

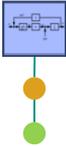
# Institut für Regelungs- und Steuerungssysteme

## Vorlesung: Systemdynamik und Regelungstechnik

### Kapitel 2

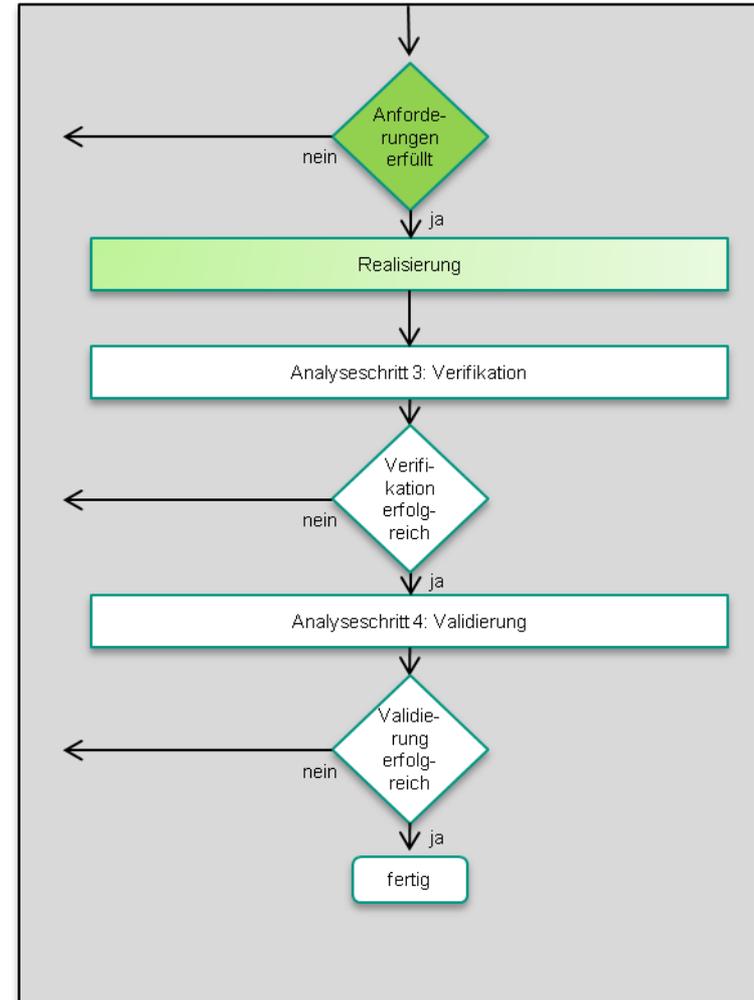
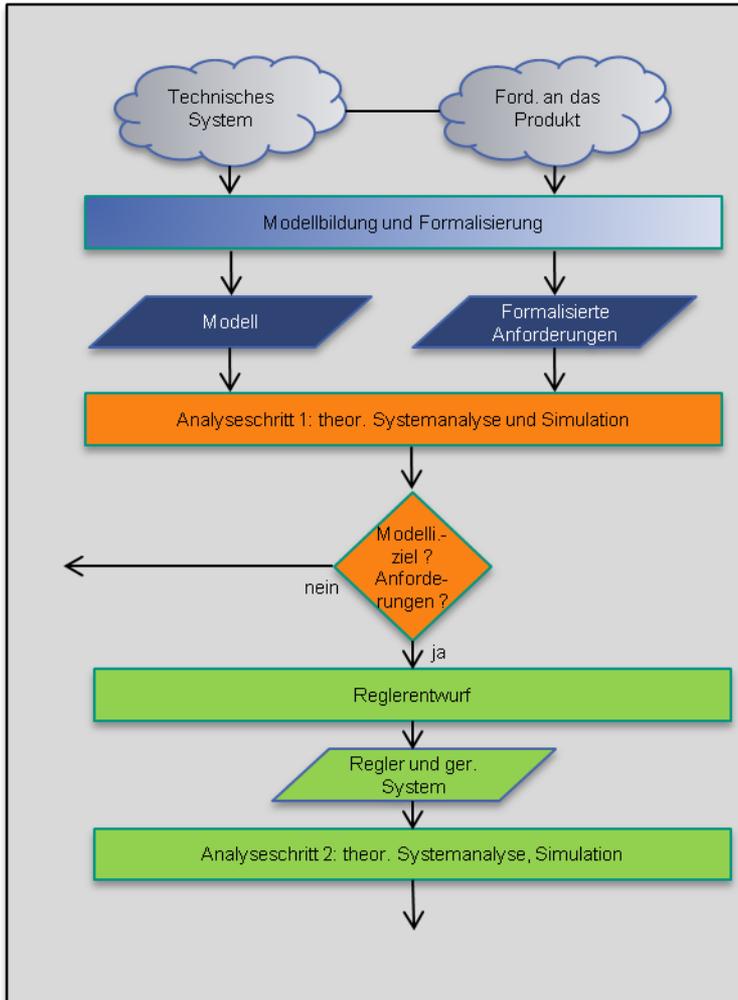
Institut für Regelungs- und Steuerungssysteme, Prof. Dr.-Ing. Sören Hohmann

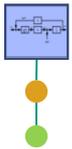




# Einordnung in den Gesamtentwurf

## Übersicht





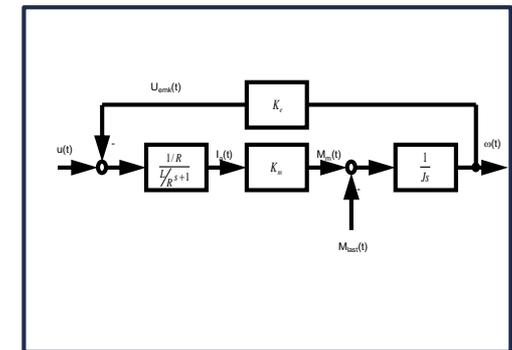
## 1. Einführung

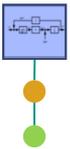
1. Motivation
2. Übersicht
3. Begriffsbildung und Modellierung
4. Steuerung und Regelung
5. Entwicklungsablauf für Regelungssysteme



## 2. Klassifizierung und Beschreibung von linearen Regelkreisen

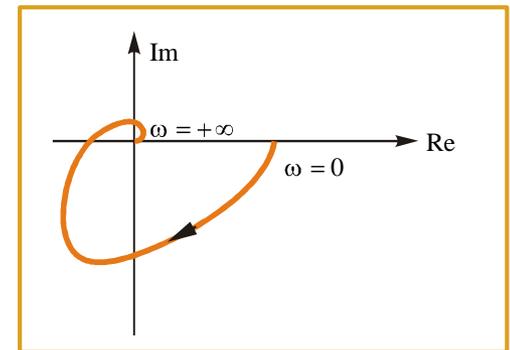
1. Einführung und Grundbegriffe
2. Das Signalflussbild
3. Verhalten elementarer zeitkont. Regelkreisglieder
4. Standardregelkreis und Signalflussbildumformungen
5. Aufbau digitaler Regelkreise
6. Beschreibung digitaler Regelkreise





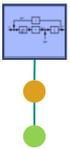
### 3. Analyse von linearen zeitkontinuierlichen Regelkreisen

1. Stationäres Verhalten und charakteristische Größen
2. Frequenzgang und Ortskurve
3. Frequenzkennlinie
4. Grundlagen zur Stabilität
5. Algebraische Stabilitätskriterien
6. Graphische Stabilitätskriterien



### 4. Analyse von linearen zeitdiskreten Regelkreisen

1. Stationäres Verhalten
2. Frequenzgang, Ortskurve und Frequenzkennlinie
3. Grundlagen zur Stabilität
4. Algebraische Stabilitätskriterien
5. Graphische Stabilitätskriterien

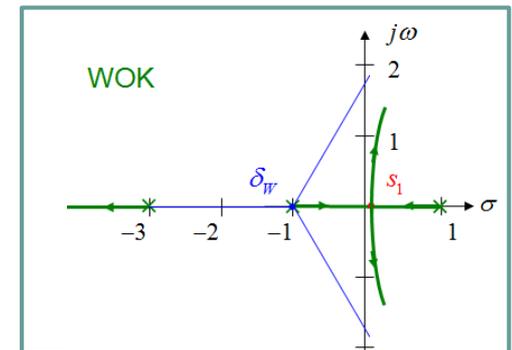


# Übersicht

## Vorlesungsinhalt (3)

### 5. Synthese von linearen zeitkontinuierlichen Regelkreisen

1. Forderungen an den Regelkreis
2. Heuristische Verfahren
3. Direkte Verfahren
4. Entwurf mit dem Frequenzkennlinienverfahren
5. Entwurf mit dem Wurzelortskurvenverfahren
6. Parameteroptimierung
7. Vermaschung und Vorsteuerung



### 6. Synthese von linearen zeitdiskreten Regelkreisen

1. Fast Sampling Design
2. Direkte Verfahren
3. Frequenzkennlinienverfahren und Wurzelortskurvenverfahren



## 2.1 Einführung und Grundbegriffe

### 2.1.1 Charakterisierung des Systems nach Vorgängen

- Kontinuierliche Vorgänge in technischen Prozessen

Kennzeichen	Vorgänge, bei denen zeitabhängige kontinuierliche Prozessgrößen auftreten
Prozessgrößen	physikalische Größen mit (zumindest stückweise) kontinuierlichem Wertebereich
Beispiele	Erzeugungsvorgänge, Umformungsvorgänge, Bewegungsabläufe usw.
mathematische Modelle	Differentialgleichungen (Zeit als unabhängige Variable), Übertragungsfunktionen



## 2.1 Einführung und Grundbegriffe

### 2.1.1 Charakterisierung des Systems nach Vorgängen (2)

- Sequentielle Vorgänge in technischen Prozessen

Kennzeichen	Vorgänge, bei denen Folgen von verschiedenen, unterscheidbaren Prozesszuständen auftreten
Prozessgrößen	Binäre Prozessgrößen, die das Eintreten der diskreten Prozesszustände melden oder bewirken, sowie kontinuierliche physikalische Größen, die den Prozesszuständen zugeordnet sind
Beispiele	Folgen von Prozesszuständen beim An- oder Abfahren einer Turbine, Folgen von Zuständen bei der Fahrt eines Aufzugs, Folgen von Zuständen bei der Geräteprüfung in einem Prüffeld
mathematische Modelle	Flussdiagramme, Funktionspläne nach DIN 40719, Zustandsmodelle, Petri-Netze

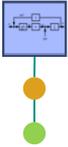


## 2.1 Einführung und Grundbegriffe

### 2.1.1 Charakterisierung des Systems nach Vorgängen (3)

#### ■ Objektbezogene Vorgänge in technischen Prozessen

Kennzeichen	Vorgänge, bei denen einzeln identifizierbare Objekte umgeformt, transportiert oder gespeichert werden
Prozessgrößen	Physikalische Größen mit kontinuierlichem Wertebereich oder nichtphysikalische Größen (wie z.B. Typ, Bauart, Verwendungszweck, Lager-Nr. usw.), die den Objekten zugeordnet sind, sowie binäre Prozesszustände, die die Zustandsänderungen von Objekten auslösen oder melden.
Beispiele	Vorgänge bei der Fertigung von Teilen, Verkehrsvorgänge, Lagervorgänge, Informationsvorgänge in Rechnern
mathematische Modelle	Simulationsmodelle, Warteschlangenmodelle, Graphen, Petri-Netze

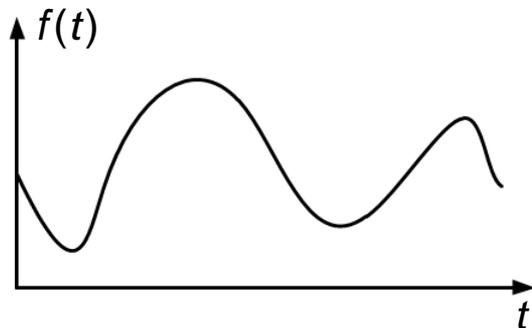


## 2.1 Einführung und Grundbegriffe

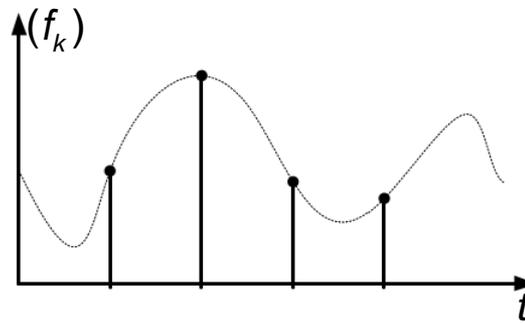
### 2.1.2 Charakterisierung des Systems nach $M_t$

- In dieser Vorlesung werden zeitdiskrete und zeitkontinuierliche Signale betrachtet
- Also  $M_t \in \mathbb{Z}$  bzw.  $M_t \in \mathbb{R}$

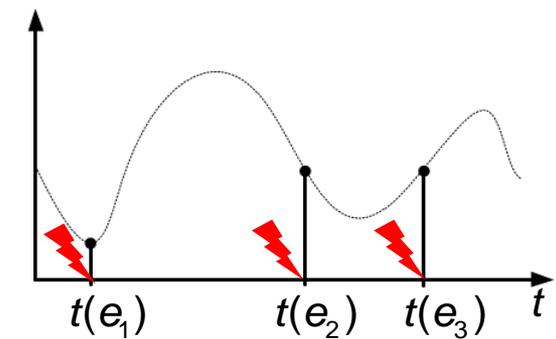
wert- und zeitkontinuierlich



wertkontinuierlich,  
zeitdiskret



wertkontinuierlich,  
ereignisdiskret



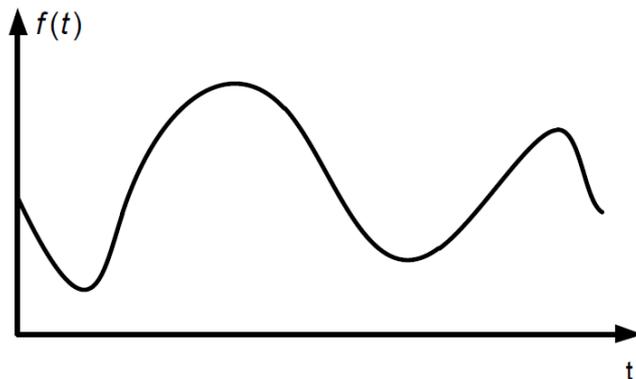


## 2.1 Einführung und Grundbegriffe

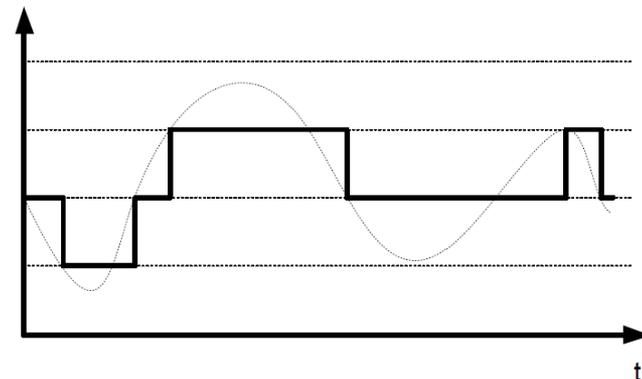
### 2.1.3 Charakterisierung des Systems nach den Räumen $D_u$ , $D_y$

- In SRT: Systeme mit einer Eingangsgröße und unbeschränkter wertkontinuierlicher Steuergröße  
 $D_u \in \mathbb{R}$
- Sowie Systeme mit einer Ausgangsgröße und unbeschränkter wertkontinuierlicher Ausgangsgröße  
 $D_y \in \mathbb{R}$

wert- und zeitkontinuierlich



wertdiskret, zeitkontinuierlich



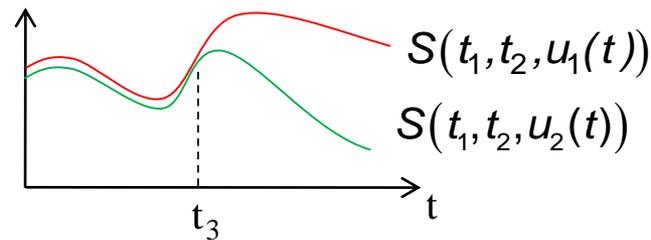
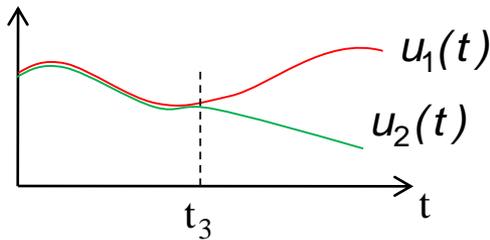


## 2.1 Einführung und Grundbegriffe

### 2.1.4 Charakterisierung des Systems nach den

Eigenschaften der Abbildungsvorschrift  $S : D_S \rightarrow D_y$

- **Kausal**, wenn  $S(t_1, t_2, u_1(t)) = S(t_1, t_2, u_2(t))$  für  $u_1(t) = u_2(t)$  mit  $t \leq t_3$ ,  $u_1, u_2$  beliebig



- **Zeitinvariant**, wenn  $S|_{t-\tau} = S|_{u(t-\tau)}$  und  $(t_1 + \tau, t_2 + \tau, u(t - \tau)) \in D_S$
- **Linear**, wenn für  $u(t) = k_1 u_1(t) + k_2 u_2(t) \Rightarrow S = k_1 S_1 + k_2 S_2$
- **Konzentriert (bzw. mit konzentrierten Parametern)**, wenn sich das System aus einer endlichen Anzahl, räumlich getrennten, punktkonzentrierten Elementen zusammensetzt. (Gegenteil: Systeme mit verteilten Parametern)

# Tafelanschrieb 2.1 (1)

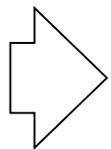
## Lineare DGL



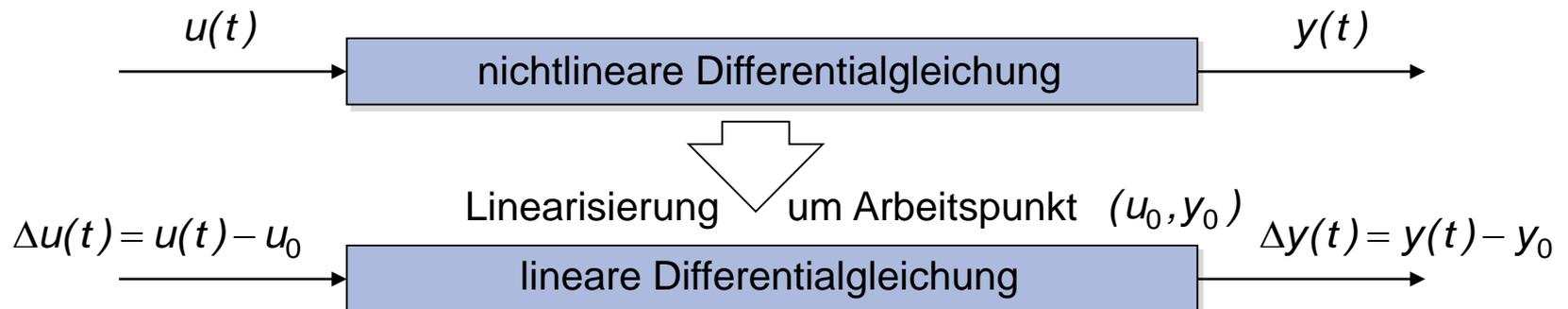
## 2.1 Einführung und Grundbegriffe

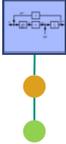
### 2.1.5 Linearisierung nichtlinearer Differentialgleichungen

- Aufgrund der sehr häufig vorhandenen nichtlinearen Beziehungen (z.B. Kennlinien, Begrenzungen) Nichtlinearitäten fast immer in Modellen enthalten
- Probleme:
  - In der Regel schwer oder überhaupt nicht analytisch lösbar
  - Regelungsentwurf deutlich aufwändiger
- Abhilfe: Beschränkung auf Beschreibung des Kleinsignalverhaltens (= Verhalten in der Umgebung eines Betriebs- oder Arbeitspunktes)



Linearisierung der nichtlinearen Differentialgleichung:





## 2.1 Einführung und Grundbegriffe

### 2.1.5 Linearisierung nichtlinearer Differentialgleichungen (2)

- 1) Ausgangspunkt: nichtlineare Differentialgleichung

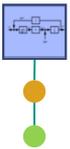
$$f(u(t), \dot{u}(t), \ddot{u}(t), \dots, y(t), \dot{y}(t), \ddot{y}(t), \dots) = 0$$

- 2) Wahl eines Arbeitspunkts  $(u_0, y_0)$  als stationärer Zustand des Systems (= Punkt, an dem alle Ableitungen im System verschwinden):

$$f(u_0(t), 0, 0, \dots, y_0(t), 0, 0, \dots) = 0$$

- 3) Berechnung der Taylorentwicklung der Differentialgleichung um  $(u_0, y_0)$  und Streichen aller Terme von quadratischer und höherer Potenz:

$$\frac{\partial f}{\partial u} \Big|_{(u_0, y_0)} \Delta u(t) + \frac{\partial f}{\partial \dot{u}} \Big|_{(u_0, y_0)} \Delta \dot{u}(t) + \frac{\partial f}{\partial \ddot{u}} \Big|_{(u_0, y_0)} \Delta \ddot{u}(t) + \dots + \frac{\partial f}{\partial y} \Big|_{(u_0, y_0)} \Delta y(t) + \frac{\partial f}{\partial \dot{y}} \Big|_{(u_0, y_0)} \Delta \dot{y}(t) + \frac{\partial f}{\partial \ddot{y}} \Big|_{(u_0, y_0)} \Delta \ddot{y}(t) + \dots = 0$$



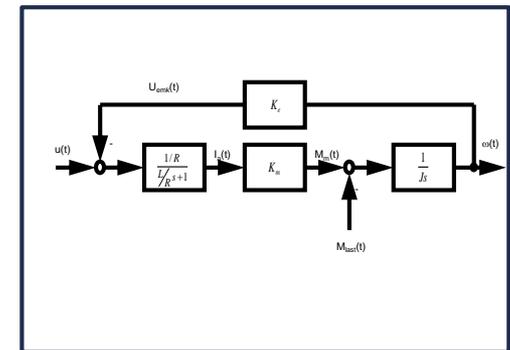
## 1. Einführung

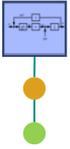
1. Motivation
2. Übersicht
3. Begriffsbildung und Modellierung
4. Steuerung und Regelung
5. Entwicklungsablauf für Regelungssysteme



## 2. Klassifizierung und Beschreibung von linearen Regelkreisen

1. Einführung und Grundbegriffe
- 2. Das Signalflossbild**
3. Verhalten elementarer zeitkont. Regelkreisglieder
4. Standardregelkreis und Signalflossbildumformungen
5. Aufbau digitaler Regelkreise
6. Beschreibung digitaler Regelkreise



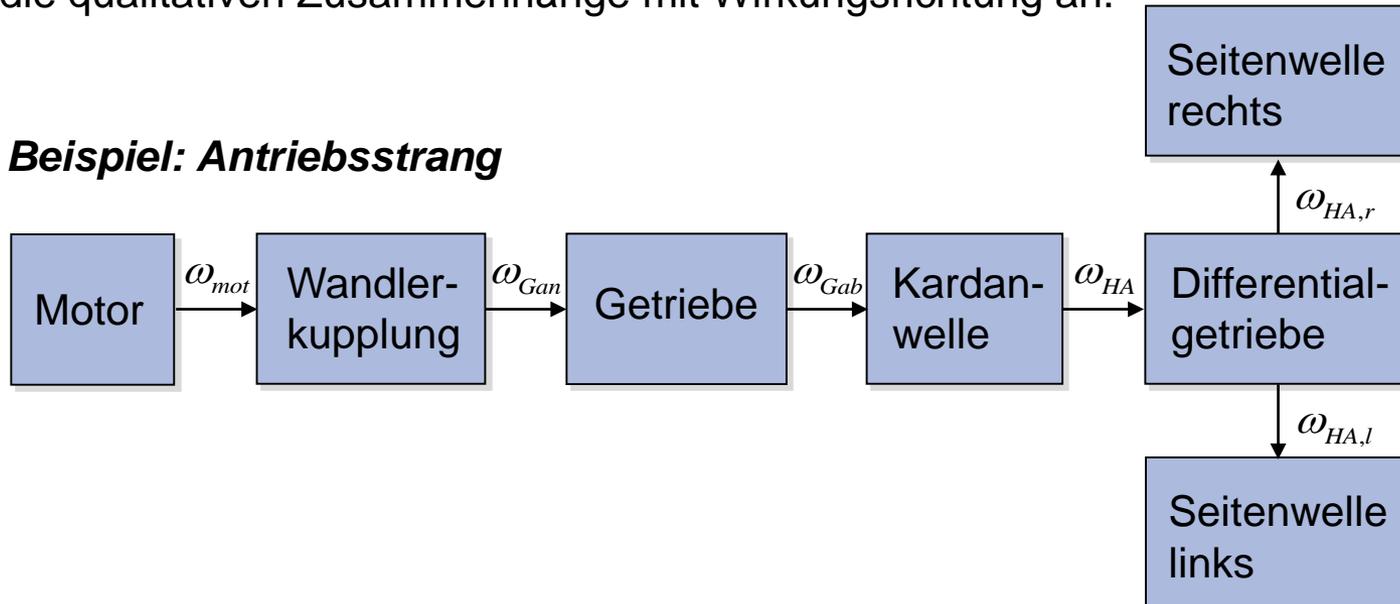


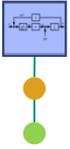
## 2.2 Das Signalflussbild

### Definition:

- **Blockschaltbild:**  
dient zur Kennzeichnung der kausalen Verknüpfungen der Signale in unterschiedlichen Abstraktionsebenen. (Strukturierung)
- **Geräteblockschaltbild:**  
zeigt die qualitativen Zusammenhänge mit Wirkungsrichtung an.

### *Beispiel: Antriebsstrang*



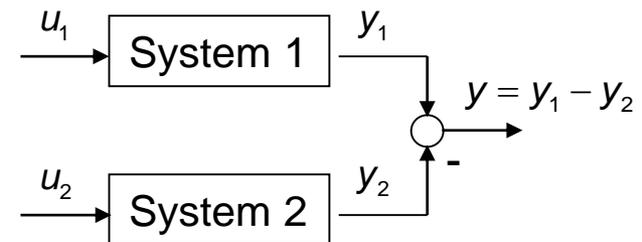
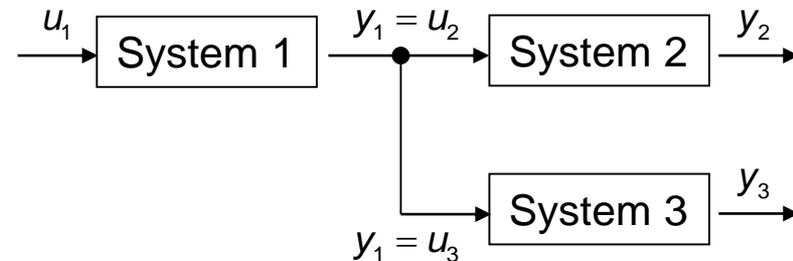


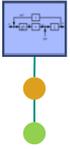
## 2.2 Das Signalflussbild

Signalflussbild: feinere Blockschaltbildauflösung bei der Systemverknüpfung

Symbol	Bedeutung
	Signal $x(t)$ mit gerichtetem Wirkungssinn (Argument $t$ wird in der Regel nicht explizit angegeben)
	Verzweigungsstelle des Signals $x_e$ $x_1 = x_2 = x_3 = x_e$
	Signalumkehr $x_a = -x_e$ (Sonderfall der Additionsstelle)

Beispiele:

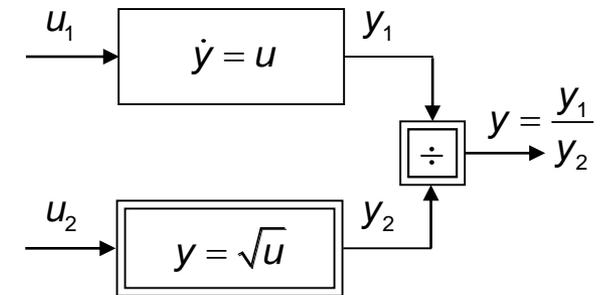
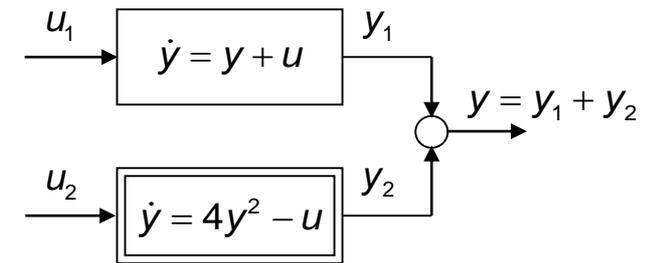




## 2.2 Das Signalflussbild

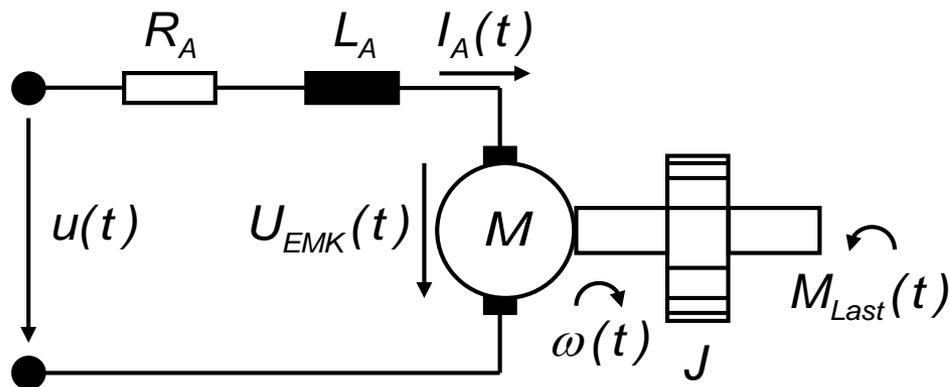
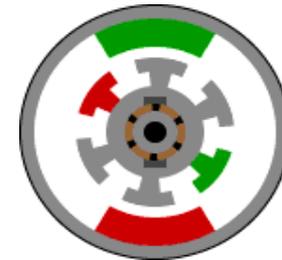
Symbol	Bedeutung
	Übertragungsglied, das $x_e$ und $x_a$ über eine lineare Funktion verknüpft
	Übertragungsglied, das $x_e$ und $x_a$ über eine nicht-lineare Funktion verknüpft
	Signalmultiplikation $x_a = x_{e1} \cdot x_{e2}$
	Signaldivision $x_a = \frac{x_{e1}}{x_{e2}}$

Beispiele:



## 2.2 Das Signalflussbild (Beispiel)

Bremsregelsystem mit mechanisch kommutierter Gleichstrommaschine



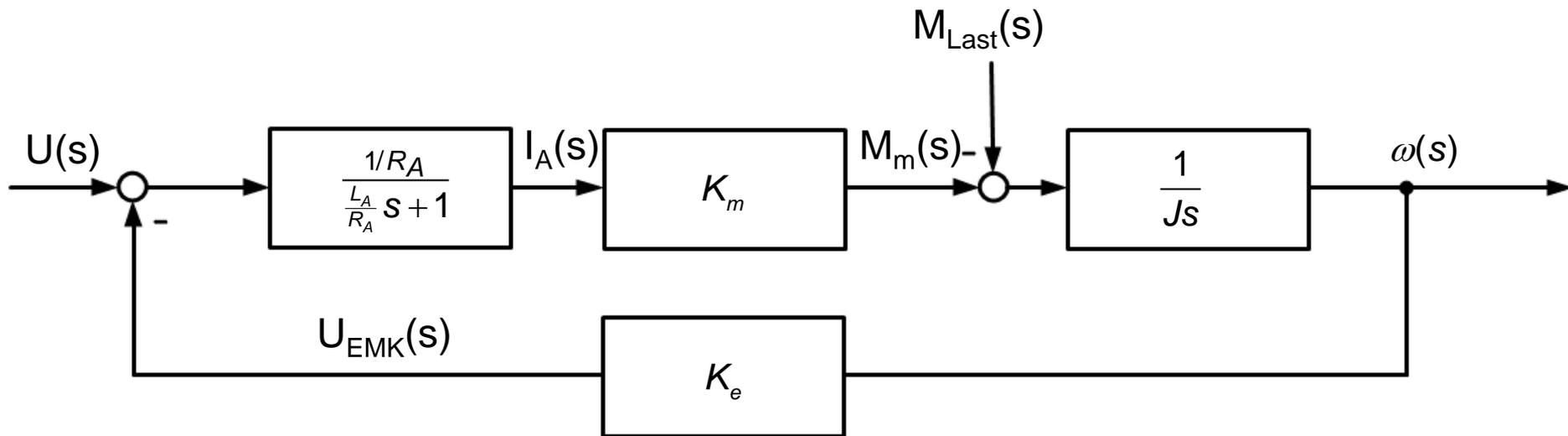
# Tafelanschrieb 2.2 (1a)

## Beispiel Gleichstrommaschine



# Tafelanschrieb 2.2 (1b)

## Blockschaltbild Gleichstrommaschine







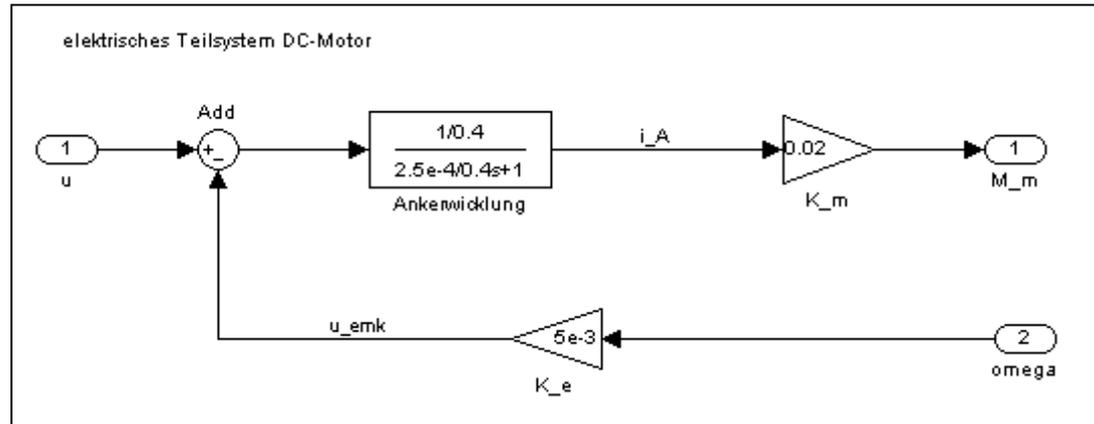


## 2.2 Das Signalflussbild

### 2.2.1 Beispiel: Simulation eines Gleichstrommotors in Simulink

#### Motorparameter:

- Wicklungswiderstand:  $R = 0,4 \Omega$
- Induktivität:  $L = 250 \mu\text{H}$
- Elektrische Motorkonstante:  $K_e = 5 \text{ mVs}$
- Mechanische Motorkonstante:  $K_m = 20 \text{ Nmm/A}$
- Trägheitsmoment:  $J = 150 \text{ gcm}^2$



PC-Demo 1: Gleichstrommaschine in SIMULINK

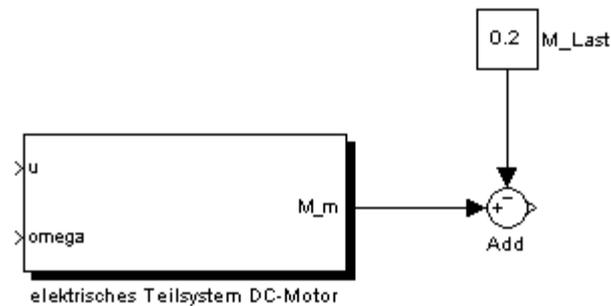


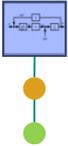
## 2.2 Das Signalflussbild

### 2.2.1 Beispiel: Simulation eines Gleichstrommotors in Simulink (2)

#### Motorparameter:

- Wicklungswiderstand:  $R = 0,4 \Omega$
- Induktivität:  $L = 250 \mu\text{H}$
- Elektrische Motorkonstante:  $K_e = 5 \text{ mVs}$
- Mechanische Motorkonstante:  $K_m = 20 \text{ Nmm/A}$
- Trägheitsmoment:  $J = 150 \text{ gcm}^2$





## 2.2 Das Signalflossbild

### 2.2.1 Beispiel: Simulation eines Gleichstrommotors in Simulink

The screenshot displays the Simulink environment with a model titled 'demo\_Kap2'. The model contains a block labeled 'elektrisches Teilsystem DC-Motor' with inputs 'u' and 'omega', and an output 'M\_m'. This block is connected to an 'Add' block. A configuration dialog box titled 'Configuration Parameters: srt01GM/Configuration (Active)' is open, showing various simulation settings. The 'Simulation time' section has 'Start time: 0.0' and 'Stop time: 1'. The 'Solver options' section shows 'Type: Variable-step', 'Solver: ode45 (Dormand-Prince)', 'Max step size: auto', 'Min step size: auto', 'Initial step size: auto', 'Consecutive min step size violations allowed: 1', and 'States shape preservation: Disable all'. The 'Tasking and sample time options' section has 'Tasking mode for periodic sample times: Auto' and two unchecked checkboxes: 'Automatically handle rate transition for data transfer' and 'Higher priority value indicates higher task priority'. The 'Zero crossing options' section has 'Zero crossing control: Use local settings', 'Zero crossing location algorithm: Non-adaptive', 'Consecutive zero crossings relative tolerance: 10\*128\*eps', and 'Zero crossing location threshold: auto'. The 'Number of consecutive zero crossings allowed' is set to 1000. The dialog has 'OK', 'Cancel', 'Help', and 'Apply' buttons at the bottom.

0.2 Configuration Parameters: srt01GM/Configuration (Active)

Select:

- Solver
- Data Import/Export
- Optimization
- Diagnostics
  - Sample Time
  - Data Validity
  - Type Conversion
  - Connectivity
  - Compatibility
  - Model Referencing
  - Saving
- Hardware Implementation
- Model Referencing
- Real-Time Workshop
  - Report
  - Comments
  - Symbols
  - Custom Code
  - Debug
  - Interface
- HDL Coder
  - Global Settings
  - Test Bench
  - EDA Tool Scripts

Simulation time

Start time: 0.0 Stop time: 1

Solver options

Type: Variable-step Solver: ode45 (Dormand-Prince)

Max step size: auto Relative tolerance: 1e-3

Min step size: auto Absolute tolerance: auto

Initial step size: auto

Consecutive min step size violations allowed: 1

States shape preservation: Disable all

Tasking and sample time options

Tasking mode for periodic sample times: Auto

Automatically handle rate transition for data transfer

Higher priority value indicates higher task priority

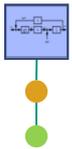
Zero crossing options

Zero crossing control: Use local settings Zero crossing location algorithm: Non-adaptive

Consecutive zero crossings relative tolerance: 10\*128\*eps Zero crossing location threshold: auto

Number of consecutive zero crossings allowed: 1000

OK Cancel Help Apply



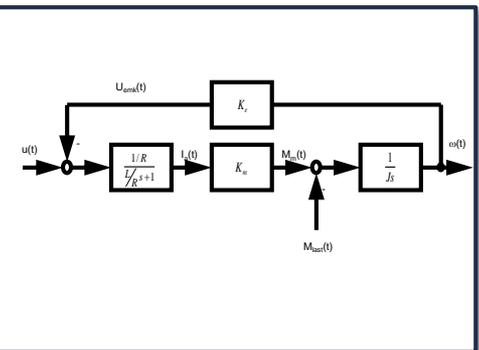
## 1. Einführung

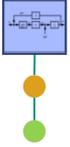
1. Motivation
2. Übersicht
3. Begriffsbildung und Modellierung
4. Steuerung und Regelung
5. Entwicklungsablauf für Regelungssysteme



## 2. Klassifizierung und Beschreibung von linearen Regelkreisen

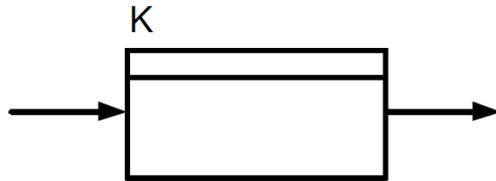
1. Einführung und Grundbegriffe
2. Das Signalflussbild
- 3. Verhalten elementarer zeitkont. Regelkreisglieder**
4. Standardregelkreis und Signalflussbildumformungen
5. Aufbau digitaler Regelkreise
6. Beschreibung digitaler Regelkreise





## 2.3 Verhalten elementarer zeitkontinuierlicher Übertragungsglieder

### 2.3.1 Proportionalitätsglied (P-Glied)



Zeitbereichs-Sicht

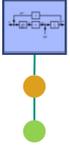
$$y(t) = K u(t), \quad K > 0$$



Übertragungsfunktion („Algebraische Sicht“, „Frequenzbereichs Sicht“)

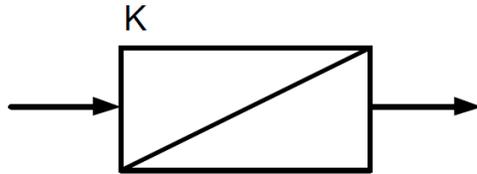
$$\mathcal{L}\{y(t)\} = Y(s) = K U(s) \quad \Rightarrow \quad G(s) = K$$

$$h(t) = K \sigma(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ K & t \geq 0 \end{cases}$$



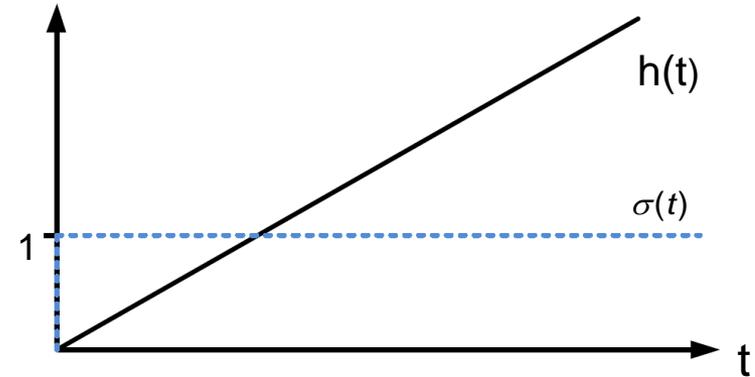
## 2.3 Verhalten elementarer zeitkontinuierlicher Übertragungsglieder

### 2.3.2 Integrierglied (I-Glied)



Zeitbereichs-Sicht

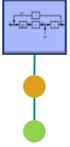
$$y(t) = K \int_0^t u(\tau) d\tau, \quad K > 0$$



Übertragungsfunktion („Algebraische Sicht“, „Frequenzbereichs Sicht“)

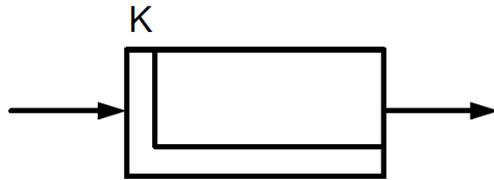
$$\mathcal{L}\{y(t)\} = Y(s) = \frac{K}{s} U(s) \quad \Rightarrow \quad G(s) = \frac{K}{s}$$

$$h(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ Kt & t \geq 0 \end{cases}$$



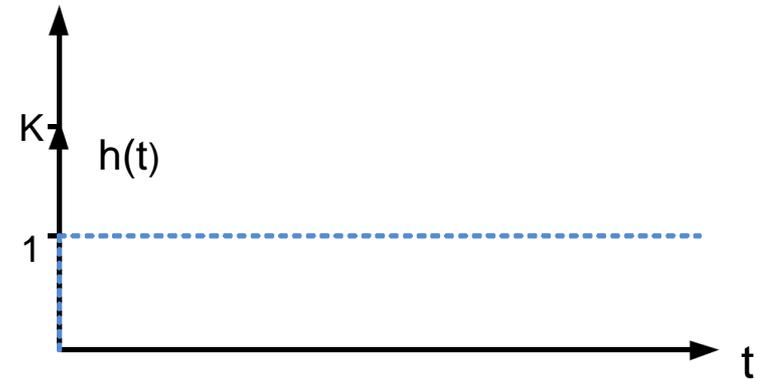
## 2.3 Verhalten elementarer zeitkontinuierlicher Übertragungsglieder

### 2.3.3 Differenzierglied (D-Glied)



Zeitbereichs-Sicht

$$y(t) = K \dot{u}(t), \quad K > 0$$



Übertragungsfunktion („Algebraische Sicht“, „Frequenzbereichs Sicht“)

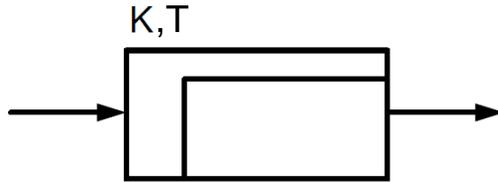
$$\mathcal{L}\{y(t)\} = Y(s) = K s U(s) \quad \Rightarrow \quad G(s) = K s$$

$$h(t) = K \delta(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ K \delta(t) & t \geq 0 \end{cases}$$



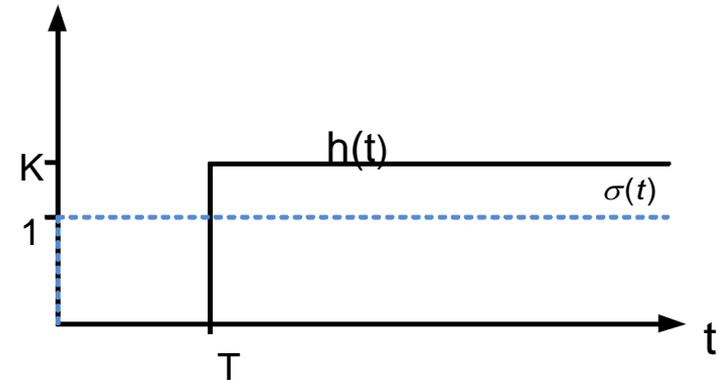
## 2.3 Verhalten elementarer zeitkontinuierlicher Übertragungsglieder

### 2.3.4 Totzeitglied



Zeitbereichs-Sicht

$$y(t) = K u(t - T), \quad K > 0$$



Übertragungsfunktion („Algebraische Sicht“, „Frequenzbereichs Sicht“)

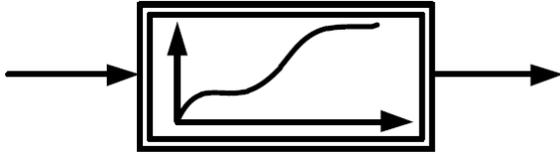
$$\mathcal{L}\{y(t)\} = Y(s) = K e^{-T \cdot s} U(s) \quad \Rightarrow \quad G(s) = K e^{-T \cdot s}$$

$$h(t) = K \sigma(t - T) = \begin{cases} 0 & t < T \\ K & t \geq T \end{cases}$$



## 2.3 Verhalten elementarer zeitkontinuierlicher Übertragungsglieder

### 2.3.5 Kennlinienglied



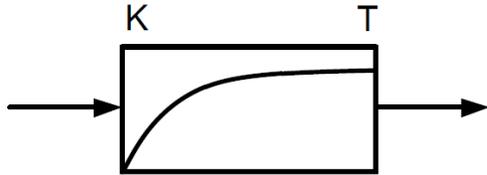
**Zeitbereichs-Sicht**

$$y(t) = F(u(t))$$



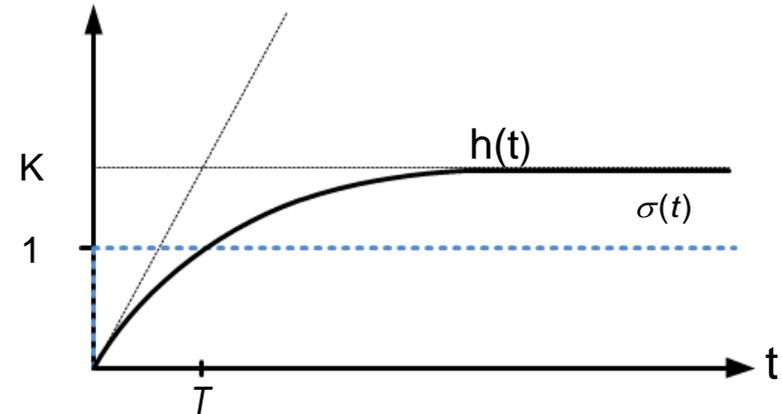
## 2.3 Verhalten elementarer zeitkontinuierlicher Übertragungsglieder

### 2.3.6 Verzögerungsglied 1. Ordnung (PT<sub>1</sub>-Glied)



Zeitbereichs-Sicht

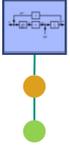
$$T\dot{y}(t) + y(t) = Ku(t), \quad K > 0$$



Übertragungsfunktion („Algebraische Sicht“, „Frequenzbereichs Sicht“)

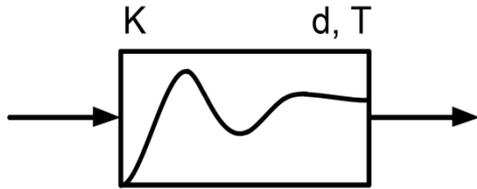
$$\mathcal{L}\{y(t)\} = Y(s) = \frac{K}{1+Ts} U(s) \quad \Rightarrow \quad G(s) = \frac{K}{1+Ts}$$

$$h(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ K(1 - e^{-t/T}) & t \geq 0 \end{cases}$$



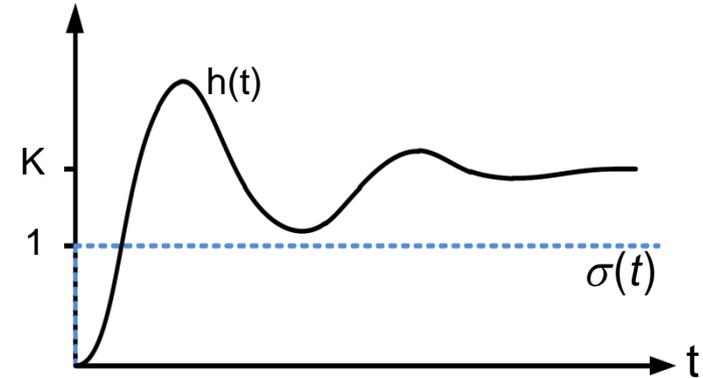
## 2.3 Verhalten elementarer zeitkontinuierlicher Übertragungsglieder

### 2.3.7 Verzögerungsglied 2. Ordnung (PT<sub>2</sub>-Glied)



Zeitbereichs-Sicht

$$T^2 \ddot{y}(t) + 2dT\dot{y}(t) + y(t) = Ku(t), \quad K > 0$$

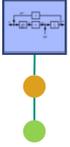


a) Übertragungsfunktion (periodischer Fall:  $d < 1$ )

$$\mathcal{L}\{y(t)\} = Y(s) = \frac{K}{1 + 2dT s + T^2 s^2} U(s) \quad \Rightarrow \quad G(s) = \frac{K}{1 + 2dT s + T^2 s^2}$$

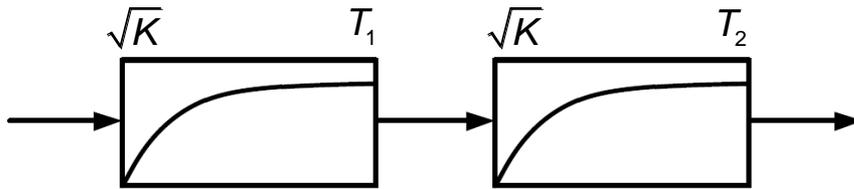
$$h(t) = K \left[ 1 - \frac{e^{-(d/T)t}}{\sqrt{1-d^2}} \cdot \sin \left( \frac{\sqrt{1-d^2}}{T} t - \varphi \right) \right] \quad \text{für } t > 0, \text{ sonst } 0$$

$$\text{mit } \tan \varphi = \frac{-\sqrt{1-d^2}}{d} \quad \text{und } 90^\circ < \varphi < 180^\circ$$



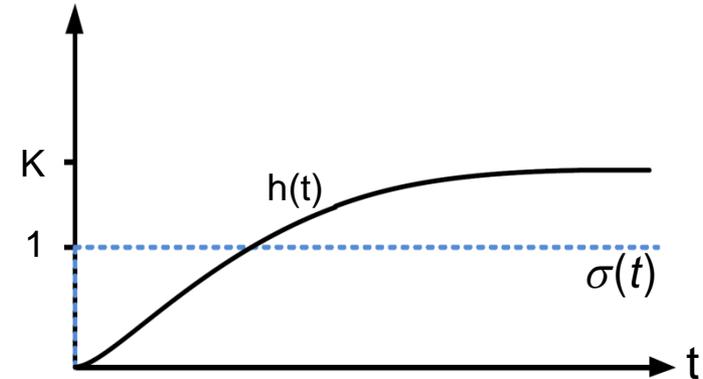
## 2.3 Verhalten elementarer zeitkontinuierlicher Übertragungsglieder

### 2.3.7 Verzögerungsglied 2. Ordnung (PT<sub>2</sub>-Glied) (2)



Zeitbereichs-Sicht

$$T^2 \ddot{y}(t) + 2dT\dot{y}(t) + y(t) = Ku(t), \quad K > 0$$

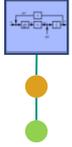


b) Übertragungsfunktion (nicht periodischer Fall:  $d \geq 1$ )

$$\mathcal{L}\{y(t)\} = Y(s) = \frac{K}{(1+T_1s)(1+T_2s)} U(s) \quad \Rightarrow \quad G(s) = \frac{K}{(1+T_1s)(1+T_2s)}$$

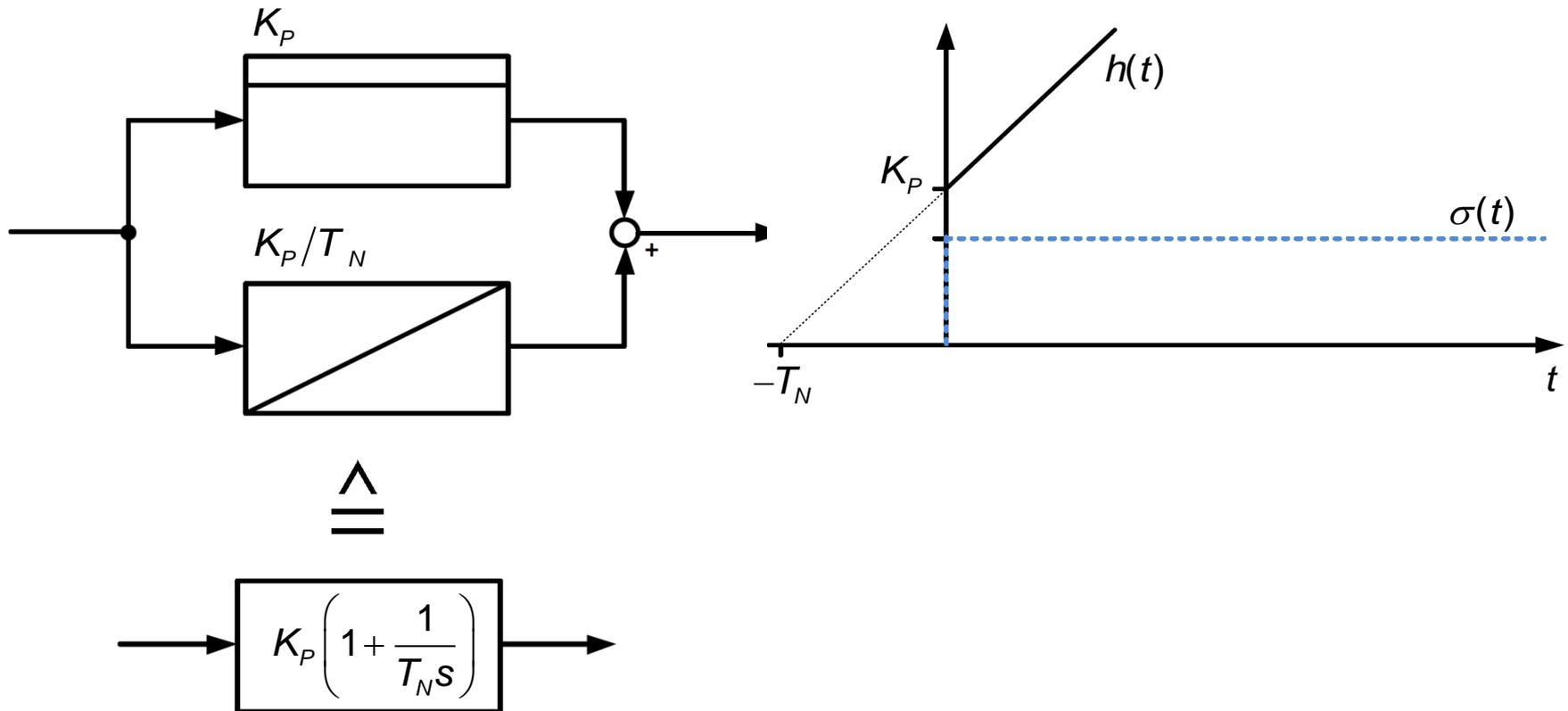
$$h(t) = K \left[ 1 - \frac{T_1}{T_1 - T_2} \cdot e^{-t/T_1} + 1 - \frac{T_2}{T_1 - T_2} \cdot e^{-t/T_2} \right] \quad \text{für } t > 0, \text{ sonst } 0$$

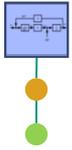
$$\text{mit } T_{1,2} = T(d \pm \sqrt{d^2 - 1})$$



## 2.3 Verhalten elementarer zeitkontinuierlicher Übertragungsglieder

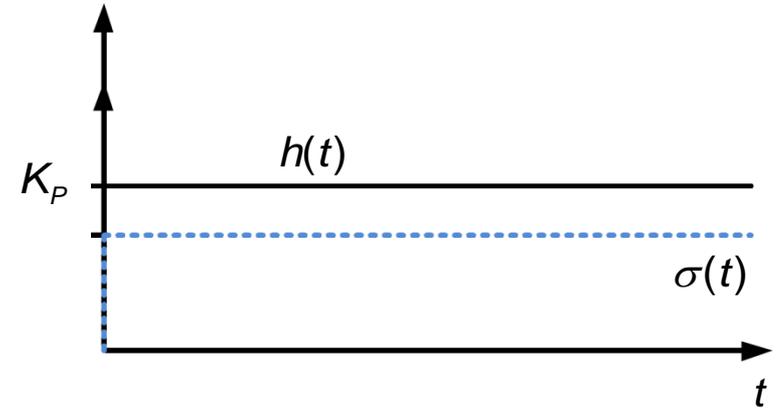
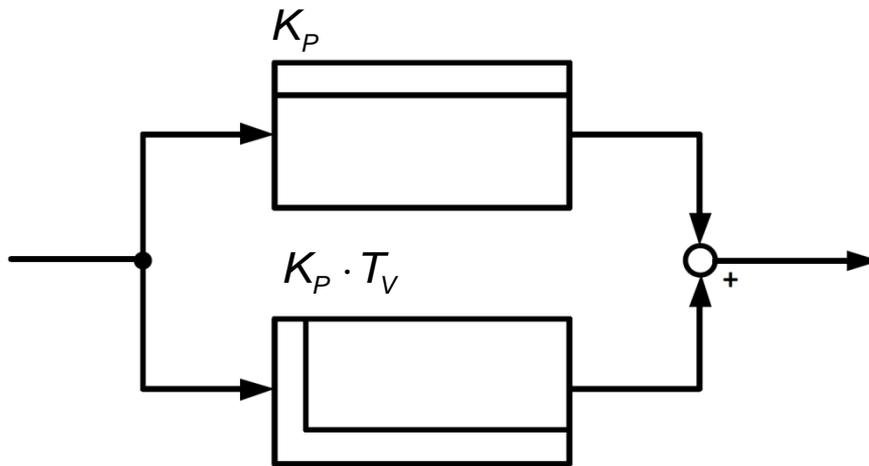
### 2.3.8 PI-Glied



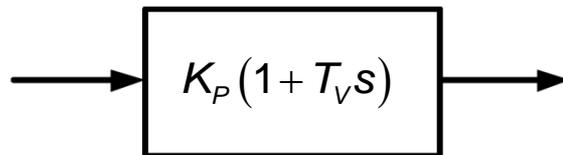


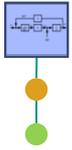
## 2.3 Verhalten elementarer zeitkontinuierlicher Übertragungsglieder

### 2.3.9 (ideales) PD-Glied



$\hat{=}$

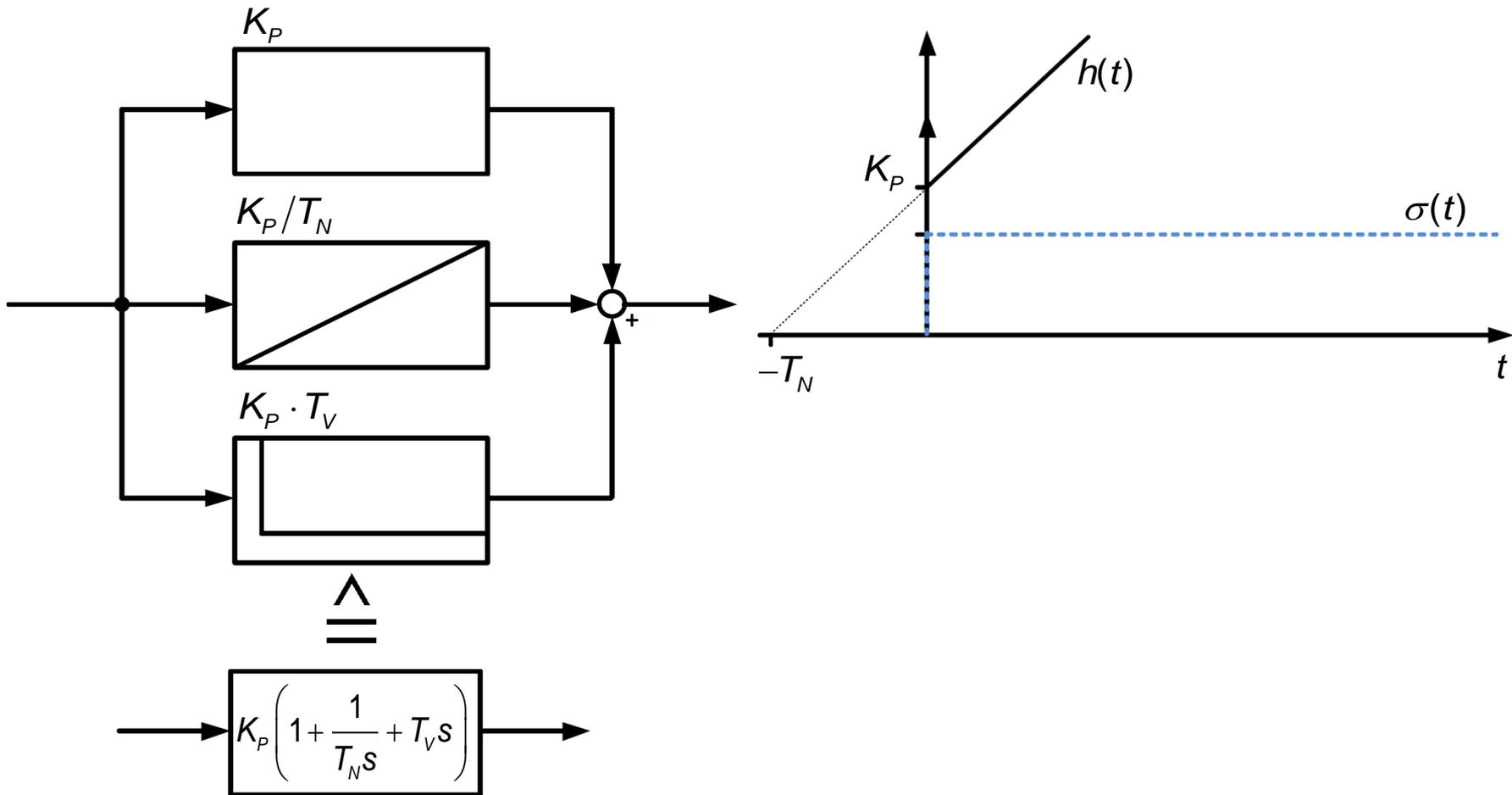


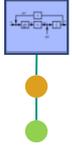


## 2.3

# Verhalten elementarer zeitkontinuierlicher Übertragungsglieder

## 2.3.10 PID-Glied





## 2.3 Verhalten elementarer zeitkontinuierlicher Übertragungsglieder

### 2.3.11 Allgemeine rationale Übertragungsglieder

Allgemeine Übertragungsfunktion einer rationalen Funktion:

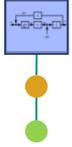
$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_0 + b_1s + \dots + b_ms^m}{a_0 + a_1s + \dots + a_ns^n} \quad \text{mit } a_v \text{ und } b_v \text{ reell, } a_n \neq 0 \text{ und } b_n \neq 0 \text{ sowie } m \leq n$$

$$\Leftrightarrow (a_0 + a_1s + \dots + a_ns^n) \cdot Y(s) = (b_0 + b_1s + \dots + b_ms^m) \cdot U(s) \quad \left| \div a_ns^n \right.$$

$$\Leftrightarrow \left[ 1 + \frac{a_{n-1}}{a_n} \cdot \frac{1}{s} + \dots + \frac{a_1}{a_n} \cdot \frac{1}{s^{n-1}} + \frac{a_0}{a_n} \cdot \frac{1}{s^n} \right] \cdot Y(s) = \left[ \frac{b_0}{a_n} \cdot \frac{1}{s^n} + \frac{b_1}{a_n} \cdot \frac{1}{s^{n-1}} + \dots + \frac{b_{n-1}}{a_n} \cdot \frac{1}{s} + \frac{b_n}{a_n} \right] \cdot U(s)$$

Durch Ausmultiplizieren und Ordnen folgt:

$$Y(s) = \frac{b_n}{a_n} \cdot U(s) + \frac{1}{s} \left[ \frac{b_{n-1}}{a_n} \cdot U(s) - \frac{a_{n-1}}{a_n} \cdot Y(s) \right] + \frac{1}{s^2} \left[ \frac{b_{n-2}}{a_n} \cdot U(s) - \frac{a_{n-2}}{a_n} \cdot Y(s) \right] + \dots + \frac{1}{s^n} \left[ \frac{b_0}{a_n} \cdot U(s) - \frac{a_0}{a_n} \cdot Y(s) \right]$$



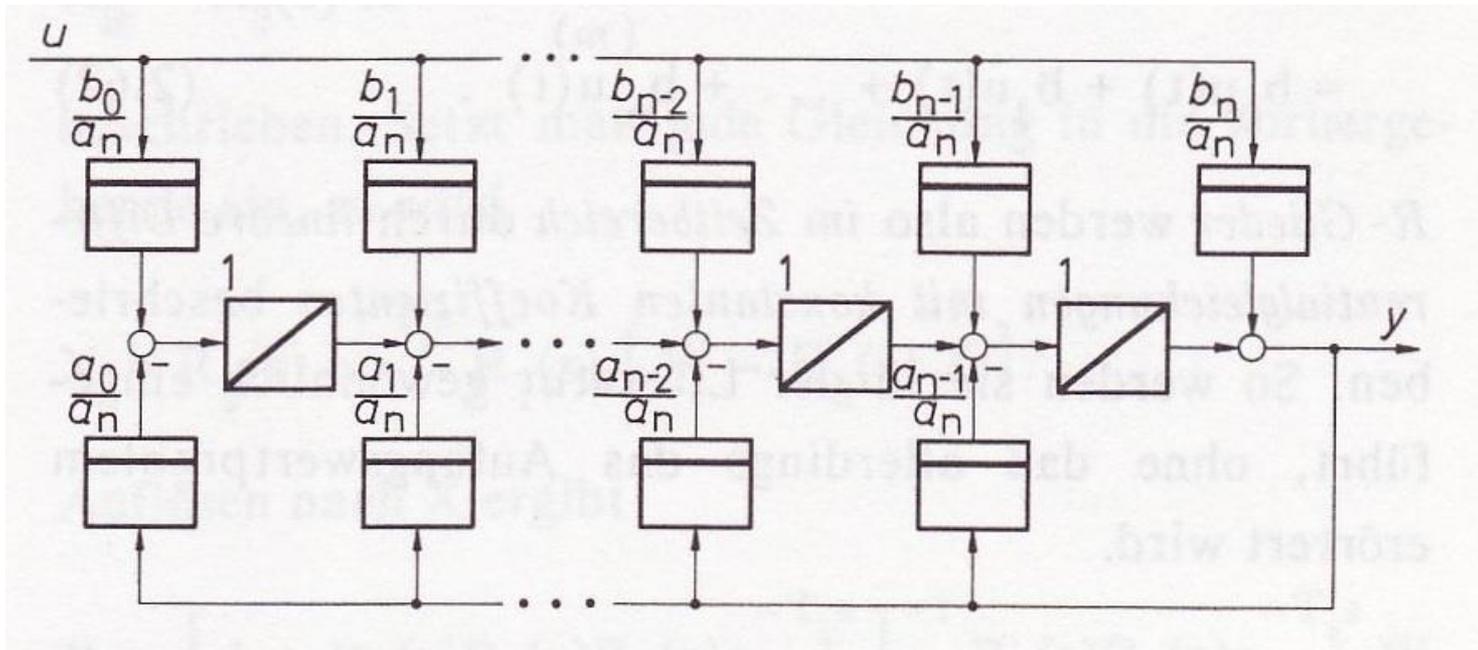
## 2.3 Verhalten elementarer zeitkontinuierlicher Übertragungsglieder

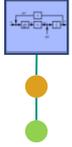
### 2.3.11 Allgemeine rationale Übertragungsglieder (2)

Durch Ausmultiplizieren und Ordnen folgt:

$$Y(s) = \frac{b_n}{a_n} \cdot U(s) + \frac{1}{s} \left[ \frac{b_{n-1}}{a_n} \cdot U(s) - \frac{a_{n-1}}{a_n} \cdot Y(s) \right] + \frac{1}{s^2} \left[ \frac{b_{n-2}}{a_n} \cdot U(s) - \frac{a_{n-2}}{a_n} \cdot Y(s) \right] + \dots + \frac{1}{s^n} \left[ \frac{b_0}{a_n} \cdot U(s) - \frac{a_0}{a_n} \cdot Y(s) \right]$$

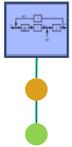
Zugehöriges Strukturbild:



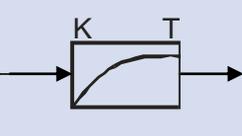
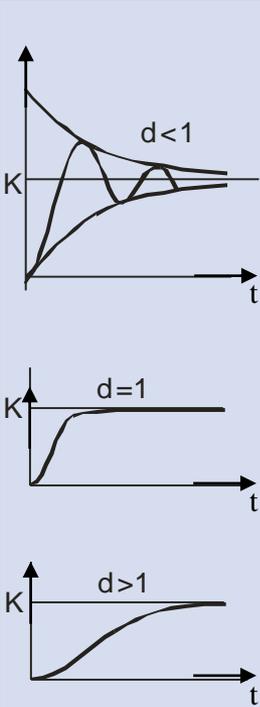
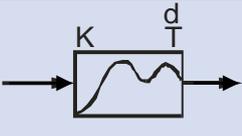


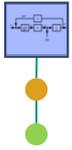
## 2.3 Verhalten elementarer zeitkontinuierlicher Übertragungsglieder

Benennung	Funktionalbeziehung	Übertragungsfunktion	Sprungantwort (Null für $t < 0$ )	Verlauf der Sprungantwort	Symbol
P-Glied (Proportionalglied)	$y(t) = K \cdot u(t)$	$K$	$K$		
I-Glied (Integrierglied)	$y(t) = K \int_0^t u(\tau) d\tau$	$\frac{K}{s}$	$K \cdot t$		
D-Glied (Differenzierglied)	$y(t) = K \cdot \dot{u}(t)$	$Ks$	$K \cdot \delta(t)$		
TZ-Glied, $T_t$ -Glied (Totzeitglied)	$y(t) = K \cdot u(t - T_t)$	$Ke^{-T_t s}$	$K \cdot \sigma(t - T_t)$		
S-Glied (Summierglied)	$y(t) = u_1(t) \pm u_2(t) \pm \dots$				
KL-Glied (Kennlinienglied)	$y(t) = F(u(t))$		nichtlinear		
M-Glied (Multiplizierglied)	$y(t) = u_1(t) \cdot u_2(t)$		nichtlinear		



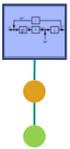
## 2.3 Verhalten elementarer zeitkontinuierlicher Übertragungsglieder

Benennung	Funktionalbeziehung	Übertragungsfunktion	Sprungantwort (Null für $t < 0$ )	Verlauf der Sprungantwort	Symbol
VZ <sub>1</sub> - bzw. PT <sub>1</sub> -Glieder (Verzögerungsglied 1. Ordnung)	$T\dot{y} + y = Ku$	$\frac{K}{1 + Ts}$	$K \left( 1 - e^{-\frac{t}{T}} \right)$		
VZ <sub>2</sub> - bzw. PT <sub>2</sub> -Glieder (Verzögerungsglied 2. Ordnung) a) Periodischer Fall: $d < 1$  b) Aperiodischer Grenzfall: $d = 1$  c) Aperiodischer Fall: $d > 1$	$T^2\ddot{y} + 2dT\dot{y} + y = Ku$	$\frac{K}{1 + 2dT s + T^2 s^2}$	$K \left[ 1 + \frac{e^{-(d/T)t}}{\sqrt{1-d^2}} \cdot \sin \left( \frac{\sqrt{1-d^2}}{T} t - \varphi \right) \right]$ $90^\circ < \varphi < 180^\circ$ $\tan \varphi = \frac{-\sqrt{1-d^2}}{d}$ $K \left[ 1 - \left( 1 + \frac{t}{T} \right) e^{-t/T} \right]$ $K \left[ 1 - \frac{T_1}{T_1 - T_2} e^{-t/T_1} + \frac{T_2}{T_1 - T_2} e^{-t/T_2} \right]$ $T_{1,2} = T \left( d \pm \sqrt{d^2 - 1} \right)$		



## 2.3 Verhalten elementarer zeitkontinuierlicher Übertragungsglieder

Regelkreisglied	Summenform	Quotientenform	Umrechnung der Parameter
PI	$K_P \left(1 + \frac{1}{T_N s}\right)$	$K_R \frac{1 + T_R s}{s}$	$K_P = K_R \cdot T_R, \quad T_N = T_R$
PD	$K_P (1 + T_V s)$	$K_R (1 + T_R s)$	$K_P = K_R, \quad T_V = T_R$
PID	$K_P \left(1 + \frac{1}{T_N s} + T_V s\right)$	$K_R \frac{(1 + T_{R1} s)(1 + T_{R2} s)}{s}$	$K_P = K_R (T_{R1} + T_{R2}),$
			$T_N = T_{R1} + T_{R2}, \quad T_V = \frac{T_{R1} \cdot T_{R2}}{T_{R1} + T_{R2}}$



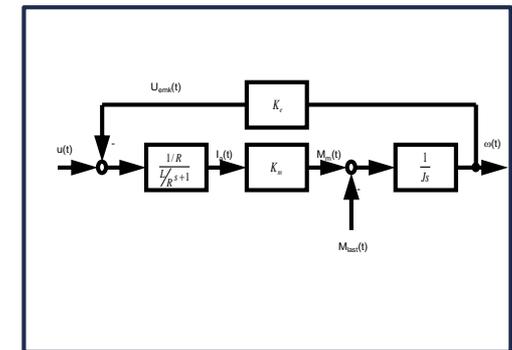
## 1. Einführung

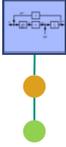
1. Motivation
2. Übersicht
3. Begriffsbildung und Modellierung
4. Steuerung und Regelung
5. Entwicklungsablauf für Regelungssysteme



## 2. Klassifizierung und Beschreibung von linearen Regelkreisen

1. Einführung und Grundbegriffe
2. Das Signalflussbild
3. Verhalten elementarer zeitkont. Regelkreisglieder
- 4. Standardregelkreis und Signalflussbildumformungen**
5. Aufbau digitaler Regelkreise
6. Beschreibung digitaler Regelkreise



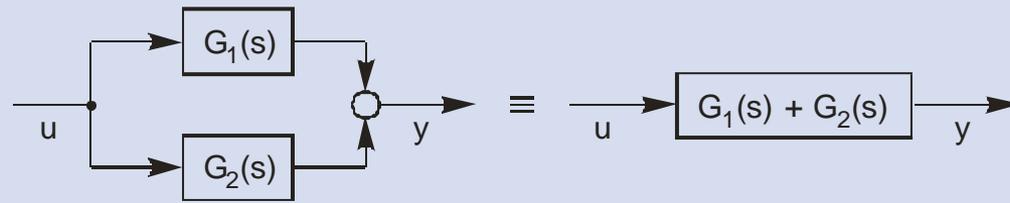


## 2.4 Der Standardregelkreis und Signalflussbildumformungen

### 2.4.1 Signalflussbildumformungen

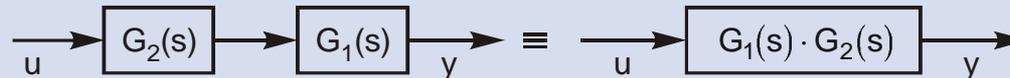
(möglich, da die Laplace-Transformation aus Dgl'n algebraische Gleichungen erzeugt)

#### Parallelschaltung

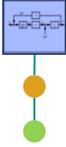


$$Y(s) = G_1(s)U(s) + G_2(s)U(s) = [G_1(s) + G_2(s)] \cdot U(s)$$

#### Reihenschaltung



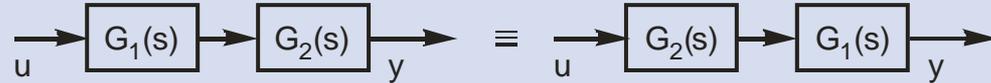
$$Y(s) = G_1(s) \cdot [G_2(s)U(s)] = G_1(s)G_2(s)U(s)$$



## 2.4 Der Standardregelkreis und Signalflussbildumformungen

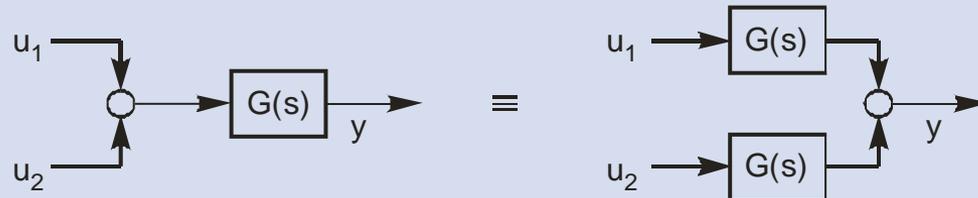
### 2.4.1 Signalflussbildumformungen (2)

Vertauschung zweier  
Blöcke  
(gilt nur für lineare und  
zeitinvariante Blöcke)



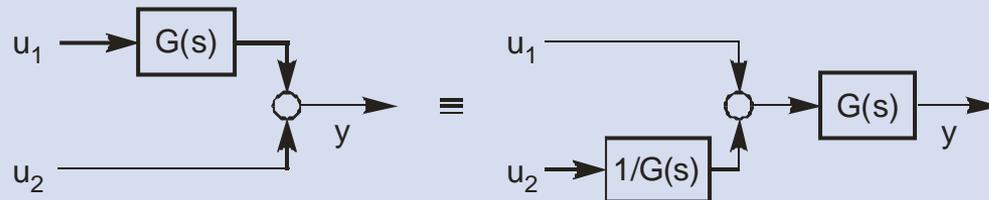
$$Y(s) = G_2(s) G_1(s) U(s) = G_1(s) G_2(s) U(s)$$

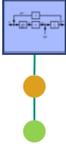
Verlegung eines Blocks  
vor ein Summierglied  
(gilt auch für zeitvariante  
lineare Blöcke)



$$Y = G(U_1 + U_2) = GU_1 + GU_2$$

Verlegung eines Blocks  
hinter ein Summierglied  
(gilt auch für zeitvariante  
lineare Blöcke)

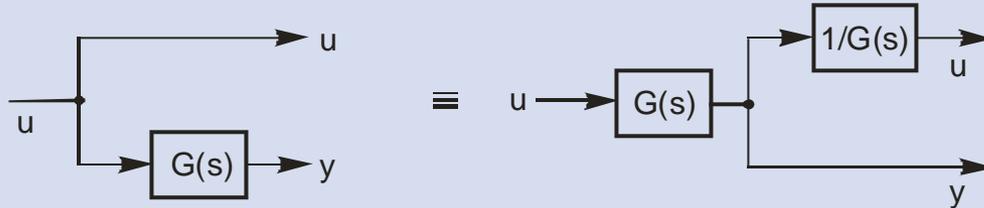




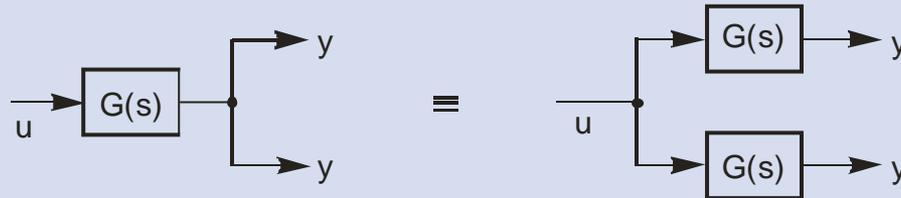
## 2.4 Der Standardregelkreis und Signalflussbildumformungen

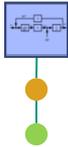
### 2.4.1 Signalflussbildumformungen (3)

Verlegung eines Blocks vor eine Verzweigungsstelle  
(gilt für alle Blöcke)



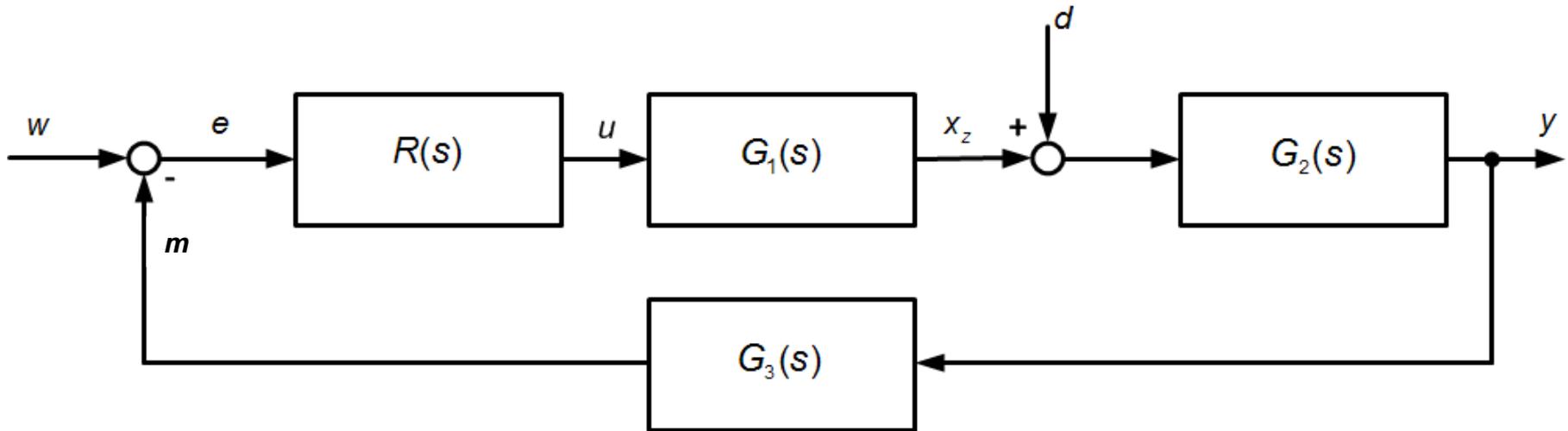
Verlegung eines Blocks hinter eine Verzweigungsstelle  
(gilt für alle Blöcke)





## 2.4 Der Standardregelkreis und Signalflossbildumformungen

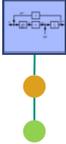
### 2.4.2 Allgemeine Struktur einer linearen zeitinvarianten Regelung



# Tafelanschrieb 2.4 (1)

## Allgemeine Struktur einer linearen zeitinvarianten Regelung





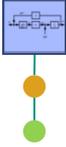
## 2.4 Der Standardregelkreis und Signalflussbildumformungen

### 2.4.2 Allgemeine Struktur einer linearen zeitinvarianten Regelung (2)

$$Y(s) = \underbrace{\frac{R(s)G_1(s)G_2(s)}{1 + R(s)G_1(s)G_2(s)G_3(s)}}_{\text{Führungs-  
übertragungsfunktion}} W(s) + \underbrace{\frac{G_2(s)}{1 + R(s)G_1(s)G_2(s)G_3(s)}}_{\text{Stör-  
übertragungsfunktion}} D(s)$$

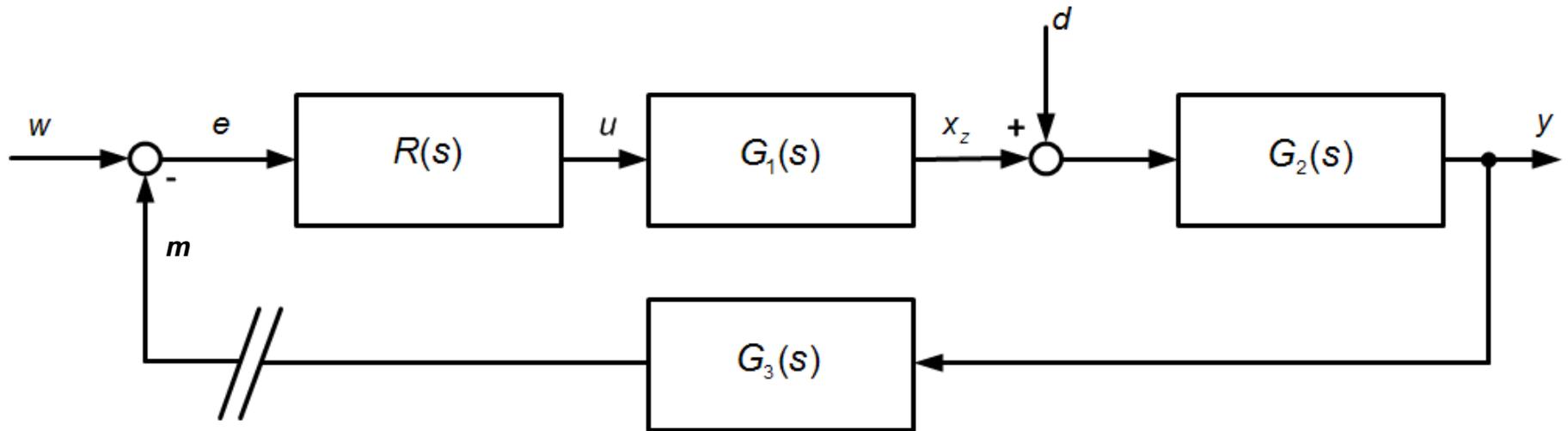
$$F_W(s) = \frac{R(s)G_1(s)G_2(s)}{1 + R(s)G_1(s)G_2(s)G_3(s)}$$

$$F_D(s) = \frac{G_2(s)}{1 + R(s)G_1(s)G_2(s)G_3(s)}$$



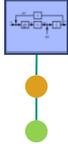
## 2.4 Der Standardregelkreis und Signalflussbildumformungen

### 2.4.3 Schleifenverstärkung



$$M(s) = \underbrace{[ R(s) G_1(s) G_2(s) G_3(s) ]}_{\text{Schleifenverstärkung}} W(s)$$

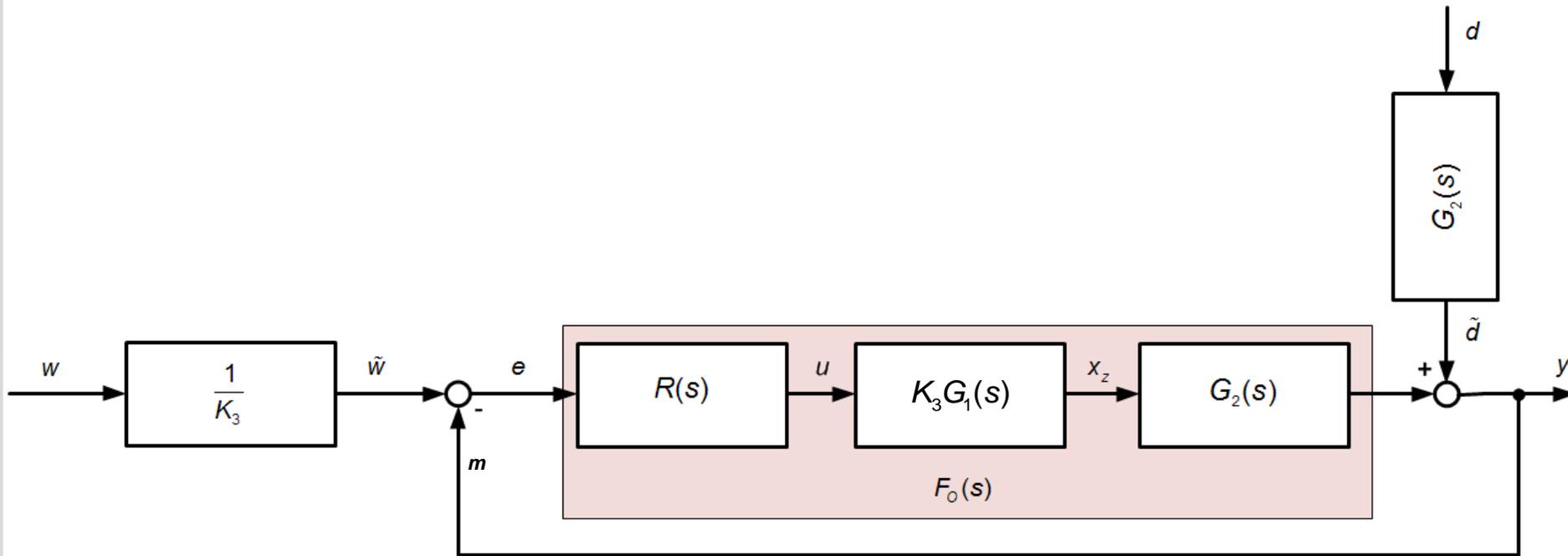
$$F_O(s) = R(s) G_1(s) G_2(s) G_3(s)$$

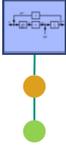


## 2.4 Der Standardregelkreis und Signalflussbildumformungen

### 2.4.4 Standardregelkreis

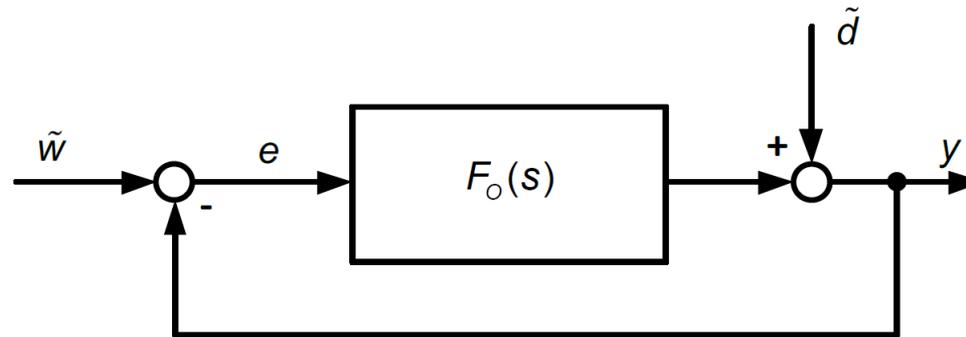
Häufig weitere Vereinfachung möglich:





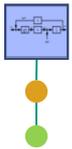
## 2.4 Der Standardregelkreis und Signalflussbildumformungen

### 2.4.4 Standardregelkreis (2)



$$Y(s) = \frac{F_o(s)}{1 + F_o(s)} \tilde{W}(s) + \frac{1}{1 + F_o(s)} \tilde{D}(s)$$

$$\tilde{W}(s) = \frac{W(s)}{K_3} \quad \tilde{D}(s) = G_2(s) D(s)$$



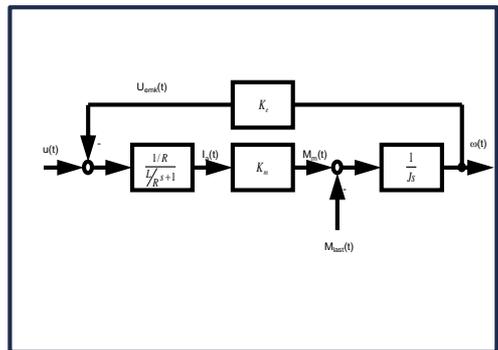
## 1. Einführung

1. Motivation
2. Übersicht
3. Begriffsbildung und Modellierung
4. Steuerung und Regelung
5. Entwicklungsablauf für Regelungssysteme



## 2. Klassifizierung und Beschreibung von linearen Regelkreisen

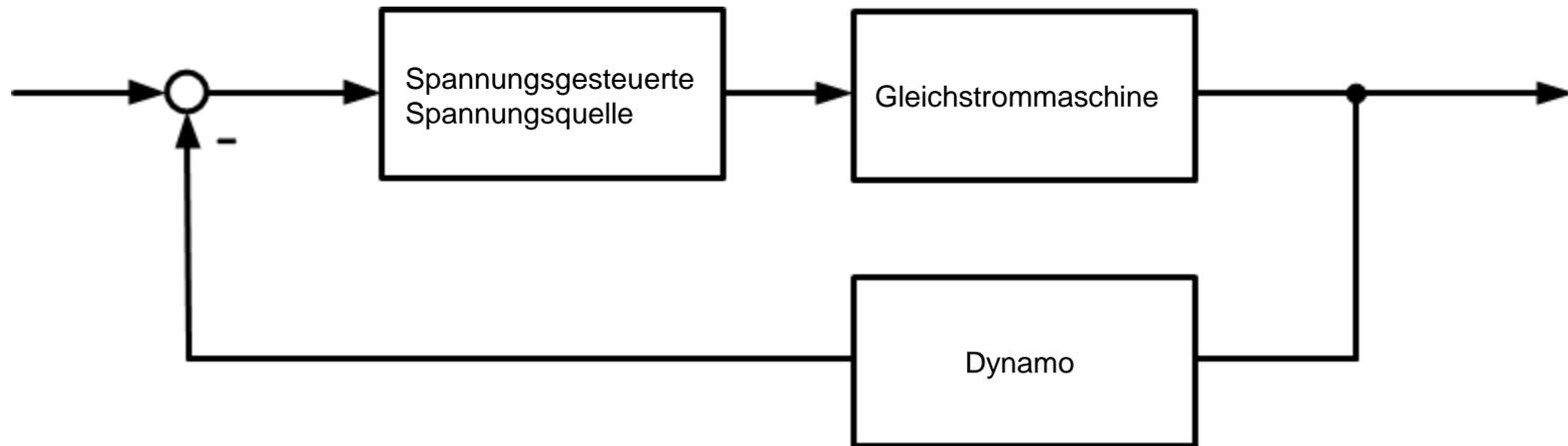
1. Einführung und Grundbegriffe
2. Das Signalflussbild
3. Verhalten elementarer zeitkont. Regelkreisglieder
4. Standardregelkreis und Signalflussbildumformungen
5. **Aufbau digitaler Regelkreise**
6. Beschreibung digitaler Regelkreise





## 2.5 Aufbau digitaler Regelkreise

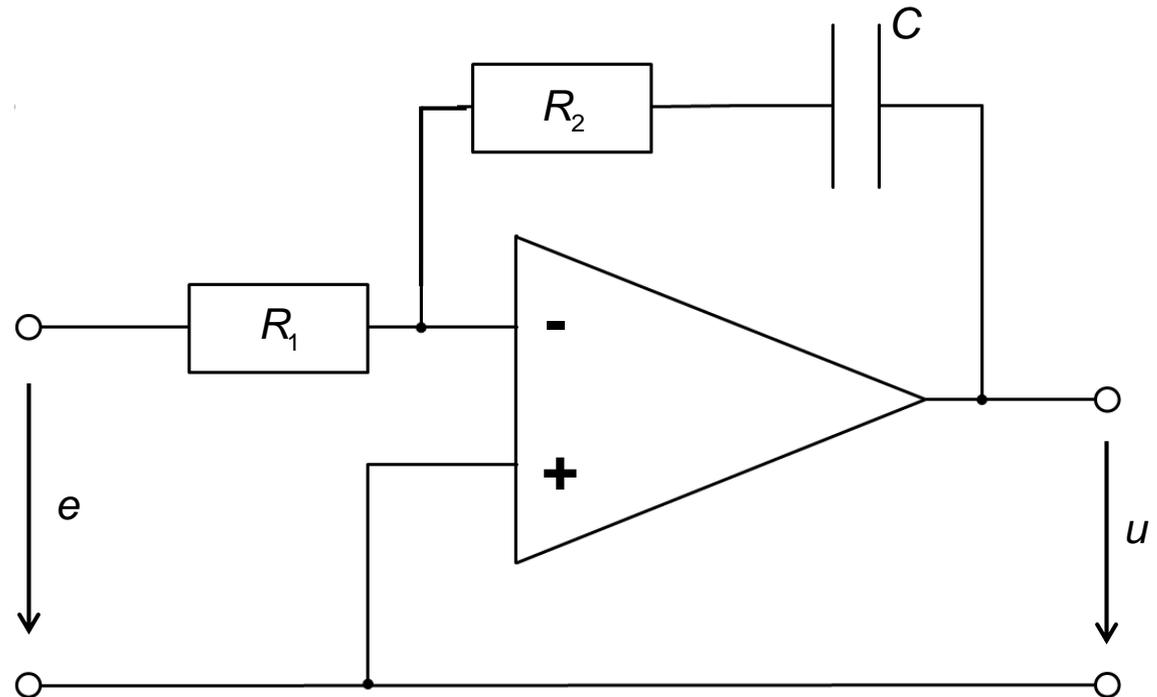
### 2.5.1 Beispiel: Drehzahlregelung der Gleichstrommaschine





## 2.5 Aufbau digitaler Regelkreise

### 2.5.1 Beispiel: Drehzahlregelung der Gleichstrommaschine (2)

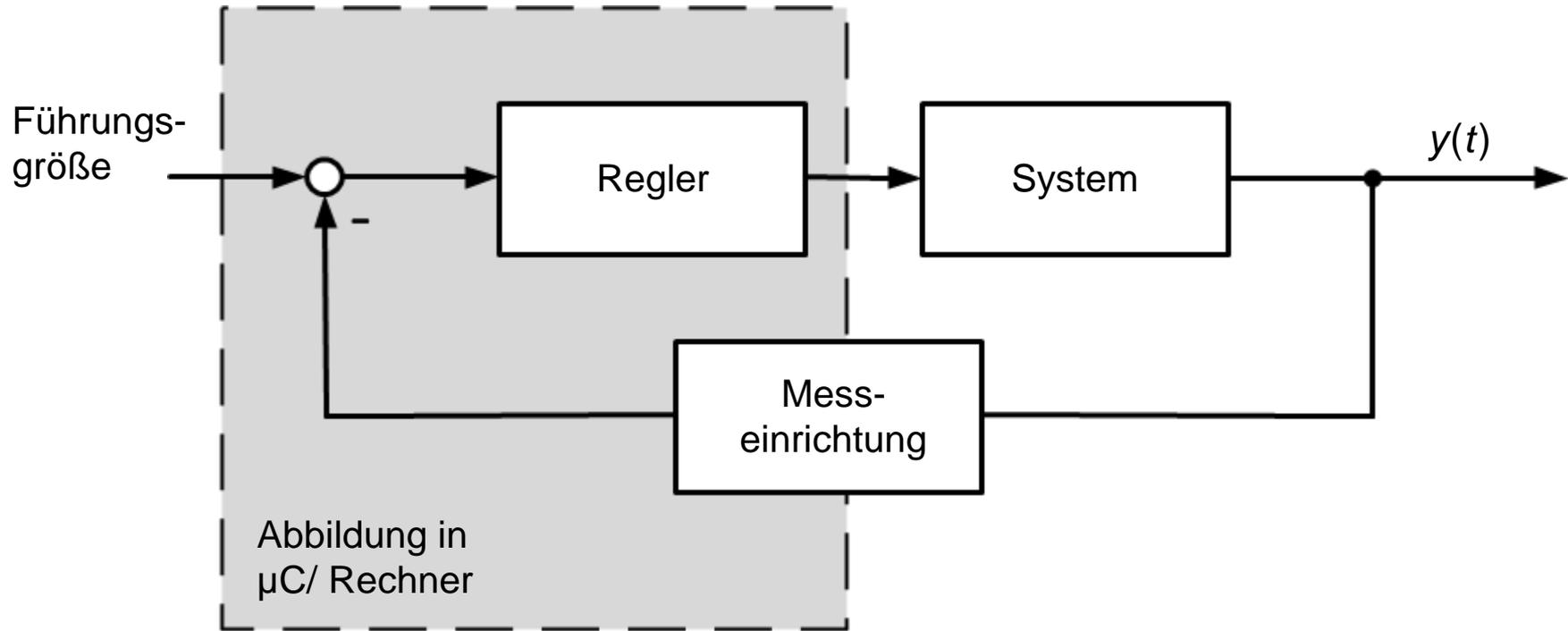


- Schaltungstechnische Realisierung eines PI-Gliedes



## 2.5 Aufbau digitaler Regelkreise

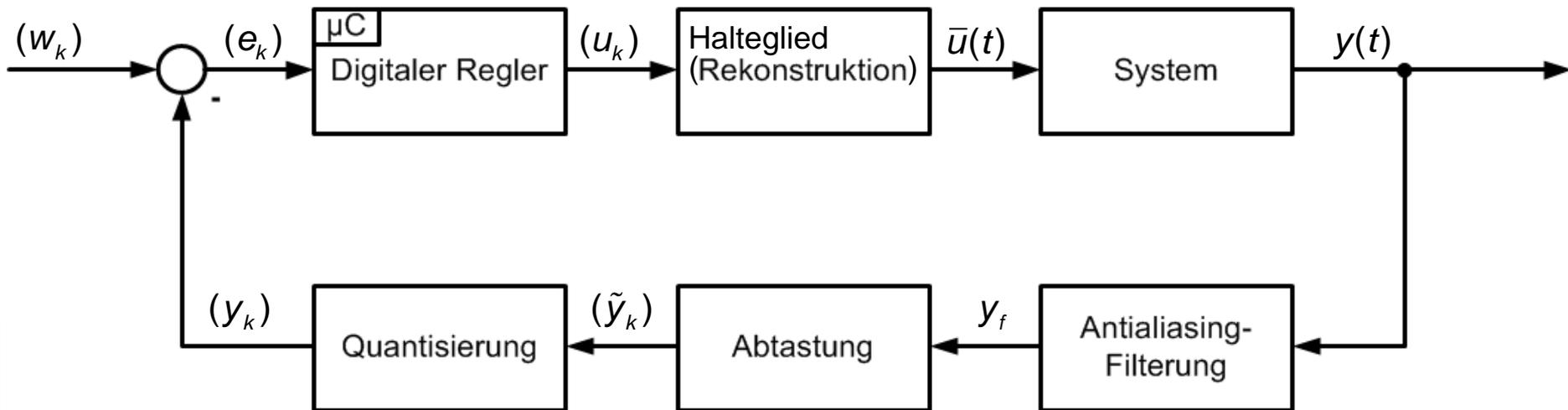
### 2.5.1 Allgemeiner Aufbau eines digitalen Regelkreises





## 2.5 Aufbau digitaler Regelkreise

### 2.5.1 Allgemeiner Aufbau eines digitalen Regelkreises

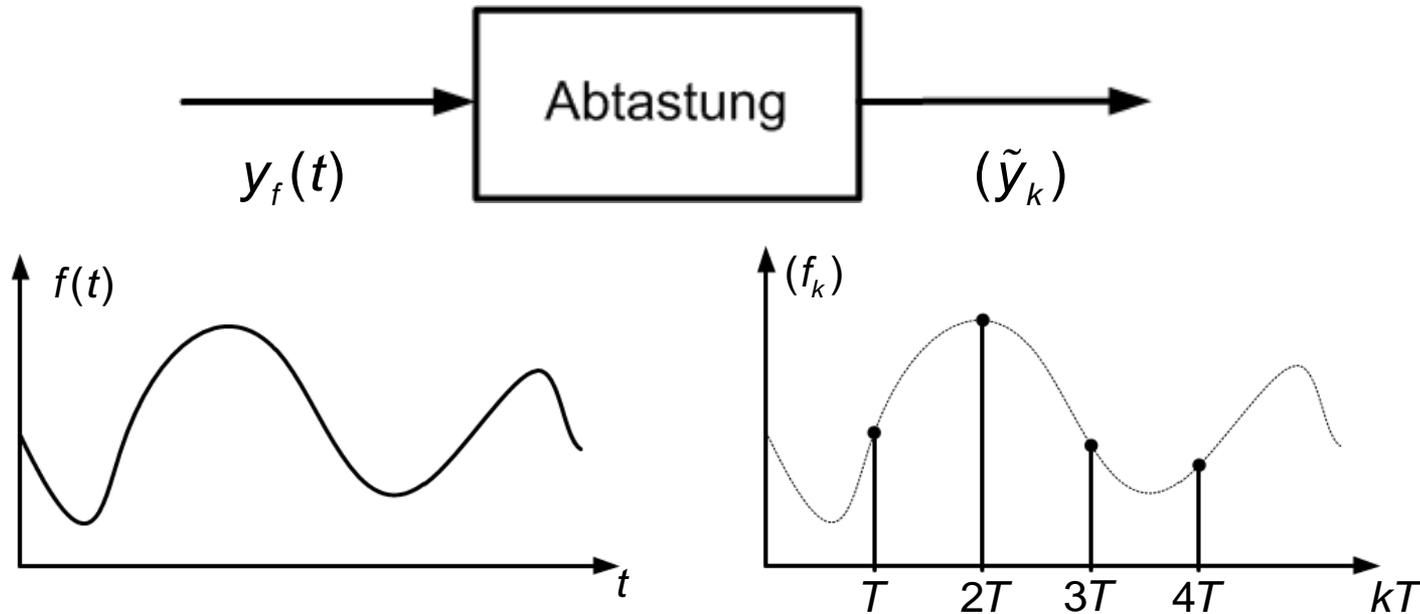


- **Gesucht:** Geeignete Beschreibung/Modell für den Reglerentwurf

## 2.5 Aufbau digitaler Regelkreise

### 2.5.2 Abtastung

- Von einem kontinuierlichen Zeitverlauf werden zu äquidistanten Zeitpunkten Werte aufgezeichnet → Abtastung

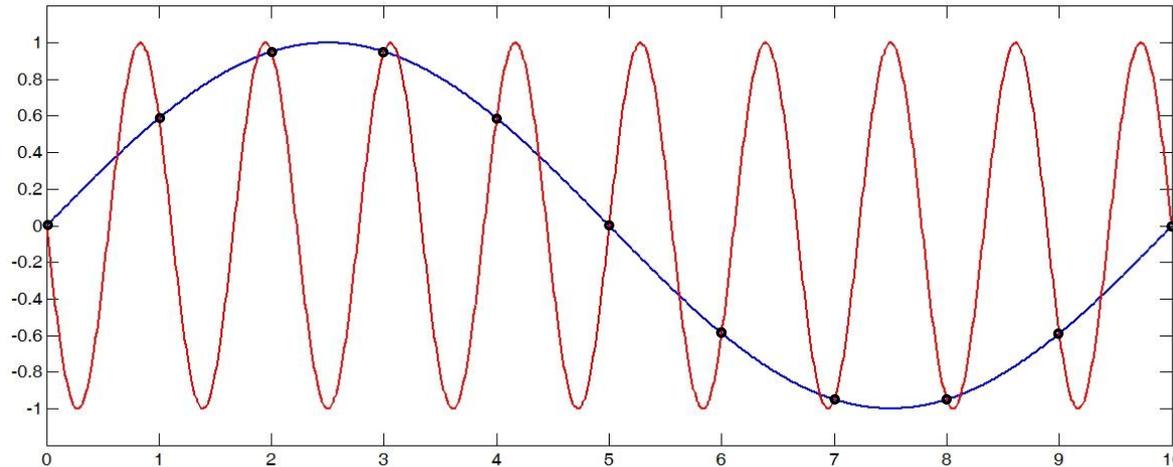


- Ergebnis ist Zahlenfolge  $(y_k)$



## 2.5 Aufbau digitaler Regelkreise

### 2.5.3 Antialiasfilter



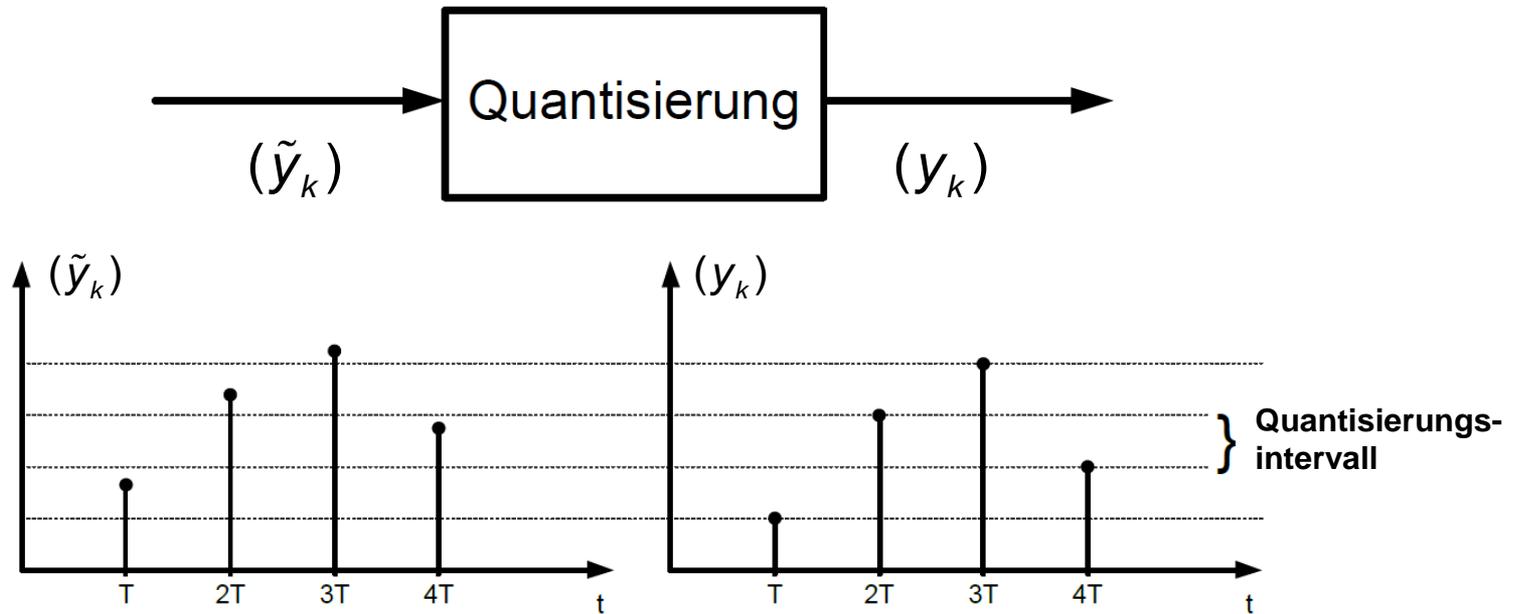
#### ■ Generell: Abtasttheorem von Shannon ist zu beachten

- D.h. Antialiasfilter muss für  $Y(j\omega) \cong 0$  für  $|\omega| \geq \omega_{\max}$  sorgen
  - Ferner ist für die Abtastfrequenz mindestens  $\frac{2\pi}{T} > 2\omega_{\max}$  zu wählen
  - Die Wahl der Abtastfrequenz wird in Kap. 4 und 6 besprochen
- Der Antialiasfilter ist je nach Anwendung zu berücksichtigen, man schlägt ihn dann zur Strecke hinzu

## 2.5 Aufbau digitaler Regelkreise

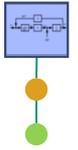
### 2.5.4 Quantisierung

- Das Signal wird digitalisiert, d.h. es steht nur eine endliche Anzahl von Werten zur Beschreibung zur Verfügung → Quantisierung



- Heute ist die Quantisierung häufig sehr genau, somit

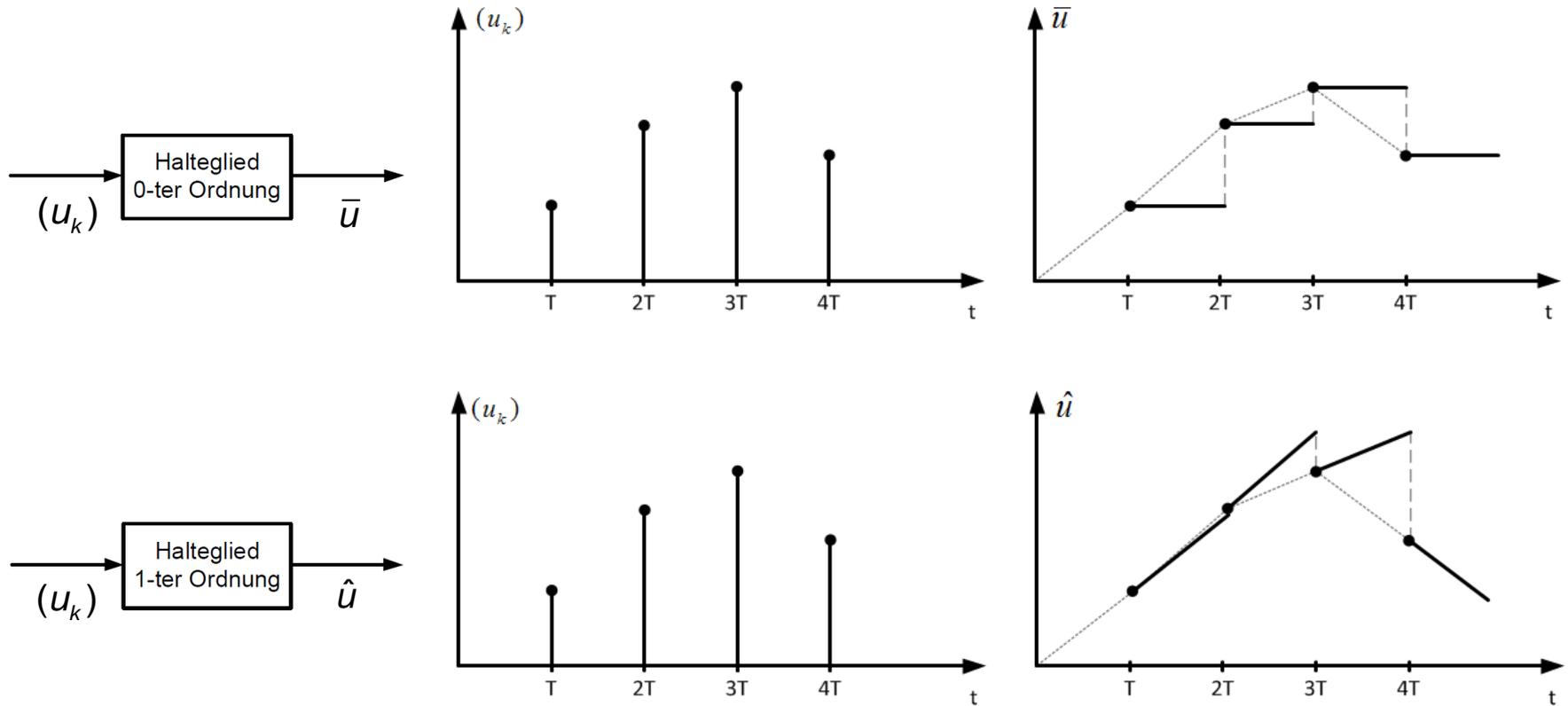
$$(y_k) \cong (\tilde{y}_k) \Rightarrow \text{Quantisierung kann vernachlässigt werden}$$

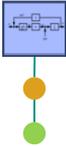


# 2.5 Aufbau digitaler Regelkreise

## 2.5.5 Halteglied

- Die Signalrekonstruktion erfolgt durch ein Halteglied
- Das Halteglied muss kausal sein





## 2.5 Aufbau digitaler Regelkreise

### 2.5.5 Halteglied (2)

#### ■ Mathematische Beschreibung des Haltegliedes

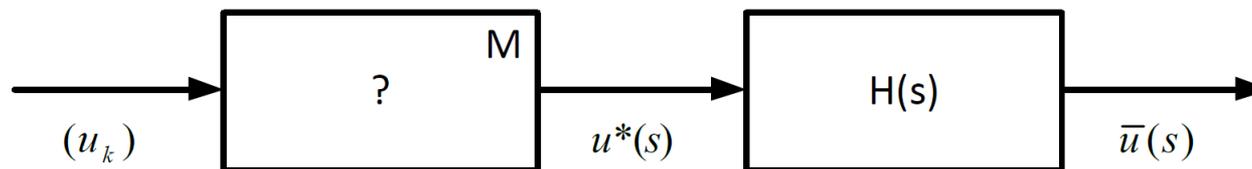
$$\bar{u}(vT \leq t < (v+1)T) = [\sigma(t-vT) - \sigma(t-(v+1)T)] \cdot u_v$$

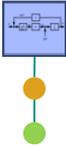
wobei  $\sigma(t)$  der Einheitssprung zum Zeitpunkt  $t=0$  ist.

Damit:

$$\bar{u}(t) = \sum_{v=0}^{\infty} u_v [\sigma(t-vT) - \sigma(t-(v+1)T)]$$

$$\bar{U}(s) = \sum_{v=0}^{\infty} u_v \left[ \frac{e^{-vTs}}{s} - \frac{e^{-(v+1)Ts}}{s} \right] = \underbrace{\sum_{v=0}^{\infty} u_v e^{-vTs}}_{U^*(s)} \cdot \underbrace{\frac{1-e^{-Ts}}{s}}_{H(s)}$$

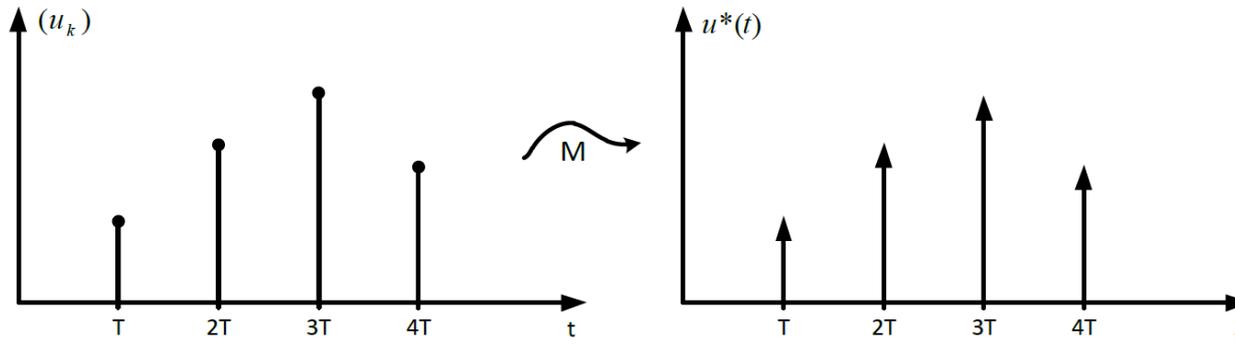




## 2.5 Aufbau digitaler Regelkreise

### 2.5.5 Halteglied (3)

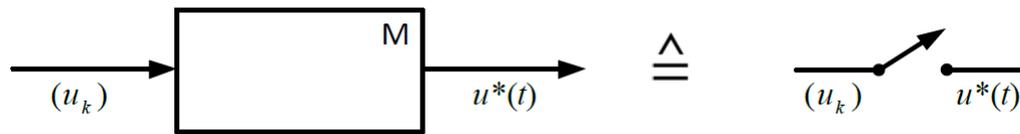
$$u^*(t) = \sum_{k=0}^{\infty} u_k \delta(t - kT)$$

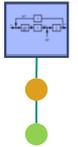


- Offenbar entsteht  $u^*(t)$  aus einer **Modulation** von  $u_k$  mit einem Impulskamm

$$\sum_{k=0}^{\infty} \delta(t - kT)$$

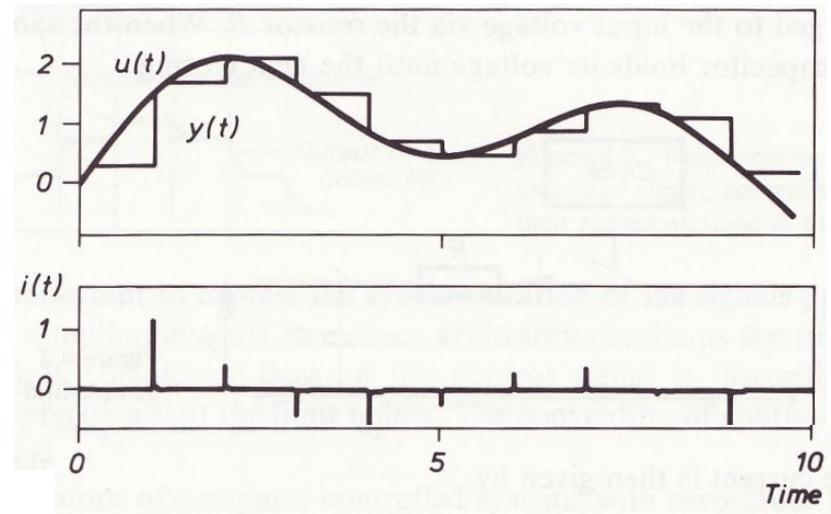
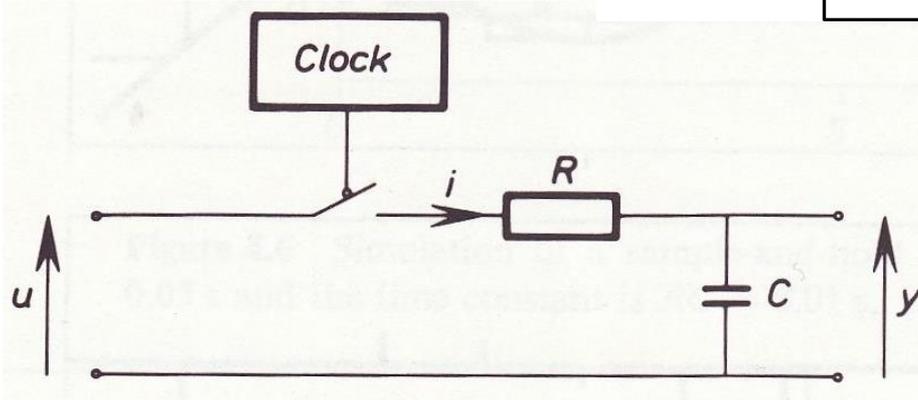
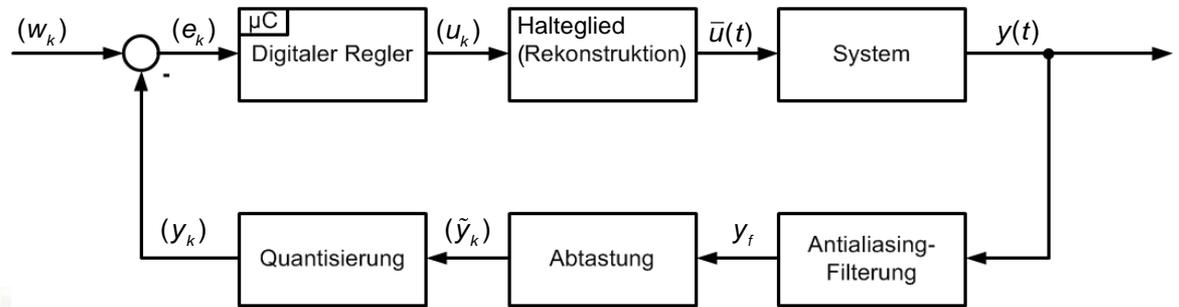
- M wird auch Delta-Abtaster genannt.





## 2.5 Aufbau digitaler Regelkreise

### 2.5.6 Interpretation Halteglied



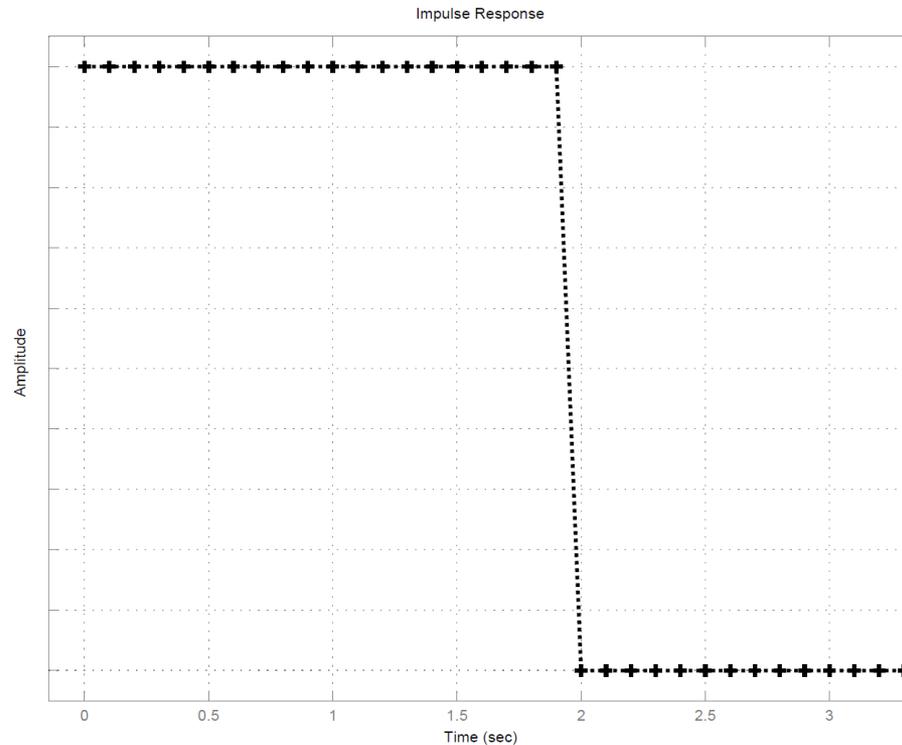


## 2.5 Aufbau digitaler Regelkreise

### 2.5.6 Interpretation Haltedglied (2)

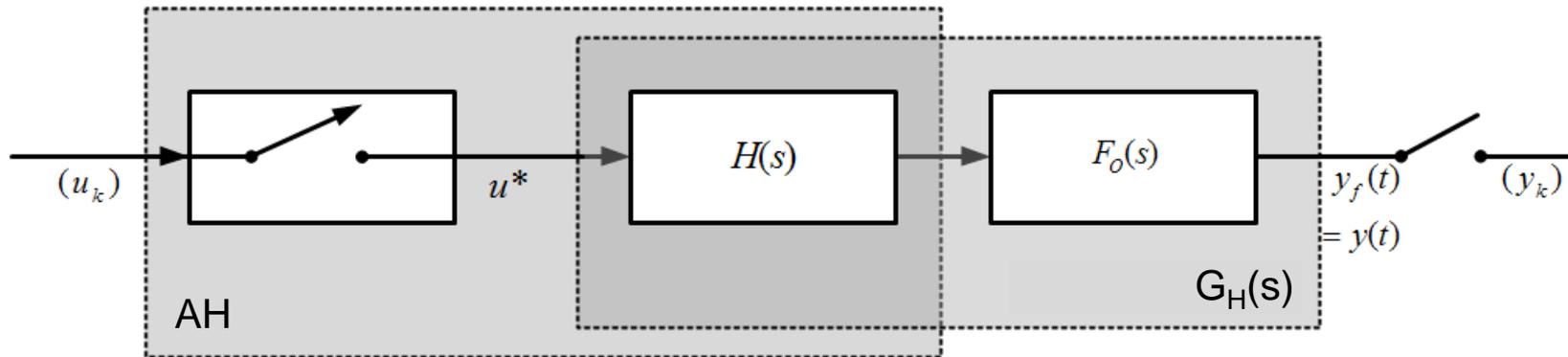
$$G_H(s) = H(s)F_O(s) = (1 - e^{-Ts}) \cdot \frac{1}{s} \cdot F_O(s)$$

$$g_H(t) = \mathcal{L}^{-1} \{ H(s)F_O(s) \}$$



## 2.5 Aufbau digitaler Regelkreise

### 2.5.7 Abtastsystem



$$\begin{aligned} y(t) &= u^*(t) * g_H(t) = \left( \sum_{v=0}^{\infty} u_v \delta(t - vT) \right) * g_H(t) \\ &= \sum_{v=0}^{\infty} u_v (\delta(t - vT) * g_H(t)) \\ &= \sum_{v=0}^{\infty} u_v g_H(t - vT) \end{aligned}$$

- Betrachtet man  $y(t)$  nur zu den Zeitpunkten  $t = kT$  (Abtastung), erhält man die Ausgangsfolge

$$(y(kT)) = \left( \sum_{v=0}^{\infty} u_v g_H(kT - vT) \right)$$

## 2.5 Aufbau digitaler Regelkreise

### 2.5.7 Abtastsystem (2)

- Zur Erinnerung: zeitdiskrete Faltung zweier Zahlenfolgen (bitte wiederholen VL SUS)

$$(a_k) * (b_k) = \left( \sum_{v=-\infty}^{\infty} a_v b_{k-v} \right)$$

- Die Strecke sei kausal, d.h.  $(g_H(kT)) = 0$  für  $k \leq 0$

- **Damit**

$$(y(kT)) = (u_k) * (g_H(kT))$$

- Die Ausgangs-Folge  $(y_k)$  entsteht also durch eine **diskrete Faltung** mit der **abgetasteten Impulsantwort** des zeitkontinuierlichen Systems **mit Halteglied**
- Diese Beschreibung nennt man „**Stroboskop-Modell**“, da das System nur zu diskreten Zeitpunkten betrachtet wird.
- **Achtung:** Halteglied nur für kleine Abtastzeiten zu vernachlässigen



## 2.5 Aufbau digitaler Regelkreise



### 2.5.7 Abtastsystem (3)

Berechnung von  $(g_H(kT))$ :

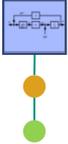
**Weg 1:**

Z-Transformation (siehe Abschnitt 2.7)

**Weg 2:**

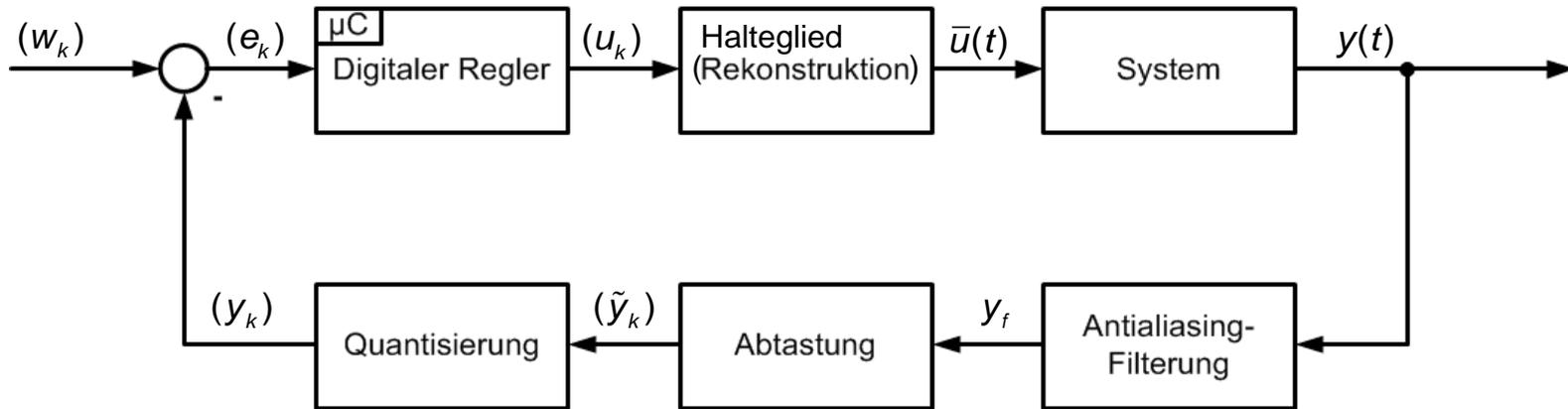
**Simulation/Approximation** der Sprungantwort von  $F_o(s)$  und dessen zeitliche Verschiebung um einen Abtastzeitschritt (siehe Abschnitt 2.5)

$(g_H(kT)) \approx g_{H,k} \Rightarrow$  implizit durch Differenzengleichung gegeben!



## 2.5 Aufbau digitaler Regelkreise

### 2.5.8 Beschreibung des Regelalgorithmus



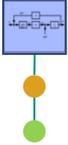
#### ■ Abbildungsvorschrift für den Regler:

Ebenfalls als Darstellung einer diskreten Faltung der Regeldifferenzfolge  $(e_k)$  mit einer Reglerimpulsantwortfolge  $(r_k)$

$$(u_k) = (e_k) * (r_k)$$

#### ■ Damit ergibt sich die Ausgangsgröße wie folgt

$$(y(kT)) = (u_k) * (g_H(kT)) = (e_k) * (r_k) * (g_H(kT))$$



## 2.5 Aufbau digitaler Regelkreise

### 2.5.9 Technische Realisierung des Reglers im Rechner

Reglerimpulsfolge endlich

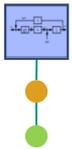
- ⇒ finite impulse response (fir)
- ⇒ "Programmierung einer Summe"
- ⇒ direkte Abbildung von  $(e_k)$  auf  $(u_k)$

$$(u_k) = \left( \sum_{v=0}^{\alpha} e_v r_{k-v} \right)$$

Reglerimpulsfolge unendlich (iir) aber durch eine Rekursionsbeziehung gegeben

- ⇒ "Speicherung von Vorgängerwerten erforderlich"

$$(u_k) = f(u_{k-1}, \dots, u_{k-m}, e_{k-1}, \dots, e_{k-m})$$



## 1. Einführung

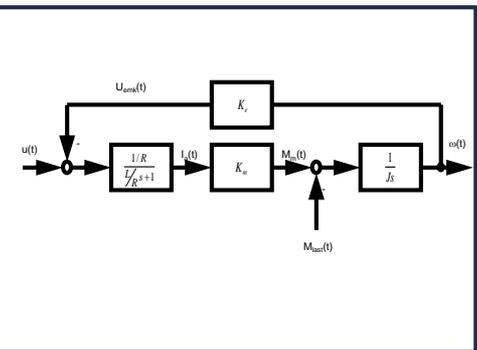
1. Motivation
2. Übersicht
3. Begriffsbildung und Modellierung
4. Steuerung und Regelung
5. Entwicklungsablauf für Regelungssysteme

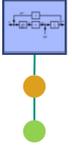


## 2. Klassifizierung und Beschreibung von linearen Regelkreisen

1. Einführung und Grundbegriffe
2. Das Signalflussbild
3. Verhalten elementarer zeitkont. Regelkreisglieder
4. Standardregelkreis und Signalflussbildumformungen
5. Aufbau digitaler Regelkreise

### 6. Beschreibung digitaler Regelkreise





## 2.6 Beschreibung digitaler Regelkreise

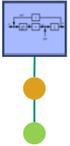
### 2.6.1 Z-Transformation

- **Motivation:** Für zeitkontinuierliche Systeme hat sich die Laplace-Transformation bewährt, da sie DGLen auf algebraische Gleichungen abbildet.  
Wunsch: Gleiche Situation für Folgen schaffen.
- **Lösung:** Z-Transformation bildet Folgen in den Z-Bereich ab (siehe VL SUS, bitte wiederholen):
- **Zur Erinnerung: Definition Z-Transformation:**

$$Y_Z(z) = \mathfrak{Z}\{y_n\} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} y_n z^{-n}$$

Üblicherweise kausale Systeme betrachtet → **einseitige** Z-Transformation

$$Y_Z(z) = \mathfrak{Z}\{y_n\} = \sum_{n=0}^{\infty} y_n z^{-n}$$



## 2.6 Beschreibung digitaler Regelkreise

### 2.6.1 Z-Transformation (2)

Zur Erinnerung: Einige wichtige Rechenregeln:

#### 1. Verschiebungsregel:

- „nach rechts“: 
$$\begin{matrix} f(t - mT) \\ (f(k - m)) \end{matrix} \xrightarrow{\mathfrak{Z}} z^{-m} \left[ F_z(z) + \sum_{\nu=1}^m f(-\nu)z^\nu \right], \quad m = 1, 2, \dots$$

- „nach links“: 
$$\begin{matrix} f(t + mT) \\ (f(k + m)) \end{matrix} \xrightarrow{\mathfrak{Z}} z^m \left[ F_z(z) - \sum_{\nu=0}^{m-1} f(\nu)z^{-\nu} \right], \quad m = 1, 2, \dots$$

#### 2. Dämpfungsregel:

$$\begin{matrix} f(t) \cdot e^{\alpha t} \\ (f(k) \cdot e^{\alpha kT}) \end{matrix} \xrightarrow{\mathfrak{Z}} F_z(e^{-\alpha T} z), \quad \alpha \text{ beliebig komplex}$$



## 2.6 Beschreibung digitaler Regelkreise

### 2.6.1 Z-Transformation (3)

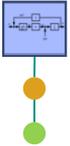
Zur Erinnerung: Einige wichtige Rechenregeln:

#### ■ 3. Differenzbildungs- / Summationsregel:

$$\bullet \begin{array}{c} f(t) - f(t-T) \\ (f(k)) - (f(k-1)) \end{array} \xrightarrow{Z} \bullet \frac{z-1}{z} F_Z(z) - f(-1)$$

- mit  $f(t)$  bzw.  $(f(k)) = 0$  für  $t < 0$  bzw.  $k < 0$  :

$$\begin{array}{c} \sum_{v=0}^{\infty} f(t-vT) \\ \left( \sum_{v=0}^k f(v) \right) \end{array} \xrightarrow{Z} \bullet \frac{z}{z-1} F_Z(z)$$



## 2.6 Beschreibung digitaler Regelkreise

### 2.6.1 Z-Transformation (4)

Zur Erinnerung: Einige wichtige Rechenregeln:

#### ■ 4. Differentiationsregel für die Bildfunktion:

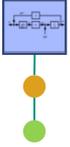
$$\begin{matrix} t \cdot f(t) \\ (kT \cdot f(k)) \end{matrix} \overset{3}{\circ} \bullet - Tz \cdot F_z'(z)$$

#### ■ 5. Grenzwertsätze:

mit  $(f(k)) \overset{3}{\circ} \bullet F_z(z)$  gilt:

- Anfangswertsatz:  $f(0) = \lim_{z \rightarrow \infty} F_z(z)$

- Endwertsatz:  $\lim_{k \rightarrow \infty} f(k) = \lim_{z \rightarrow 1+0} (z-1) F_z(z)$



## 2.6 Beschreibung digitaler Regelkreise

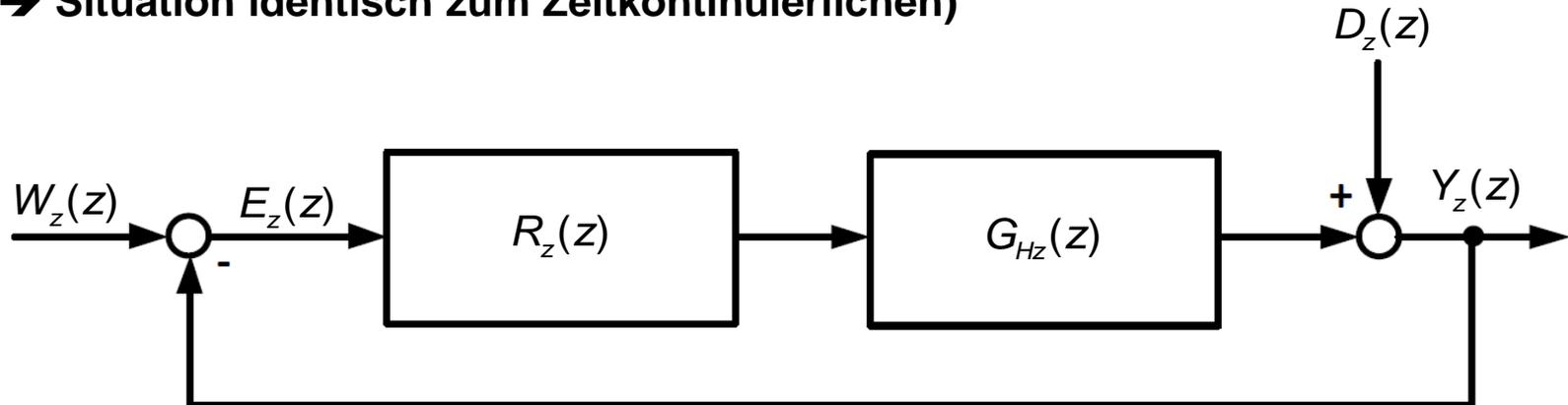
### 2.6.2 Z-transformierter Regelkreis

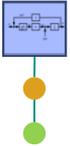
#### ■ Bestimmung der Ausgangsfolge:

$$(y(kT)) = (u_k) * (g_H(kT)) = (e_k) * (r_k) * (g_H(kT))$$

$$Y_z(z) = E_z(z) R_z(z) G_{Hz}(z)$$

#### ■ D.h. aus einer Faltung wird eine Multiplikation (→ Situation identisch zum Zeitkontinuierlichen)





## 2.6 Beschreibung digitaler Regelkreise

### 2.6.2 Z-transformierter Regelkreis (2)

#### ■ Bestimmung der Ausgangsfolge:

$$(y(kT)) = (u_k) * (g_H(kT)) = (e_k) * (r_k) * (g_H(kT))$$

$$Y_z(z) = E_z(z) R_z(z) G_{Hz}(z)$$

#### ■ Berechnung von $G_{Hz}(z)$ :

$$1) g_H(t) = \mathcal{L}^{-1} \{ H(s) \cdot F_O(s) \} = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1 - e^{-Ts}}{s} \cdot F_O(s) \right\} = \mathcal{L}^{-1} \{ 1 - e^{-Ts} \} * \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{F_O(s)}{s} \right\}$$

$$2) \text{ Abtastung: } g_H(kT)$$

$$3) \text{ Z-Trafo: } G_{Hz}(z) = (1 - z^{-1}) \cdot \mathfrak{Z} \left\{ \left\{ \frac{F_O(s)}{s} \right\}_{\text{Nach Abtastung}} \right\}$$

# Tafelanschrieb 2.6 (1)

## Modellierung der Gleichstrommaschine

