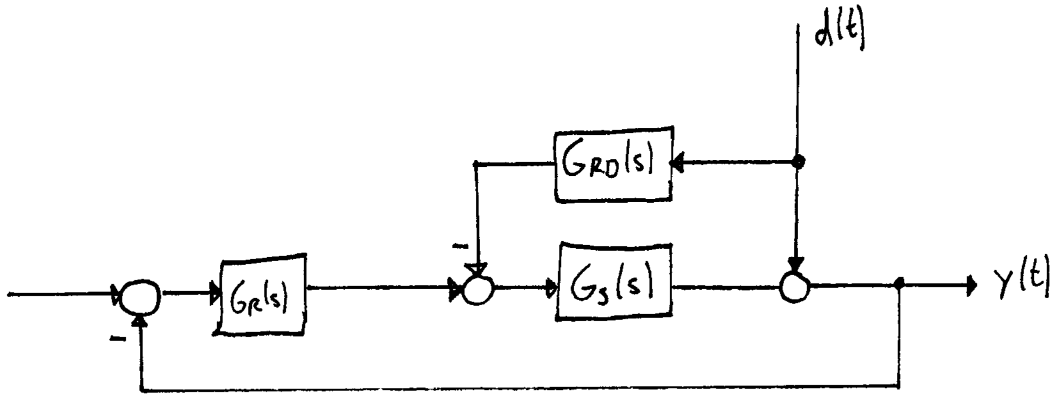
```
G_s = zpk( [-4], [-0.5   -1   -10], 1 )
G_w = tf ([2  1],[1  2  1])
G_R = 1 / G_s * G_w / (1-G_w)
G_stoer = 1 / (1+ G_s * G_R)
step (G_stoer)
c2d (G_R, 5)
```

g) Faustregel: $T \overset{!}{<} \dfrac{\pi}{|s_{MAX}| \cdot (10 \ldots 40)}$

hier: $|s_{MAX}| = 10 \Rightarrow T \overset{!}{<} \dfrac{\pi}{100 \ldots 400}$

$\Rightarrow T = 5s$ ist viel zu groß $\Rightarrow$ Fast Sampling Design nicht zulässig

h) i)



h) ii) $G_{RD}(s) = \dfrac{1}{G_S(s)} = \dfrac{(s+0,5)(s+1)(s+10)}{s+4}$.

Problem: mehr Pole als Nullstellen $\rightarrow$ nicht realisierbar

h) iii) $\tilde{G}_{RD}(s) = \dfrac{1}{G_S(0)} = \dfrac{0,5 \cdot 1 \cdot 10}{4} = \dfrac{5}{4}$