

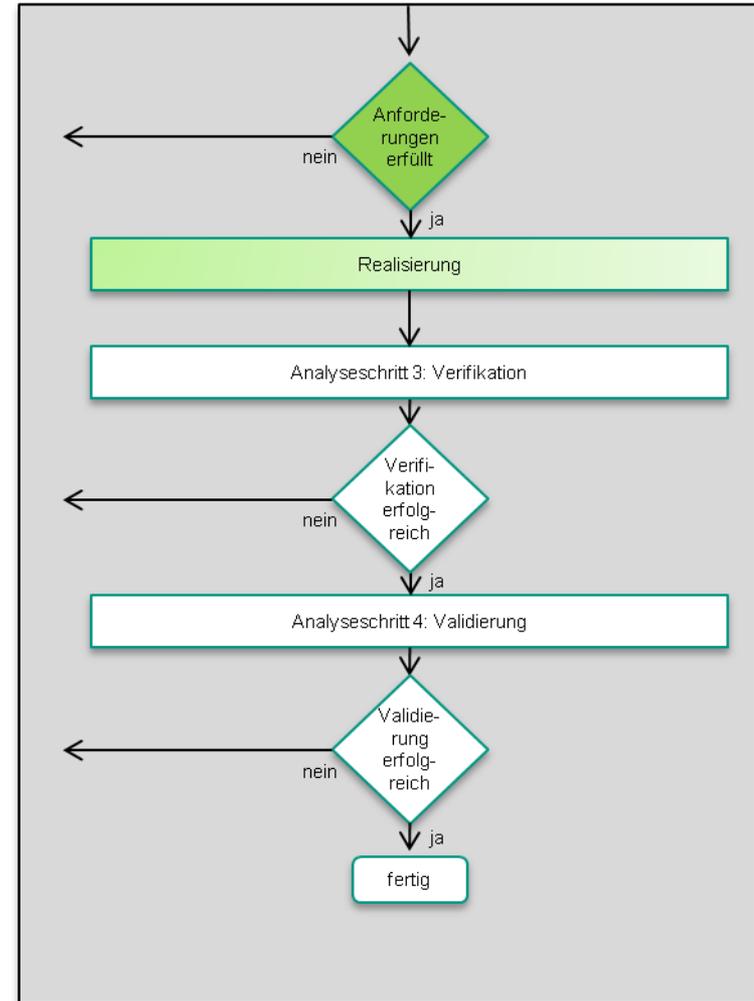
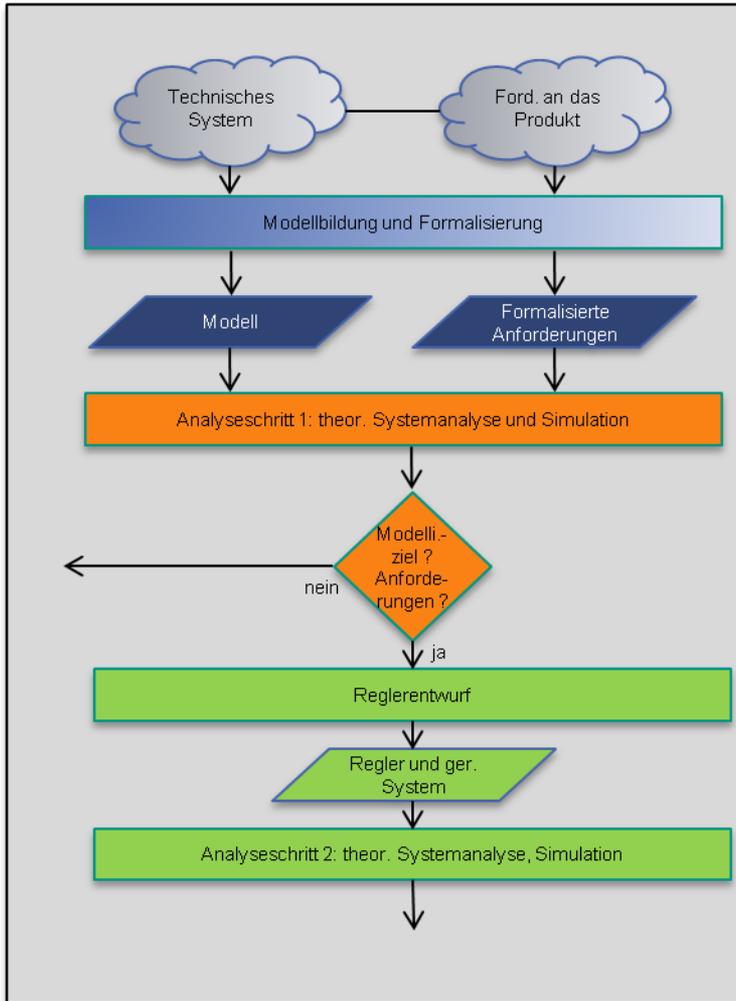
Institut für Regelungs- und Steuerungssysteme

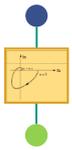
Vorlesung: Systemdynamik und Regelungstechnik

Kapitel 4

Institut für Regelungs- und Steuerungssysteme, Prof. Dr.-Ing. Sören Hohmann







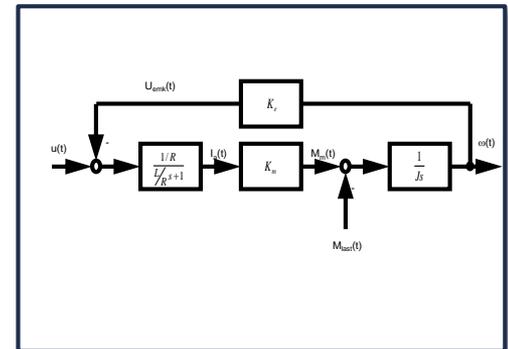
1. Einführung

1. Motivation
2. Übersicht
3. Begriffsbildung und Modellierung
4. Steuerung und Regelung
5. Entwicklungsablauf für Regelungssysteme



2. Klassifizierung und Beschreibung von linearen Regelkreisen

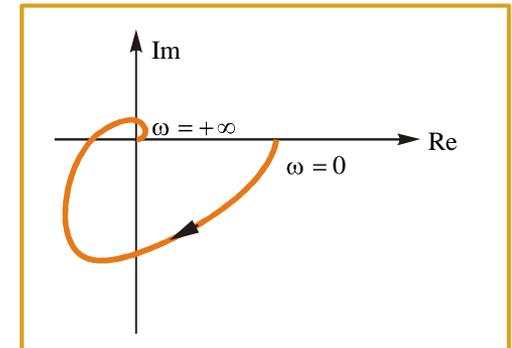
1. Einführung und Grundbegriffe
2. Das Signalflussbild
3. Verhalten elementarer zeitkont. Regelkreisglieder
4. Standardregelkreis und Signalflussbildumformungen
5. Aufbau digitaler Regelkreise
6. Beschreibung digitaler Regelkreise





3. Analyse von linearen zeitkontinuierlichen Regelkreisen

1. Stationäres Verhalten und charakteristische Größen
2. Frequenzgang und Ortskurve
3. Frequenzkennlinie
4. Grundlagen zur Stabilität
5. Algebraische Stabilitätskriterien
6. Graphische Stabilitätskriterien



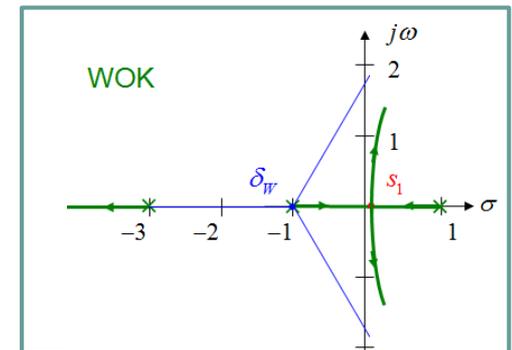
4. Analyse von linearen zeitdiskreten Regelkreisen

1. Stationäres Verhalten
2. Frequenzgang, Ortskurve und Frequenzkennlinie
3. Grundlagen zur Stabilität
4. Algebraische Stabilitätskriterien
5. Graphische Stabilitätskriterien



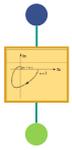
5. Synthese von linearen zeitkontinuierlichen Regelkreisen

1. Grundanforderungen an den Regelkreis
2. Heuristische Verfahren
3. Direkte Verfahren
4. Entwurf mit dem Frequenzkennlinienverfahren
5. Entwurf mit dem Wurzelortskurvenverfahren
6. Parameteroptimierung
7. Vermaschung und Vorsteuerung



6. Synthese von linearen zeitdiskreten Regelkreisen

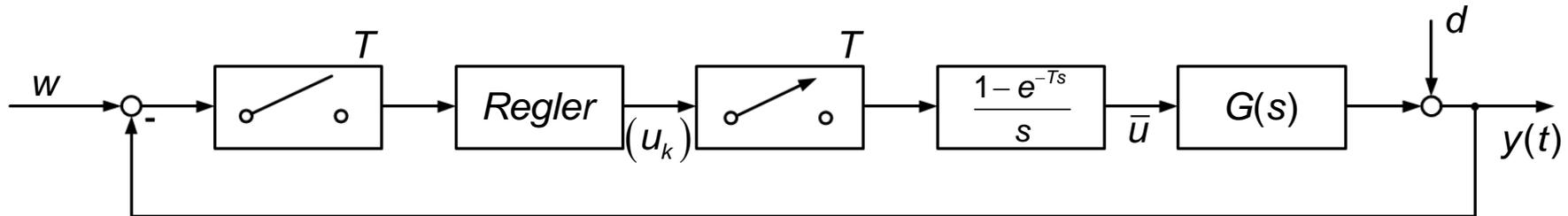
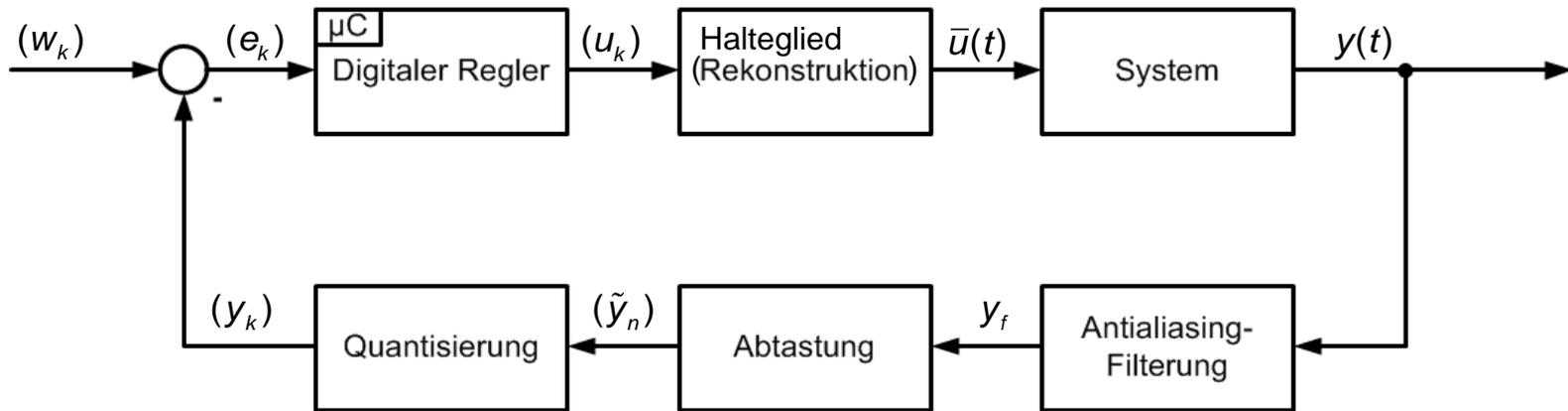
1. Fast Sampling Design
2. Direkte Verfahren
3. Frequenzkennlinienverfahren und Wurzelortskurvenverfahren

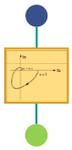


4.1 Stationäres Verhalten und char. Größen

4.1.1 Stationäres Verhalten

■ Zur Erinnerung: geschlossenen Kreis betrachten





4.1 Stationäres Verhalten und char. Größen

4.1.1 Stationäres Verhalten (2)

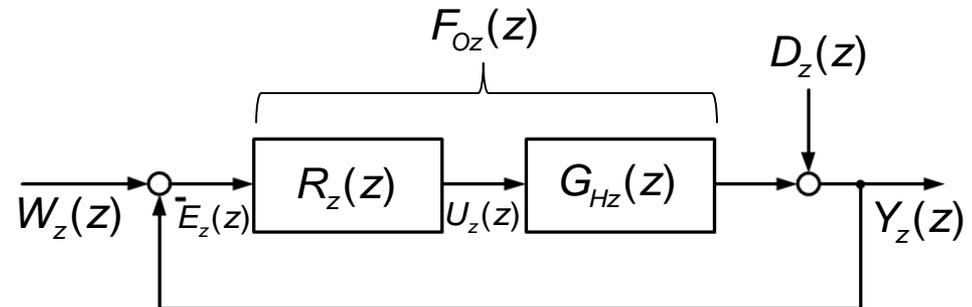
- Hier untersucht:
Stationäres Verhalten der Regelabweichung $\lim_{k \rightarrow \infty} e_k$
bei gegebenen Anregungssignalen

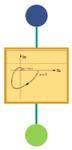
- Gegeben:

$$F_{oz}(z) = \frac{1}{(z-1)^q} \frac{1 + \dots + a_m z^m}{1 + \dots + b_n z^n} z^{-p}$$

- Dann gilt:

$$\left. \frac{E_z(z)}{W_z(z)} \right|_{D_z(z)=0} = \frac{1}{1 + F_{oz}(z)} = - \left. \frac{E_z(z)}{D_z(z)} \right|_{W_z(z)=0}$$





4.1 Stationäres Verhalten und char. Größen

4.1.1 Stationäres Verhalten (3)

- Mit dem Endwertsatz der Z-Transformation folgt (falls Endwert existiert):

$$\lim_{k \rightarrow \infty} (e_k) = \lim_{z \rightarrow 1} (z-1) \cdot E_z(z) = \lim_{z \rightarrow 1} (z-1) \frac{1}{1 + F_{Oz}(z)} W_z(z) = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{(z-1)^{q+1} \left(1 + \sum_j b_j \right)}{(z-1)^q \left(1 + \sum_j b_j \right) + \left(1 + \sum_i a_i \right)} W_z(z)$$

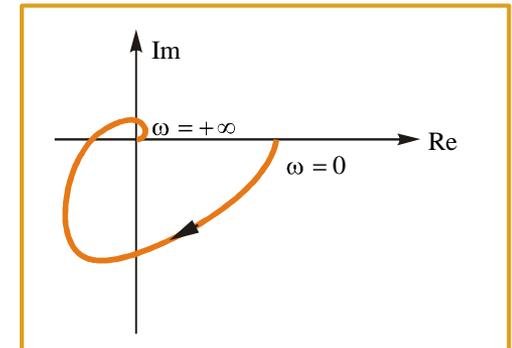
- Für unterschiedliche Anregungen ergeben sich daraus folgende Endwerte:

Systemtyp $F_{Oz}(z)$		P	I	I^2
		$(q = 0)$	$(q = 1)$	$(q = 2)$
Anregung	$w(t)$			
Sprung	$w_0 \sigma(t)$ $w_0 \frac{z}{z-1}$	$w_0 \frac{1 + \sum_j b_j}{2 + \sum_j b_j + \sum_i a_i}$	0	0
Rampe	$w_1 t \sigma(t)$ $w_1 \frac{Tz}{(z-1)^2}$	∞	$w_1 T \frac{1 + \sum_j b_j}{1 + \sum_i a_i}$	0
Beschleunigungsfunktion	$\frac{w_2}{2} t^2 \sigma(t)$ $\frac{w_2 T^2}{2} z \frac{z+1}{(z-1)^3}$	∞	∞	$w_2 T^2 \frac{1 + \sum_j b_j}{1 + \sum_i a_i}$



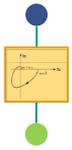
3. Analyse von linearen zeitkontinuierlichen Regelkreisen

1. Stationäres Verhalten und charakteristische Größen
2. Frequenzgang und Ortskurve
3. Frequenzkennlinie
4. Grundlagen zur Stabilität
5. Algebraische Stabilitätskriterien
6. Graphische Stabilitätskriterien



4. Analyse von linearen zeitdiskreten Regelkreisen

1. Stationäres Verhalten
- 2. Frequenzgang, Ortskurve und Frequenzkennlinie**
3. Grundlagen zur Stabilität
4. Algebraische Stabilitätskriterien
5. Graphische Stabilitätskriterien

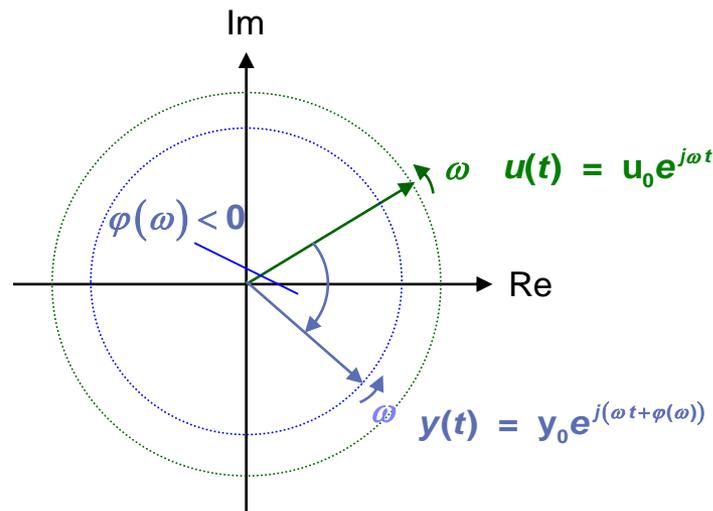


4.2 Frequenzgang, Ortskurve, Frequenzkennlinie

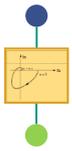
4.2.1 Frequenzgang des offenen Kreises

- Zur Erinnerung: Der Frequenzgang für kontinuierliche Systeme beschreibt die Reaktion des Systems auf eine Eingangsanregungen bezüglich eines komplexen Drehzeigers.

$$u(t) := u_0(\cos \omega t + j \sin \omega t) = u_0 e^{j\omega t}$$



- Gleiche Betrachtungsweise auch bei zeitdiskreten Systemen möglich



4.2 Frequenzgang, Ortskurve, Frequenzkennlinie

4.2.1 Frequenzgang des offenen Kreises (2)

- Betrachtet man die Ausgangsfolge

$$(y_k) = (f_{Ok}) * (u_k) \quad \text{für "komplexen Drehzeiger" } (u_k) = u(kT) = e^{j\omega kT}$$

$$(y_k) = (e^{j\omega kT}) * (f_{Ok})$$

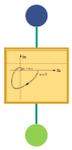
$$= \sum_{v=0}^{\infty} e^{j\omega vT} f_{O,k-v}$$

$$= \sum_{m=-\infty}^k e^{j\omega(k-m)T} f_{O,m}$$

$$= \left(\sum_{m=-\infty}^k e^{-j\omega mT} f_{O,m} \right) e^{j\omega kT} = \left(\sum_{m=-\infty}^{\infty} f_{O,m} e^{-j\omega mT} - \sum_{m=k+1}^{\infty} f_{O,m} e^{-j\omega mT} \right) e^{j\omega kT}$$

- Falls nun 2. Summand im eingeschwungenen Zustand, d.h. für $k \rightarrow \infty$ verschwindet (für stabile Systeme der Fall), gilt also für einen komplexen Drehzeiger als Eingangsgröße:

$$(y_k) = DTFT(f_{O,k}) \cdot e^{j\omega kT}$$



4.2 Frequenzgang, Ortskurve, Frequenzkennlinie

4.2.1 Frequenzgang des offenen Kreises (3)

- Zusammenhang zur Z-Trafo (Annahme offener Kreis sei kausal, für $(f_{Ok}) = 0$ für $k < 0$)

$$\begin{aligned} DTFT(f_{O,m}) &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} f_{O,m} e^{-j\omega mT} = \sum_{m=0}^{\infty} f_{O,m} e^{-j\omega mT} \\ &= \sum_{m=0}^{\infty} f_{O,m} (e^{j\omega T})^{-m} \\ &= \sum_{m=0}^{\infty} f_{O,m} z^{-m} \Big|_{z=e^{j\omega T}} \end{aligned}$$

- Also hängen Z-Transformierte und Fourier-Transformierte in einfacher Weise zusammen:

$$DTFT(f_{O,m}) = F_{Oz}(z) \Big|_{z=e^{j\omega T}} = F_{Oz}(e^{j\omega T})$$



4.2 Frequenzgang, Ortskurve, Frequenzkennlinie

4.2.2 Ortskurve des offenen Kreises

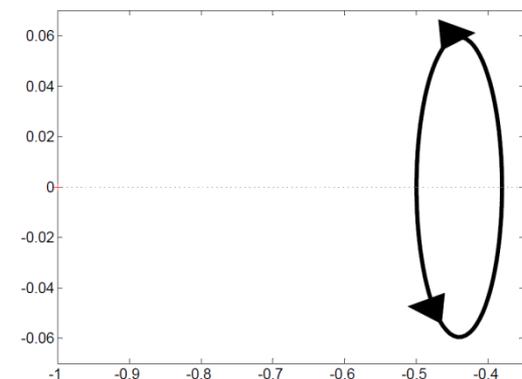
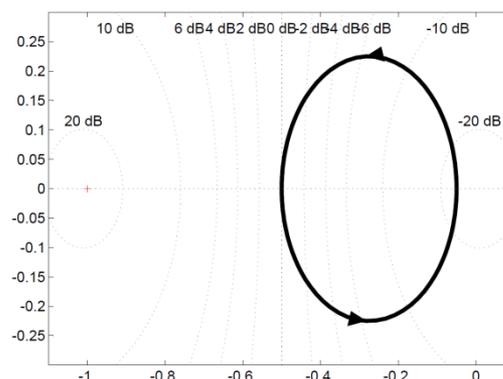
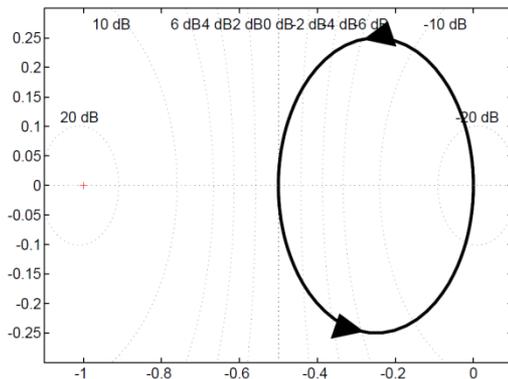
- Im Gegensatz zum kontinuierlichen Fall gestaltet sich die Auswertung der Ortskurven für zeitdiskrete ÜF schwieriger, da der Frequenzgang nun über die transzendente Funktion $e^{j\omega T}$ von der Frequenz ω abhängt.
- Ein Auswertung erfolgt somit in der Regel mit dem Rechner.
- Die Ortskurve stimmt mit der Ortskurve des zeitkontinuierlichen Systems **nicht** überein, sie hängt von der Abtastzeit T ab.

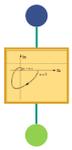
■ Beispiele:

$$G(s) = \frac{1}{s-2}$$

$T = 0.1$

$T = 1$

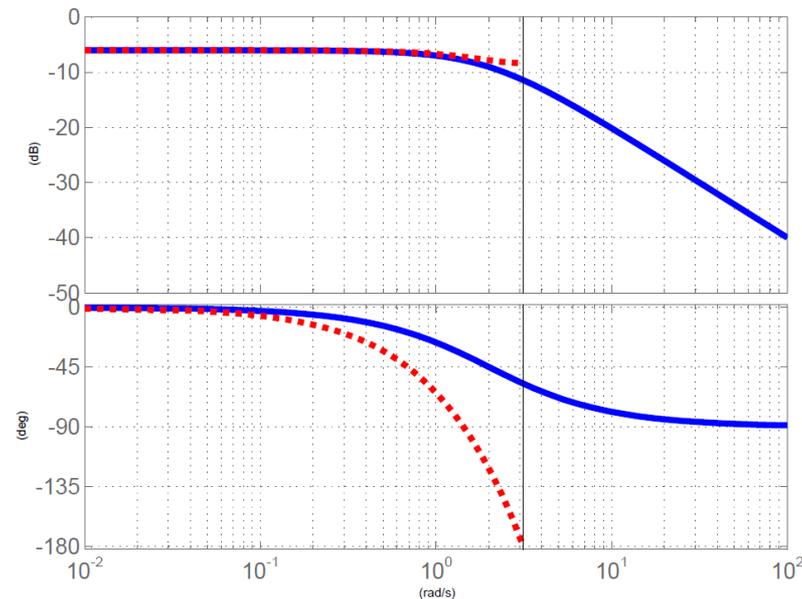


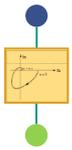


4.2 Frequenzgang, Ortskurve, Frequenzkennlinie

4.2.3 Frequenzkennlinie des offenen Kreises

- Die Frequenzkennlinie wird in der gleichen Art und Weise gezeichnet, wie im zeitkontinuierlichen Fall.
- Aufgrund der Abhängigkeit der Übertragungsfunktion von $e^{j\omega T}$ ist eine Auswertung nur mit dem Rechner möglich.
- Eine Darstellung ist nur bis zu der halben Abtastfrequenz sinnvoll (→ Antialiasfilter!).
- **Beispiel: PT_1 -Glied mit Halteglied**





4.2 Frequenzgang, Ortskurve, Frequenzkennlinie

4.2.4 Minimalphasensysteme und Allpässe

- Wie auch im zeitkontinuierlichen Fall lassen sich spezielle rationale Übertragungsglieder definieren:

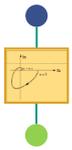
Def.: **Minimalphasensystem (zeitdiskret):**

Ein System mit rationaler Übertragungsfunktion

$$G_{m,z}(z) = \frac{Z_m(z)}{N_m(z)}, \quad G_{m,z}(z=1) > 0$$

heißt Minimalphasensystem, wenn es keine Pole und keine Nullstellen außerhalb des Einheitskreises aufweist.

- Auch hier gilt:
jedes allgemeine Nicht-Minimalphasensystem (NMS) lässt sich stets zerlegen in ein Minimalphasensystem (MS) und einen Allpass (AP).



4.2 Frequenzgang, Ortskurve, Frequenzkennlinie

4.2.4 Minimalphasensysteme und Allpässe (2)

- Analog zum zeitkontinuierlichen Fall gilt nun:

Def.: **Allpass (zeitdiskret)**

Ein System mit rationaler Übertragungsfunktion $G_z(z)$ heißt Allpass, wenn seine Nullstellen z_n und Polstellen z_p spiegelsymmetrisch zum Einheitskreis liegen,

d.h. wenn gilt:

$$z_{n,i} = \frac{1}{(z_{p,i})^*}, i = 1 \dots n$$

Die Betragskennlinie $\left| G_z(e^{j\omega T}) \right|$ von Allpässen ist konstant für alle Frequenzen ω .



4.2 Frequenzgang, Ortskurve, Frequenzkennlinie

4.2.4 Minimalphasensysteme und Allpässe (3)

Beispiel:

$$G_z(z) = \frac{z - z_n}{z - z_p} = \frac{z - \frac{1}{z_p}}{z - z_p}$$

→

$$|G_z(e^{j\omega T})|^2 = G_z^*(z) \cdot G_z(z) \Big|_{z=e^{j\omega T}} = \frac{\left(z - \frac{1}{z_p}\right)^* \left(z - \frac{1}{z_p}\right)}{\left(z - z_p\right)^* \left(z - z_p\right)} \Big|_{z=e^{j\omega T}}$$

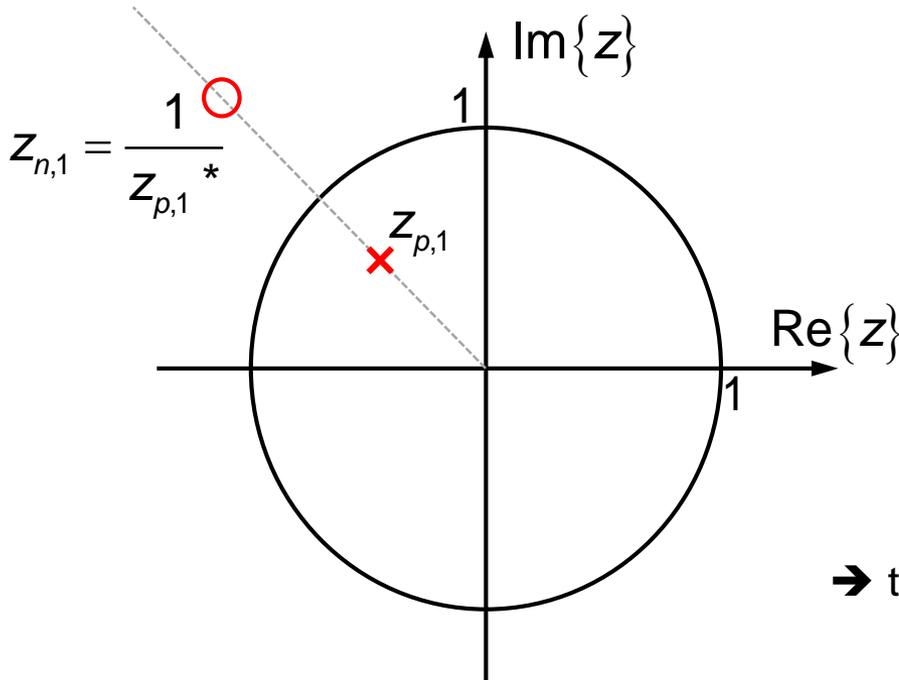
$$= \frac{\left(e^{-j\omega T} - \frac{1}{z_p}\right) \left(e^{j\omega T} - \frac{1}{z_p}\right)}{\left(e^{-j\omega T} - z_p^*\right) \left(e^{j\omega T} - z_p\right)}$$

$$= \frac{\frac{1}{z_p} \frac{1}{z_p^*} \left(z_p e^{-j\omega T} - 1\right) \left(z_p^* e^{j\omega T} - 1\right)}{\underbrace{e^{-j\omega T} e^{j\omega T}}_{=1} \left(1 - z_p^* e^{j\omega T}\right) \left(1 - z_p e^{-j\omega T}\right)} = \frac{1}{z_p} \frac{1}{z_p^*}$$

$$= \left| \frac{1}{z_p} \right|^2$$

→ tatsächlich:

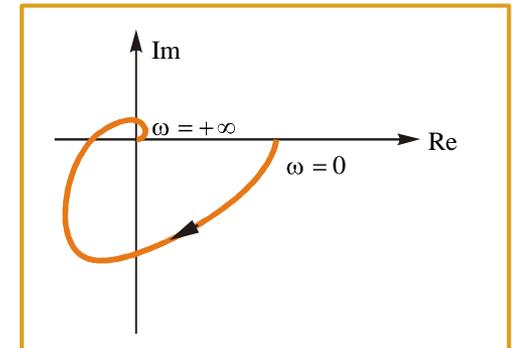
$$|G_z(e^{j\omega T})| = \left| \frac{1}{z_p} \right| = konst.$$





3. Analyse von linearen zeitkontinuierlichen Regelkreisen

1. Stationäres Verhalten und charakteristische Größen
2. Frequenzgang und Ortskurve
3. Frequenzkennlinie
4. Grundlagen zur Stabilität
5. Algebraische Stabilitätskriterien
6. Graphische Stabilitätskriterien

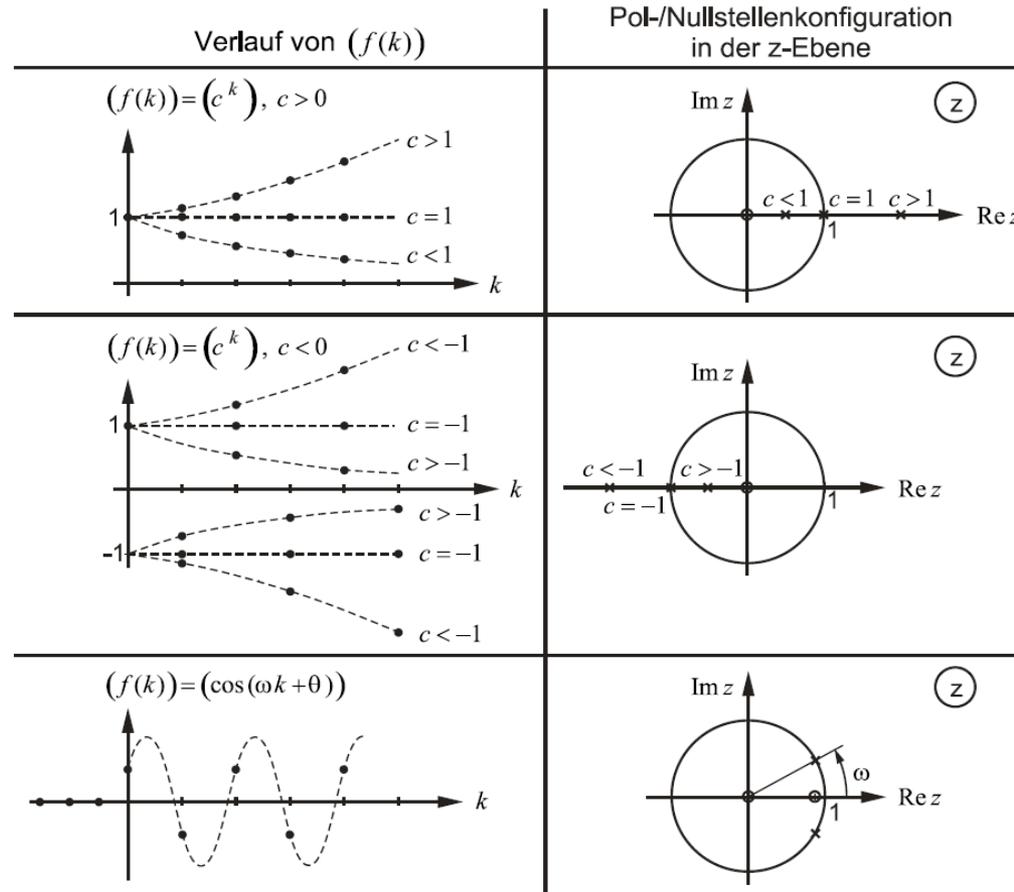


4. Analyse von linearen zeitdiskreten Regelkreisen

1. Stationäres Verhalten
2. Frequenzgang, Ortskurve und Frequenzkennlinie
3. **Grundlagen zur Stabilität**
4. Algebraische Stabilitätskriterien
5. Graphische Stabilitätskriterien

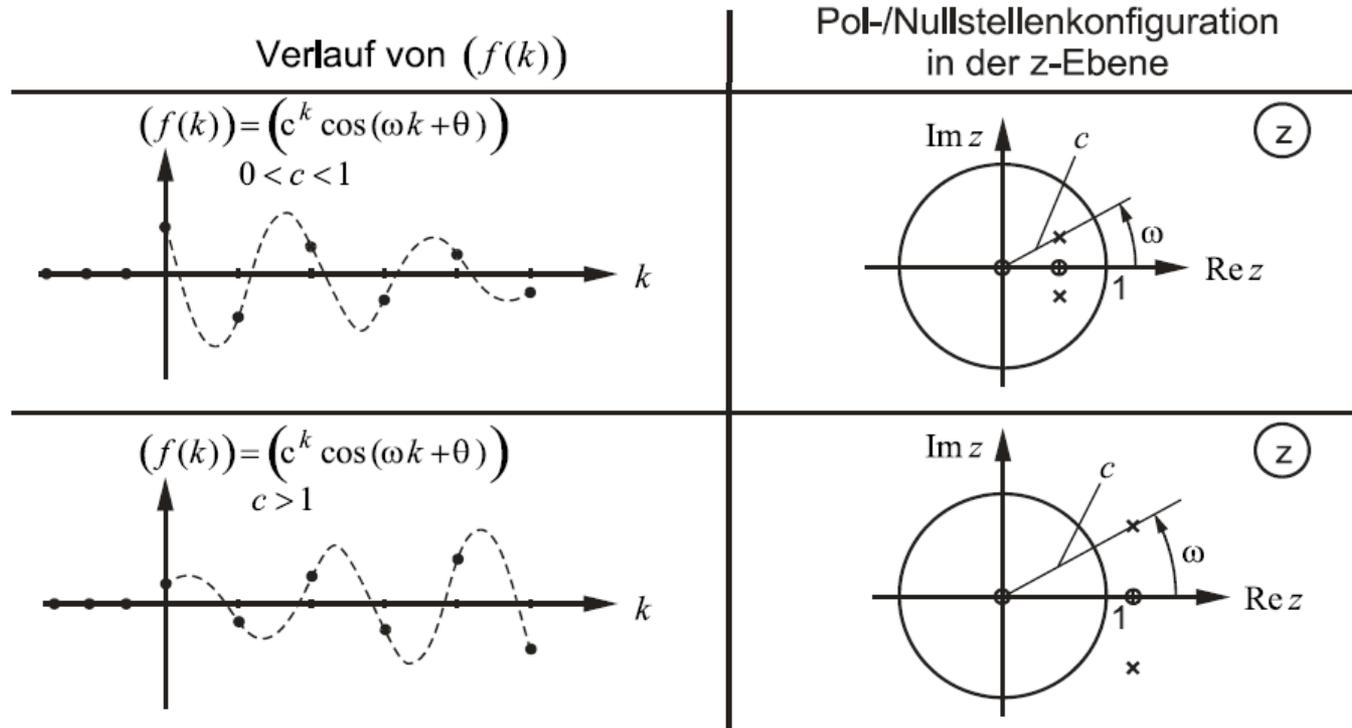
4.3 Grundlagen zur Stabilität

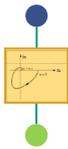
4.3.1 Beispiele



4.3 Grundlagen zur Stabilität

4.3.1 Beispiele (2)





4.3 Grundlagen zur Stabilität

4.3.2 Stabilitätsbedingung

■ Zur Erinnerung:

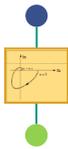
Ein zeitdiskretes kausales Übertragungsglied mit der Impulsantwort (g_k) ist genau dann BIBO-stabil (das System antwortet auf eine begrenzte Eingangsfolge mit einer begrenzten Ausgangsfolge), wenn gilt:

$$\sum_{k=0}^{\infty} |g_k| < \infty$$

■ Im Bildbereich:

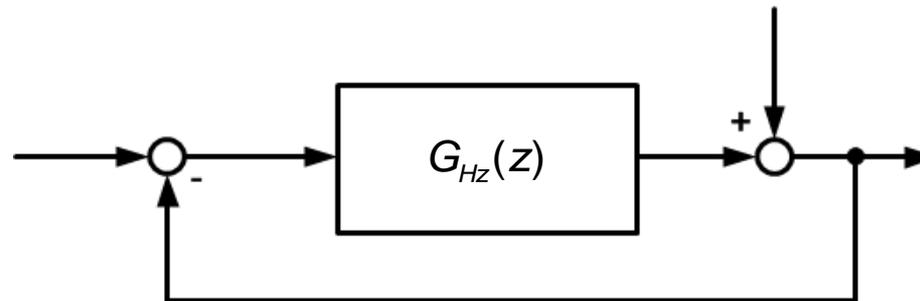
Ein zeitdiskretes Übertragungsglied mit einer gebrochen rationalen Übertragungsfunktion $G_z(z)$ ist genau dann stabil, wenn für alle Polstellen von $G_z(z)$ gilt:

$$|z_{\alpha \infty}| < 1$$



4.3 Grundlagen zur Stabilität

4.3.3 Abbildung der Pole eines zeitkontinuierlichen Systems

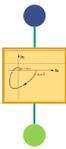


- Ergibt:

$$G_{Hz}(z) = (1 - z^{-1}) \cdot \mathfrak{Z} \left\{ \left\{ \frac{F_O(s)}{s} \right\}_{\text{Nach Abtastung}} \right\} = \frac{z-1}{z} \cdot \mathfrak{Z} \left\{ \frac{F_O(s)}{s} \right\}$$

- Zur Veranschaulichung sei das System nicht sprungfähig und habe keine Polstellen in 0, und nur einfache Polstellen. Dann folgt mit einer PBZ

$$\frac{F_O(s)}{s} = \frac{1 \prod_{i=1}^m (s - s_{n_i})}{s \prod_{i=1}^n (s - s_{p_i})} = \frac{a_0}{s} + \sum_{i=1}^n \frac{a_i}{s - s_{p_i}}$$



4.3 Grundlagen zur Stabilität

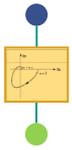
4.3.3 Abbildung der Pole eines zeitkontinuierlichen Systems (2)

- Und somit

$$(g_{HK}) = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i e^{s_{p_i} kT}$$

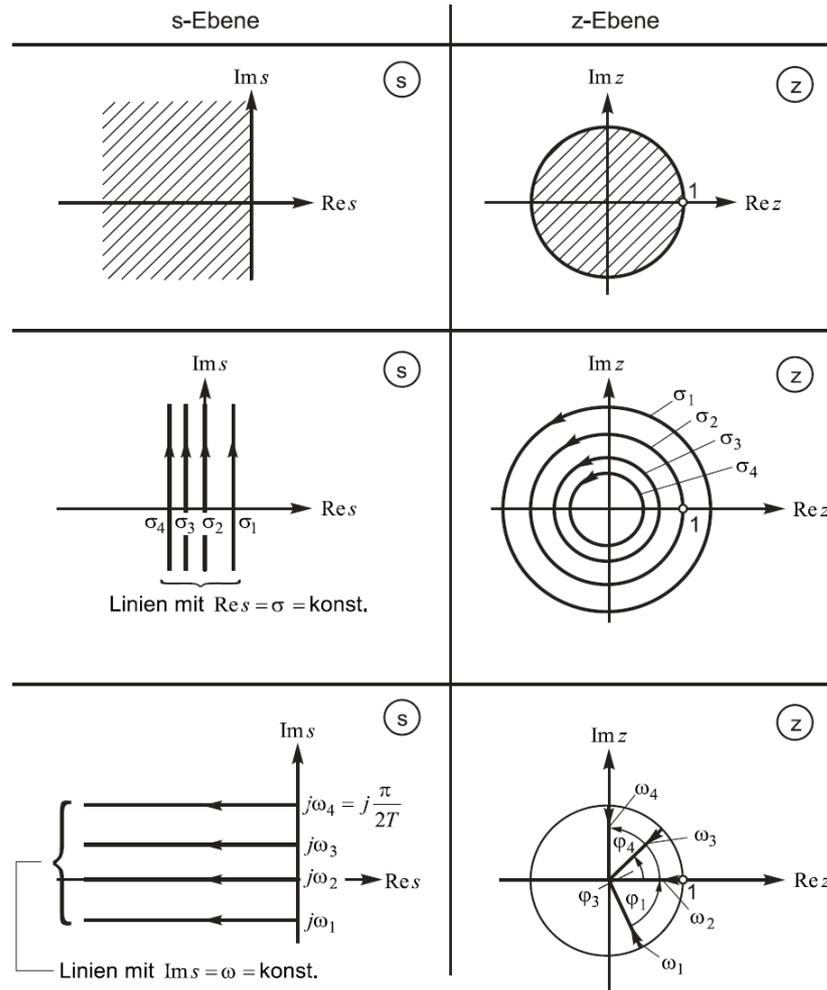
$$G_{Hz}(z) = a_0 \frac{z}{z-1} + \sum_{i=1}^n a_i \frac{z}{z - e^{s_{p_i} T}}$$

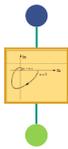
- Zu jeder Polstelle des zeitkontinuierlichen Systems gibt es eine Polstelle des zeitdiskreten Systems mit $z_{pi} = e^{s_{p_i} T}$
- $e^{s_{p_i} T}$ ist nicht bijektiv; dies ist Ausdruck des Aliasingeffektes



4.3 Grundlagen zur Stabilität

4.3.3 Abbildung der Pole eines zeitkontinuierlichen Systems (3)





4.3 Grundlagen zur Stabilität

4.3.4 Abbildung der Nullstellen des zeitkontinuierlichen Systems

- Zwei Beispiele um das Verhalten der Nullstellen zu betrachten:

$$G_1(s) = \frac{1}{s-2}, \quad G_{1z}(z) = \frac{\frac{1}{2}(e^{2T} - 1)}{z - e^{2T}}$$

$$G_2(s) = \frac{1}{(s+1)(s+3)}, \quad G_{2z}(z) = \frac{(2 - e^T + e^{-3T})z + (e^{-T} - 3e^{-3T} + 2e^{-4T})}{6(z - e^{-T})(z - e^{-3T})}$$

- Fazit: Zusammenhang bei Nullstellen kompliziert.
- Generell gilt jedoch: Für ein zeitkontinuierliches System mit n Polstellen und $m < n$ Nullstellen hat das zugehörige zeitdiskrete System n Polstellen und $(n - 1)$ Nullstellen.
- Seien β_i die Nullstellen des zeitkontinuierlichen Systems, dann gilt für kleine Abtastzeiten für die Nullstellen des zeitdiskreten Systems β_{di} :

$$\lim_{T \rightarrow 0} \beta_{di} = e^{\beta_i \cdot T} \quad i = 1 \dots m$$

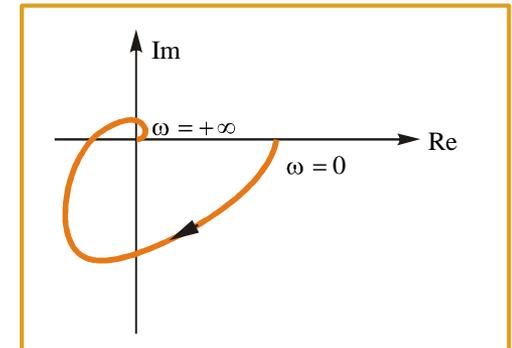
$$\lim_{T \rightarrow 0} |\beta_{di}| = \infty \quad i = m + 1 \dots n - 1$$

- D.h. für kleine Abtastzeiten liegen Nullstellen des zeitdiskreten Systems i.d.R. außerhalb des Einheitskreises.



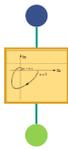
3. Analyse von linearen zeitkontinuierlichen Regelkreisen

1. Stationäres Verhalten und charakteristische Größen
2. Frequenzgang und Ortskurve
3. Frequenzkennlinie
4. Grundlagen zur Stabilität
5. Algebraische Stabilitätskriterien
6. Graphische Stabilitätskriterien



4. Analyse von linearen zeitdiskreten Regelkreisen

1. Stationäres Verhalten
2. Frequenzgang, Ortskurve und Frequenzkennlinie
3. Grundlagen zur Stabilität
4. **Algebraische Stabilitätskriterien**
5. Graphische Stabilitätskriterien



4.4 Algebraische Stabilitätskriterien

4.4.1 Notwendige Bedingung

- Für die Stabilitätsbeurteilung ist die Berechnung der Nullstellen des Nennerpolynoms von $F_{Oz}(z) + 1$ nicht notwendig.
- Generell reicht es ja aus, zu bestimmen, ob die Nullstellen innerhalb oder außerhalb des Einheitskreises liegen.
- Ausgangspunkt ist das Zählerpolynom von $F_{Oz}(z) + 1$:

$$N(z) = a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \dots + a_0 \quad a_n > 0$$

Notwendige Bedingung:

Liegen die Nullstellen von $N(z)$ innerhalb des Einheitskreise, dann gilt:

$$N(1) > 0 \quad a_n + a_{n-1} + \dots + a_0 > 0$$

$$(-1)^n N(-1) > 0 \quad a_n - a_{n-1} \pm \dots + (-1)^n a_0 > 0$$

$$a_n > |a_0|$$



4.4 Algebraische Stabilitätskriterien

4.4.2 Hinreichende Bedingungen

- Problem: Kriterium ist nur notwendig. Es können also Nullstellen außerhalb des Einheitskreises liegen, wenn es erfüllt wird. Wird es nicht erfüllt ist der Regelkreis definitiv instabil.

Hinreichende Bedingungen:

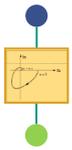
Gilt

$$a_n > a_{n-1} > \dots > a_1 > a_0 > 0$$

oder

$$|a_n| > |a_{n-1}| + \dots + |a_0|,$$

so liegen sämtliche Nullstellen innerhalb des Einheitskreises.



4.4 Algebraische Stabilitätskriterien

4.4.3 Notwendiges und hinreichendes Kriterium

- Problem: Kriterium ist nur hinreichend. Es können also Systeme stabil sein, auch wenn Kriterium nicht erfüllt.

Notwendiges und hinreichendes Kriterium:

Man bildet die folgenden Matrizen und Determinanten:

$$\underline{A}_k = \begin{bmatrix} a_0 & a_1 & \cdots & a_{k-1} \\ 0 & a_0 & \cdots & a_{k-2} \\ \vdots & & & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & a_0 \end{bmatrix} \quad \underline{B}_k = \begin{bmatrix} a_{n-(k-1)} & \cdots & a_{n-1} & a_n \\ a_{n-(k-2)} & \cdots & a_n & 0 \\ \vdots & & & \vdots \\ a_n & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \quad C_k = \det(\underline{A}_k + \underline{B}_k) \quad D_k = \det(\underline{A}_k - \underline{B}_k)$$

Das geschlossene Kreis ist stabil, **genau dann wenn:**

für gerades n: $N(1) > 0$ für ungerades n: $(-1)^n N(-1) > 0$

$$C_2 < 0, \quad D_2 < 0$$

$$C_1 > 0, \quad D_1 < 0$$

$$C_4 > 0, \quad D_4 > 0$$

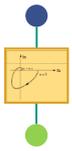
$$C_3 < 0, \quad D_3 > 0$$

$$C_6 < 0, \quad D_6 < 0$$

$$C_5 > 0, \quad D_5 < 0$$

⋮

⋮



4.4 Algebraische Stabilitätskriterien

4.4.3 Notwendiges und hinreichendes Kriterium (2)

■ Spezialfälle für Polynome niedriger Ordnung:

Polynom 2. Grades: $N(z) = a_2 z^2 + a_1 z + a_0, (a_2 > 0)$

→ $N(1) > 0, \quad N(-1) > 0, \quad a_2 > |a_0|$

Polynom 3. Grades: $N(z) = a_3 z^3 + a_2 z^2 + a_1 z + a_0, (a_3 > 0)$

→ $N(1) > 0, \quad N(-1) < 0, \quad a_3 > |a_0|, \quad a_1 a_3 - a_0 a_2 < a_3^2 - a_0^2$

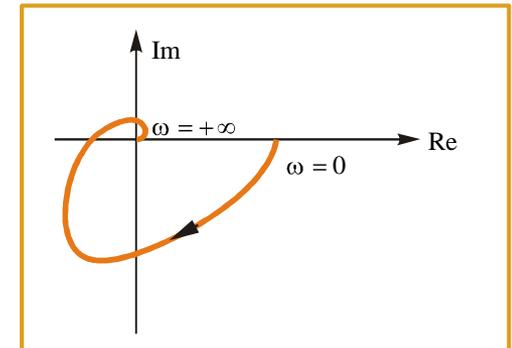
Polynom 4. Grades: $N(z) = a_4 z^4 + a_3 z^3 + a_2 z^2 + a_1 z + a_0, (a_4 > 0)$

→ $N(1) > 0, \quad N(-1) > 0, \quad a_4 > |a_0|, \quad |a_1 a_4 - a_0 a_3| < a_4^2 - a_0^2$
 $(a_4 - a_0)^2 (a_4 - a_2 + a_0) + (a_3 - a_1)(a_1 a_4 - a_0 a_3) > 0$



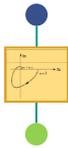
3. Analyse von linearen zeitkontinuierlichen Regelkreisen

1. Stationäres Verhalten und charakteristische Größen
2. Frequenzgang und Ortskurve
3. Frequenzkennlinie
4. Grundlagen zur Stabilität
5. Algebraische Stabilitätskriterien
6. Graphische Stabilitätskriterien



4. Analyse von linearen zeitdiskreten Regelkreisen

1. Stationäres Verhalten
2. Frequenzgang, Ortskurve und Frequenzkennlinie
3. Grundlagen zur Stabilität
4. Algebraische Stabilitätskriterien
5. **Graphische Stabilitätskriterien**



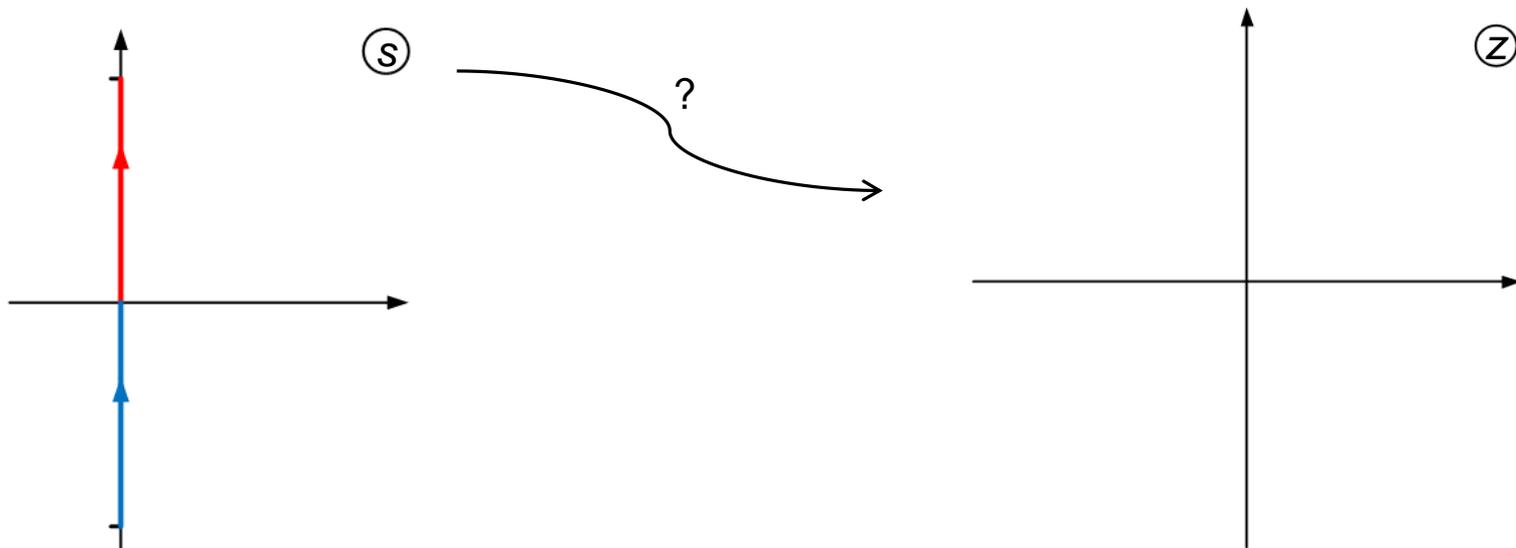
4.5 Graphische Stabilitätskriterien

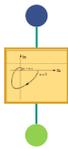
4.5.1 Zeitdiskretes Nyquistkriterium

- Wie im zeitkontinuierlichen, ist mit den algebraischen Stabilitätskriterien eine nachträgliche Analyse des **geschlossenen Kreises** bei bekanntem Regelgesetz möglich. Daher auch im zeitdiskreten graphische Kriterien sinnvoll.

Zeitdiskretes Nyquistkriterium:

- Betrachtet wird der **offene Kreis** $F_{Oz}(z)$
- Beim zeitkontinuierlichen Nyquistkriterium wird die Abbildung der imaginären Achse durch die Übertragungsfunktion betrachtet. Gesucht: Vergleichbares Vorgehen.





4.5 Graphische Stabilitätskriterien

4.5.1 Zeitdiskretes Nyquistkriterium (2)

- Aufgrund des Abtasttheorems muss nur ein Teil der imaginären Achse betrachtet werden, denn es gilt:

$$\frac{\pi}{T} > \omega_{\max}$$

Ähnlich wie im zeitkontinuierlichen Fall wird beim Nyquistkriterium nun die Argumentänderung von $F_{Oz}(z)$ betrachtet; nun jedoch bezüglich des **oberen Einheitskreises**.

Es gilt dann: Der geschlossene Kreis ist genau dann stabil, wenn

$$\Delta \arg F_{Oz}(e^{j\omega T}) = r_{oz} \pi \text{ dabei habe } F_{Oz}(z) \text{ keine Polstelle auf dem EK}$$

r_{oz} sei Anzahl der Pole des offenen Kreises außerhalb des EK

4.5 Graphische Stabilitätskriterien

4.5.2 Beispiel

■ Sonderfall stabiler offener Kreis:
Die Ortskurve des offenen Kreises $F_{Oz}(e^{j\omega T})$ darf den Punkt -1 nicht umkreisen.

■ Beispiel:

