

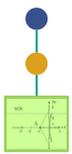
Institut für Regelungs- und Steuerungssysteme

Vorlesung: Systemdynamik und Regelungstechnik

Kapitel 6

Institut für Regelungs- und Steuerungssysteme, Prof. Dr.-Ing. Sören Hohmann





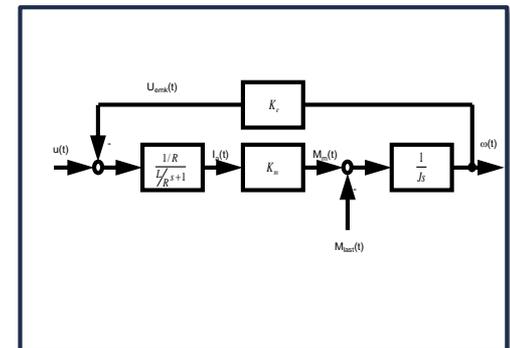
1. Einführung

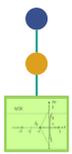
1. Motivation
2. Übersicht
3. Begriffsbildung und Modellierung
4. Steuerung und Regelung
5. Entwicklungsablauf für Regelungssysteme



2. Klassifizierung und Beschreibung von linearen Regelkreisen

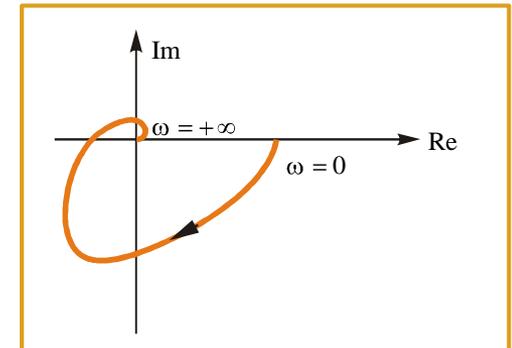
1. Einführung und Grundbegriffe
2. Das Signalflussbild
3. Verhalten elementarer zeitkont. Regelkreisglieder
4. Standardregelkreis und Signalflussbildumformungen
5. Aufbau digitaler Regelkreise
6. Beschreibung digitaler Regelkreise





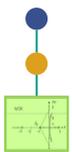
3. Analyse von linearen zeitkontinuierlichen Regelkreisen

1. Stationäres Verhalten und charakteristische Größen
2. Frequenzgang und Ortskurve
3. Frequenzkennlinie
4. Grundlagen zur Stabilität
5. Algebraische Stabilitätskriterien
6. Graphische Stabilitätskriterien



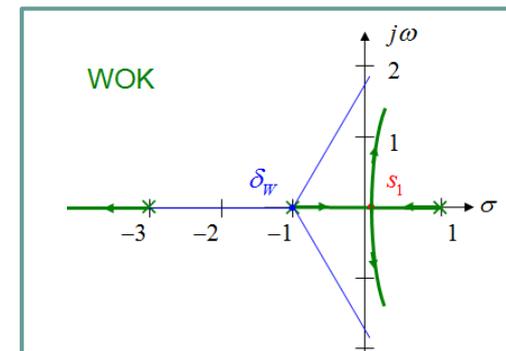
4. Analyse von linearen zeitdiskreten Regelkreisen

1. Stationäres Verhalten
2. Frequenzgang, Ortskurve und Frequenzkennlinie
3. Grundlagen zur Stabilität
4. Algebraische Stabilitätskriterien
5. Graphische Stabilitätskriterien



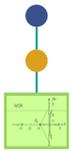
5. Synthese von linearen zeitkontinuierlichen Regelkreisen

1. Anforderungen an den Regelkreis
2. Heuristische Verfahren
3. Direkte Verfahren
4. Frequenzkennlinienverfahren
5. Wurzelortskurvenverfahren
6. Parameteroptimierung
7. Vermaschung und Vorsteuerung



6. Synthese von linearen zeitdiskreten Regelkreisen

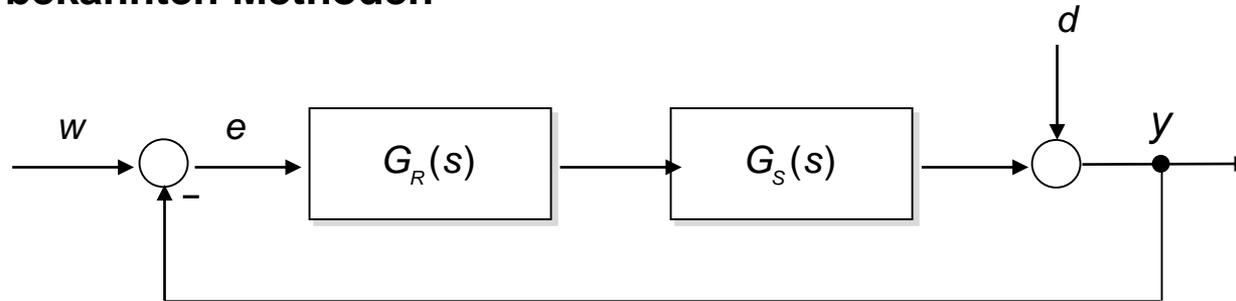
1. Fast Sampling Design
2. Direkte Verfahren
3. Frequenzkennlinienverfahren und Wurzelortskurvenverfahren



6.1 Fast Sampling Design

6.1.1 Idee des Verfahrens

1) Entwurf des Reglers im Zeitkontinuierlichen für den zeitkontinuierlichen Regelkreis mit den bekannten Methoden



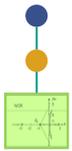
Ergebnis $G_R(s)$

2) direkte Übertragung des zeitkontinuierlichen Reglers durch Zeitdiskretisierung

$$G_R(s) \xrightarrow{\text{dotted arrow}} G_{Rz}(z)$$

Verfahren

- Euler und Tustin Approximation
- (Weitere Simulationsverfahren)
- Zeitdiskretisierung durch Z-Transformation
- (Pol-Nullstellen-Abbildung)



6.1 Fast Sampling Design

6.1.2 Euler Approximation

- **Prinzip:** Ermittlung der Z-ÜF des Reglers durch Approximation der Grundoperationen Integration bzw. Differentiation.

- Ausgangspunkt:

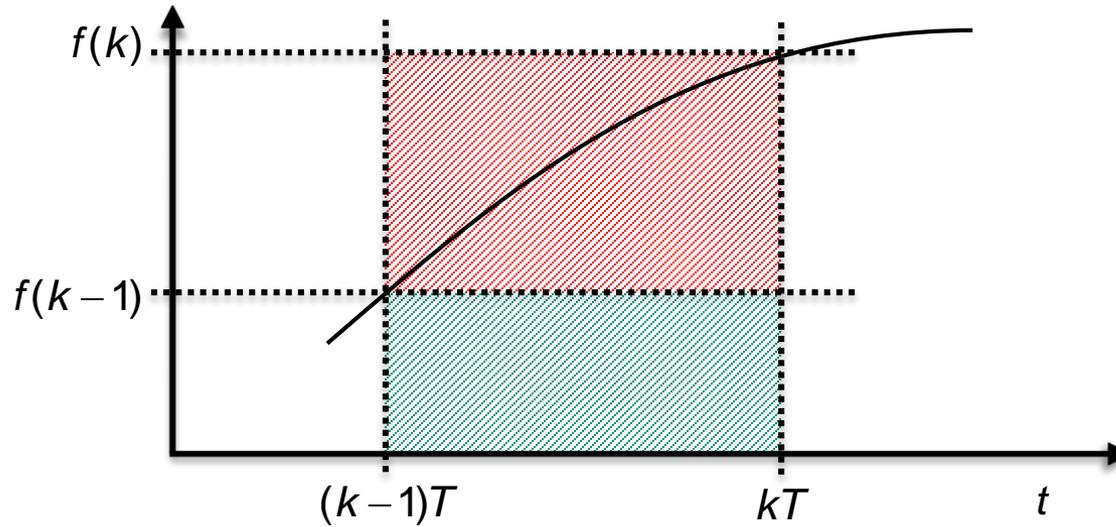
$$\dot{y} = \frac{dy}{dt} = f(t)$$

$$\int_{y(k-1)}^{y(k)} dy = \int_{(k-1)T}^{kT} f(\tau) d\tau$$

$$y(k) = y(k-1) + \underbrace{\int_{(k-1)T}^{kT} f(\tau) d\tau}$$

6.1 Fast Sampling Design

6.1.2 Euler Approximation (2)



damit

$$y_k = y_{k-1} + Tf(k-1)$$

$$y_k = y_{k-1} + Tf(k)$$

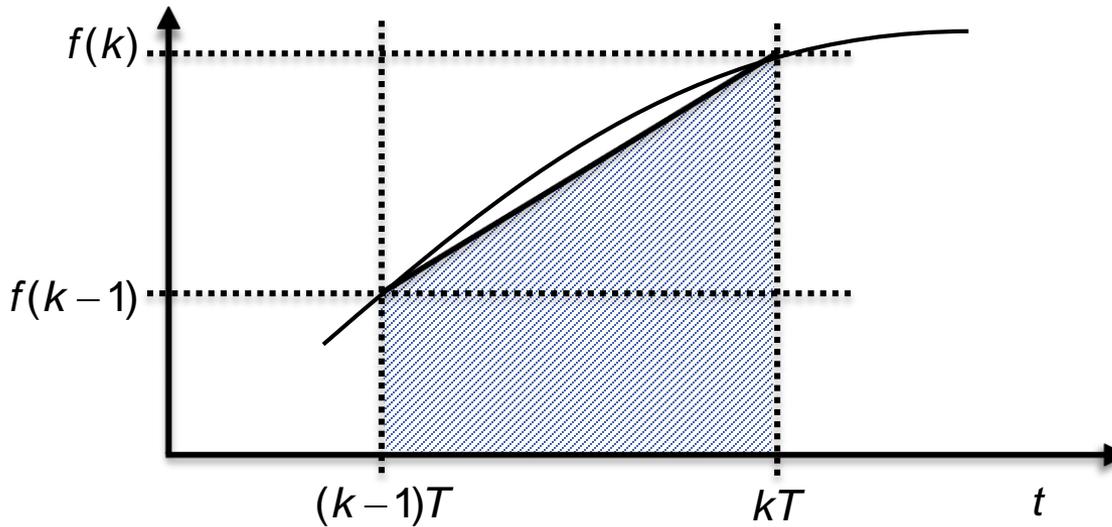
$$Y_z(z) = z^{-1}Y_z(z) + Tz^{-1}F_z(z)$$

$$\frac{Y_z(z)}{F_z(z)} = T \frac{1}{z-1}$$

„Merkregel“

6.1 Fast Sampling Design

6.1.3 Tustin Approximation



damit

$$y_k = y_{k-1} + \frac{1}{2}T(f(k) + f(k-1))$$

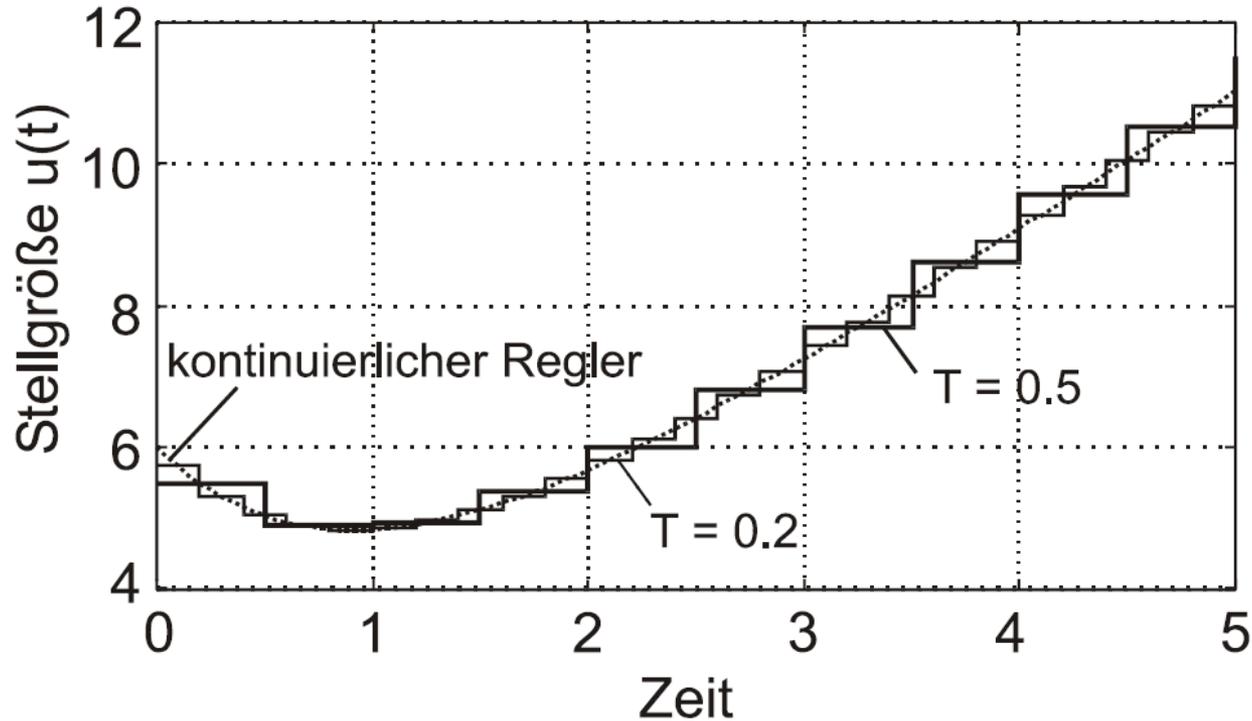
$$Y_z(z) = z^{-1}Y_z(z) + \frac{1}{2}T(F_z(z) + z^{-1}F_z(z)) \quad \frac{Y_z(z)}{F_z(z)} = \frac{T}{2} \frac{z+1}{z-1}$$

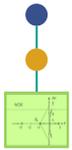
„Merkregel“

Tafelanschrieb 6.1 (1)

Beispiel PID Regler

Sprungantworten des Tustin-approximierten Reglers

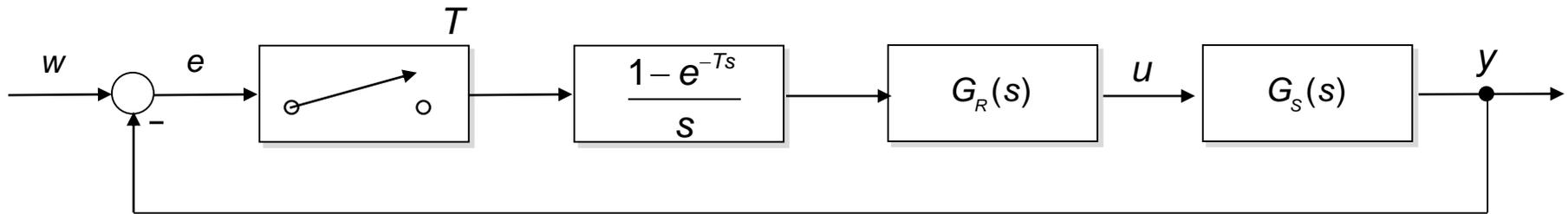
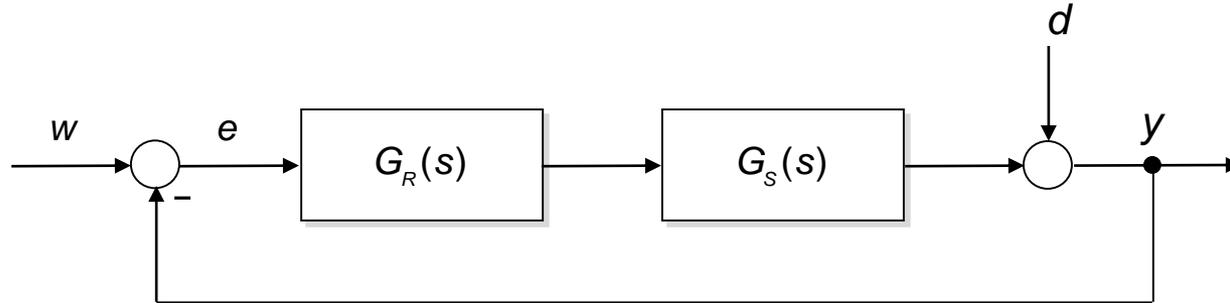




6.1 Fast Sampling Design

6.1.4 Anwendung der Z-Transformation

Grundidee: Zeitdiskrete Betrachtung des geregelten Systems



$$U_z(z) = \mathfrak{Z} \left\{ G_R(s) \frac{1 - e^{-Ts}}{s} \right\} E_z(z)$$

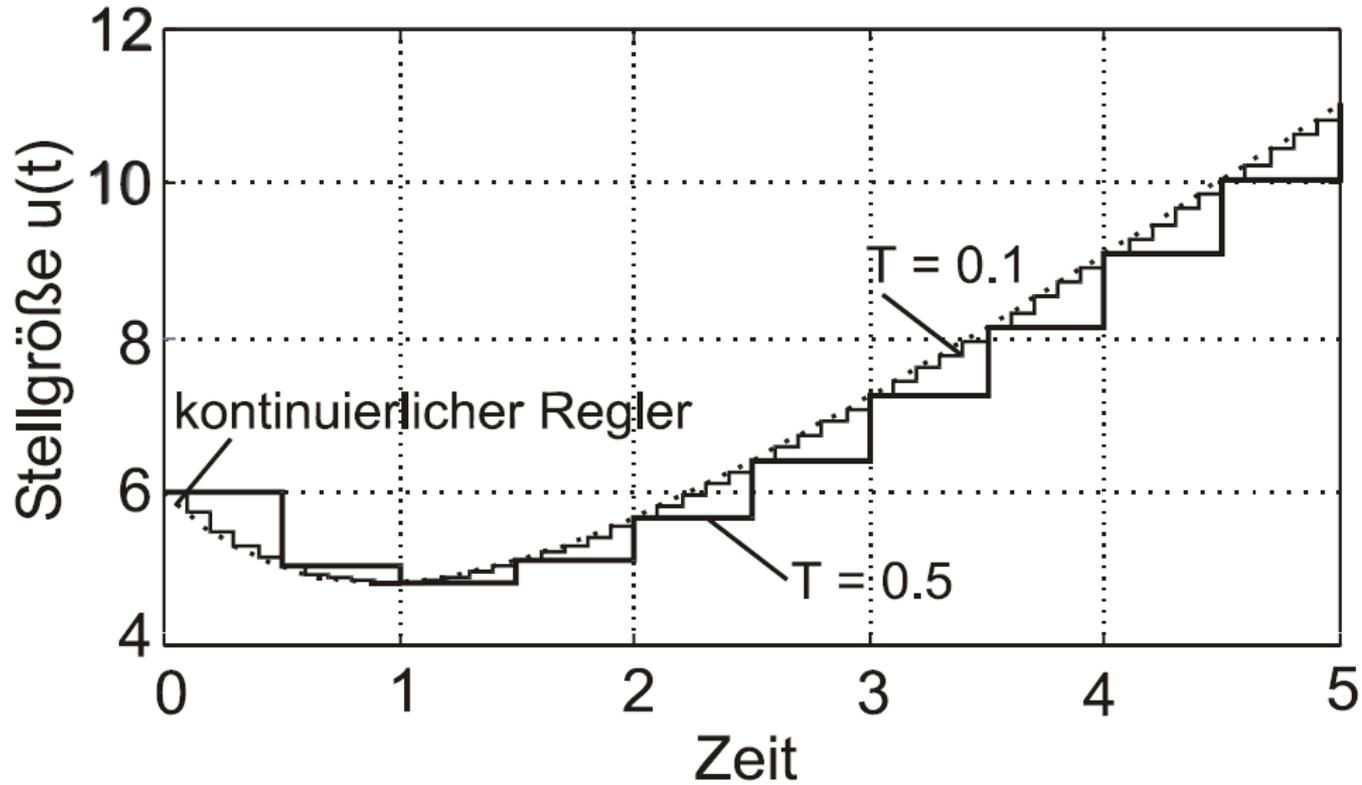
Approximationsvorschrift

$$G_{Rz}(z) = \frac{z-1}{z} \mathfrak{Z} \left\{ \frac{G_R(s)}{s} \right\}$$

Tafelanschrieb 6.1 (2)

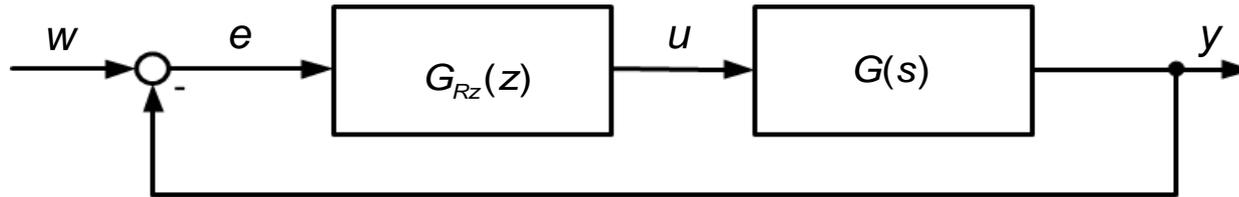
Beispiel PID Regler

Sprungantworten des z-Transformierten Reglers



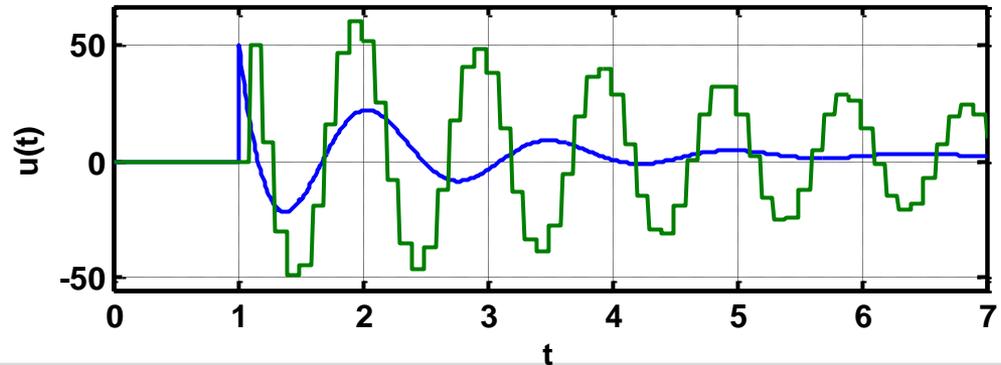
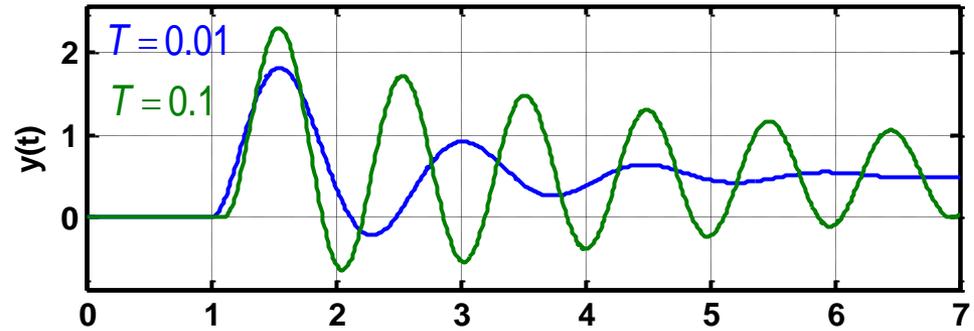
6.1 Fast Sampling Design

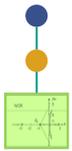
6.1.4 Randbedingungen



$$G(s) = \frac{1}{s^2 - 3s + 5}$$

$$G_R(s) = 50 \frac{s+1}{s+10}$$





6.1 Fast Sampling Design

6.1.4 Randbedingungen (2)

Offensichtlich:

- Güte der Regelung stark abhängig von Abtastzeit
- Je kleiner T, desto besser

Wahl der Abtastzeit:

- Abtasttheorem von Shannon: $f > 2 \cdot f_{\max}$

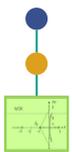
mit $f_{\max} = \frac{|s_{\max}|}{2\pi}$ (wobei $|s_{\max}|$: größter Betrag eines **Streckenpols**)

folgt: $\frac{1}{T} = f > 2 \frac{|s_{\max}|}{2\pi} \Rightarrow T < \frac{\pi}{|s_{\max}|}$

- ABER nicht ausreichend, da Strecke kontinuierlich ist

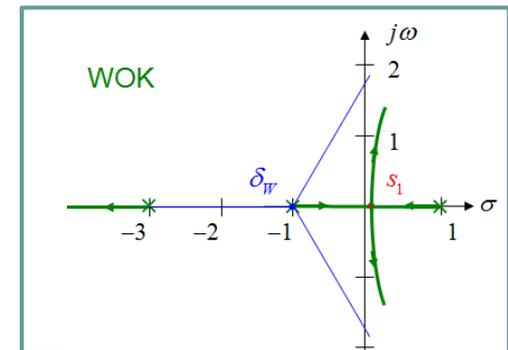
- Faustformel:

$$T < \frac{\pi}{|s_{\max}| \cdot (10 \dots 40)}$$



5. Synthese von linearen zeitkontinuierlichen Regelkreisen

1. Anforderungen an den Regelkreis
2. Heuristische Verfahren
3. Direkte Verfahren
4. Frequenzkennlinienverfahren
5. Wurzelortskurvenverfahren
6. Parameteroptimierung
7. Vermaschung und Vorsteuerung



6. Synthese von linearen zeitdiskreten Regelkreisen

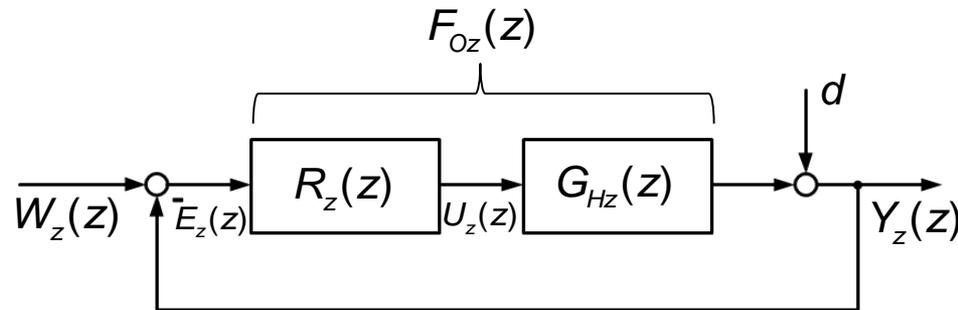
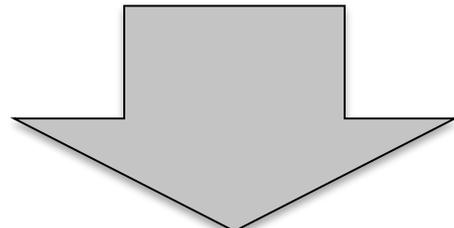
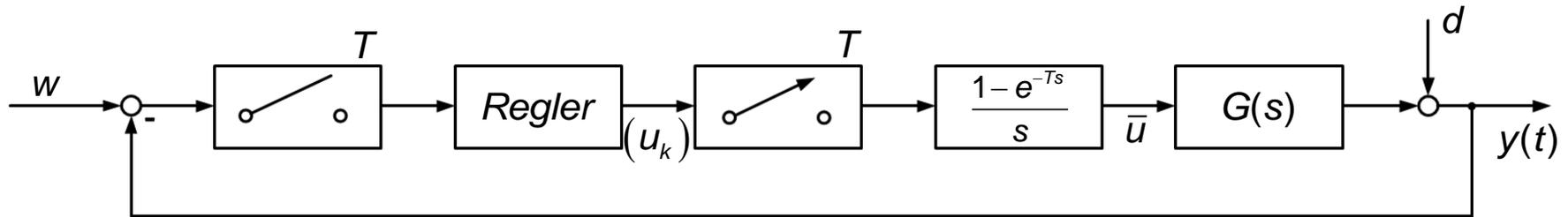
1. Fast Sampling Design
2. **Direkte Verfahren**
3. Frequenzkennlinienverfahren und Wurzelortskurvenverfahren

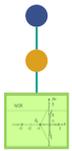


6.2 Direkte Verfahren

6.2.1 Zeitdiskrete Betrachtung der Strecke

Vorteil: Bei einer zeitdiskreter Betrachtung der Strecke erfolgt eine in den Abtastzeitpunkten exakte Beschreibung des Systems! D.h. Diese Verfahrensweise eignet sich insbesondere für große Abtastzeiten





6.2 Direkte Verfahren

6.2.1 Zeitdiskrete Betrachtung der Strecke

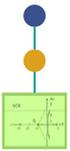
Faustformel für die Wahl der Abtastzeit

- Notwendige Abtastzeit nach Shannon:

$$T < \frac{\pi}{|s_{\max}|}$$

- In praktischen Regelkreisen jedoch vorteilhaft (Regelgüte [Isermann: Abtastregelung]):

$$T < \frac{\pi}{|s_{\max}| \cdot 4}$$

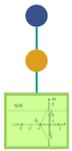


6.2 Direkte Verfahren

6.2.1 Zeitdiskrete Betrachtung der Strecke

Vorgehensweise:

- 1) Modellieren der zeitkontinuierlichen Strecke
- 2) Zeitdiskretisieren der zeitkontinuierlichen Strecke
- 3) Berechnen des Reglers auf Basis der zeitdiskretisierten Strecke
- 4) Simulation des zeitdiskreten Reglers am zeitdiskreten System
- 5) Simulation des zeitdiskreten Reglers am zeitkontinuierlichen System
- 6) Betrachtung der Stellgröße in der Simulation



6.2 Direkte Verfahren

6.2.2 Grundanforderungen (1)

I. Stabilität

Führungs- und Störsprungantworten müssen für $t \rightarrow \infty$ einem festen (endlichen) Wert zustreben

⇒ die Wurzeln der charakteristischen Gleichung $1 + F_{oz}(z) = 0$ müssen im Einheitskreis liegen

II. Stationäre Genauigkeit

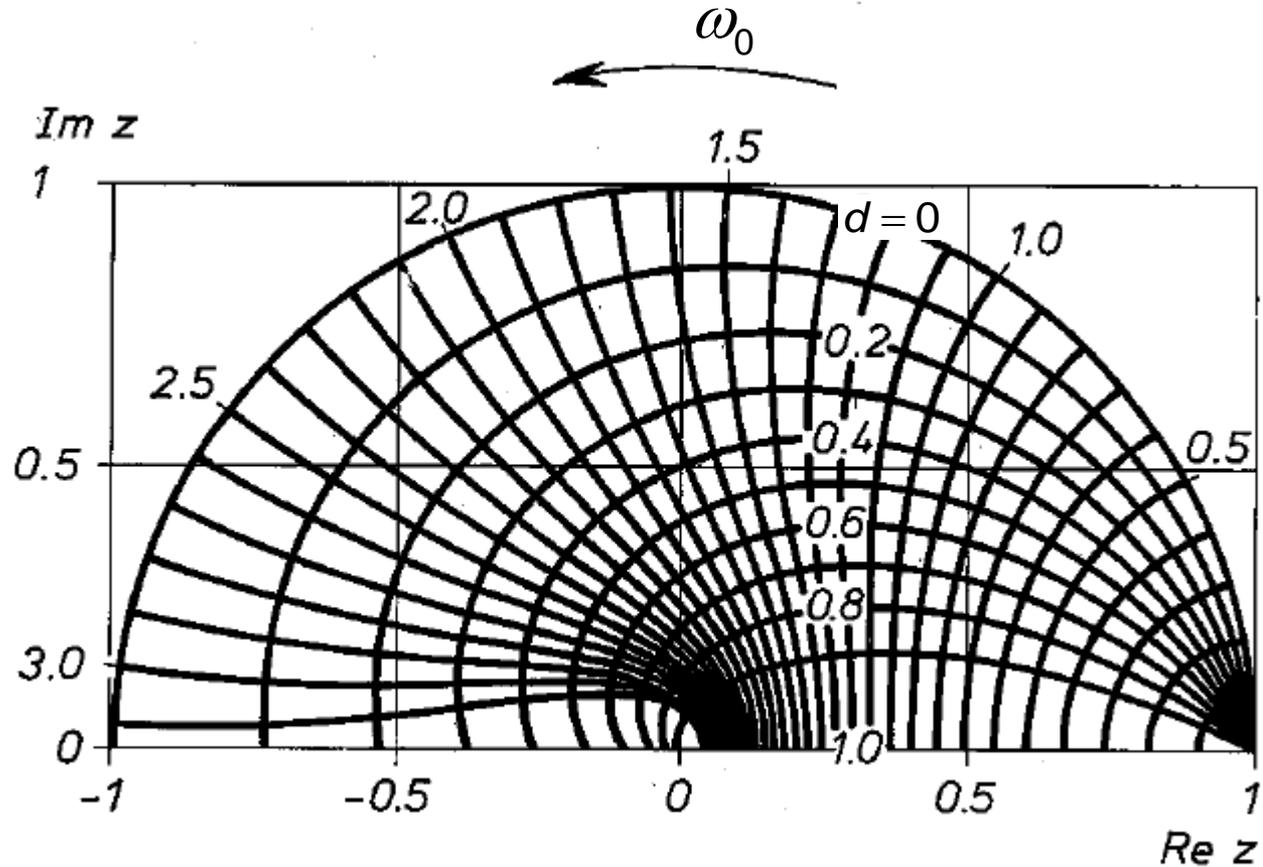
Systemtyp $F_{oz}(z)$		P	I	I^2
		$(q = 0)$	$(q = 1)$	$(q = 2)$
Anregung	$w(t)$			
Sprung	$w_0 \sigma(t)$ $w_0 \frac{z}{z-1}$	$w_0 \frac{1 + \sum_j b_j}{2 + \sum_j b_j + \sum_i a_i}$	0	0
Rampe	$w_1 t \sigma(t)$ $w_1 \frac{Tz}{(z-1)^2}$	∞	$w_1 T \frac{1 + \sum_j b_j}{1 + \sum_i a_i}$	0
Beschleunigungsfunktion	$\frac{w_2}{2} t^2 \sigma(t)$ $\frac{w_2 T^2}{2} z \frac{z+1}{(z-1)^3}$	∞	∞	$w_2 T^2 \frac{1 + \sum_j b_j}{1 + \sum_i a_i}$



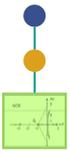
6.2 Direkte Verfahren

6.2.2 Grundanforderungen (2): Dämpfung

$$\frac{1}{s^2 + 2d\omega_0 s + \omega_0^2}$$



Linien konstanter Dämpfung bzw. konstanter Eigenfrequenz für zeitdiskrete konjugiert komplexe Polpaare



6.2 Direkte Verfahren

6.2.2 Grundanforderungen (3): Empfindlichkeit

Die Empfindlichkeit ist vergleichbar zum zeitkontinuierlichen Fall definiert zu:

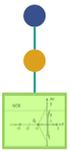
$$S_{G_S}^{G_w}(z) = \frac{E_{mit}(z)}{E_{ohne}(z)} = \frac{1}{1 + F_{Oz}(z)}$$

Gleichgewichtstheorem

$$\int_0^{\pi/T} \ln |S_{G_S}^{G_w}(e^{j\omega T})| d\omega = \sum_{i=1}^q \ln |z_{ui}|$$

z_{ui} instabile Polstellen

■ Unterschiede zum zeitkontinuierlichen Fall



6.2 Direkte Verfahren

6.2.2 Kompensationsansatz

Prinzip:

- Wie im zeitkontinuierlichen: Kompensation des Streckenverhaltens und Vorgabe einer gewünschten Dynamik für das Führungsverhalten

Gegeben sei die Strecke in der Form

$$G_{Hz}(z) = \frac{Q(z)}{N(z)} z^{-d}$$

$$Q(z) = q_0 + q_1 z^{-1} + \dots + q_m z^{-m}$$

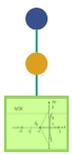
$$N(z) = p_0 + p_1 z^{-1} + \dots + p_n z^{-n}$$

Damit ergibt sich der offene Kreis

$$F_{Oz}(z) = G_{Rz}(z)G_{Hz}(z) = G_{Rz}(z) \frac{Q(z)}{N(z)} z^{-d}$$

Und der geschlossene Kreis zu

$$\frac{F_{Oz}(z)}{1 + F_{Oz}(z)} = \frac{G_{Rz}(z)G_{Hz}(z)}{1 + G_{Rz}(z)G_{Hz}(z)}$$



6.2 Direkte Verfahren

6.2.2 Kompensationsansatz

Wahl des Reglers so, dass sich Wunschverhalten ergibt

$$\frac{G_{Rz}(z)G_{Hz}(z)}{1 + G_{Rz}(z)G_{Hz}(z)} \stackrel{!}{=} F_{Wz}(z)$$

Damit ergibt sich der Kompensationsregler

$$G_{Rz}(z) = \frac{1}{G_{Hz}(z)} \underbrace{\frac{F_{Wz}(z)}{1 - F_{Wz}(z)}}_{M_z(z)}$$

Randbedingungen:

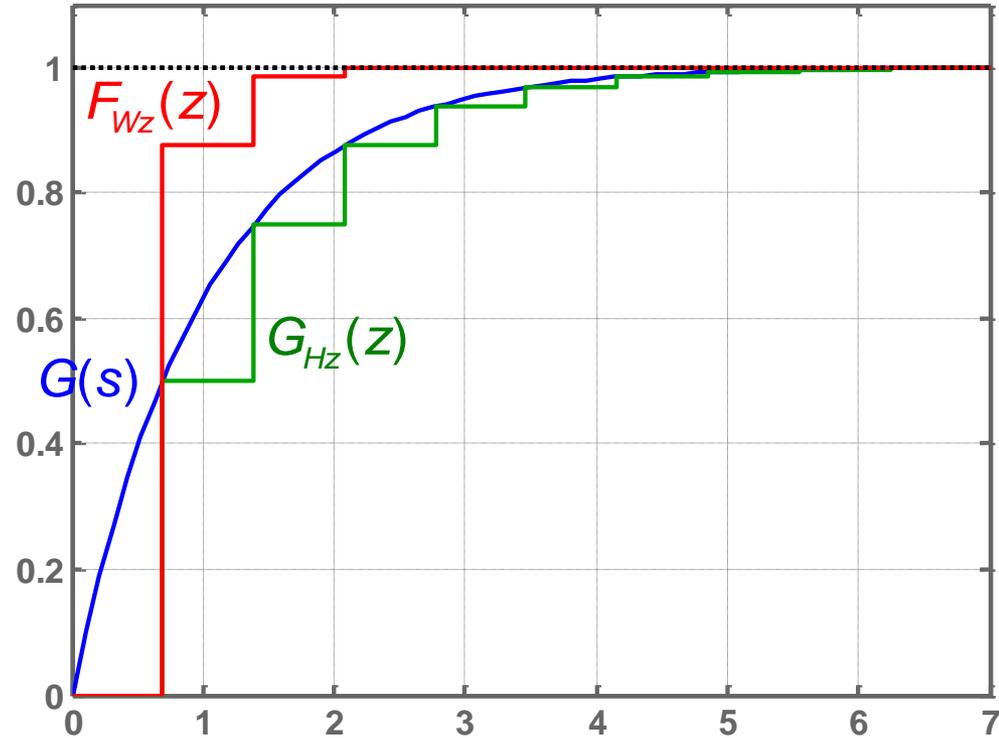
1. Strecke muss stabil sein
2. Die Strecke muss minimalphasig sein (Achtung: für viele zeitdiskrete System nicht der Fall (siehe Analysekapitel)
3. Die Mitkopplung $M_z(z)$ der Wunschübertragungsfunktion muss stabil sein
4. Für kausalen Regler: Totzeit muss in Wunschübertragungsfunktion enthalten sein



6.2 Direkte Verfahren

6.2.2 Kompensationsansatz Beispiel 1

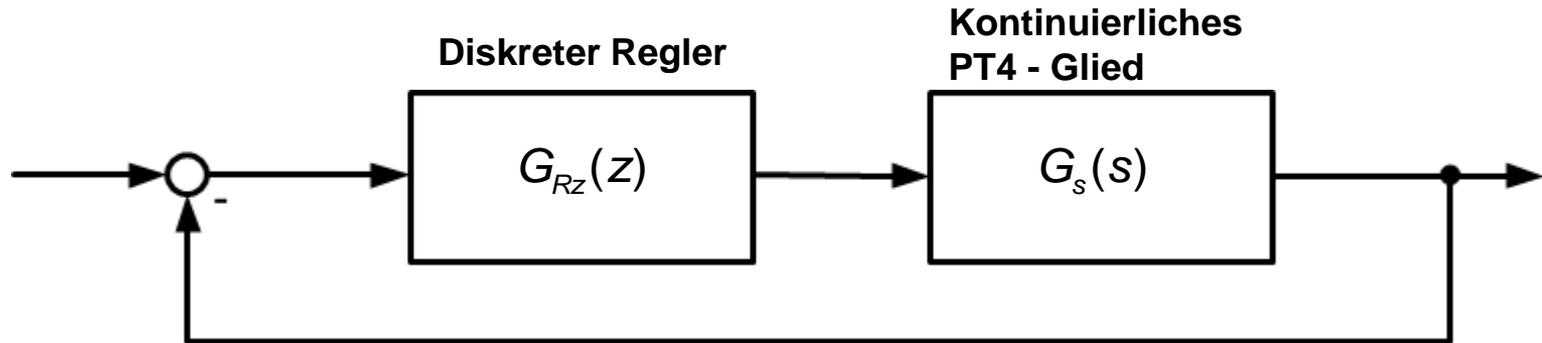
$$G(s) = \frac{1}{s+1}, \quad T = \ln(2)$$
$$\Rightarrow G_{Hz}(z) = \frac{1}{2z-1}$$





6.2 Direkte Verfahren

6.2.2 Kompensationsansatz Beispiel 2

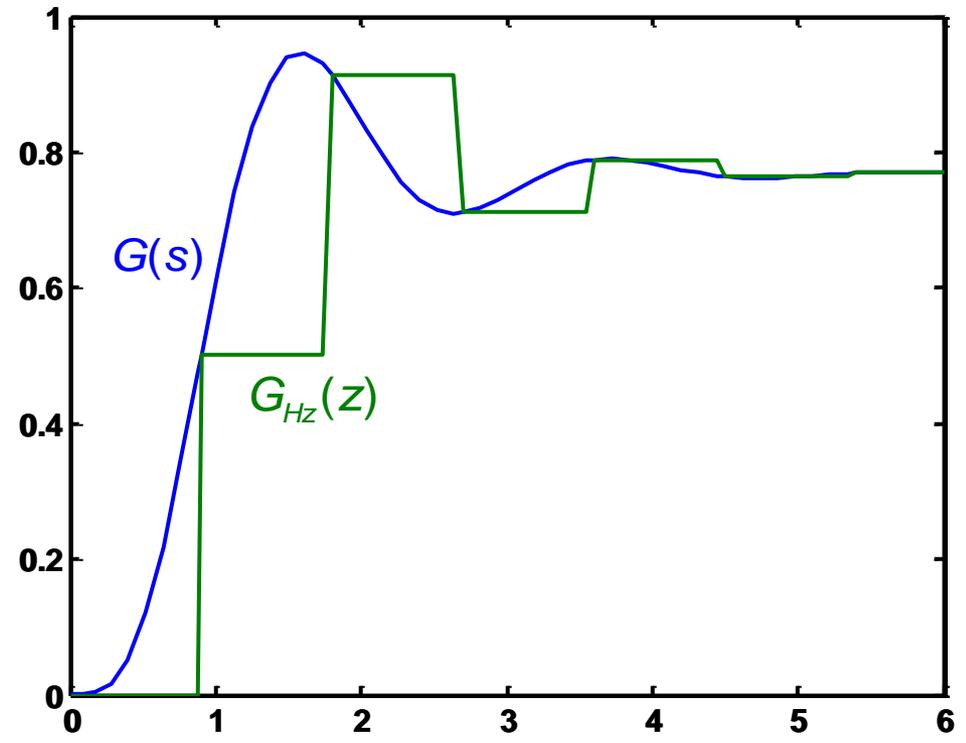


$$G(s) = \frac{100}{(s^2 + 2s + 10)(s^2 + 6s + 13)} \rightarrow \text{stabil}$$



6.2 Direkte Verfahren

6.2.2 Kompensationsansatz Beispiel 2 (2)



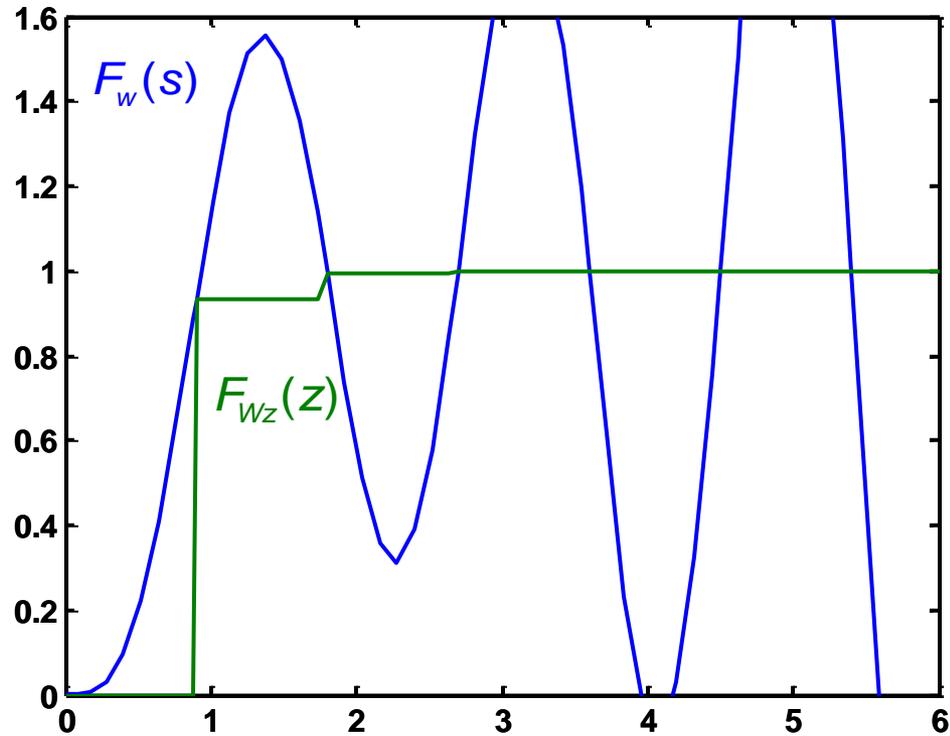
$$G(s) = \frac{100}{(s^2 + 2s + 10)(s^2 + 6s + 13)}, \quad T = 0,9$$

$$\Rightarrow G_{Hz}(z) = \frac{0,5(z + 1,267)(z + 0,286)(z + 0,036)}{(z^2 + 0,031z + 0,005)(z^2 + 0,375z + 0,165)} \rightarrow \text{nichtminimalphasig}$$



6.2 Direkte Verfahren

6.2.2 Kompensationsansatz Beispiel 2 (3)



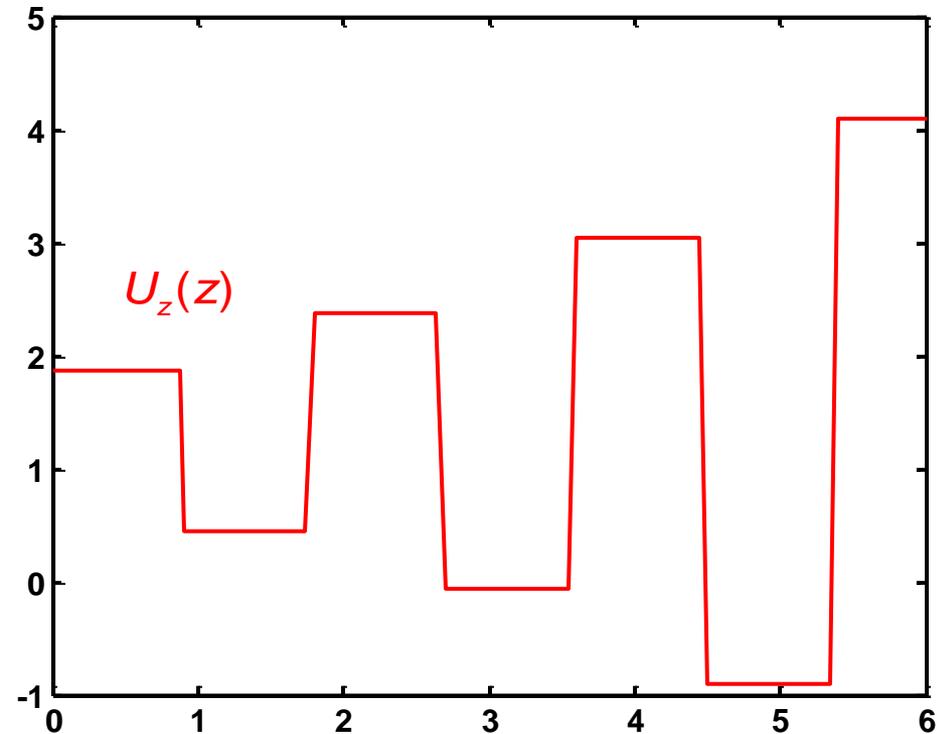
$$F_{Wz}(z) = \frac{0,933}{z - 0,067}$$

$$\Rightarrow R_z(z) = \frac{1}{G_{Hz}(z)} \frac{F_{Wz}(z)}{1 - F_{Wz}(z)} = \frac{1,863(z^2 + 0,035z + 0,004)(z^2 + 0,735z + 0,165)}{(z + 1,267)(z - 1)(z + 0,286)(z + 0,036)}$$



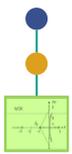
6.2 Direkte Verfahren

6.2.2 Kompensationsansatz Beispiel 2 (4)



$$R_z(z) = \frac{1,863(z^2 + 0,035z + 0,004)(z^2 + 0,735z + 0,165)}{(z + 1,267)(z - 1)(z + 0,286)(z + 0,036)}$$

$$\Rightarrow u_k = -0,59u_{k-1} + 1,17u_{k-2} + 0,41u_{k-3} + 0,013u_{k-4} \\ + 1,86e_k + 1,43e_{k-1} + 0,36e_{k-2} + 0,016e_{k-3} + 0,0014e_{k-4}$$



6.2 Direkte Verfahren

6.2.3 Deadbeatentwurf (1)

Ziel: Zeitdiskreter Regler, der die Regelgröße bei sprungförmiger Anregung ab einem Zeitpunkt t_e auf den Sollwert ohne Regelabweichung einregelt und dort festhält

Ansatz: Kompensationsreglers mit „geschicktem“ $F_{Wz}(z)$ so, dass die Regelgröße nach $k = n_e$ Abtastschritten genau der sprungförmigen Führungsgröße entspricht:

$$y(k) = w(k) = w_0 \quad k \geq n_e$$

Wahl von $F_{Wz}(z)$

$$F_{Wz}(z) = P_w(z)z^{-d} \quad \text{Mit dem Polynom } P_w(z) \quad \Rightarrow n_e = r + d$$

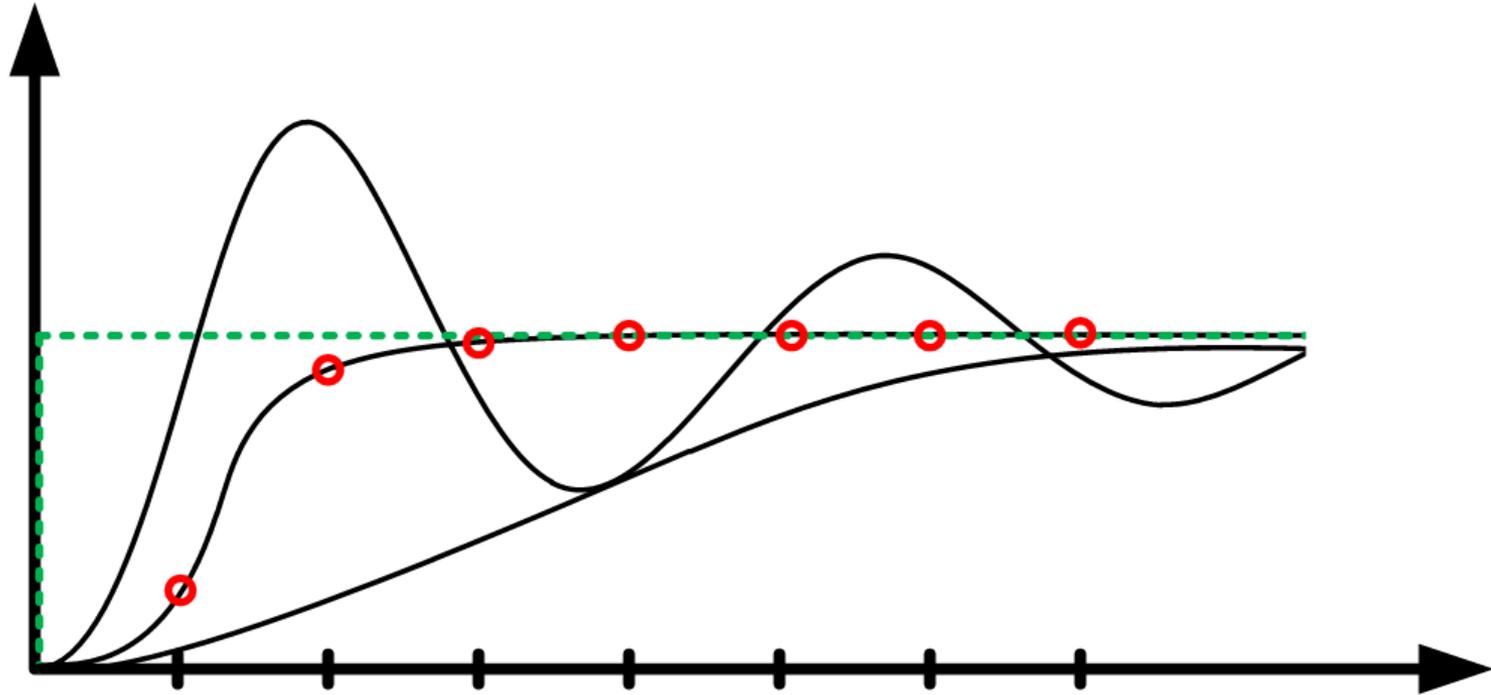
Regelkreis möglichst schnell

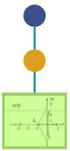
$$F_{Wz}(z) = z^{-d}$$

Dead-Beat-Regler mit maximaler Geschwindigkeit

$$G_{Rz}(z) = \frac{1}{G_{Hz}(z)} \frac{F_{Wz}(z)}{1 - F_{Wz}(z)} = \frac{N(z)}{Q(z)} \frac{1}{z^{-d}} \frac{z^{-d}}{1 - z^{-d}} = \frac{N(z)}{Q(z)} \frac{1}{1 - z^{-d}}$$

6.2 Direkte Verfahren
6.2.3 Deadbeatentwurf (2)





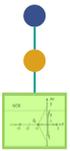
6.2 Direkte Verfahren

6.2.3 Deadbeatentwurf (3)

■ Rechnerdemonstration

PC-Demo 7: Deadbeat-Entwurf

- **Fazit:** Verhalten in den Abtastzeitpunkten für die Ausgangsgröße zufriedenstellend, aber zwischen den Abtastzeitpunkten schwingend
- **Ursache: Stellgröße nicht eingeschwungen**



6.2 Direkte Verfahren

6.2.3 Deadbeatentwurf (4)

- **Konsequenz: Zahlenfolge für $u(k)$ muss endliches Polynom sein**

$$U(z) = \frac{F_{Wz}(z)}{G_{Hz}(z)} W(z) = \frac{N(z)}{Q(z)} \frac{1}{z^{-d}} F_{Wz}(z) W(z)$$

- **somit**

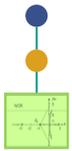
$$F_{Wz}(z) = Q(z)z^{-d} \quad n_e = m + d$$

- **Problem: bei dieser Wahl RK nicht stationär genau, deswegen:**

$$F_{Wz}(z) = \frac{Q(z)}{\sum_{i=0}^m q_i} z^{-d}$$

Dead-Beat-Regler

$$G_{Rz}(z) = \frac{N(z)}{\sum_{i=0}^m q_i - Q(z)z^{-d}}$$



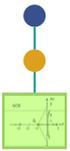
6.2 Direkte Verfahren

6.2.3 Deadbeatentwurf (5)

■ Rechnerdemonstration

PC-Demo 7: Deadbeat-Entwurf

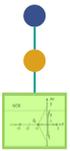
- **Fazit:** Deadbeat-Regler zwar erst zu einem etwas späteren Abtastzeitpunkt im stationären Endwert als schneller Deadbeat, aber dafür eingeschwungen (auch zwischen Abtastzeitpunkten)



6.2 Direkte Verfahren

6.2.3 Deadbeatentwurf (6)

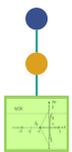
- **Deadbeatentwurf führt die Ausgangsgröße auch zwischen den Abtastzeitpunkten auf den Sollwert**
- **Deadbeatentwurf kompensiert die Nullstellen nicht → Einsatz auch bei nichtminimalphasigen Strecken möglich**
- **Deadbeatentwurf führt auf einen n_e fachen Pol in $z=0$**
- **Deadbeatentwurf führt auf hohe Stellsignalamplituden bei kleinen Abtastzeiten**



6.2 Direkte Verfahren

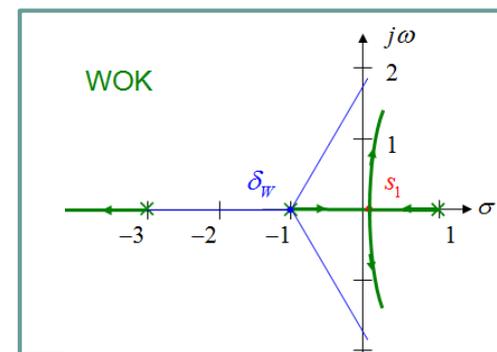
6.2.3 Deadbeatentwurf (7)

- **Deadbeatentwurf ist empfindlich gegenüber:**
 - Störungen
 - Parameterschwankungen
 - Stark schwingenden Systemen
- **Deadbeatentwurf nur für stabile Systeme möglich**
- **Deadbeatentwurf nicht möglich für Systeme mit Durchgriff ($q_0 \neq 0$)**
der Form $G_{Hz}(z) = \frac{q_0}{N(z)}$ (d.h. mit $d=0$)



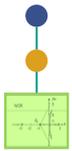
5. Synthese von linearen zeitkontinuierlichen Regelkreisen

1. Anforderungen an den Regelkreis
2. Heuristische Verfahren
3. Direkte Verfahren
4. Frequenzkennlinienverfahren
5. Wurzelortskurvenverfahren
6. Parameteroptimierung
7. Vermaschung und Vorsteuerung



6. Synthese von linearen zeitdiskreten Regelkreisen

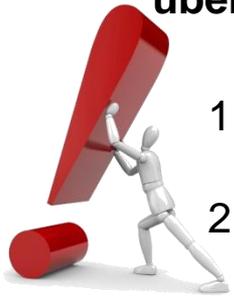
1. Fast Sampling Design
2. Direkte Verfahren
3. **Frequenzkennlinienverfahren und Wurzelortskurvenverfahren**



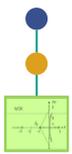
6.3 Frequenzkennlinienverfahren und WOK

6.3.1 Frequenzkennlinienverfahren

- Das Frequenzkennlinienverfahren für zeitdiskrete Systeme wird ähnlich angewendet, wie für zeitkontinuierliche Systeme.
- Aber: Die „Faustregeln“ für die Phasenreserve (Dämpfung) lassen sich nicht mehr übertragen. In Literatur daher sog. Anpassbedingungen abgeleitet [Dörsscheidt]



1. Auswahl der Reglerstruktur gemäß vorliegendem Streckentyp
2. Bestimmung der Reglerparameter gemäß den einfachen Einstellregeln
3. Zeichnen des Bodediagramms mit der Gesamtverstärkung 1
4. Wahl der Verstärkung aus Bodediagramm so, dass RK stabil ist (Phasenreserve bei der Durchtrittsfrequenz)
5. Überprüfung des Zeitverhaltens durch Simulation, je nach Ergebnis ggf. weitere Iteration mit Schritt 4 (durch Einfügen (seriell) weiterer phasenhebender oder –absenkender Glieder)
6. Berechnung der Reglerverstärkung aus der ermittelten Verstärkung



6.3 Frequenzkennlinienverfahren und WOK

6.3.2 WOK-Verfahren



Die WOK eines zeitdiskreten Systems ist in gleicher Weise definiert wie für zeitkontinuierliche Systeme. Es gelten die gleichen Konstruktionsregeln:

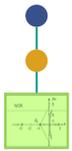
Def.: Wurzelortskurve (WOK):

Die Wurzelortskurve (WOK) besteht aus den n Bahnen, die die n Pole der Übertragungsfunktion des geschlossenen Kreises durchlaufen, wenn der Verstärkungsfaktor k des offenen Regelkreises von 0 gegen $+\infty$ läuft.

Die WOK wird ermittelt als Menge aller Punkte der komplexen z -Ebene, die die folgende Gleichung erfüllen:

$$F_{oz}(z) = k \frac{P_o(z)}{Q_o(z)} = k \frac{\prod_{\mu=1}^m (z - n_{\mu})}{\prod_{\nu=1}^n (z - p_{\nu})} = -1, \quad k > 0$$

Der Regelkreis ist stabilisierbar, wenn es einen Verstärkungsfaktor k gibt, bei dem alle Pole des geschlossenen Kreises innerhalb des Einheitskreises liegen.



6.3 Frequenzkennlinienverfahren und WOK

6.3.2 WOK-Verfahren Beispiel (1)

■ Beispiel: $F_{oz}(z) = \frac{K}{z^2(z-1)}$

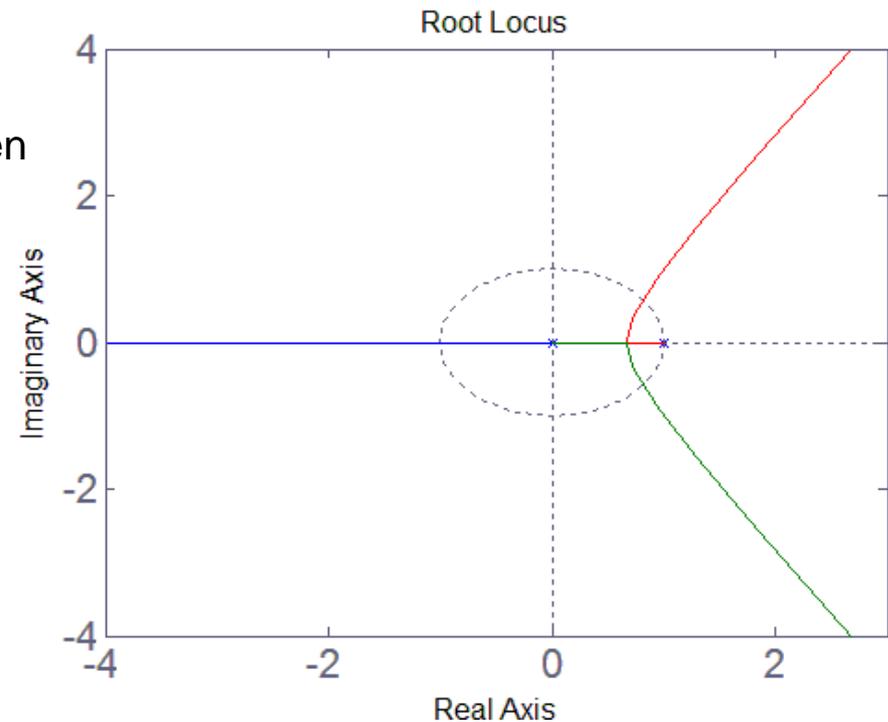
R1 \implies Pole: $p_1 = 0, p_2 = 0, p_3 = 1$

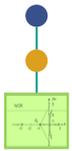
R3 \implies WOK auf reeller Achse zwischen den Punkten 1 und 0 sowie zwischen 0 und $-\infty$

R4 \implies Wurzelschwerpunkt als Schnittpunkt der Asymptoten: $\delta_W = \frac{1}{3}$

R5 \implies Asymptotenwinkel: $\varphi_i = \frac{\pi}{3}, \pi, \frac{5}{3}\pi$

R6 \implies Verzweigungspunkt: $s_1 = \frac{2}{3}$





6.3 Frequenzkennlinienverfahren und WOK

6.3.2 WOK-Verfahren Beispiel (2)

■ **Beispiel:** $F_{oz}(z) = \frac{K}{z^2(z-1)}$

Berechnung der Schnittpunkte mit dem Einheitskreis:

■ Auf dem Einheitskreis ist $z = e^{j\varphi}$

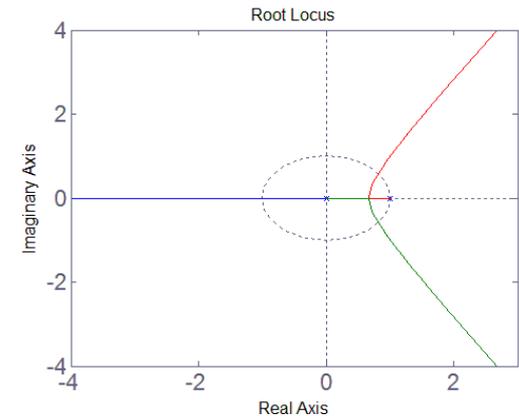
■ Einsetzen in die charakteristische Gleichung $1 + F_{oz}(z) = 0 \Rightarrow z^3 - z^2 + K = 0$

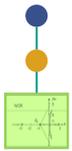
führt zu : $e^{j3\varphi} - e^{j2\varphi} + K = 0$

■ Eulersche Formel: $\cos(3\varphi) + j\sin(3\varphi) - \cos(2\varphi) - j\sin(2\varphi) + K = 0$

1) Realteil: $\cos(3\varphi) - \cos(2\varphi) + K = 0$

2) Imaginärteil: $j(\sin(3\varphi) - \sin(2\varphi)) = 0$





6.3 Frequenzkennlinienverfahren und WOK

6.3.2 WOK-Verfahren Beispiel (3)

■ **Beispiel:** $F_{oz}(z) = \frac{K}{z^2(z-1)}$

Berechnung der Schnittpunkte mit dem Einheitskreis:

■ Zerlegung in Real- und Imaginärteil:

(1) Realteil: $\cos(3\varphi) - \cos(2\varphi) + K = 0$

(2) Imaginärteil: $j(\sin(3\varphi) - \sin(2\varphi)) = 0$

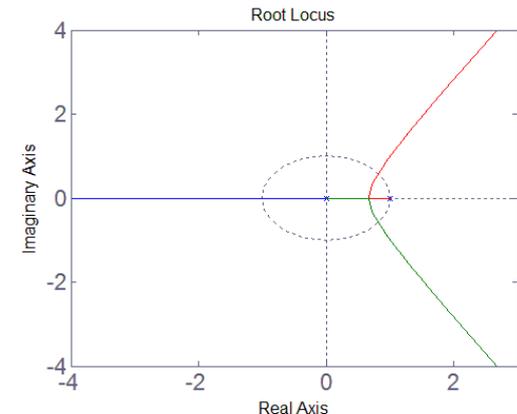
■ Aus (2) folgt: $\varphi_{1,2,3} = 0^\circ, \pm 36^\circ, 180^\circ$

■ Für $\varphi = 0^\circ, 180^\circ$ (negative reelle Achse) und $\pm 36^\circ$ erhält man die Schnittpunkte der Wurzelortskurve mit dem Einheitskreis. Die zugehörigen Verstärkungsfaktoren K erhält man aus (1):

$$K = 0,618 \quad \text{für } \varphi = 36^\circ \text{ (rechter oberer Ast)}$$

$$K = 2 \quad \text{für } \varphi = 180^\circ \text{ (negative reelle Achse)}$$

⇒ Stabilitätsbereich: $K < 0,618$



Einordnung in den Gesamtentwurf

Übersicht

