

Institut für Regelungs- und Steuerungssysteme

Vorlesung: Systemdynamik und Regelungstechnik

Kapitel 5

Institut für Regelungs- und Steuerungssysteme, Prof. Dr.-Ing. Sören Hohmann



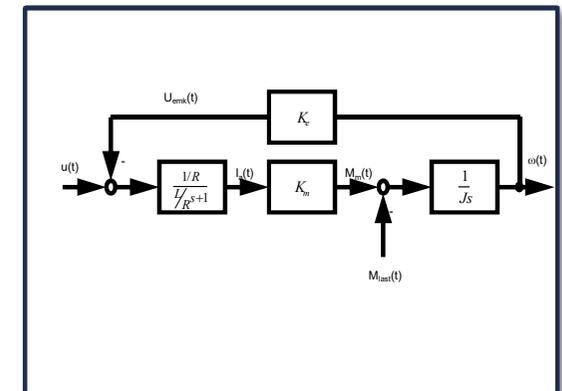
1. Einführung

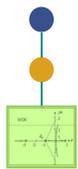
1. Motivation
2. Übersicht
3. Begriffsbildung und Modellierung
4. Steuerung und Regelung
5. Entwicklungsablauf für Regelungssysteme



2. Klassifizierung und Beschreibung von linearen Regelkreisen

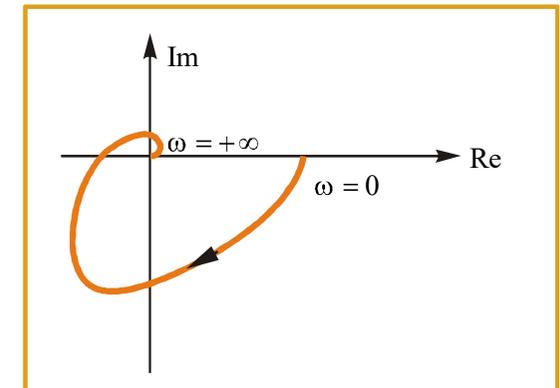
1. Einführung und Grundbegriffe
2. Das Signalflussbild
3. Verhalten elementarer zeitkont. Regelkreisglieder
4. Standardregelkreis und Signalflussbildumformungen
5. Analoge und digitale Regelkreise
6. Beschreibung digitaler Regelkreise





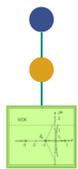
3. Analyse von linearen zeitkontinuierlichen Regelkreisen

1. Stationäres Verhalten
2. Frequenzgang und Ortskurve
3. Frequenzkennlinie
4. Grundlagen zur Stabilität
5. Algebraische Stabilitätskriterien
6. Graphische Stabilitätskriterien



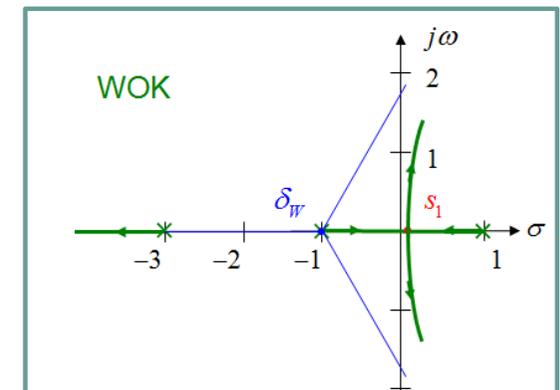
4. Analyse von linearen zeitdiskreten Regelkreisen

1. Stationäres Verhalten
2. Frequenzgang, Ortskurve und Frequenzkennlinie
3. Grundlagen zur Stabilität
4. Algebraische Stabilitätskriterien
5. Graphische Stabilitätskriterien



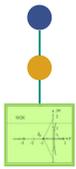
5. Synthese von linearen zeitkontinuierlichen Regelkreisen

1. Anforderungen an den Regelkreis
2. Heuristische Verfahren
3. Direkte Verfahren
4. Frequenzkennlinienverfahren
5. Wurzelortskurvenverfahren
6. Parameteroptimierung
7. Vermaschung und Vorsteuerung



6. Synthese von linearen zeitdiskreten Regelkreisen

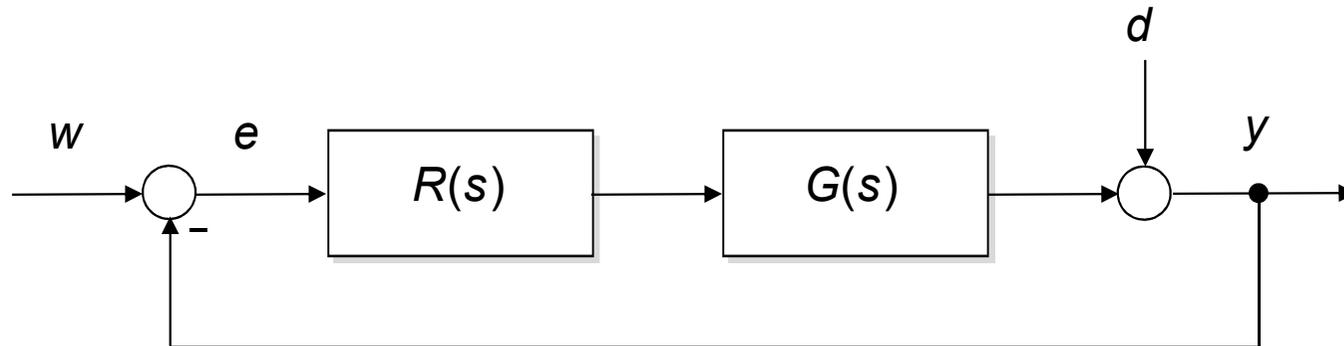
1. Fast Sampling Design
2. Direkte Verfahren
3. Frequenzkennlinienverfahren und Wurzelortskurvenverfahren



5.1 Anforderungen an den Regelkreis

5.1.1 Grundanforderungen

Zur Erinnerung: Ausgangspunkt ist der **Standardregelkreis**



$$Y(s) = \frac{F_o(s)}{1 + F_o(s)} \cdot W(s) + \frac{1}{1 + F_o(s)} \cdot D(s) = G_w(s) \cdot W(s) + G_D(s) \cdot D(s)$$

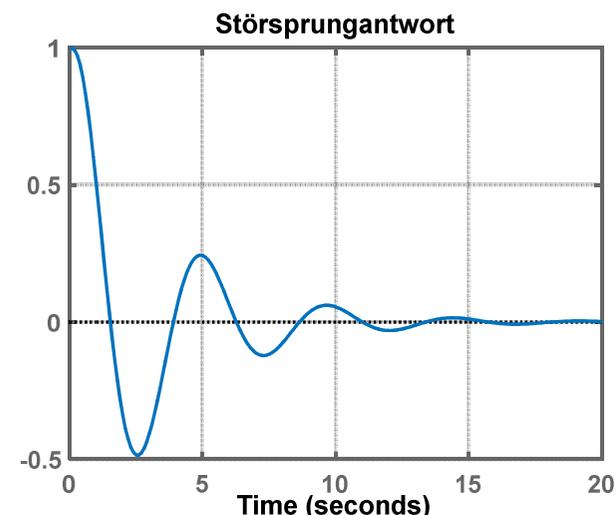
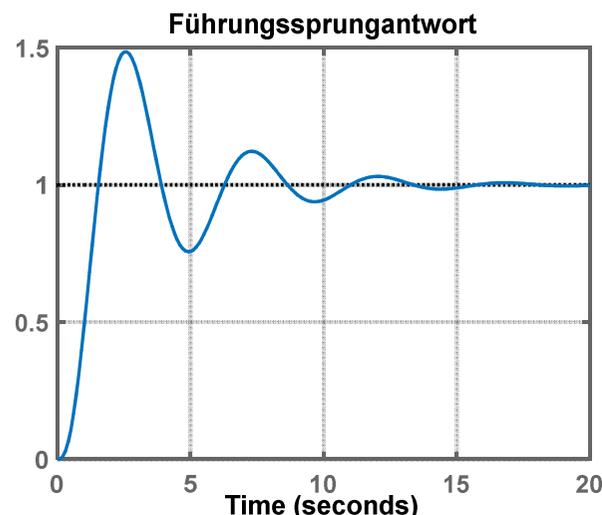
5.1 Anforderungen an den Regelkreis

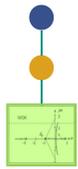
5.1.1 Spezifikation von Regelkreisen im Zeitbereich

Wann spricht man von einem guten Regelkreisverhalten?

Anforderungen an den Regelkreis werden in der Praxis durch das Verhalten des Regelkreises als Antwort auf bestimmte Testfunktionen von Störung und Sollgröße definiert. Idealerweise werden Sprünge, Rampen oder periodische Signale als Testfunktion definiert. Es muss sowohl für die Stör- als auch die Führungsanregung die Klasse der zulässigen Signale festgelegt werden. Sehr häufig werden die Forderungen für sprungförmige Testfunktionen definiert, also $w(t) = \sigma(t)$ bzw. $d(t) = \sigma(t)$.

Man legt den Regelkreis somit auf das **Störverhalten** und das **Führungsverhalten** aus.





5.1 Anforderungen an den Regelkreis

5.1.1 Grundanforderungen (2)

Zwei Grundanforderungen müssen immer erfüllt sein:

I. Stabilitätsforderung

Führungs- und Störsprungantworten müssen für $t \rightarrow \infty$ einem festen (endlichen) Wert zustreben

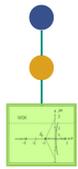
⇒ die Wurzeln der charakteristischen Gleichung müssen alle „links“ der imaginären Achse liegen

II. Forderung nach stationärer Genauigkeit

Für eine vorgegebene Klasse von Führungs- und Störsignalen soll die Regelgröße $y(t)$ der Führungsgröße $w(t)$ hinreichend gut folgen:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |y(t) - w(t)| \leq \varepsilon, \quad \varepsilon \in \mathbb{R} \text{ und } \varepsilon \text{ klein}$$

Idealerweise wird $\varepsilon = 0$ erreicht.



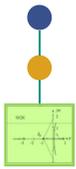
5.1 Anforderungen an den Regelkreis

5.1.1 Grundanforderungen (3)

Hinzu kommen üblicherweise:

III. Dynamikanforderungen

Das dynamische Verhalten des Regelkreises – also das Übergangsverhalten – bezüglich Stör- und Führungsgröße soll vorgegebene Güteanforderungen erfüllen. Sie werden häufig bezüglich charakteristischer Zeiten formuliert. Gelegentlich werden im Zeitbereich auch konkrete Bereiche definiert, in denen die Systemantwort zu liegen hat.



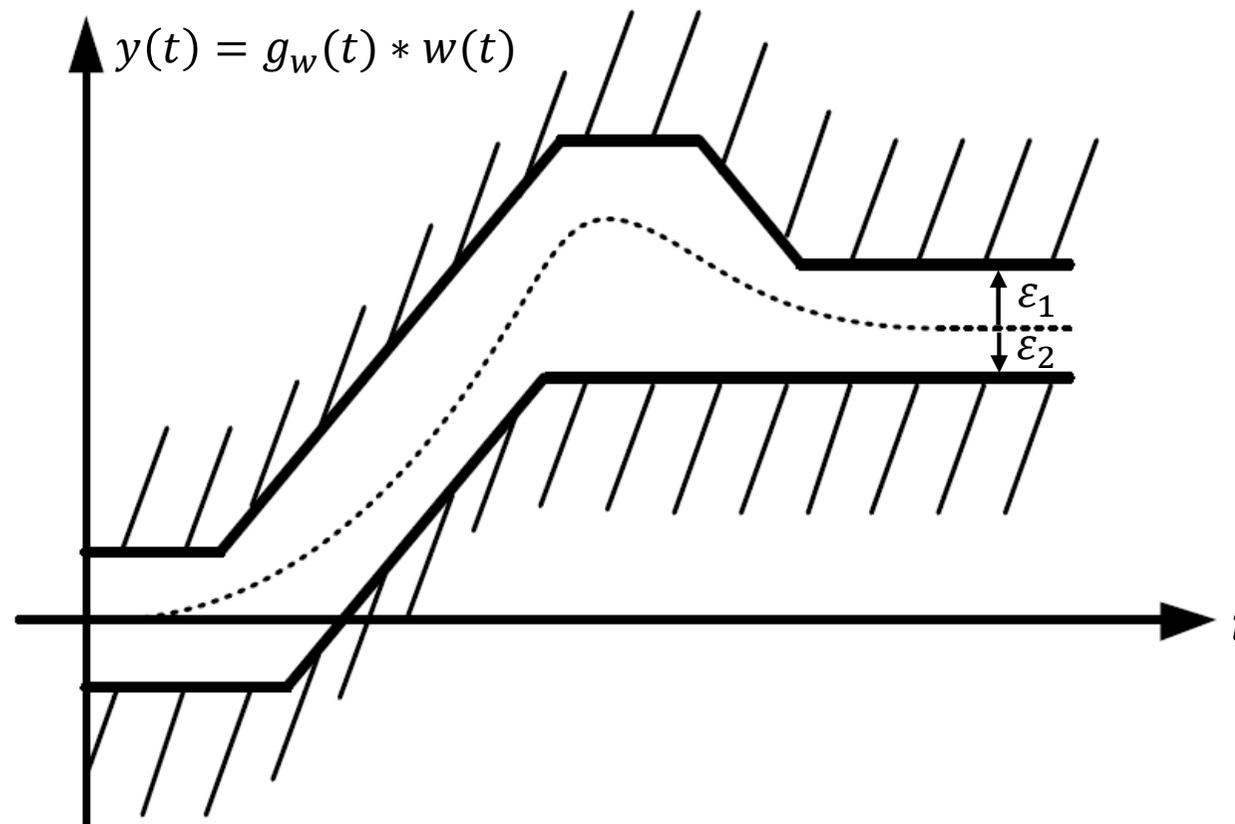
5.1 Anforderungen an den Regelkreis

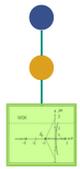
5.1.1 Grundanforderungen (4)

III. Dynamikanforderungen

Konkrete Bereiche für die Systemantwort

Führungsverhalten:





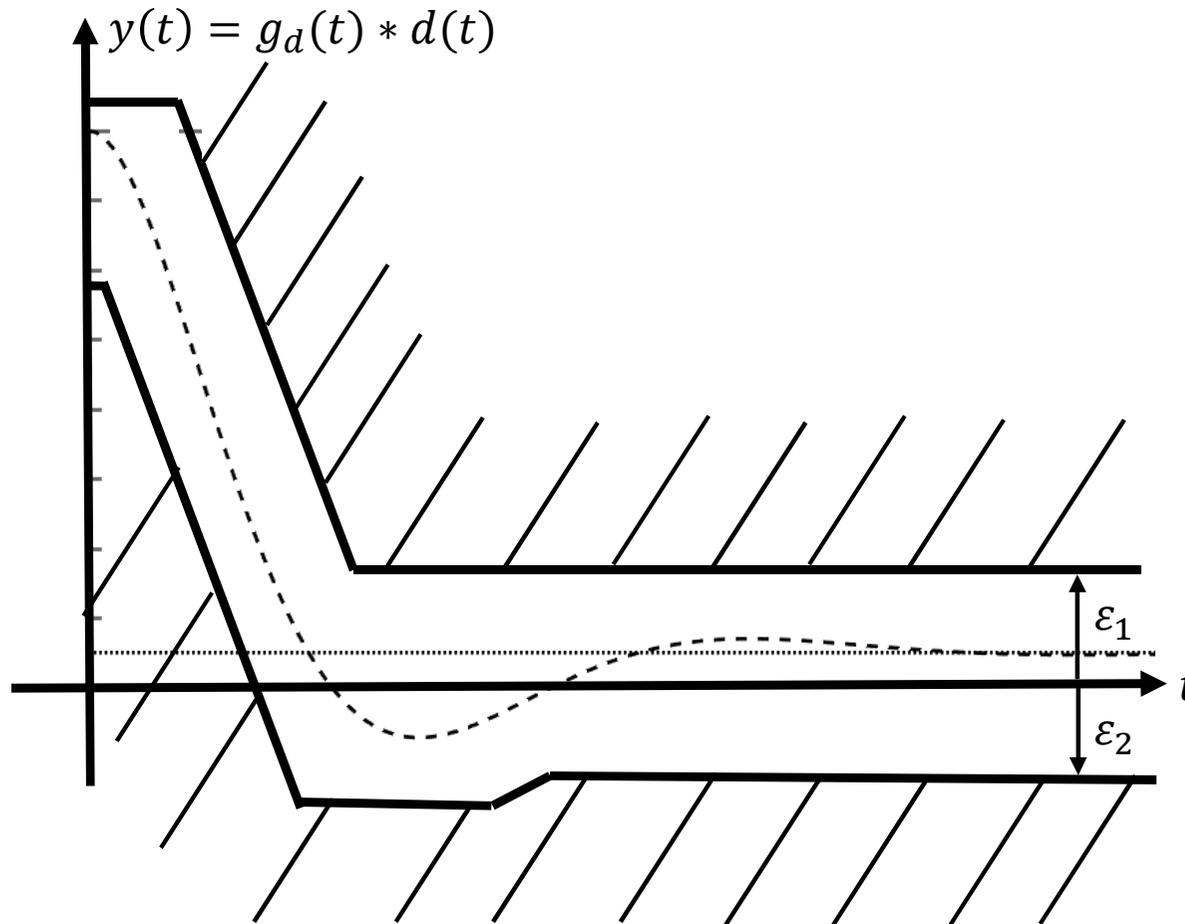
5.1 Anforderungen an den Regelkreis

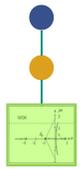
5.1.1 Grundanforderungen (5)

III. Dynamikanforderungen

Konkrete Bereiche für die Systemantwort

Störverhalten:



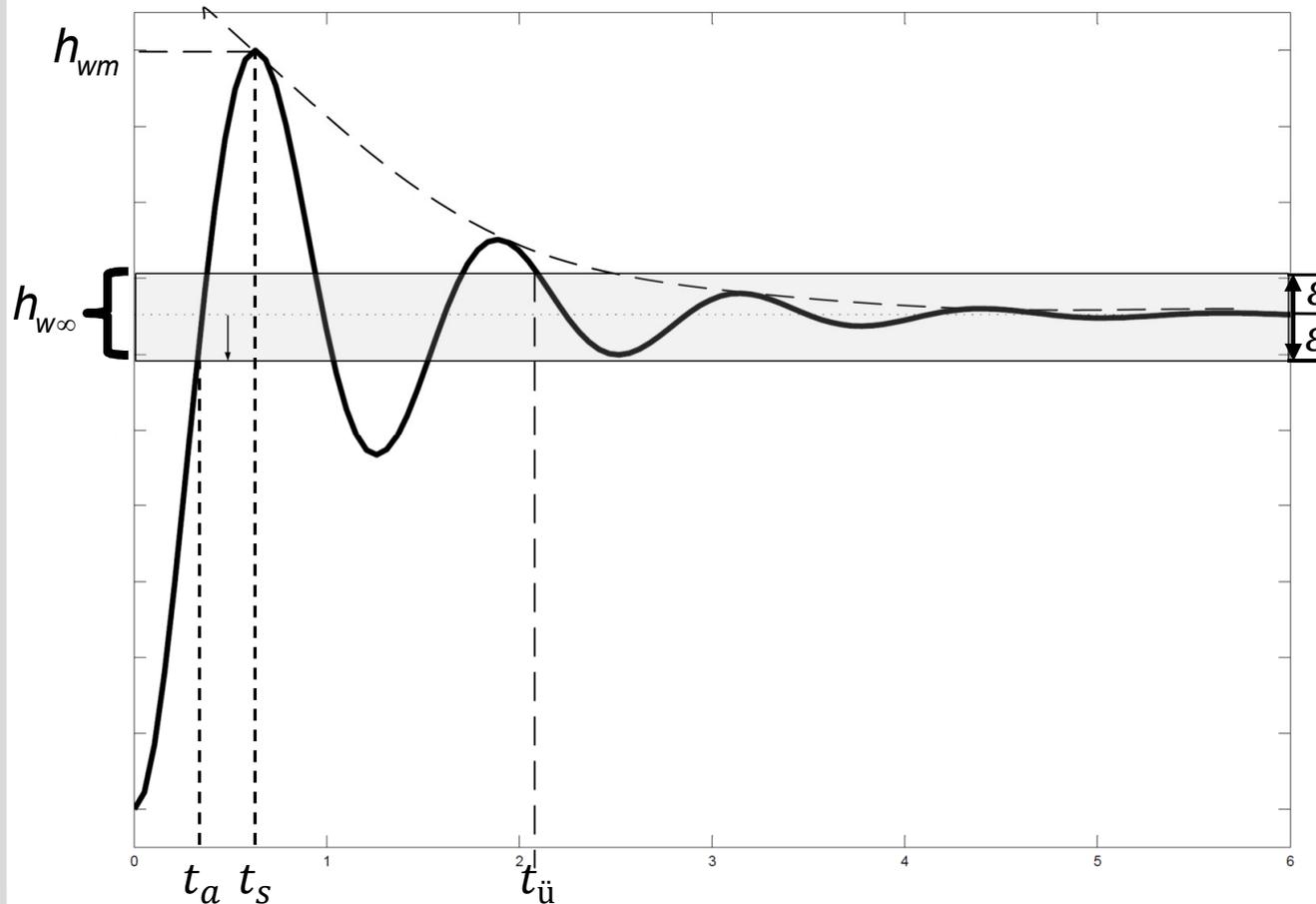


5.1 Anforderungen an den Regelkreis

5.1.1 Grundanforderungen (6)

III. Dynamikanforderungen

Häufig wird der Regelkreis durch charakteristische Größen spezifiziert:

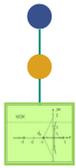


Überschwingweite $\Delta_m = \frac{h_{wm} - h_{w\infty}}{h_{w\infty}}$

Übergangszeit $t_{\ddot{u}}$: endgültiger Eintritt in eine ϵ -Zone um den Endwert

Anstiegszeit t_a : erstmaliger Eintritt in die ϵ -Zone

Überschwingzeit t_s



5.1 Anforderungen an den Regelkreis

5.1.1 Grundanforderungen (7)

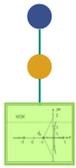
Hinzu kommen üblicherweise:

IV. Robustheit

Parameter- und Strukturänderungen der Strecke sollen einen nur geringen Einfluss auf das Regelungsergebnis haben, d.h. die Forderungen I-III sollen auch erfüllt werden, wenn sich die Strecke ändert.

Es gibt folgende Gründe, warum das Modellverhalten und das tatsächliche Verhalten der Regelstrecke voneinander abweichen:

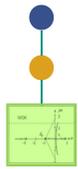
- Die Strecke ist nur unvollständig bekannt oder es werden Modellannahmen getroffen
- Bei der Modellierung der Strecke wurden Vereinfachungen getroffen, etwa weil:
 - Elemente eines bekannten komplexen Modells vereinfacht wurden
 - das System gänzlich linearisiert wurde



5.1 Anforderungen an den Regelkreis

5.1.2 Störgrößenregelung und Folgeregelung

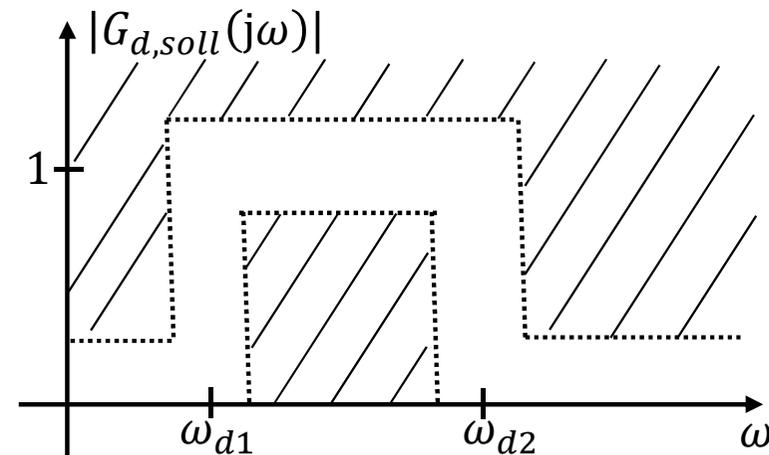
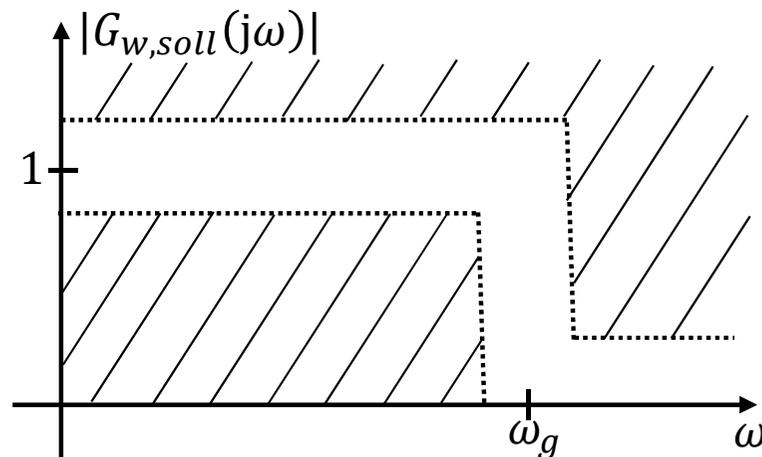
- In der Regel gibt es ein primäres Ziel für die Regelungsaufgabe:
 1. Bei der **Störgrößenregelung (Festwertregelung)** steht die Störkompensation im Vordergrund: Die Regelgröße $y(t)$ soll auf einem festen Wert $w(t) = \text{const.}$ verbleiben, unabhängig von Störungsanregungen
 2. Bei der **Folgeregelung** ist das Nachführen von $y(t)$ an eine zeitveränderliche Sollgröße $w(t)$ die primäre Aufgabe. Handelt es sich um eine gegebene Trajektorie, also eine gegebene Zeitfunktion $w(t)$, $t \in [t_0, t_e]$, dann spricht man auch von einer **Trajektorienfolgeregelung**



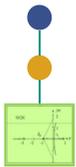
5.1 Anforderungen an den Regelkreis

5.1.3 Anforderungen im Frequenzbereich

Alternativ zu einer Formulierung der Anforderungen im Zeitbereich können die Anforderungen auch im Frequenzbereich angegeben werden. Dazu werden Güteforderungen an die Stör- und Führungsübertragungsfunktion $G_d(s)$ bzw. $G_w(s)$ spezifiziert. Häufig geschieht dies durch Definition eines Sollamplitudengangs $|G_{d,soll}(j\omega)|$ bzw. $|G_{w,soll}(j\omega)|$, der dann durch einen Regler erreicht werden soll.



Verfahren, die dieses Ziel direkt angehen, werden als **loop-shaping**-Verfahren bezeichnet
(siehe auch Vertiefungsvorlesung *Praktischer Entwurf regelungstechnischer Systeme* (PER))



5.1 Anforderungen an den Regelkreis

5.1.3 Anforderungen im Frequenzbereich (1)

In dieser Vorlesung liegt der Schwerpunkt auf der Erreichung der beiden Hauptforderungen **I.** und **II.** Diese können wie folgt in den Frequenzbereich übertragen werden:

- I. Stabilität:** Die Bedingungen des Nyquist-Kriteriums müssen erfüllt sein.
- II. Stationäre Genauigkeit** (der Sprungantwort):

$$e(t \rightarrow \infty) = e_\infty < \varepsilon$$

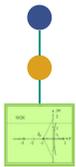
$$e_\infty = 0 \quad \rightarrow F_o(s) \text{ muss I-Anteil enthalten.}$$

$$e_\infty = \frac{1}{1+K_o} \leq \varepsilon \quad \rightarrow K_o \text{ muss hinreichend groß sein.}$$

Problem: Forderungen bzgl. **I.** und **II.** sind widersprüchlich:

- I-Anteil senkt die Phase von $F_o(j\omega)$ um 90° ab und reduziert damit den Phasenrand φ_R .
- Vergrößerung von K_o erhöht die Durchtrittsfrequenz ω_D und reduziert damit den Phasenrand φ_R (und somit die Stabilitätsreserve).

Fazit: **I.** und **II.** müssen zusammen betrachtet werden.



5.1 Anforderungen an den Regelkreis

5.1.3 Anforderungen im Frequenzbereich (2)

III. Dynamisches Verhalten:

Es können Faustregeln für Dämpfung und Schnelligkeit formuliert werden:

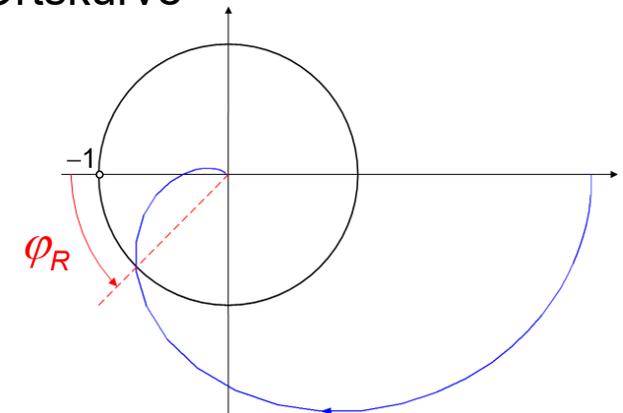
- **Dämpfung** (der Sprungantwort):

bedeutet im Frequenzbereich: ausreichender Abstand der Ortskurve vom kritischen Punkt (-1) der $F_o(j\omega)$ -Ebene

⇒ Phasenrand hinreichend groß

Faustregel:

$$50^\circ < \varphi_R < 70^\circ \quad \text{für Führungsverhalten}$$
$$\varphi_R \geq 30^\circ \quad \text{für Störverhalten}$$

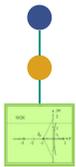


Anmerkung: φ_R nur dann brauchbares Maß für die Dämpfung, wenn die Ortskurve innerhalb des Einheitskreises dem Punkt -1 nicht zu nahe kommt

⇒ $|F_o(j\omega)|$ sollte im Bereich von ω_D mäßig, aber stetig abfallen

Faustregel:

Abfall von $|F_o(j\omega)|$ um $-20\text{dB}/\text{Dekade}$
im mittleren Frequenzbereich um $\omega \approx \omega_D$



5.1 Anforderungen an den Regelkreis

5.1.3 Anforderungen im Frequenzbereich (3)

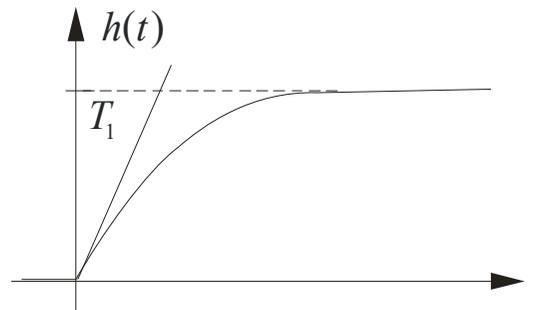
- **Schnelligkeit** (der Sprungantwort):

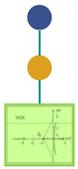
Im Frequenzbereich kann man die Schnelligkeit eines Regelkreises mit guter Näherung anhand der Durchtrittsfrequenz ω_D des geregelten Systems ablesen. Je größer ω_D , umso schneller schwingt das geregelte System ein.

Anschauliche Begründung:

Gilt für $|F_o(j\omega)|$ im mittleren Frequenzbereich ≈ -20 dB/Dekade und ist $|F_o(j\omega)|$ klein für höhere Frequenzen, dann lässt sich näherungsweise sagen, dass $F_o(j\omega) \approx \frac{\omega_D}{j\omega}$

$$\implies G_w(j\omega) = \frac{F_o(j\omega)}{1+F_o(j\omega)} \approx \frac{1}{1+j\frac{\omega}{\omega_D}} \quad : \quad \text{Es handelt sich also um ein PT}_1\text{-Glieder mit } T_1 = \frac{1}{\omega_D}$$

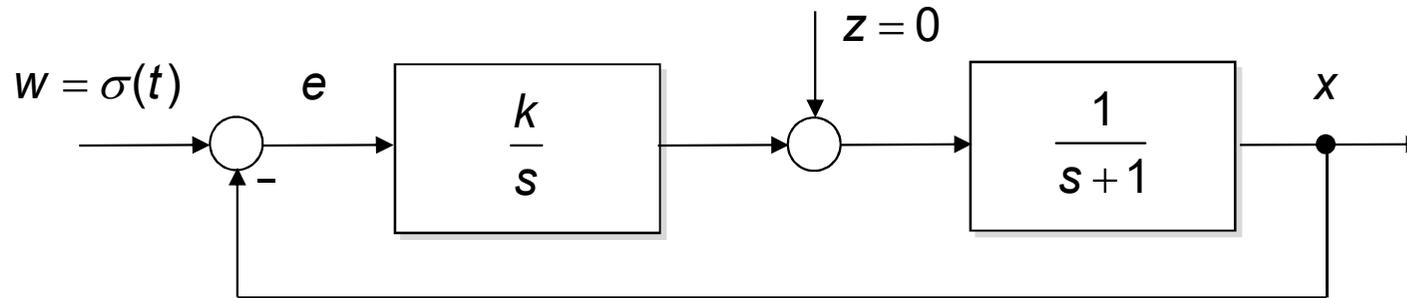




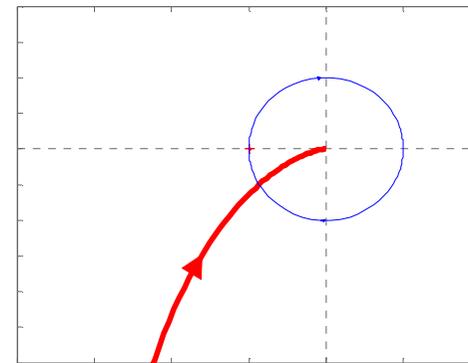
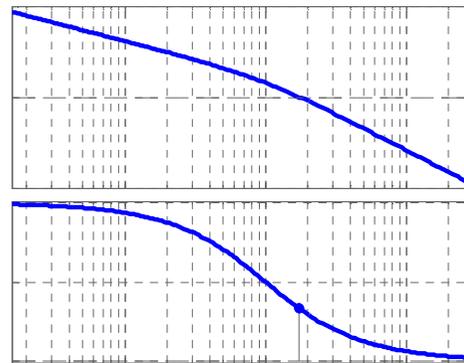
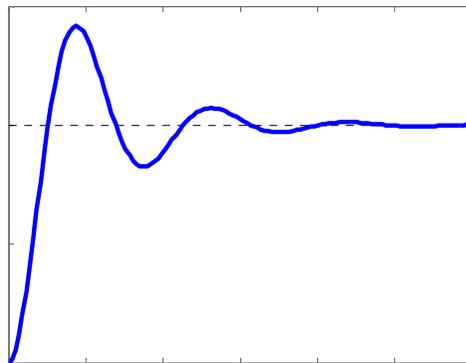
5.1 Anforderungen an den Regelkreis

5.1.4 Beispiel (1)

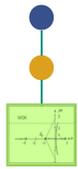
- 1. Beispiel: Phasenreserve als Maß für die Dämpfung
- a) Führungsverhalten



• $\varphi_R \approx 30^\circ$



PC-Demo 4: Einfluss des Phasenrands auf die Sprungantwort

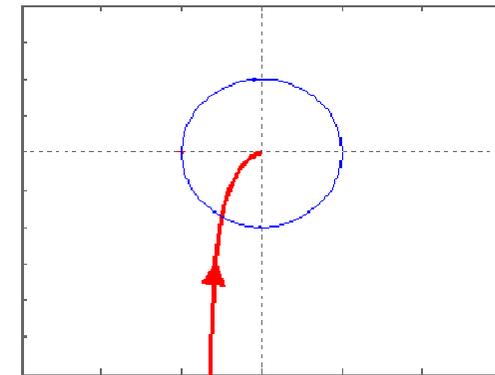
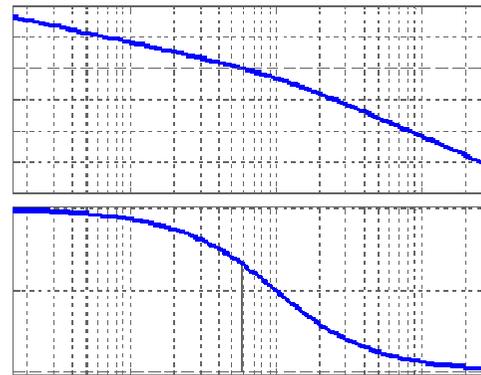
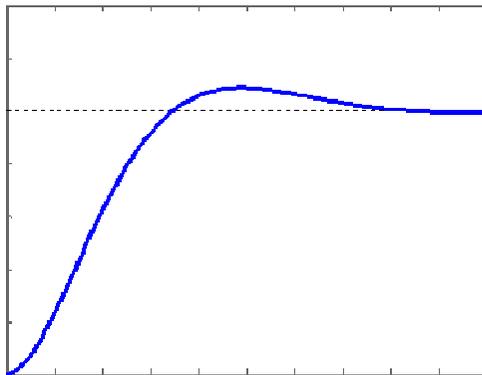


5.1 Anforderungen an den Regelkreis

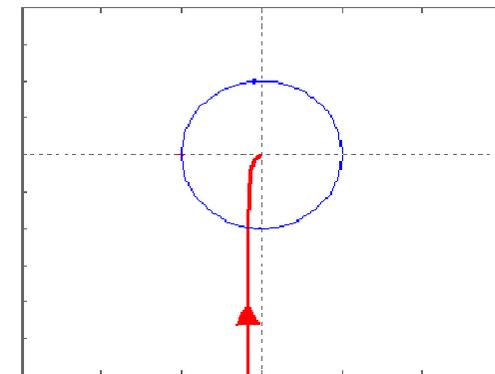
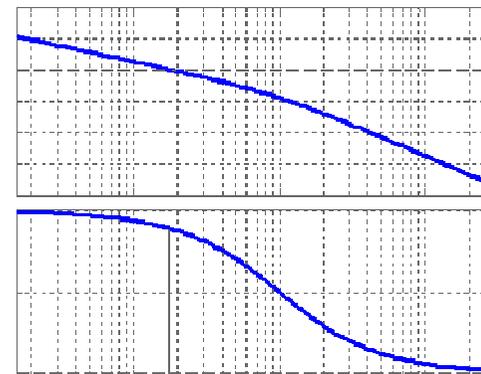
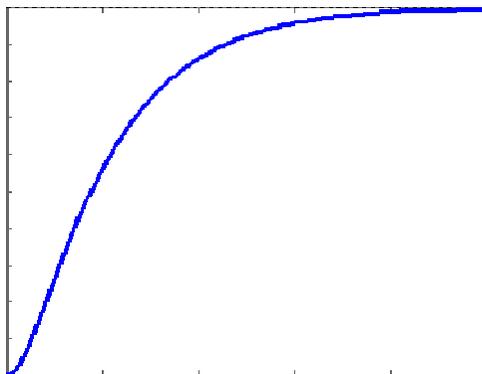
5.1.4 Beispiel (2)

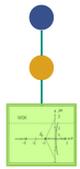
- 1. Beispiel: Phasenreserve als Maß für die Dämpfung
- a) Führungsverhalten

• $\varphi_R = 60^\circ$



• $\varphi_R = 80^\circ$

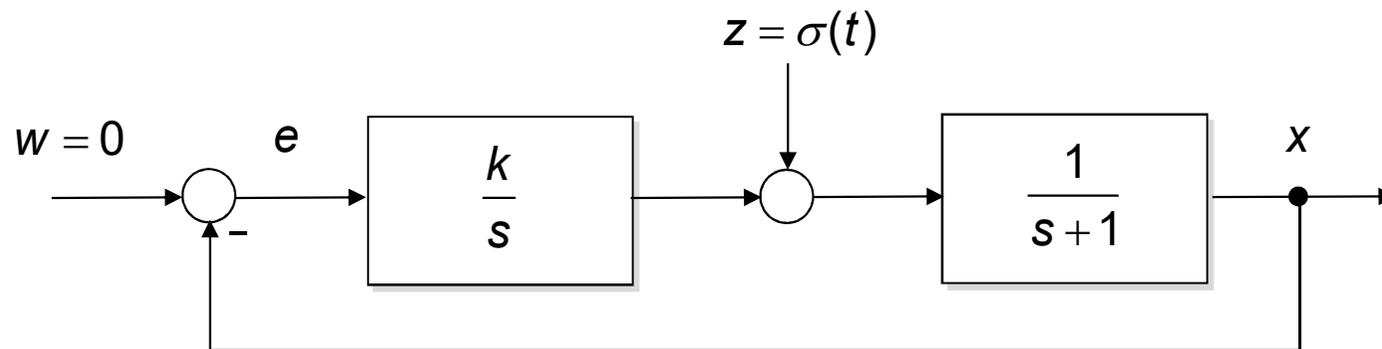




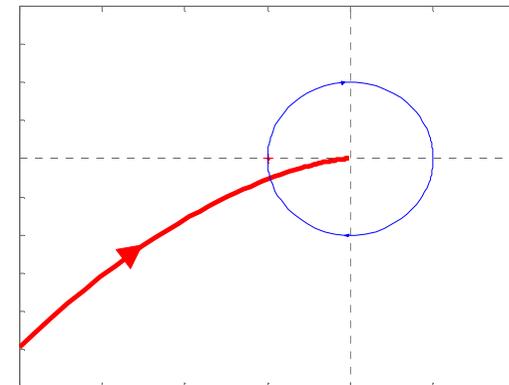
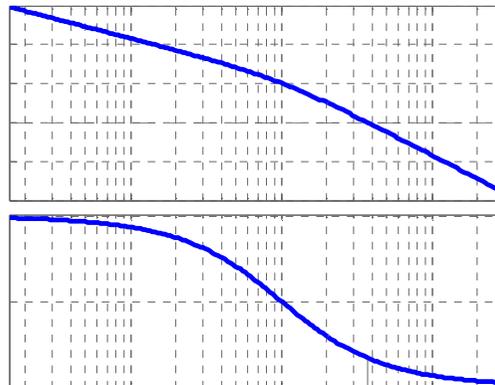
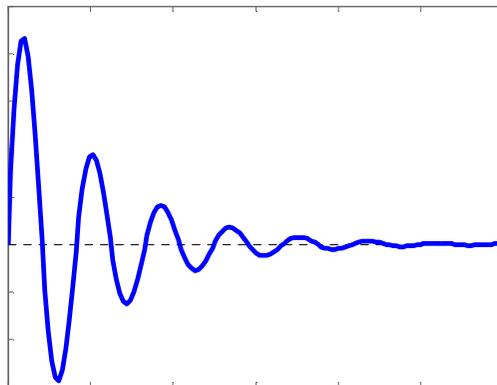
5.1 Anforderungen an den Regelkreis

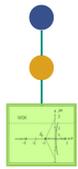
5.1.4 Beispiel (3)

- 1. Beispiel: Phasenreserve als Maß für die Dämpfung
- b) Störverhalten



• $\varphi_R \approx 15^\circ$



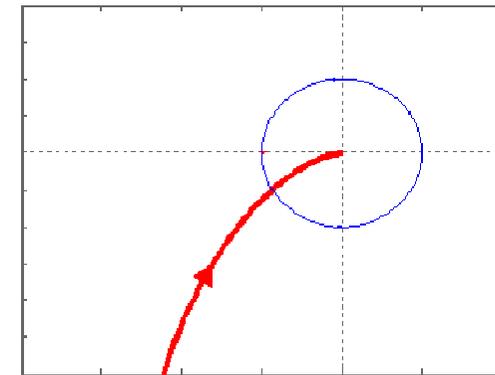
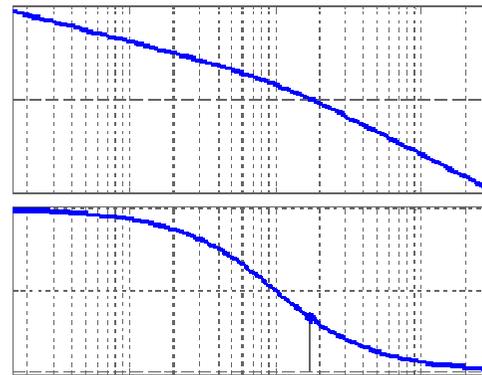
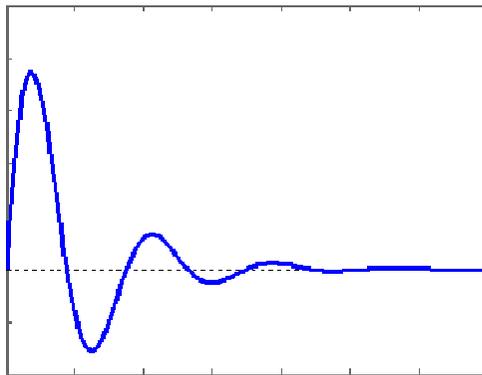


5.1 Anforderungen an den Regelkreis

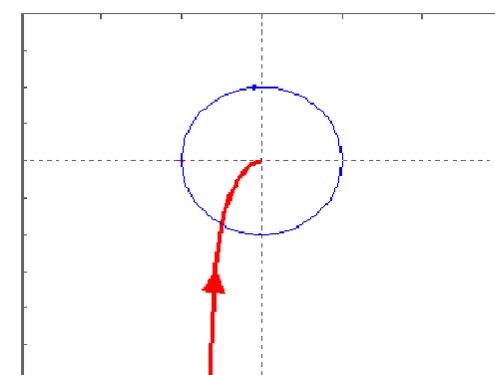
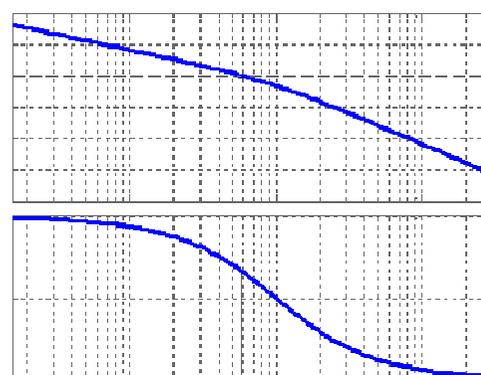
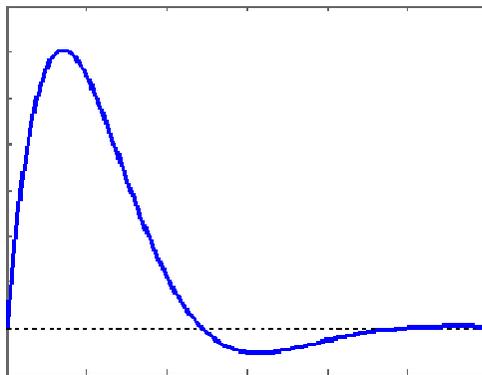
5.1.4 Beispiel (4)

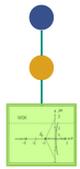
- 1. Beispiel: Phasenreserve als Maß für die Dämpfung
- b) Störverhalten

• $\varphi_R \approx 30^\circ$



• $\varphi_R \approx 60^\circ$

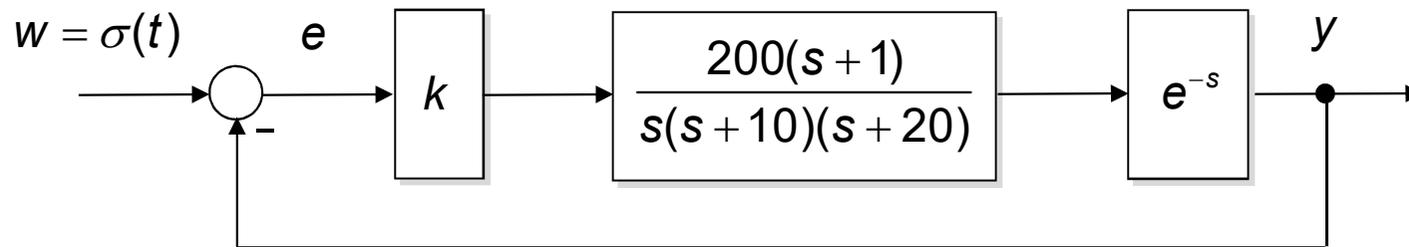




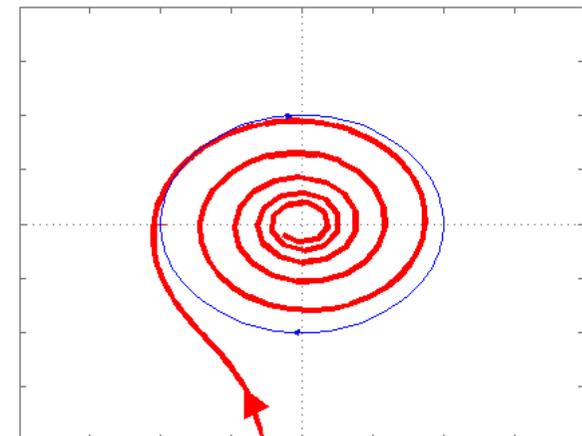
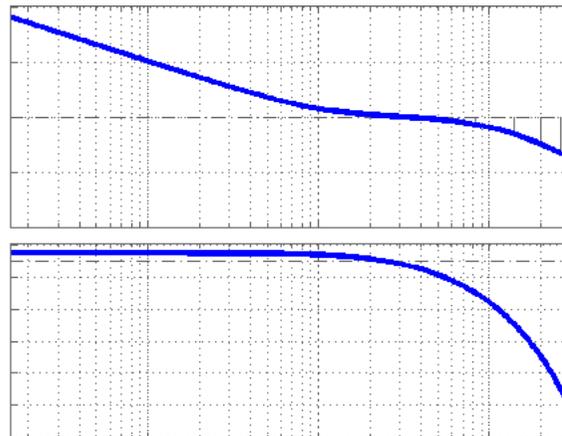
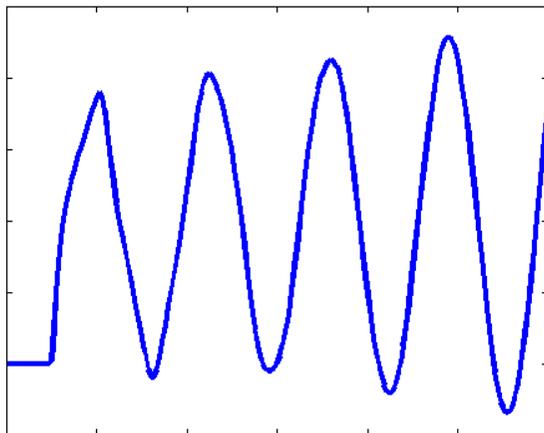
5.1 Anforderungen an den Regelkreis

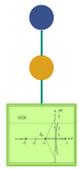
5.1.4 Beispiel (5)

2. Beispiel: Phasenreserve als Maß für die Dämpfung **unbrauchbar**



• $k = 1$ ($\varphi_R \approx -34^\circ$)



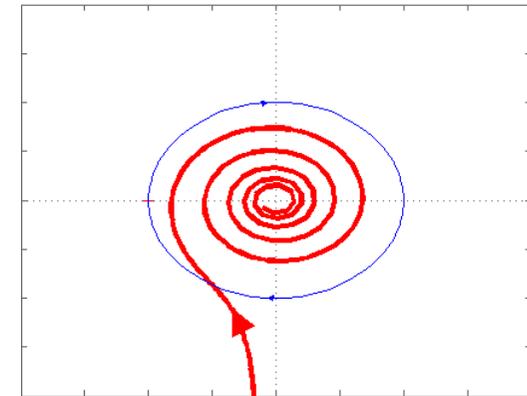
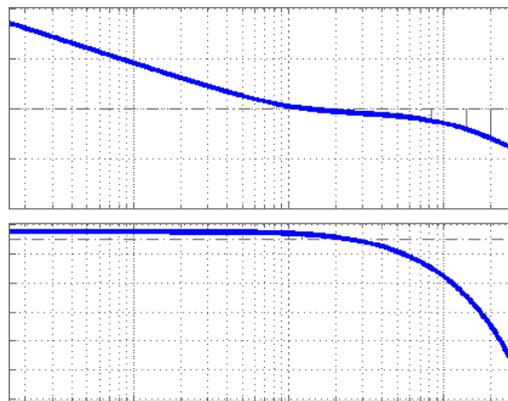
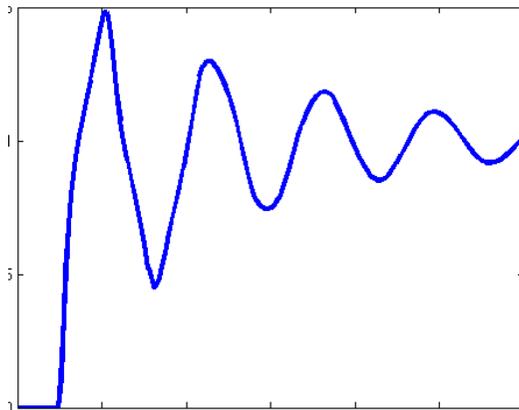


5.1 Anforderungen an den Regelkreis

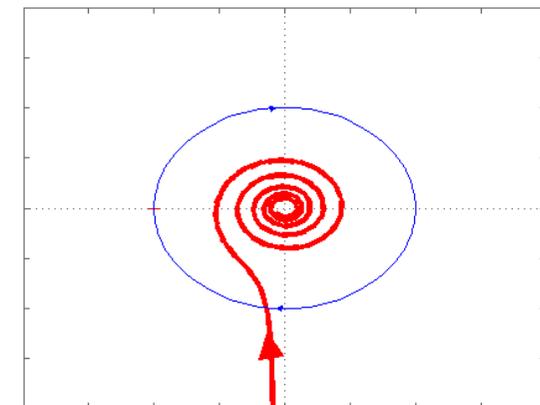
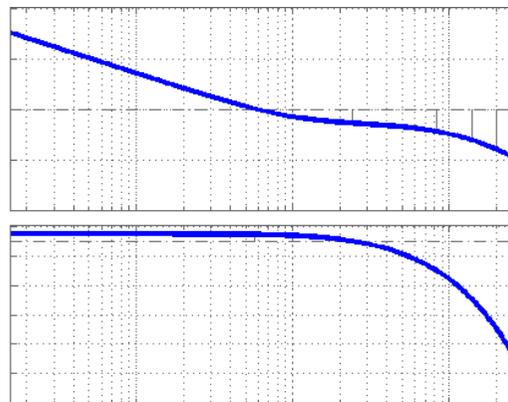
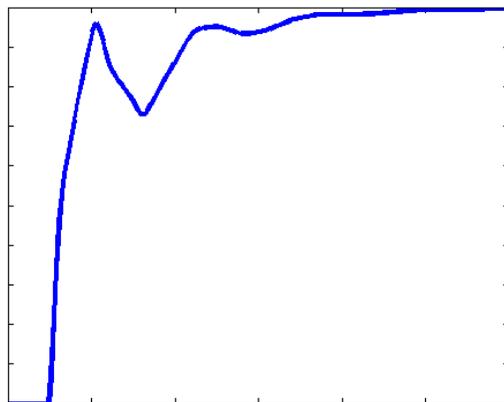
5.1.4 Beispiel (6)

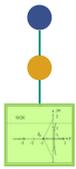
2. Beispiel: Phasenreserve als Maß für die Dämpfung **unbrauchbar**

• $k = 0.78$ ($\varphi_R \approx 60^\circ$)



• $k = 0.5$ ($\varphi_R \approx 82^\circ$)

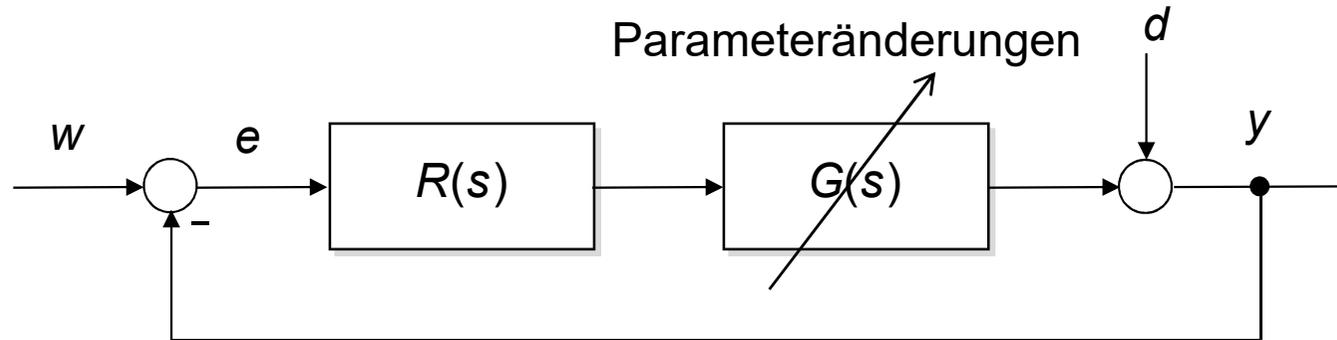




5.1 Anforderungen an den Regelkreis

5.1.5 Parameterempfindlichkeit (1)

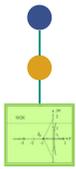
IV. Robustheit und Parameterempfindlichkeit:



Anforderung an den Reglerentwurf:

Relative **Änderungen der Führungsübertragungsfunktion** $G_w(s)$, die **durch Änderung von Streckenparametern** verursacht werden, sollen unterhalb einer vorgegebenen Schranke bleiben

Parameteränderungen entstehen z.B. durch nicht modellierte Einflüsse wie Temperatur, Alter, ...



5.1 Anforderungen an den Regelkreis

5.1.5 Parameterempfindlichkeit (2)

Def.: **Empfindlichkeit** $S_{G_S}^{G_w}(s)$

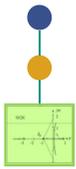
Die Empfindlichkeit $S_{G_S}^{G_w}(s)$ von $G_w(s)$ gegenüber Parameteränderungen von $G_S(s)$ ist definiert als folgendes Verhältnis:

$$S_{G_S}^{G_w}(s) := \frac{\frac{G_w(s) - G_{w_{nom}}(s)}{G_w(s)}}{\frac{G_S(s) - G_{S_{nom}}(s)}{G_S(s)}}$$

Idealerweise gilt: Der Regelkreis ist nicht empfindlich

$$\rightarrow S_{G_S}^{G_w}(j\omega) = 0 \text{ für alle } \omega$$

Aber: Nicht erfüllbar (siehe folgende Seiten)



5.1 Anforderungen an den Regelkreis

5.1.5 Parameterempfindlichkeit (3)

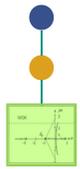
Berechnung der Empfindlichkeit:

Mit $G_R(s) = G_{R_{nom}}(s)$ folgt nach Zwischenrechnung

$$\frac{G_W - G_{W_{nom}}}{G_W} = \frac{\frac{G_{R_{nom}} G_S}{1 + G_{R_{nom}} G_S} - \frac{G_{R_{nom}} G_{S_{nom}}}{1 + G_{R_{nom}} G_{S_{nom}}}}{\frac{G_{R_{nom}} G_S}{1 + G_{R_{nom}} G_S}} = \dots = \frac{G_S - G_{S_{nom}}}{G_S (1 + G_{R_{nom}} G_{S_{nom}})} = \frac{G_S - G_{S_{nom}}}{G_S (1 + F_{O_{nom}})}$$

schließlich:

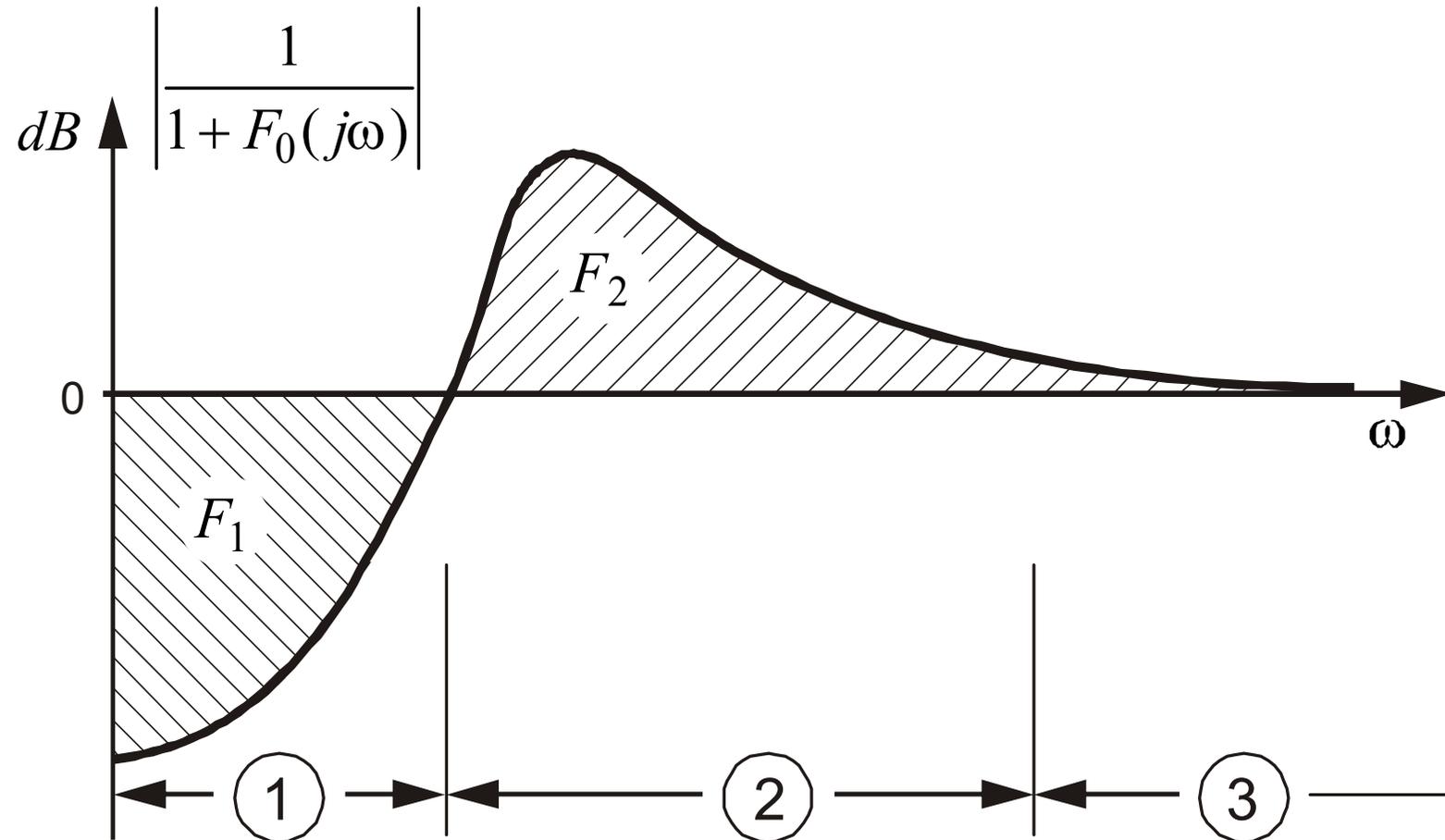
$$S_{G_S}^{G_W}(s) = \frac{\frac{G_W(s) - G_{W_{nom}}(s)}{G_W(s)}}{\frac{G_S(s) - G_{S_{nom}}(s)}{G_S(s)}} = \frac{\frac{G_S(s) - G_{S_{nom}}(s)}{G_S(s)(1 + F_{O_{nom}}(s))}}{\frac{G_S(s) - G_{S_{nom}}(s)}{G_S(s)}} = \frac{1}{1 + F_{O_{nom}}(s)}$$

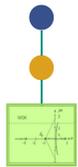


5.1 Anforderungen an den Regelkreis

5.1.5 Parameterempfindlichkeit (5)

Prinzip-Verlauf:





5.1 Anforderungen an den Regelkreis

5.1.5 Parameterempfindlichkeit (6)

Gleichgewichtstheorem

Der durch eine Regelung gegenüber einer Steuerung erzielbare Gewinn (über alle Frequenzen ω gemittelt) ist gleich Null:

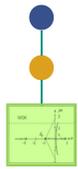
$$\int_0^{\infty} \log |S_{G_S}^{G_w}(j\omega)| d\omega = 0$$

Voraussetzungen:

- geschlossener Kreis ist stabil
- Polüberschuss von $F_o(s)$ beträgt mindestens 2

*

Ziel des Reglerentwurfs muss es daher sein, mit dem Regler die Grenze zwischen dem Gegenkopplungs- und Mitkopplungsbereich so zu legen, dass die in den Stör- und Führungssignalen wichtigsten Frequenzen im Gegenkopplungsbereich von 1 liegen.



5.1 Anforderungen an den Regelkreis

5.1.5 Parameterempfindlichkeit (4)

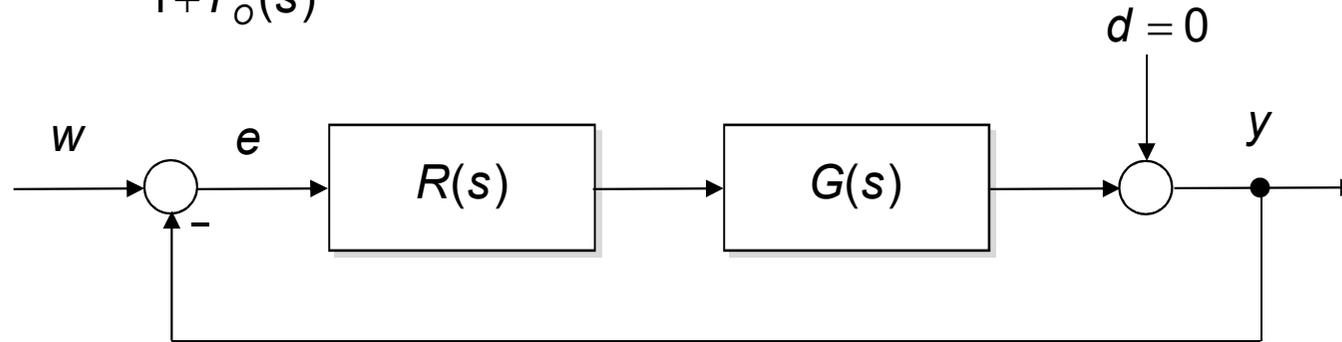
Alternative Interpretation:

Dazu betrachtet man die Regelabweichung ohne Regler (Annahme: keine Störung):

$$U(s) = 0 \Rightarrow E_{ohne}(s) = W(s)$$

und die Regelabweichung mit Regler:

$$E_{mit}(s) = \frac{1}{1 + F_O(s)} W(s)$$



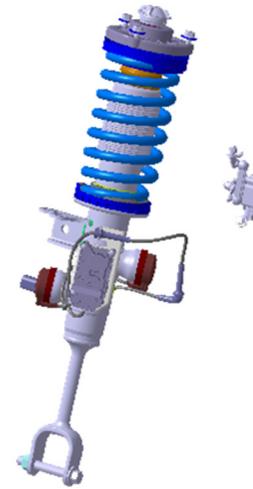
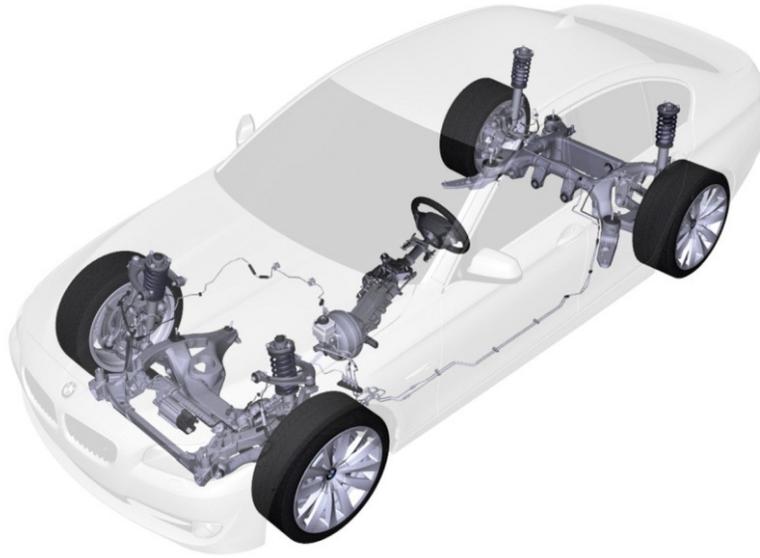
Die Empfindlichkeit ist identisch zu dem Verhältnis der Regelabweichung eines Regelkreises mit und ohne Regelung und somit identisch zum **dynamischen**

Regelfaktor:

$$R_{dyn}(s) = \frac{E_{mit}(s)}{E_{ohne}(s)} = \frac{1}{1 + F_O(s)} = S_{G_S}^{G_w}(s)$$

5.1 Anforderungen an den Regelkreis

5.1.6 Beispiel zum Gleichgewichtstheorem (1)

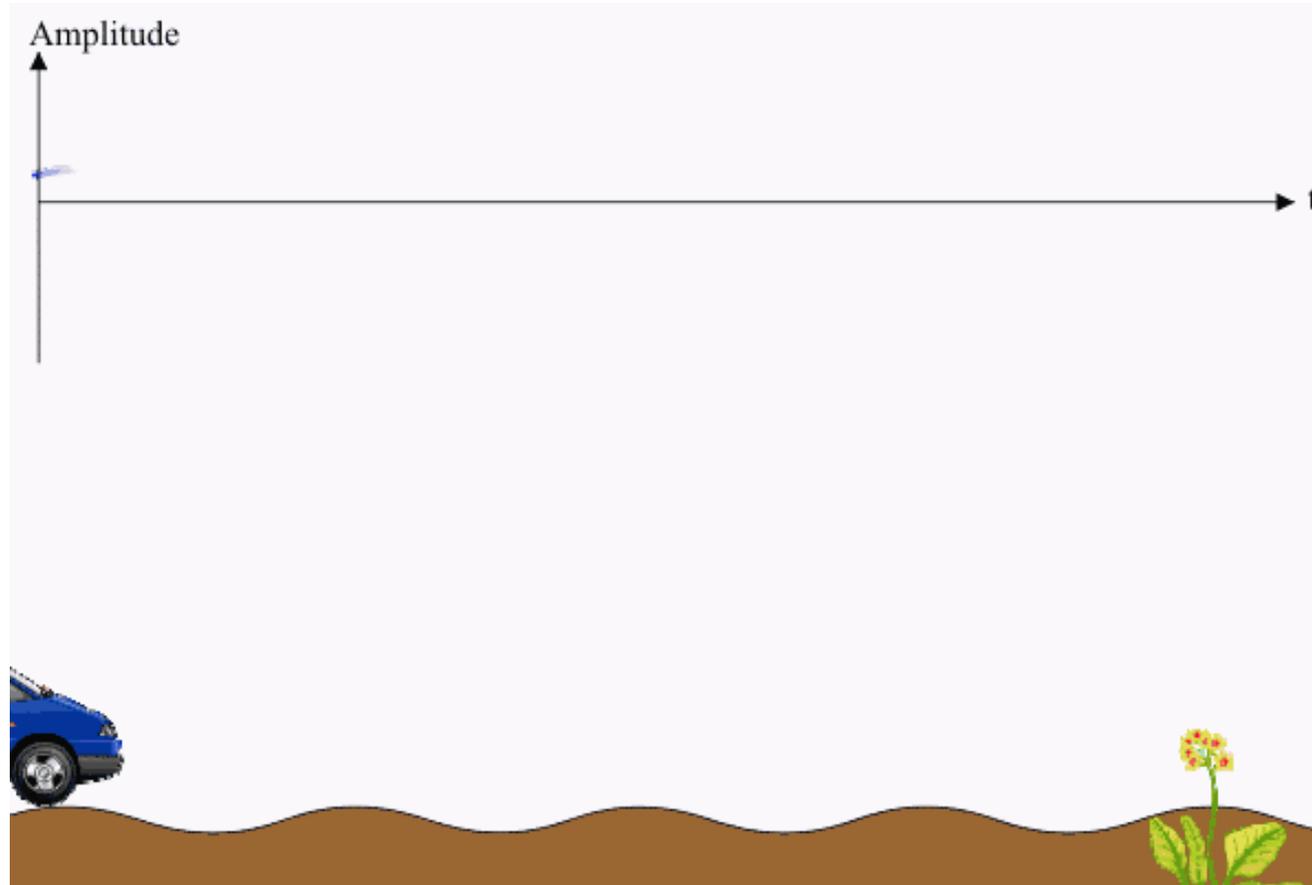


Fahrbahnanregung

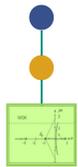


5.1 Anforderungen an den Regelkreis

5.1.6 Beispiel zum Gleichgewichtstheorem (2)



Animation aus Lunze RT1

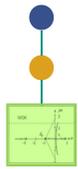


5.1 Anforderungen an den Regelkreis

5.1.6 Gleichgewichtstheorem

Aus den obigen Überlegungen können folgende Faustregeln für eine zweckmäßige Wahl des Reglers $R(s)$ abgeleitet werden. Beachte:

- Wenn $|F_o(j\omega)| \gg 1$, dann gilt $|R_{dyn}(j\omega)| \ll 1$ und $|R_{dyn}(j\omega) \cdot F_o(j\omega)| \approx 1$
- Wenn $|F_o(j\omega)| \ll 1$, dann gilt $|R_{dyn}(j\omega)| \approx 1$ und $|R_{dyn}(j\omega) \cdot F_o(j\omega)| \ll 1$
- → Somit *****
- Es ist also sinnvoll, $|F_o(j\omega)| \gg 1$ im unteren Frequenzbereich zu wählen, da dann ein gutes Führungsverhalten, eine gute Störunterdrückung, sowie geringe Empfindlichkeit des Führungsverhaltens gegenüber Parameteränderungen erreicht wird.
- Ferner sollte $|F_o(j\omega)| \ll 1$ im oberen Frequenzbereich gewählt werden, da damit eine gute Rauschunterdrückung und geringe Empfindlichkeit des Störverhaltens erreicht wird.

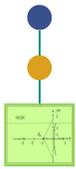


5.1 Anforderungen an den Regelkreis

5.1.6 Reglerentwurf

Das **Ziel des Reglerentwurfs** besteht somit darin, bei gegebenem Streckenmodell $G(s)$ und gegebenen Anforderungen (Forderungen I bis IV) an den Regelkreis im Zeit- und/oder Frequenzbereich, den Regler $R(s)$ so zu bestimmen, dass die Anforderungen erfüllt werden.

- Als Konsequenz aus den zuvor gemachten Überlegungen ergibt sich, dass Kompromisse zwischen Stör- und Führungsverhalten einzugehen sind.
- → Der Regler wird daher in einem iterativen Prozess entworfen, bei dem
 - Stellgrößenbeschränkungen berücksichtigt werden müssen
 - Parameteränderungen betrachtet werden sollten
 - ggf. imperfekte Stell- und Messglieder das Regelkreisverhalten in der Praxis verschlechtern.



5.1 Anforderungen an den Regelkreis

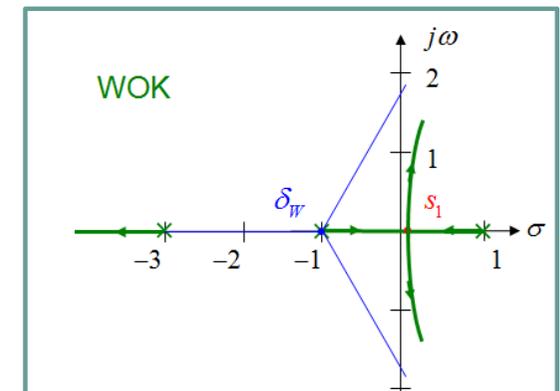
5.1.7 Klassifizierung der Entwurfsverfahren

Übersicht

Entwurfsverfahren:	
<p>1. Ohne explizites Gütekriterium</p> <p>a) Direkte Verfahren</p> <ul style="list-style-type: none">• Kompensation und perfekte Regelung• Polvorgabe <p>b) Indirekte Verfahren</p> <ul style="list-style-type: none">• Frequenzkennlinien• Wurzelortskurve <p>c) Heuristische Parameter-einstellungen</p> <ul style="list-style-type: none">• Ziegler-Nichols	<p>2. Mit explizitem Gütekriterium</p> <p>a) Parameteroptimierung, z.B.</p> <ul style="list-style-type: none">• Min. Quadrat. Regelfläche $\int_0^{\infty} e^2(t)dt \rightarrow Min$ <ul style="list-style-type: none">• Betragsoptimum• Symmetrisches Optimum <p>b) Strukturoptimierung</p>

5. Synthese von linearen zeitkontinuierlichen Regelkreisen

1. Anforderungen an den Regelkreis
- 2. Heuristische Verfahren**
3. Direkte Verfahren
4. Frequenzkennlinienverfahren
5. Wurzelortskurvenverfahren
6. Parameteroptimierung
7. Vermaschung und Vorsteuerung



6. Synthese von linearen zeitdiskreten Regelkreisen

1. Fast Sampling Design
2. Direkte Verfahren
3. Frequenzkennlinienverfahren und Wurzelortskurvenverfahren

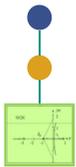
5.2 Heuristische Verfahren

5.2.1 Beispiel



Füllstandsregelung für ein
Tanksystem am IRS

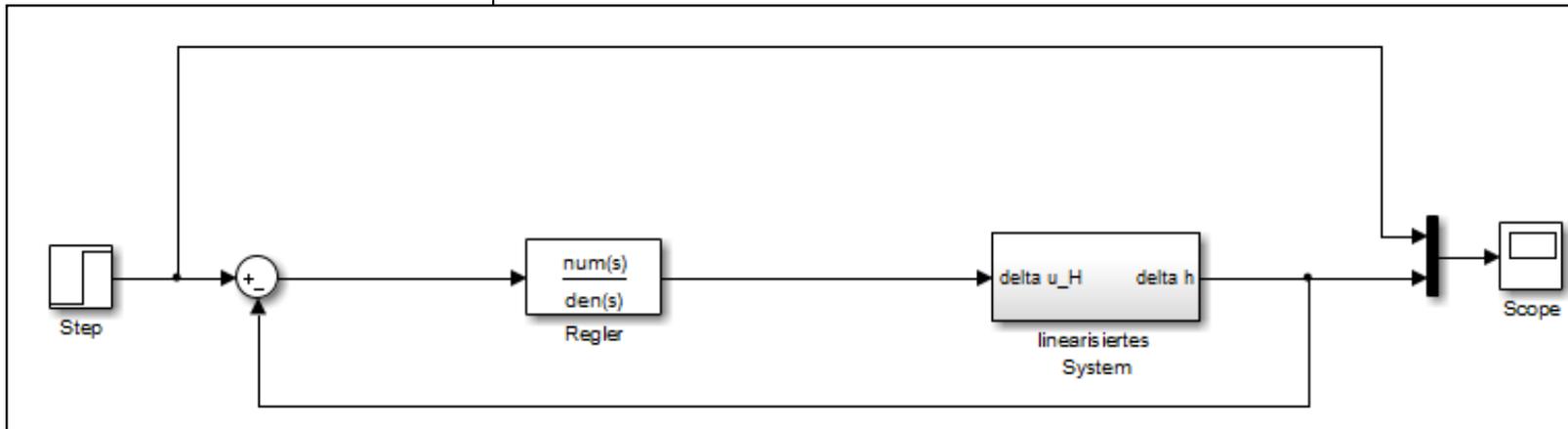
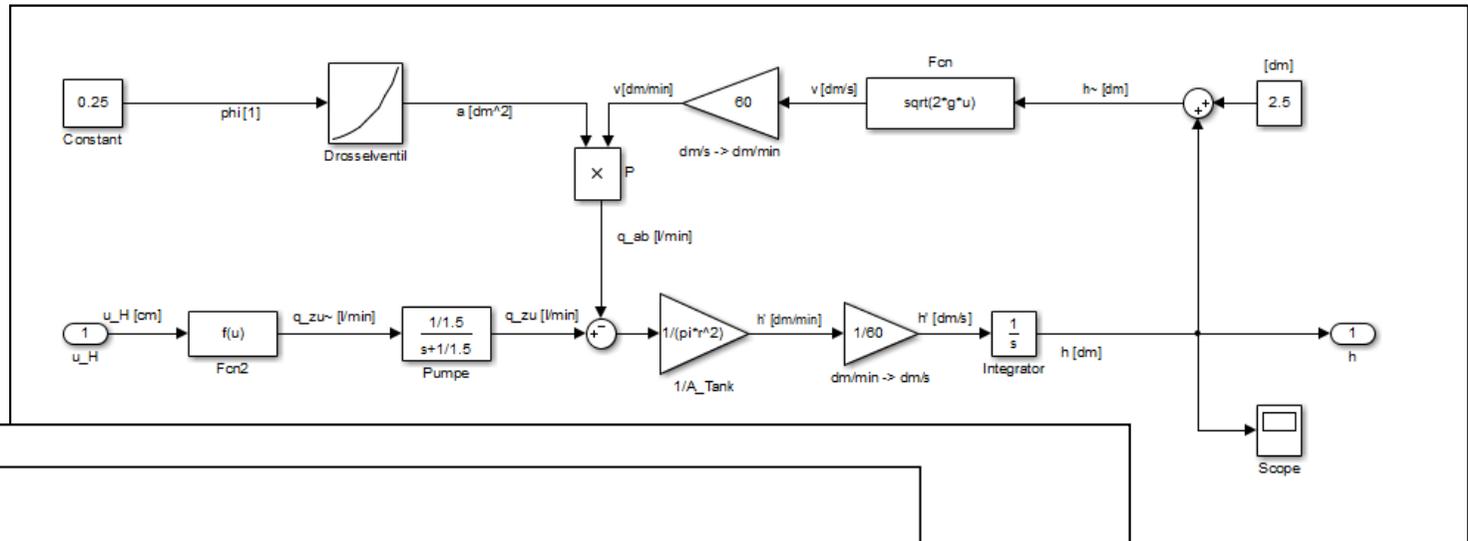




5.2 Heuristische Verfahren

5.2.1 Beispiel

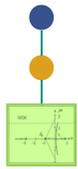
Simulation des Tanksystems
(siehe Übung 1):



Wählen Sie die Parameter einer allgemeine Regler-Übertragungsfunktion:

$$R(s) = \frac{r_0 + r_1s + r_2s^2 + \dots}{q_0 + q_1s + q_2s^2 + \dots}$$





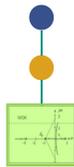
5.2 Heuristische Verfahren

5.2.1 Beispiel

Fazit:

- Einstellung der Reglerparameter ohne systematischen Ansatz schwierig
- „Probieren“ erfordert Erfahrung und genaue Systemkenntnis
- Ein heuristisches Vorgehen ist für Regler höherer Ordnung nicht möglich

→ Systematisches Vorgehen wünschenswert.

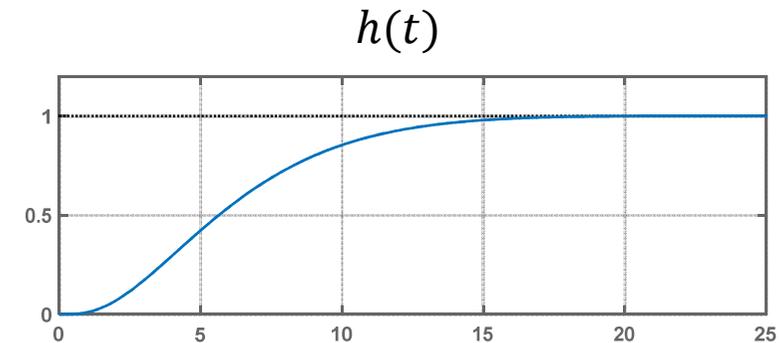


5.2 Heuristische Verfahren

5.2.2 Parameter-Einstellung nach Ziegler-Nichols

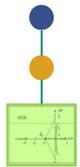
Voraussetzungen:

- Strecke stark verzögernd
- „S-förmiger“ Verlauf der Sprungantwort
- Dieses Verhalten findet man oft bei verfahrenstechnischen Prozessen



Einstell-Strategie:

1. Regelstrecke zunächst mit reinem P -Regler $G_R(s) = K_R$ betreiben.
2. Verstärkung K_R des P -Reglers so lange erhöhen, bis der geschlossene Kreis ungedämpfte Schwingungen ausführt. Der dabei eingestellte K_R -Wert wird als kritische Reglerverstärkung K_{Rkrit} bezeichnet; die zugehörige Periodendauer heißt T_{krit} .
3. Einstellung des jeweils gewählten P -, PI - oder PID -Reglers gemäß folgender Tabelle:



5.2 Heuristische Verfahren

5.2.2 Parameter-Einstellung nach Ziegler-Nichols (2)

Reglertyp	$G_R(s)$	K_R	T_n	T_v
P	K_R	$0,5 \cdot K_{Rkrit}$	—	—
PI	$K_R \left(1 + \frac{1}{T_n s} \right)$	$0,45 \cdot K_{Rkrit}$	$0,85 \cdot T_{krit}$	—
PID	$K_R \left(1 + \frac{1}{T_n s} + T_v s \right)$	$0,6 \cdot K_{Rkrit}$	$0,5 \cdot T_{krit}$	$0,12 \cdot T_{krit}$

Anmerkungen:

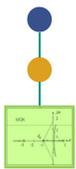
- Heuristisches Verfahren
- mathematische Prozessbeschreibung nicht erforderlich

5.2 Heuristische Verfahren

5.2.2 Parameter-Einstellung nach Ziegler-Nichols

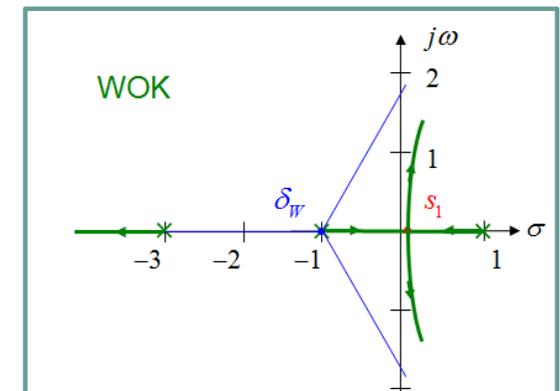
Eigenschaften:

- Regler erzeugt ein schwingendes Führungsverhalten, das mäßig gedämpft ist
- Störverhalten zumeist gut, daher für die Aufgabe der Störausregelung geeignet
- Die Anlage muss an der Stabilitätsgrenze betrieben werden
- Für einfache Strecken kann die Dauerschwingung auch berechnet werden.



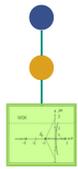
5. Synthese von linearen zeitkontinuierlichen Regelkreisen

1. Anforderungen an den Regelkreis
2. Heuristische Verfahren
- 3. Direkte Verfahren**
4. Frequenzkennlinienverfahren
5. Wurzelortskurvenverfahren
6. Parameteroptimierung
7. Vermaschung und Vorsteuerung



6. Synthese von linearen zeitdiskreten Regelkreisen

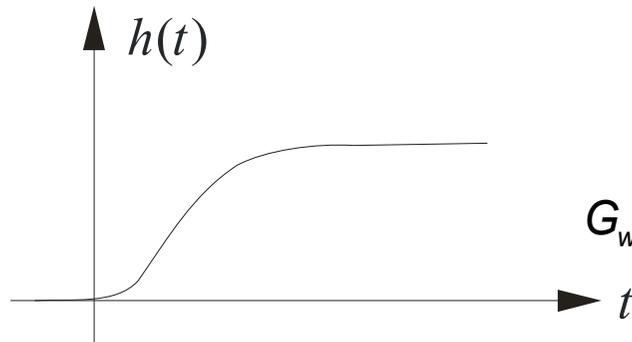
1. Fast Sampling Design
2. Direkte Verfahren
3. Frequenzkennlinienverfahren und Wurzelortskurvenverfahren



5.3 Direkte Verfahren

5.3.1 Kompensationsregler (1)

- Vorgabe einer Modellübertragungsfunktion $G_{wM}(s)$ (und/oder $G_{dM}(s)$) bzw. der zugehörigen Sprungantwort



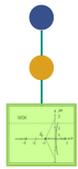
Beispiel: PT_2 mit $G_{wM}(s) = \frac{1}{(1+T_1s)^2}$

$$G_{wM}(s) = \frac{G_R(s)G_S(s)}{1+G_R(s)G_S(s)} \Rightarrow G_R(s) = \frac{1}{G_S(s)} \frac{G_{wM}(s)}{1-G_{wM}(s)}$$

- daraus direkte Ermittlung eines **Kompensationsreglers** aus $G_{wM}(s)$:

$$G_{wM}(s) = \frac{\tilde{Z}(s)}{\tilde{N}(s)} = \frac{G_R(s)G_S(s)}{1+G_R(s)G_S(s)} \rightarrow G_R(s) = \frac{1}{G_S(s)} \frac{G_{wM}(s)}{1-G_{wM}(s)} \quad \text{mit} \quad G(s) = \frac{Z(s)}{N(s)}$$

- In der angelsächsischen Literatur auch als “*model matching*“ bezeichnet.

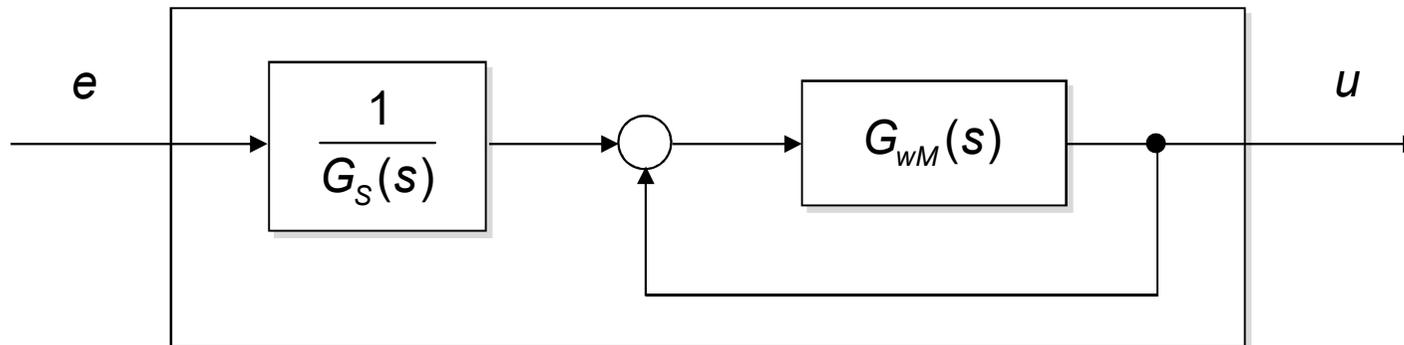


5.3 Direkte Verfahren

5.3.1 Kompensationsregler (2)

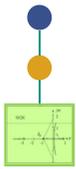
$$G_{wM}(s) = \frac{G_R(s)G_S(s)}{1 + G_R(s)G_S(s)} \Rightarrow G_R(s) = \frac{1}{G_S(s)} \frac{G_{wM}(s)}{1 - G_{wM}(s)}$$

Struktur des Kompensationsreglers



Voraussetzungen für den Einsatz des Kompensationsreglers:

- $G_S(s)$ muss **stabil** sein
- $G_S(s)$ darf nur Nullstellen mit negativem Realteil aufweisen (sonst ist der Regler instabil)
- das mit einer positiven Rückführung versehene Modell $G_{wM}(s)$ muss stabil sein, wenn man zusätzlich fordert, dass $G_R(s)$ selbst stabil sein soll.



5.3 Direkte Verfahren

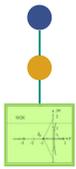
5.3.1 Kompensationsregler (3)

Bedingungen an das Modell $G_{wM}(s)$:

- Damit der Regler $G_R(s)$ mindestens genauso viele Pole wie Nullstellen besitzt, muss gelten (außer in Spezialfällen):

$$\text{Grad}(N(s)) - \text{Grad}(Z(s)) \stackrel{!}{\leq} \text{Grad}(\tilde{N}(s)) - \text{Grad}(\tilde{Z}(s))$$

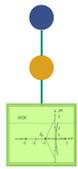
- Anschaulich:
Das Modell $G_{wM}(s)$ hat mindestens dieselbe Verzögerung wie die Strecke $G(s)$.
- → Die Ordnung des Reglers ist durch $\text{Grad}(Z(s)) + \text{Grad}(\tilde{N}(s))$ gegeben und wird somit durch das Modell signifikant beeinflusst.



5.3 Direkte Verfahren

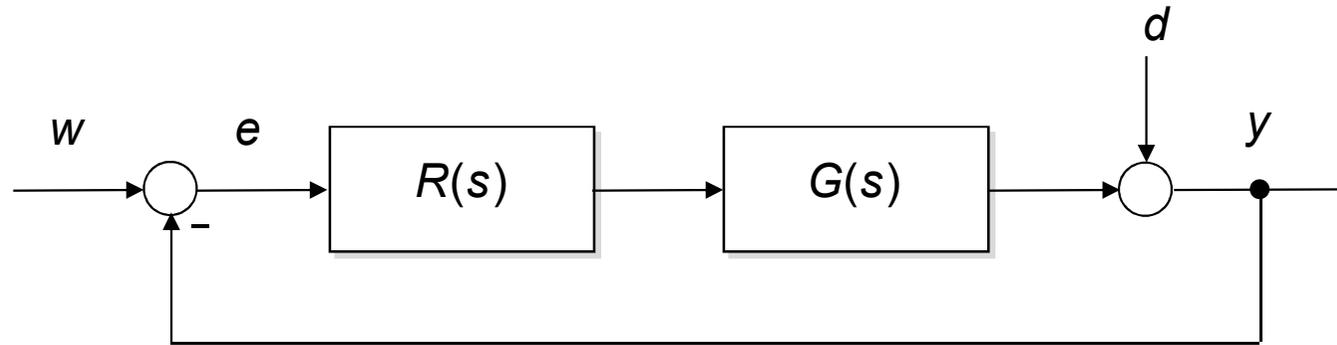
5.3.1 Kompensationsregler (4)

- **Interessant:** Durch die Kompensation wird im Regelkreis „automatisch“ bei P-Strecken ein I-Anteil eingeführt und bei I-Strecken kein zusätzlicher I-Anteil ergänzt. D.h. es wird automatisch ein „internes Modell“ der Störungssignale bzw. der Führungssignale berücksichtigt.
- **Problem:**
 - Reglerordnung ggf. recht hoch.
 - Differenzierende Anteile bei bestimmten Strecken nicht zu vermeiden
 - Nichtminimalphasige Systeme erfüllen die Entwurfsforderungen nicht.



5.3 Direkte Verfahren

5.3.2 Einstellregeln für die Reglerparameter

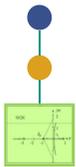


Gegeben: Strecke $G_S(s)$:

$$G_S(s) = \frac{K_S (1 + T_{Z1}s) \cdot (1 + T_{Z2}s) \cdot \dots}{s^q (1 + T_{N1}s) \cdot (1 + T_{N2}s) \cdot \dots}, \quad q = 0, 1, 2, \quad T_{Z1} \geq T_{Z2} \geq \dots, \quad T_{N1} \geq T_{N2} \geq \dots$$

Gesucht: Struktur und Parameter des Reglers

Idee: Nur Kompensation bestimmter Streckenzeitkonstanten, anstelle der vollständigen Kompensation



5.3 Direkte Verfahren

5.3.2 Einstellregeln für die Reglerparameter (2)

Dazu Unterscheidung erforderlich, um Internes-Modell-Prinzip zu erfüllen:

1. Strecken ohne I -Anteil ($q = 0$):

⇒ Regler mit I -Anteil

Parameterwahl: Kreis soll möglichst schnell werden

⇒ ω_D möglichst groß

a) PI -Regler:

$$G_R(s) = K_{PI} \frac{1 + T_R s}{s}$$

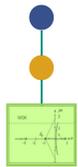
Dabei gilt für die Zeitkonstante T_R :

α) falls $T_{N1} \gg T_{N2} > T_{N3} > \dots$:

$T_R = T_n = T_{N1}$: Kompensation der größten Streckenzeitkonstanten

β) falls $T_{N1} \approx T_{N2} \approx T_{N3} \approx \dots$:

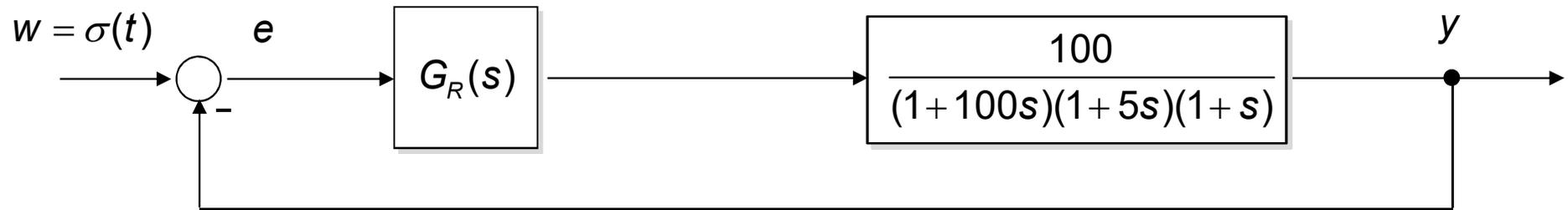
$T_R = \sum_i T_{Ni} := T_\Sigma$: Kompensation der Summenzeitkonstanten



5.3 Direkte Verfahren

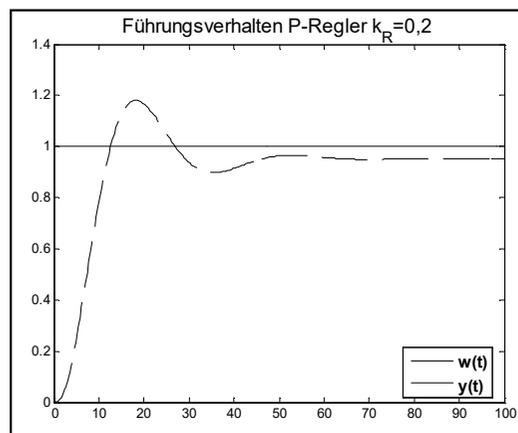
5.3.2 Einstellregeln für die Reglerparameter (3)

PC-Demo 5: Verhalten verschiedener Reglertypen

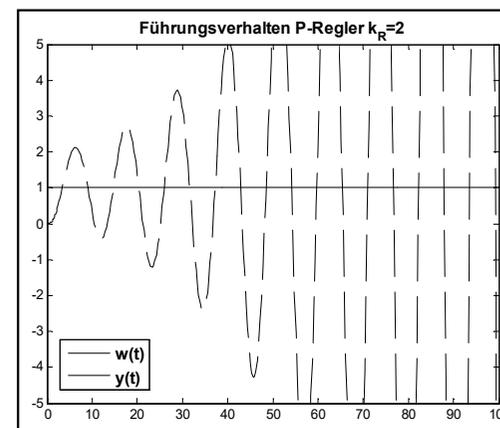


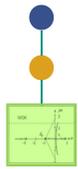
P-Regler: stationär ungenau bzw. instabil

$$G_R(s) = 0,2$$



$$G_R(s) = 2$$

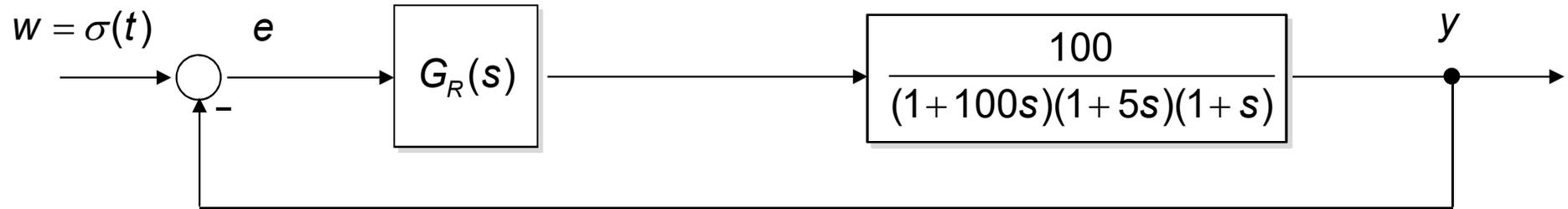




5.3 Direkte Verfahren

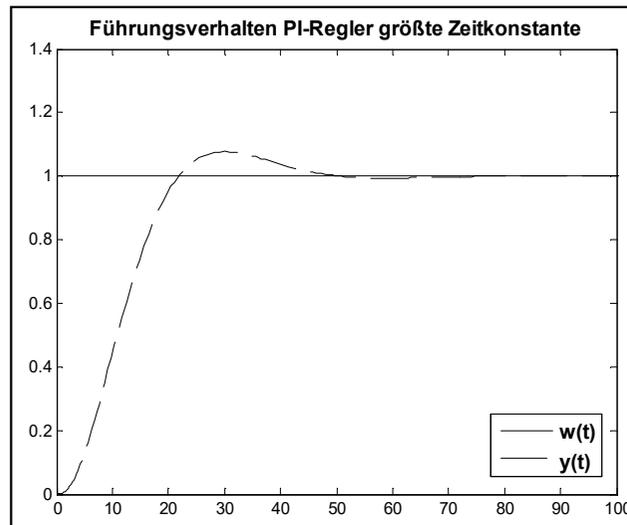
5.3.2 Einstellregeln für die Reglerparameter (4)

PC-Demo 5: Verhalten verschiedener Reglertypen

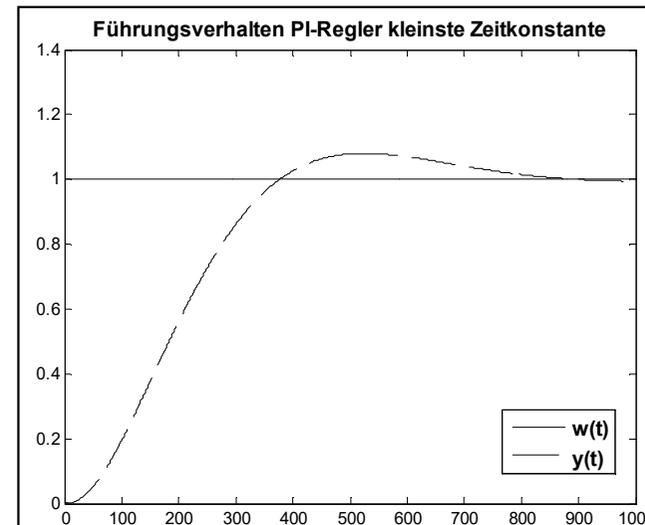


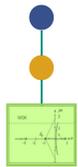
a) PI-Regler: stationär genau, unterschiedliche Schnelligkeit

$$T_R = T_1 = 100$$



$$T_R = T_3 = 1$$





5.3 Direkte Verfahren

5.3.2 Einstellregeln für die Reglerparameter (5)

1. Strecken ohne I -Anteil ($q = 0$):

⇒ Regler mit I -Anteil

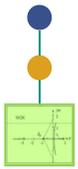
Parameterwahl: Kreis soll möglichst schnell werden

⇒ ω_D möglichst groß

b) Idealer PID -Regler:
$$G_R(s) = K_{PID} \frac{(1 + T_{R1}s)(1 + T_{R2}s)}{s}$$

Dabei gilt für die Zeitkonstanten T_{R1} und T_{R2} :

$T_{R1} = T_{N1}, T_{R2} = T_{N2}$: Kompensation der beiden größten Streckenzeitkonstanten



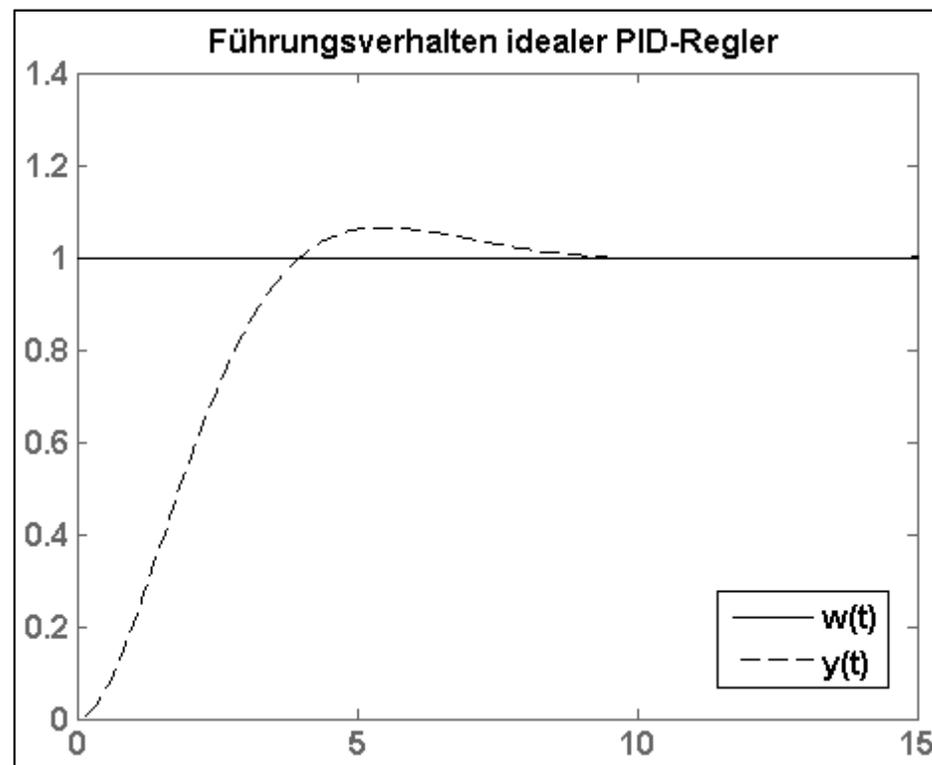
5.3 Direkte Verfahren

5.3.2 Einstellregeln für die Reglerparameter (6)

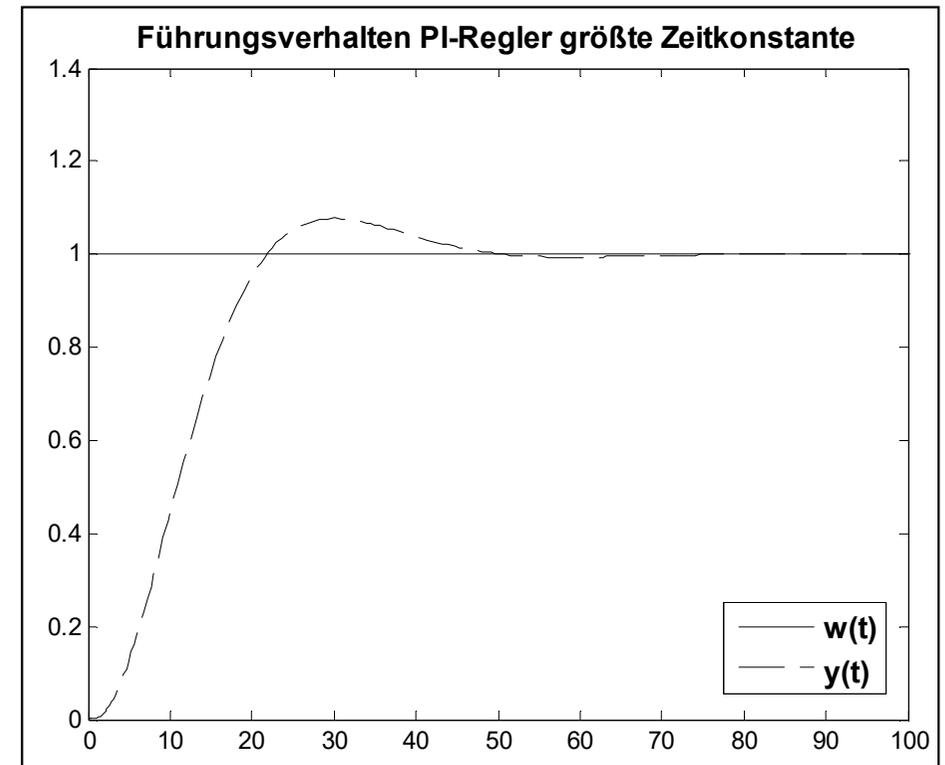
b) PID-Regler ist ebenfalls stationär genau, aber schneller als PI-Regler

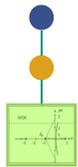
Bsp. Aus PC-Demo 5:

PID:



zum Vergleich PI:





5.3 Direkte Verfahren

5.3.2 Einstellregeln für die Reglerparameter (7)

2. Strecken mit I -Anteil ($q = 1$):

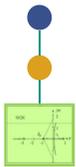
⇒ Regler ohne I -Anteil (PD)

idealer PD -Regler: $G_R(s) = K_R(1 + T_V s)$

Dabei gilt für die Zeitkonstante T_V :

α) falls $T_{N1} \gg T_{N2} > T_{N3} > \dots$: $T_V = T_{N1}$

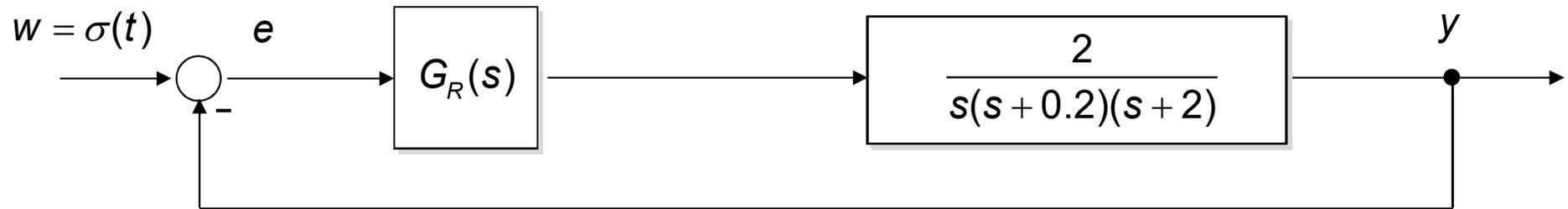
β) falls $T_{N1} \approx T_{N2} \approx T_{N3} \approx \dots$: $T_V = \sum_i T_{Ni} = T_\Sigma$



5.3 Direkte Verfahren

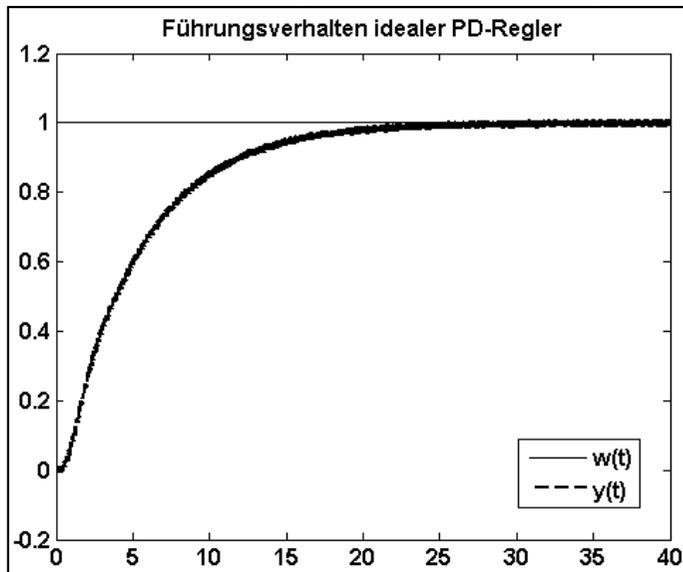
5.3.2 Einstellregeln für die Reglerparameter (8)

PC-Demo 5: Verhalten verschiedener Reglertypen

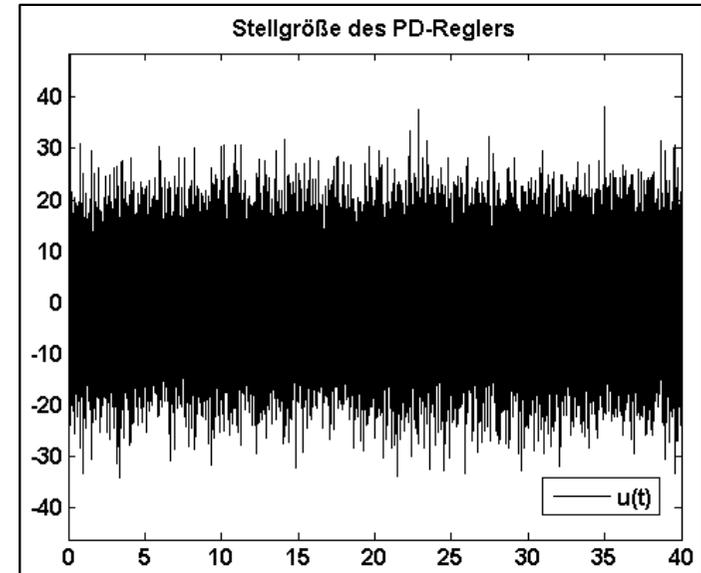


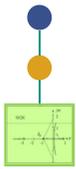
Idealer PD-Regler: stationär genau, Messrauschen wird verstärkt

PD:



Stellgröße:





5.3 Direkte Verfahren

5.3.2 Einstellregeln für die Reglerparameter (9)

Abhilfe: zur Realisierbarkeit zusätzliche Nennerzeitkonstante T_N einfügen

⇒ **Realer *PID*-Regler:**
$$G_R(s) = K_{PID} \frac{(1 + T_{R1}s)(1 + T_{R2}s)}{s(1 + T_Ns)}$$

⇒ **Realer *PD*-Regler:**
$$G_R(s) = K_R \frac{(1 + T_Vs)}{(1 + T_Ns)}$$

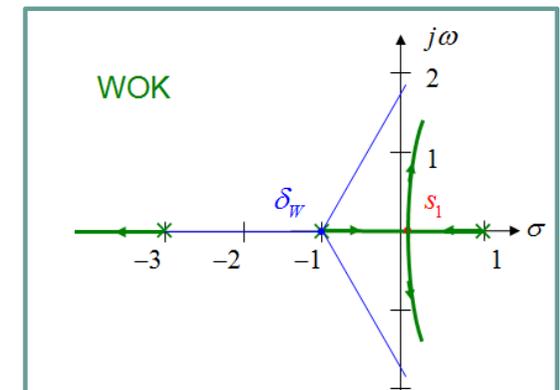
Dabei gilt für die zusätzliche Nenner-Zeitkonstanten T_N :

$$T_N \approx (0.02 \dots 0.1) \cdot T_{R2} \quad \text{bzw.}$$

$$T_N \approx (0.02 \dots 0.1) \cdot T_V$$

5. Synthese von linearen zeitkontinuierlichen Regelkreisen

1. Anforderungen an den Regelkreis
2. Heuristische Verfahren
3. Direkte Verfahren
- 4. Frequenzkennlinienverfahren**
5. Wurzelortskurvenverfahren
6. Parameteroptimierung
7. Vermaschung und Vorsteuerung



6. Synthese von linearen zeitdiskreten Regelkreisen

1. Fast Sampling Design
2. Direkte Verfahren
3. Frequenzkennlinienverfahren und Wurzelortskurvenverfahren

5.4 Frequenzkennlinienverfahren

5.4.1 Beispiel (1)



Nun bekannt: Zeitkonstanten des Reglers T_{Ri}, T_{Nj}

Aktuell noch offen: Verstärkungsfaktor des Reglers K_R

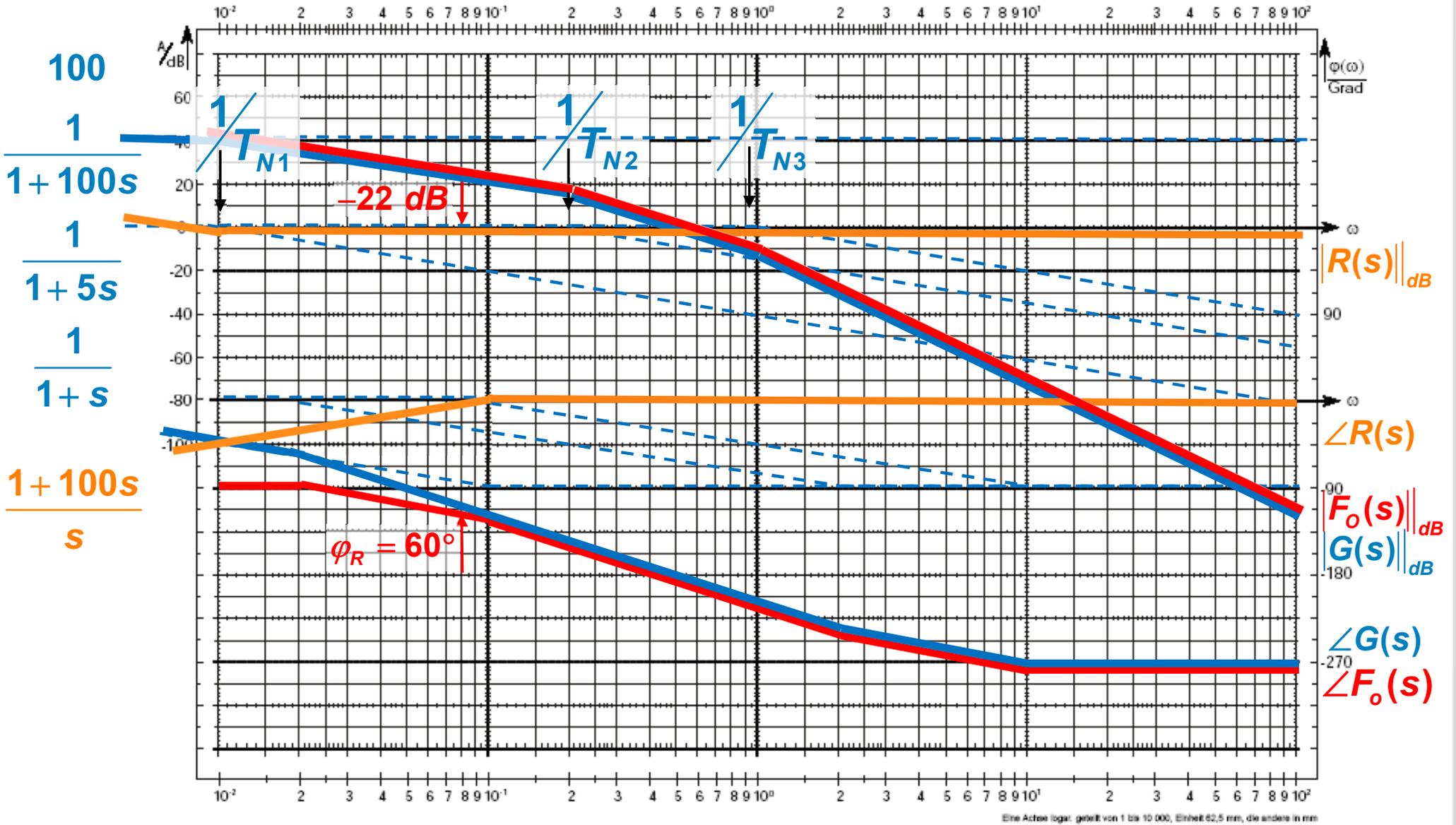
Ansatz: Nutzung des Bodediagramms und des Nyquistkriteriums

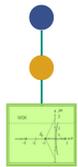
Gegeben:
$$G(s) = \frac{100}{(1 + 100s)(1 + 5s)(1 + s)}$$

Gesucht: PI -Regler $R(s) = K_R \frac{1 + T_R s}{s}$, der im geschlossenen Kreis für eine Phasenreserve von $\varphi_R = 60^\circ$ sorgt.

5.4 Frequenzkennlinienverfahren

5.4.1 Beispiel (2)

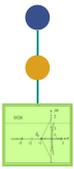




5.4 Frequenzkennlinienverfahren

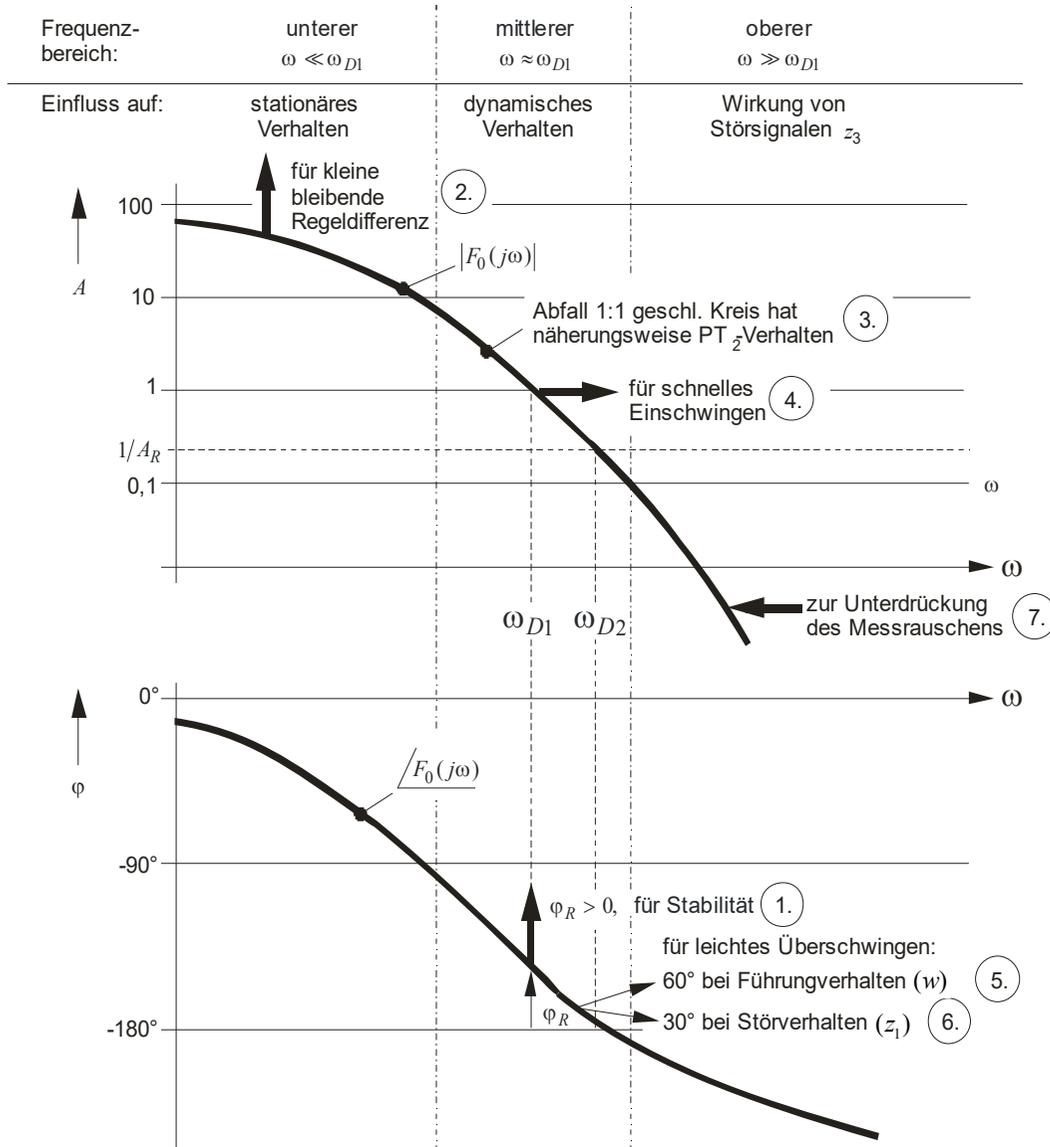
5.4.2 Entwurfsstrategie (1)

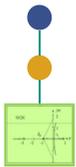
1. Auswahl der Reglerstruktur gemäß vorliegendem Streckentyp
2. Bestimmung der Reglerparameter gemäß den einfachen Einstellregeln
3. Zeichnen des Bodediagramms mit der Gesamtverstärkung 1
4. Wahl der Verstärkung aus Bodediagramm so, dass φ_R und ω_D Werte entsprechend der Spezifikation (siehe nächste Folie) annehmen und RK stabil ist (Phasenreserve bei der Durchtrittsfrequenz)
5. Berechnung der Reglerverstärkung aus der ermittelten Verstärkung
6. Überprüfung des Zeitverhaltens durch Simulation, je nach Ergebnis ggf. weitere Iteration mit Schritt 4 (durch Einfügen (seriell) weiterer phasenhebender oder –absenkender Glieder
7. Stellgrößen betrachten



5.4 Frequenzkennlinienverfahren

5.4.2 Entwurfsstrategie (2)

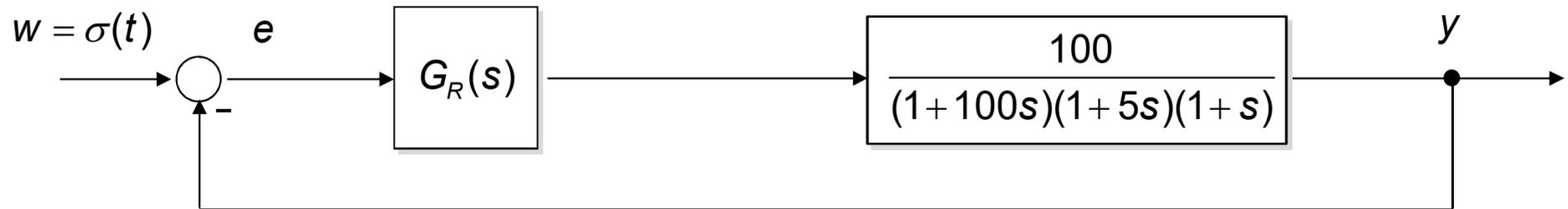




5.4 Frequenzkennlinienverfahren

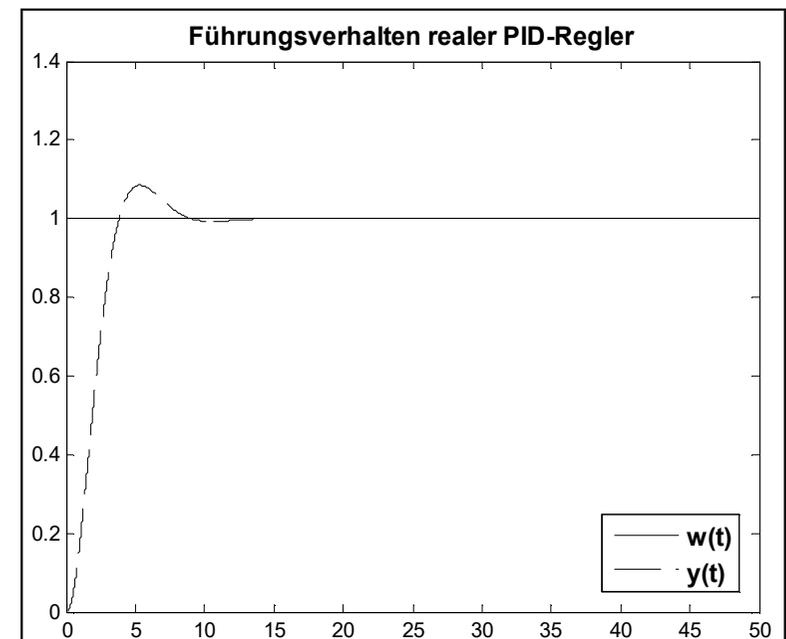
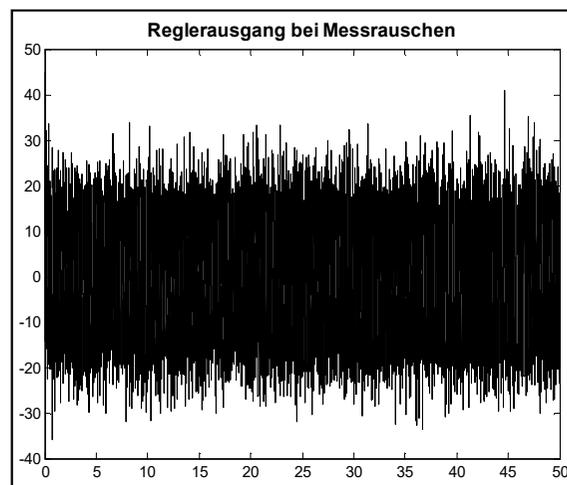
5.4.3 Beispiel (1)

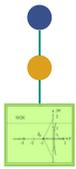
PC-Demo 5: erweiterter Reglerentwurf mit MATLAB



c) realer PID-Regler $G_R(s) = 29 \frac{(s + 0.01)(s + 0.2)}{s(s + 10)}$

aber hohe Stellgröße,
„Stellgliedflattern“
bei Messrauschen

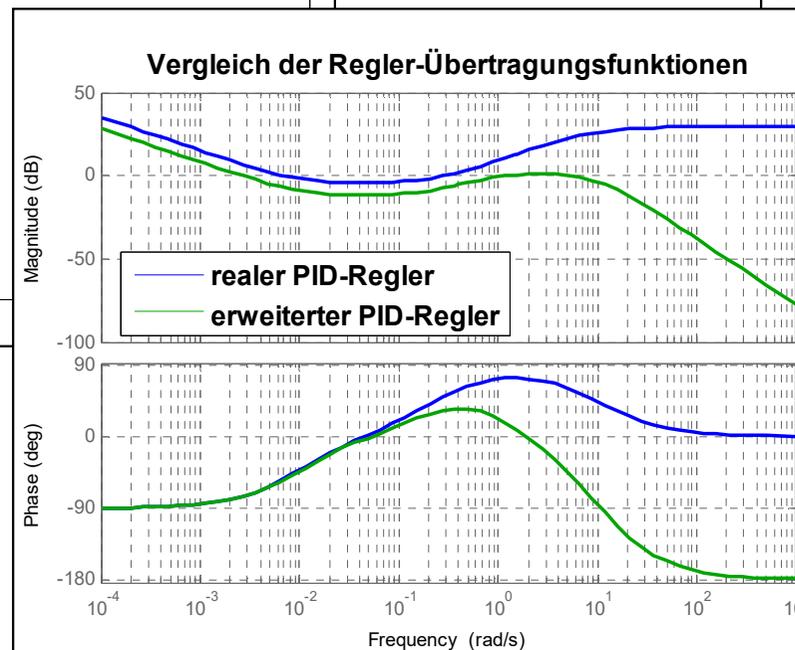
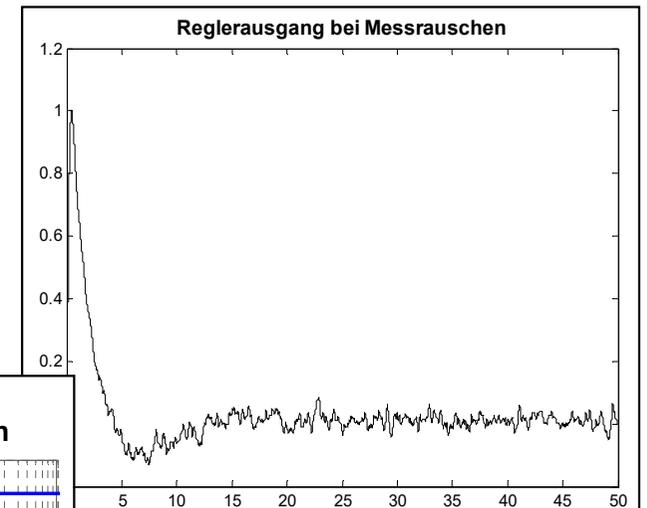
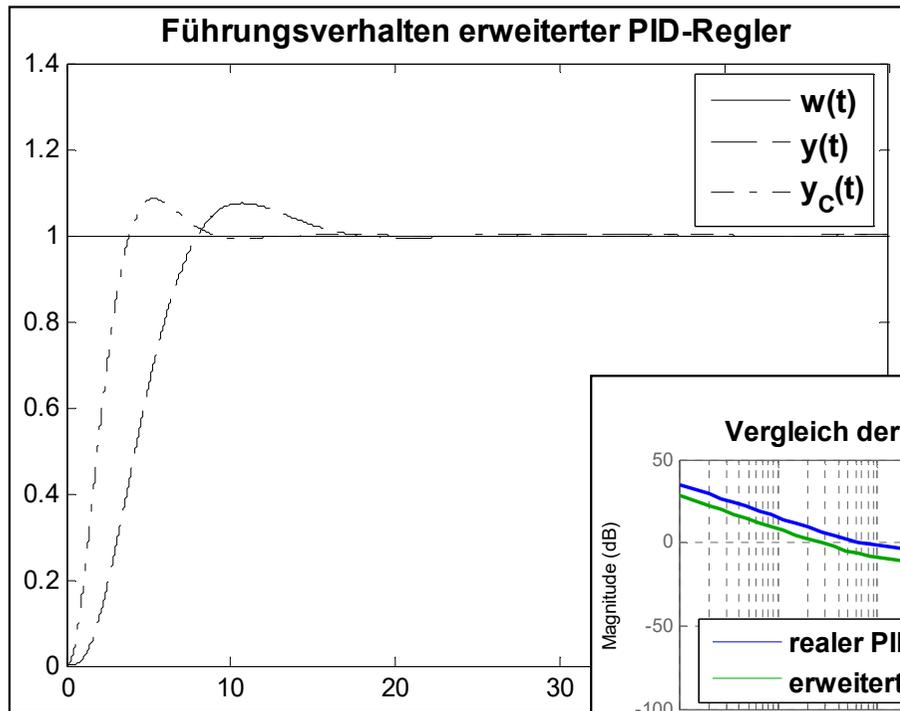


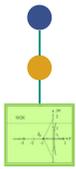


5.4 Direkte Verfahren

5.4.3 Beispiel (2)

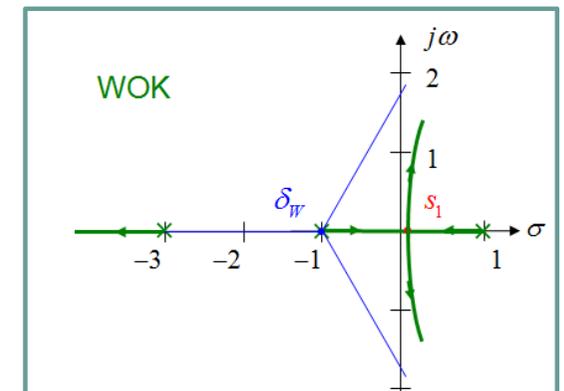
d) Erweiterter PID-Regler: etwas langsamer, aber Stellgröße kleiner und weniger verrauscht





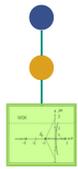
5. Synthese von linearen zeitkontinuierlichen Regelkreisen

1. Anforderungen an den Regelkreis
2. Heuristische Verfahren
3. Direkte Verfahren
4. Frequenzkennlinienverfahren
- 5. Wurzelortskurvenverfahren**
6. Parameteroptimierung
7. Vermaschung und Vorsteuerung



6. Synthese von linearen zeitdiskreten Regelkreisen

1. Fast Sampling Design
2. Direkte Verfahren
3. Frequenzkennlinienverfahren und Wurzelortskurvenverfahren

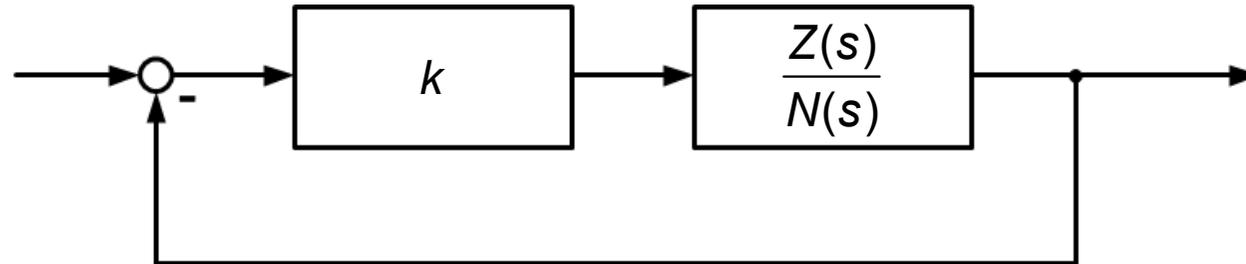


5.5 Wurzelortskurvenverfahren

5.5.1 Prinzip

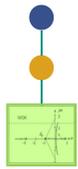
Prinzip: Auswertung des Zusammenhangs zwischen

- den Polen p_v und Nullstellen n_μ des offenen Kreises $F_o(s)$ und
- den Polen und Nullstellen des geschlossenen Kreises $G_w(s)$ bei Variation der Verstärkung k des offenen Kreises.



$$F_o(s) = k \frac{Z(s)}{N(s)}$$

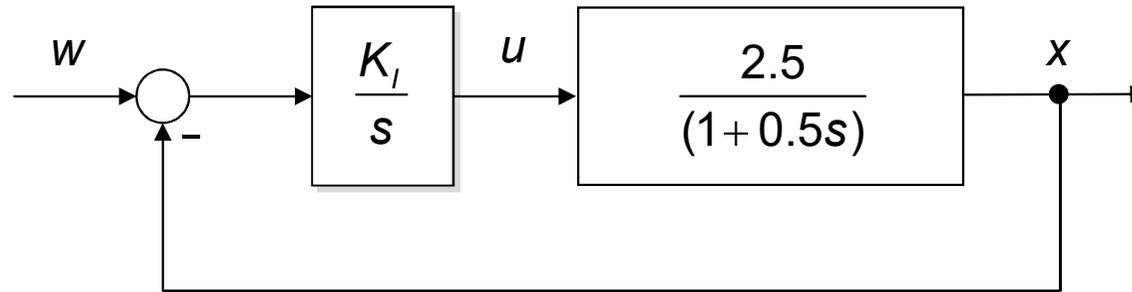
Geschlossener Kreis: $G_w(s) = \frac{kZ(s)}{kZ(s) + N(s)}$, charakteristisches Polynom: $kZ(s) + N(s) = 0$



5.5 Wurzelortskurvenverfahren

5.5.2 Beispiel

Gegeben:



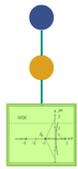
$$\Rightarrow F_o(s) = \frac{K_I}{s} \frac{2.5}{1+0.5s}$$

Gesucht: Lage der Pole des geschlossenen Regelkreises $G_w(s)$ bei Variation von K_I

Lösung: Die charakteristische Gleichung des geschlossenen Regelkreises:

$$G_w(s) = \frac{F_o(s)}{1+F_o(s)} \quad \text{lautet:} \quad F_o(s)+1=0 \Rightarrow 2.5K_I + s + 0.5s^2 = 0$$

$$\Rightarrow \text{Pole von } G_w(s): s_{1,2} = -1 \pm \sqrt{1-5K_I}$$



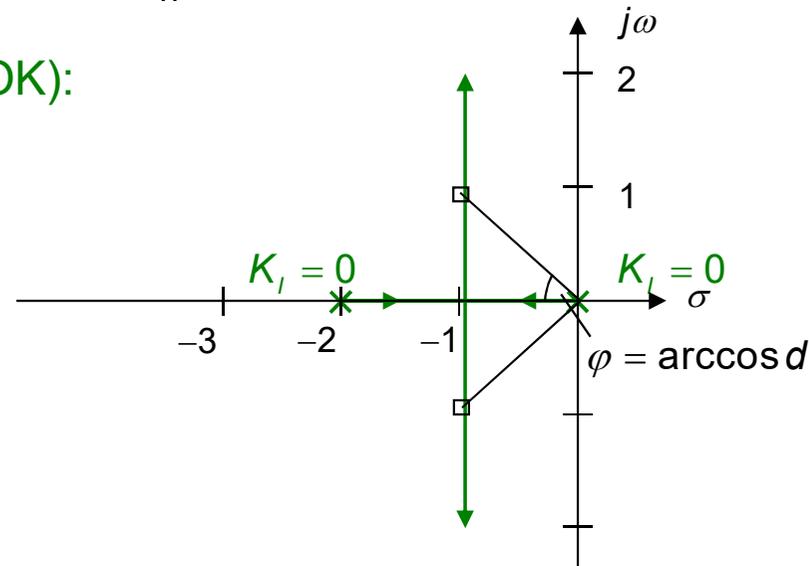
5.5 Wurzelortskurvenverfahren

5.5.2 Beispiel (2)

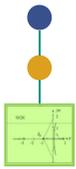
Graphische Darstellung der Wurzeln $s_{1,2} = -1 \pm \sqrt{1 - 5K_I}$ der charakteristischen Gleichung $2,5K_I + s + 0,5s^2 = 0$ bei Variation von K_I : Wurzelortskurve

- $K_I = 0$: Pole von $G_W(s)$ sind gleich den Polen von $F_o(s)$
- $0 < K_I \leq \frac{1}{5}$: Pole von $G_W(s)$ sind negativ reell
- $K_I > \frac{1}{5}$: Pole von $G_W(s)$ sind konjugiert komplex

Wurzelortskurve (WOK):



- Ergebnis: aus WOK ersichtlich:
- $G_W(s)$ stabil für alle K_I
 - Dynamik von $G_W(s)$ abschätzbar



5.5 Wurzelortskurvenverfahren

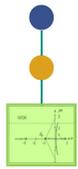
5.5.3 Definition

Def.: Wurzelortskurve (WOK):

Die Wurzelortskurve (WOK) besteht aus den n Bahnen, die die n Pole der Übertragungsfunktion des geschlossenen Kreises durchlaufen, wenn der Verstärkungsfaktor k des offenen Regelkreises von 0 gegen $+\infty$ läuft.

Die WOK wird ermittelt als Menge aller Punkte der komplexen s -Ebene, die die folgende Gleichung erfüllen:

$$F_o(s) = k \frac{P_o(s)}{Q_o(s)} = k \frac{\prod_{\mu=1}^m (s - n_{\mu})}{\prod_{\nu=1}^n (s - p_{\nu})} = -1, \quad k > 0$$



5.5 Wurzelortskurvenverfahren

5.5.4 Berechnung der Wurzelorte

$$F_o(s) = k \frac{P_o(s)}{Q_o(s)} = k \frac{\prod_{\mu=1}^m (s - n_{\mu})}{\prod_{\nu=1}^n (s - p_{\nu})} = -1, \quad k > 0$$

Phasenbedingung

Betragsbedingung

$$\begin{aligned} \angle F_o(s) &= \sum_{\mu=1}^m \angle(s - n_{\mu}) - \sum_{\nu=1}^n \angle(s - p_{\nu}) \\ &= (2i + 1)\pi, \quad i \text{ beliebig ganz} \end{aligned}$$

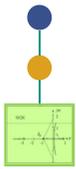
$$|F_o(s)| = 1 \quad \text{bzw.} \quad k = \frac{\prod_{\nu=1}^n |s - p_{\nu}|}{\prod_{\mu=1}^m |s - n_{\mu}|}$$

⇒ Geometrie der WOK
(Koordinatensystemunabhängig)

⇒ Skalierung der WOK

Prinzipielle Vorgehensweise zur Konstruktion der WOK:

- Wahl eines Aufpunktes s_v in der s-Ebene und Prüfung, ob Phasenbedingung erfüllt (Suchverfahren, realisiert in CAE-Tools)
- Wenn s_v ein Punkt der WOK ist: Skalierung mittels der Betragsbedingung



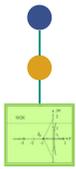
5.5 Wurzelortskurvenverfahren

5.5.5 Konstruktionsregeln (1)

Konstruktionsregeln (bzw. geometrische Eigenschaften) der WOK:

- R1 Die n Äste der WOK beginnen für $k = 0$ in den Polen des offenen Kreises. Sie enden für $k = +\infty$ in den Nullstellen des offenen Kreises, wobei eine $(n - m)$ -fache Nullstelle von $F_o(s)$ im Unendlichen liegt. Es streben also $(n - m)$ Äste der WOK ins Unendliche.
- R2 Die WOK verläuft symmetrisch zur reellen Achse der s -Ebene.
- R3 Ein Punkt der reellen Achse gehört genau dann zur WOK, wenn rechts von ihm auf der reellen Achse eine ungerade Anzahl von reellen Polen und Nullstellen gelegen ist. Jeder Pol und jede Nullstelle wird dabei der jew. Vielfachheit entsprechend gezählt.
- R4 Die Asymptoten der ins Unendliche strebenden Äste der WOK schneiden sich alle in einem Punkt der reellen Achse, dem Wurzelschwerpunkt. Seine Abszisse ist

$$\delta_W = \frac{\sum_{v=1}^n \operatorname{Re}\{p_v\} - \sum_{\mu=1}^m \operatorname{Re}\{n_\mu\}}{n - m}.$$



5.5 Wurzelortskurvenverfahren

5.5.5 Konstruktionsregeln (2)

Konstruktionsregeln (bzw. geometrische Eigenschaften) der WOK: (2)

R5 Die Anstiegswinkel der Asymptoten der WOK sind

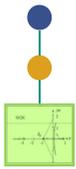
$$\varphi_i = (2i + 1) \frac{\pi}{n - m}, \quad i = 0, \dots, n - m - 1.$$

R6 Die von den Nullstellen und Polen des offenen Kreises verschiedenen Verzweigungspunkte der WOK erhält man aus der Gleichung

$$\sum_{\mu=1}^m \frac{1}{s - n_{\mu}} - \sum_{\nu=1}^n \frac{1}{s - p_{\nu}} = 0.$$

R7 Schneiden sich in einem von den Nullstellen und Polen des offenen Kreises verschiedenen Verzweigungspunkt der WOK r Äste, so ist der Betrag des Winkels zwischen benachbarten Kurvenstücken

$$\Delta\psi = \frac{\pi}{r}.$$



5.5 Wurzelortskurvenverfahren

5.5.5 Konstruktionsregeln (3)

Konstruktionsregeln (bzw. geometrische Eigenschaften) der WOK: (3)

R8 Ist s_ρ ein Pol oder eine Nullstelle des offenen Kreises mit der Ordnung r_ρ , so sind die Neigungswinkel der r_ρ WOK-Äste mit der reellen Achse, die dort beginnen oder enden:

$$\varphi_{\rho i} = -\frac{1}{\varepsilon_\rho r_\rho} \sum_{\substack{\lambda=1 \\ s_\lambda \neq s_\rho}}^{m+n} \varepsilon_\lambda \angle(s_\rho - s_\lambda) + (2i + 1) \frac{\pi}{\varepsilon_\rho r_\rho}, \quad i = 0, \dots, r_\rho - 1$$

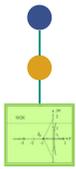
$$\varepsilon_\lambda = \begin{cases} +1, & \text{falls } s_\lambda \text{ eine Nullstelle } n_\mu \text{ ist} \\ -1, & \text{falls } s_\lambda \text{ eine Polstelle } p_\nu \text{ ist} \end{cases}$$

R9 Die Schnittpunkte der WOK mit der imaginären Achse und die zu ihnen gehörigen Parameterwerte k erhält man aus der Gleichung

$$kP_o(j\omega) + Q_o(j\omega) = 0$$

durch Auflösen nach ω und k .

⇒ für die Stabilitätsprüfung wichtig



5.5 Wurzelortskurvenverfahren

5.5.6 Anwendung des Verfahrens

Der Regelkreis ist stabilisierbar, wenn es einen Verstärkungsfaktor k gibt, bei dem alle Pole des geschlossenen Kreises links liegen.

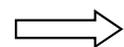
Anmerkungen

- Durch die Lage der Pole kann auch auf dynamisches Verhalten geschlossen werden
- schnelle Auswahl des Reglertyps möglich
- Einsatz auch möglich bei instabilen und allpasshaltigen Strecken
- Nachteile:
 - praktisch nicht anwendbar für Strecken mit Totzeit
 - Strecke muss analytisch vorliegen

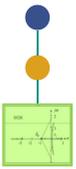
Problem: Analytische Wurzelermittlung für komplexe Systeme kaum möglich

Lösung:

- numerisch mittels Rechner (verbreitet)
- halbanalytisches Verfahren zur (näherungsweise) Bestimmung der WOK anhand von **Konstruktionsregeln**, die die wesentlichen geometrischen Eigenschaften zusammenfassen



- schnelle Einsicht in die Systemdynamik
- Interpretation numerischer Ergebnisse möglich

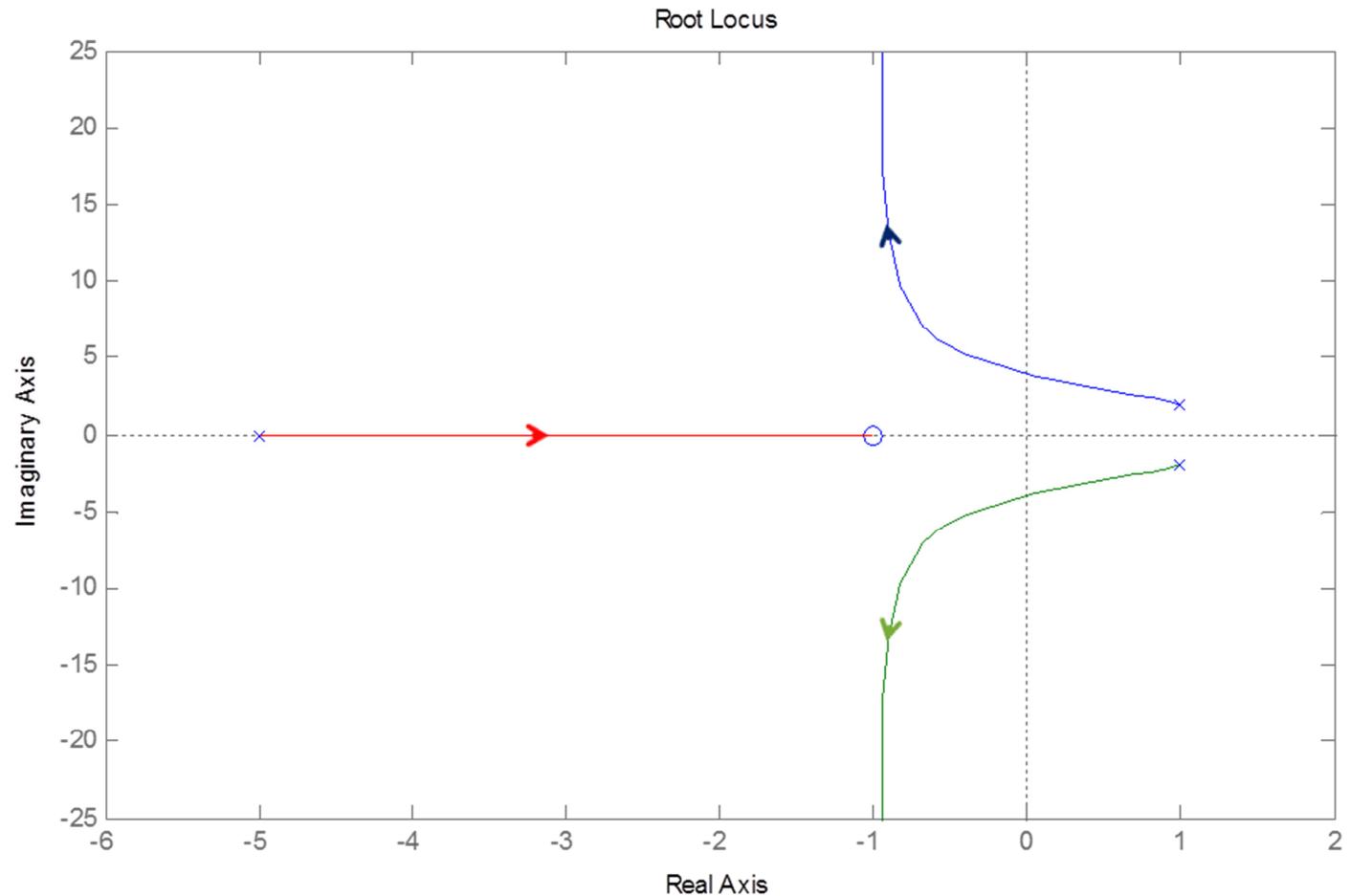


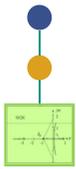
5.5 Wurzelortskurvenverfahren

5.5.7 Beispiel

$$F_o(s) = \frac{s + 1}{(s + 5)(s^2 - 2s + 5)}$$

Numerische Lösung mit Matlab:



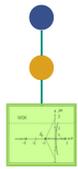


5.5 Wurzelortskurvenverfahren

5.5.8 Entwurfsstrategie

Entwurfsstrategie:

1. Prüfung anhand der WOK, ob der Regelkreis mit einem P-Regler stabilisierbar ist
2. Ggf. Wahl eines besser geeigneten Reglertyps (abhängig vom Streckentyp)
Wahl der Zeitkonstante gemäß allgemeiner Einstellregeln. Zudem muss der offene Kreis einen I-Anteil besitzen (inneres Modell-Prinzip)
3. Stabilitätsprüfung mittels der WOK
4. Quantitative Regelkreisspezifikation leicht erfüllbar, falls der geschlossene Kreis durch ein dominantes Polpaar oder einen einzelnen Pol beschreibbar ist (Reglerparametrierung).
Dann verhält sich der Regelkreis näherungsweise wie ein PT_2 - bzw. PT_1 -Glied.
5. Überprüfung des Zeitverhaltens durch Simulation
6. Bei Bedarf Iteration mit Schritt 2



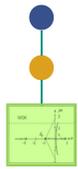
5.5 Wurzelortskurvenverfahren

5.5.9 Beispiel (1)

Beispiel:

Gegeben:
$$G_S(s) = \frac{1}{(s-1)(s+1)(s+3)}$$

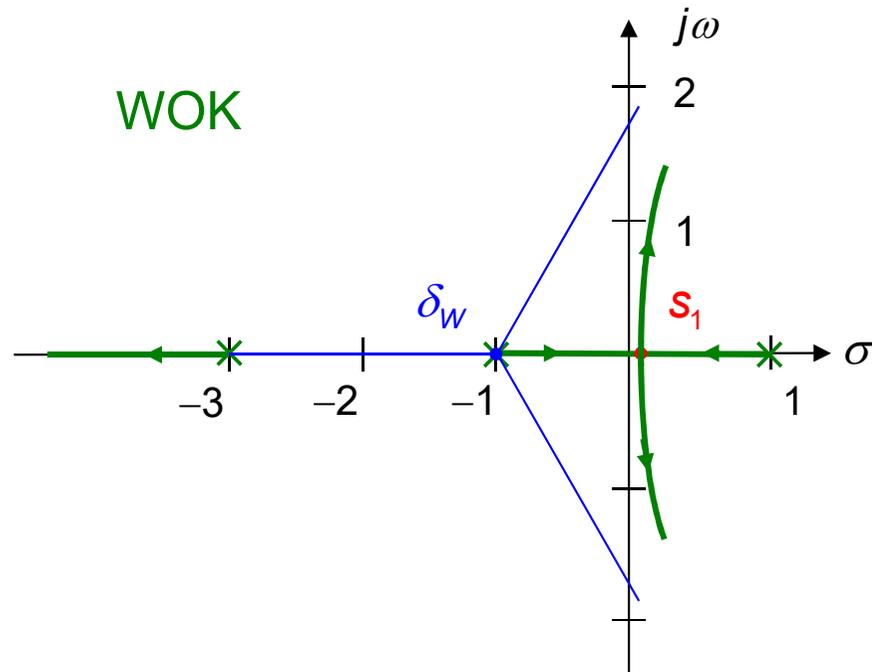
- Gesucht:
- Ist der Regelkreis mit einem P -Regler stabilisierbar?
 - Regler derart, dass das geregelte System stabil ist und eine Dämpfung von $d = 1/\sqrt{2}$ aufweist.



5.5 Wurzelortskurvenverfahren

5.5.9 Beispiel (2)

Lösung: a) Konstruktion der WOK (vgl. Konstruktionsregeln aus 5.2.3):



R1 \implies Pole: $p_1 = 1, p_2 = -1, p_3 = -3$

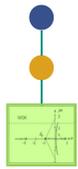
R3 \implies WOK auf reeller Achse

R4 \implies Wurzelschwerpunkt als Schnittpunkt der Asymptoten: $\delta_w = -1$

R5 \implies Asymptotenwinkel: $\varphi_i = \frac{\pi}{3}, \pi, \frac{5}{3}\pi$

R6 \implies Verzweigungspunkt: $s_1 = 0.15$

Ergebnis: RK mit P -Regler nicht stabilisierbar, da stets instabile Pole vorliegen!



5.5 Wurzelortskurvenverfahren

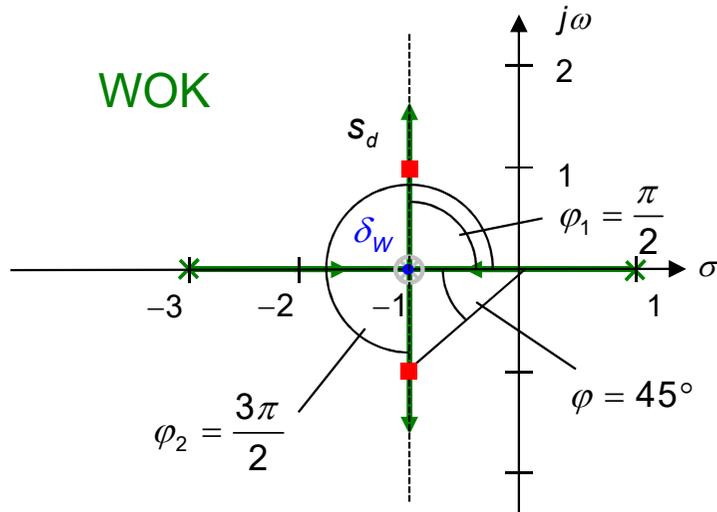
5.5.9 Beispiel (3)

Lösung:

b) stabilisierender Regler: vom PD-Typ: $G_R(s) = K_R(1 + T_v s)$

$$\implies F_O(s) = G_R(s)G_S(s) = \frac{K_R(1 + T_v s)}{(s - 1)(s + 1)(s + 3)}$$

Wahl: $T_v = 1$ (Kürzen der größten Streckenzeitkonstanten)



R1 \implies Pole: $p_1 = 1, p_3 = -3$

R3 \implies WOK auf reeller Achse

R4 \implies Wurzelschwerpunkt als Schnittpunkt der Asymptoten: $\delta_w = -1$

R5 \implies Asymptotenwinkel: $\varphi_i = \frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi$

R6 \implies Verzweigungspunkt: $s_1 = \delta_w$

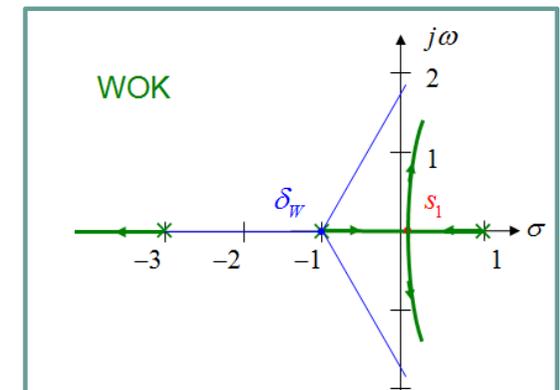
Forderung: $d = 1/\sqrt{2}$ (PT_2 -Glied mit $\varphi = 45^\circ$, Pole: $-1 \pm j$)

$$\implies K_R = k(s_d) = |s_d - 1||s_d + 3| = |-1 + j - 1||-1 + j + 3| = 5$$

Ergebnis: RK stabil mit gewünschter Dämpfung mit PD-Regler $G_R(s) = 5(1 + s)$

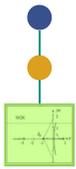
5. Synthese von linearen zeitkontinuierlichen Regelkreisen

1. Anforderungen an den Regelkreis
2. Heuristische Verfahren
3. Direkte Verfahren
4. Frequenzkennlinienverfahren
5. Wurzelortskurvenverfahren
- 6. Parameteroptimierung**
7. Vermaschung und Vorsteuerung



6. Synthese von linearen zeitdiskreten Regelkreisen

1. Fast Sampling Design
2. Direkte Verfahren
3. Frequenzkennlinienverfahren und Wurzelortskurvenverfahren



5.6 Parameteroptimierung

Übersicht

Entwurfsverfahren:

1. Ohne explizites Gütekriterium

a) Direkte Verfahren

- Kompensation und perfekte Regelung
- Polvorgabe

b) Indirekte Verfahren

- Frequenzkennlinien
- Wurzelortskurve

c) Heuristische Parameter-einstellungen

- Ziegler-Nichols

2. Mit explizitem Gütekriterium

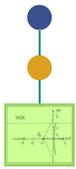
a) Parameteroptimierung, z.B.

- Min. Quadrat. Regelfläche

$$\int_0^{\infty} e^2(t) dt \rightarrow Min$$

- Betragsoptimum
- Symmetrisches Optimum

b) Strukturoptimierung



5.6 Parameteroptimierung

5.6.1 Betragsoptimum

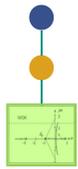
Annahme:

■ verzögerndes System: $G_S(s) = \frac{1}{a_0 + a_1s + \dots} = \frac{1}{A(s)}$

■ Reglertyp: PI oder PID $G_R(s) = \frac{r_0 + r_1s + r_2s^2}{2s} = \frac{R(s)}{2s} \quad (r_0 \neq 0)$

Geschlossener Kreis:

$$G_w(j\omega) = \frac{G_R(j\omega) \cdot G_S(j\omega)}{1 + G_R(j\omega) \cdot G_S(j\omega)} = \frac{1}{1 + \frac{1}{G_R(j\omega) \cdot G_S(j\omega)}} = \frac{1}{1 + \frac{2j\omega \cdot A(j\omega)}{R(j\omega)}}$$



5.6 Parameteroptimierung

5.6.1 Betragsoptimum (2)

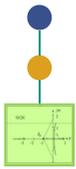
- **Ideal wäre:** $G_w(j\omega) \stackrel{!}{=} 1$ für alle ω (siehe Kompensationsregler)

$$\Rightarrow |G_w(j\omega)| \stackrel{!}{=} 1 \text{ bzw. } |G_w(j\omega)|^2 = G_w(j\omega) \cdot G_w(-j\omega) = 1$$

$$|G_w(j\omega)|^2 = \frac{1}{1 + 4 \frac{\omega^2 A(j\omega) \cdot A(-j\omega) + \frac{1}{2} j\omega A(j\omega) \cdot R(-j\omega) - \frac{1}{2} j\omega A(-j\omega) \cdot R(j\omega)}{R(j\omega) \cdot R(-j\omega)}} \stackrel{!}{=} 1$$

- **Also:** $\omega^2 A(j\omega) \cdot A(-j\omega) + \frac{1}{2} j\omega A(j\omega) \cdot R(-j\omega) - \frac{1}{2} j\omega A(-j\omega) \cdot R(j\omega) \stackrel{!}{=} 0$

$$\begin{aligned} & \downarrow A(j\omega) = a_0 + a_1 j\omega + a_2 (j\omega)^2 + \dots \\ & \downarrow R(j\omega) = r_0 + r_1 j\omega + r_2 (j\omega)^2 \end{aligned}$$



5.6 Parameteroptimierung

5.6.1 Betragsoptimum (3)

- Die Gleichung muss komponentenweise erfüllt werden:

$$(a_0^2 - r_0 a_1 + r_1 a_0) \omega^2 + (-2a_0 a_2 + a_1^2 + r_0 a_3 - r_1 a_2 + r_2 a_1) \omega^4 + \\ (2a_0 a_4 - 2a_1 a_3 + a_2^2 - r_0 a_5 + r_1 a_4 - r_2 a_3) \omega^6 + \dots = P(\omega) \stackrel{!}{=} 0$$

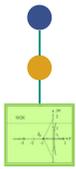
- Dabei entstehen letztlich die gleichen Probleme wie beim Kompensationsregler.

→ Idee daher:

- Die freien Parameter r_k sind so zu wählen, dass möglichst viele Koeffizienten von $P(\omega)$ zu Null werden, jedoch nicht alle.

Tafelanschrieb 5.6 (1)

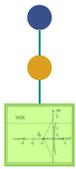
Betragsoptimum



5.6 Parameteroptimierung

5.6.1 Betragsoptimum (5)

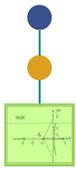
Strecke $G(s)$	Regler $R(s)$	Einstellregeln
$\frac{1}{a_0 + a_1s + a_2s^2 + \dots}$	$PI: \frac{r_0 + r_1s}{2s}$	$r_0 = a_0 \frac{a_1^2 - a_0a_2}{a_1a_2 - a_0a_3} ; r_1 = a_1 \frac{a_1^2 - a_0a_2}{a_1a_2 - a_0a_3} - a_0$
$\frac{1}{a_0 + a_1s + a_2s^2 + \dots}$	$PID: \frac{r_0 + r_1s + r_2s^2}{2s}$	$r_0 = \frac{1}{D} \begin{vmatrix} a_0^2 & -a_0 & 0 \\ -a_1^2 + 2a_0a_2 & -a_2 & a_1 \\ a_0^2 + 2a_0a_4 - 2a_1a_3 & -a_4 & a_3 \end{vmatrix}$ $r_1 = \frac{1}{D} \begin{vmatrix} a_1 & a_0^2 & 0 \\ a_3 & -a_1^2 + 2a_0a_2 & a_1 \\ a_5 & a_2^2 + 2a_0a_4 - 2a_1a_3 & a_3 \end{vmatrix}$ $r_2 = \frac{1}{D} \begin{vmatrix} a_1 & -a_0 & a_0^2 \\ a_3 & -a_2 & -a_1^2 + 2a_0a_2 \\ a_5 & -a_4 & a_2^2 + 2a_0a_4 - 2a_1a_3 \end{vmatrix}$ $D = \begin{vmatrix} a_1 & -a_0 & 0 \\ a_3 & -a_2 & a_1 \\ a_5 & -a_4 & a_3 \end{vmatrix}$



5.6 Parameteroptimierung

5.6.1 Betragsoptimum (6)

Strecke $G(s)$	Regler $R(s)$	Einstellregeln
$\frac{K_S}{\prod_{v=1}^n (1 + T_v s)}$ <p>mit einer großen Zeitkonstanten T_1 :</p> $T_1 \gg T_\Sigma = \sum_{v=2}^n T_v$	$PI: K_{PI} \frac{1 + T_R s}{s}$	$K_{PI} = \frac{1}{2K_S T_\Sigma} ; T_R = T_1$
$\frac{K_S}{\prod_{v=1}^n (1 + T_v s)}$ <p>mit zwei großen Zeitkonstanten T_1, T_2 :</p>	$PI: K_{PI} \frac{1 + T_R s}{s}$	$K_{PI} = \frac{1}{2K_S} \frac{T_1^2 + T_1 T_2 + T_2^2}{(T_1 + T_2) T_1 T_2}$ $T_R = \frac{(T_1^2 + T_2^2)(T_1 + T_2)}{T_1^2 + T_1 T_2 + T_2^2}$
$T_1, T_2 \gg T_\Sigma = \sum_{v=3}^n T_v$	$PID: K_{PID} \frac{(1 + T_{R1} s)(1 + T_{R2} s)}{s}$	$K_{PID} = \frac{1}{2K_S T_\Sigma} ; T_{R1} = T_1 ; T_{R2} = T_2$



5.6 Parameteroptimierung

5.6.2 Symmetrisches Optimum

- Verfahren ist ähnlich zum Betragsoptimum
- Anwendung findet es in der Antriebstechnik
- Es ist an mehr Annahmen gebunden als das Betragsoptimum

■ Annahmen:

- Strecke: $G(s) = \frac{K_S}{\prod_{v=1}^n (1+T_v s) \prod_{\mu=1}^m (1+\tau_\mu s)}$

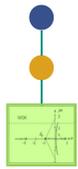
mit $T_v \gg \sum_{\mu=1}^m \tau_\mu \quad v = 1, \dots, n$

- Der Regler wird zu

$$G_R(s) = \frac{K_R}{s} (1 + T_R s)^n \cdot \begin{cases} 1 & \text{falls } n = 1 \\ \frac{1}{\prod_{l=1}^p (1 + \tau_l s)} & \text{sonst} \end{cases}$$

mit T_l so, dass $T_v = \sum_{\mu=1}^m \tau_\mu + \sum_{l=1}^p \tau_l \quad v = 1, \dots, n$

angenommen.



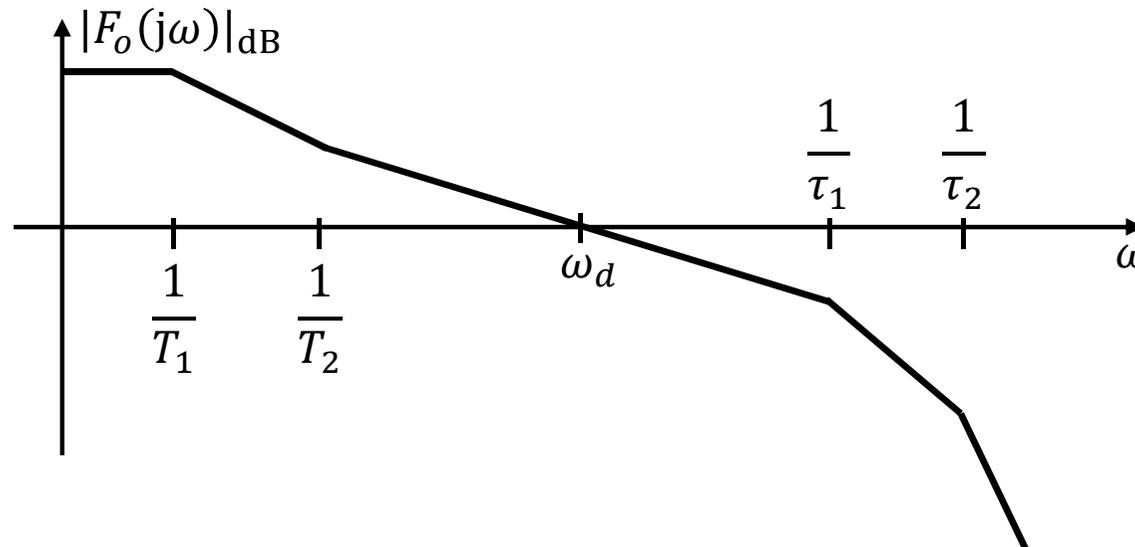
5.6 Parameteroptimierung

5.6.2 Symmetrisches Optimum (2)

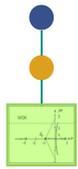
■ Annahmen:

- Es wird nun angenommen, dass $F_o(j\omega) = G(j\omega) \cdot G_R(j\omega)$ eine Durchtrittsfrequenz ω_D hat, die eine Mittellage zwischen den niedrigen Knickfrequenzen $\frac{1}{T_v}$ und den hohen Knickfrequenzen $\frac{1}{\tau_\mu}$ und $\frac{1}{\tau_l}$ einnimmt.

• z.B.:



- → Es gibt eine Symmetrie des Bodediagramms in der Nähe von ω_D



5.6 Parameteroptimierung

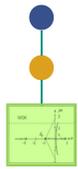
5.6.2 Symmetrisches Optimum (3)

- Nun erfolgt eine Approximation der $\frac{1}{T_v}$ - Anteile des Bodediagramms $\frac{1}{1+T_v j\omega}$ durch $\frac{1}{T_v j\omega}$
- Und eine Approximation der τ_μ -Anteile von Strecke und Regler durch ihre Summenzeitkonstante:

$$T_\Sigma := \sum_{\mu=1}^{p+m} \tau_\mu$$

- Also:

$$G(j\omega) \approx \frac{K_S}{\prod_{v=1}^n T_v(j\omega)^n (1 + T_\Sigma j\omega)}$$



5.6 Parameteroptimierung

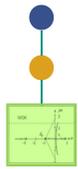
5.6.2 Symmetrisches Optimum (4)

- Damit ergibt sich:

$$\begin{aligned} F_o(j\omega) &= \frac{K_R K_S}{T_1 \cdot T_2 \cdot \dots \cdot T_n} \cdot \frac{1}{j\omega} \left[\frac{1 + T_R j\omega}{j\omega} \right]^n \cdot \frac{1}{1 + T_\Sigma j\omega} \\ &= \frac{K_R K_S T_R^n}{\prod_{v=1}^n T_v} \cdot \frac{1}{j\omega} \left[\frac{1 + T_R j\omega}{T_R j\omega} \right]^n \cdot \frac{1}{1 + T_\Sigma j\omega} \\ &\approx \frac{K_R K_S T_R^n}{\prod_{v=1}^n T_v} \cdot \frac{1}{j\omega} \left[1 + n \frac{1}{T_R j\omega} \right] \cdot \frac{1}{1 + T_\Sigma j\omega} \\ &= \dots = \frac{1 + \frac{T_R}{n} j\omega}{\frac{T_p T_R}{n} (j\omega)^2 + \frac{T_p T_R T_\Sigma}{n} (j\omega)^3} \\ \text{mit } T_p &= \frac{\prod_{v=1}^n T_v}{K_R K_S T_R^n} \end{aligned}$$

- Für den Frequenzgang der Führungsübertragungsfunktion erhält man dann:

$$\begin{aligned} F_w(j\omega) &= \frac{F_o(j\omega)}{1 + F_o(j\omega)} = \dots = \frac{1 + \frac{T_R}{n} j\omega}{N(j\omega)} \\ \text{mit } N(j\omega) &= 1 + \frac{T_R}{n} j\omega + \frac{T_p T_R}{n} (j\omega)^2 + \frac{T_p T_R T_\Sigma}{n} (j\omega)^3 \end{aligned}$$



5.6 Parameteroptimierung

5.6.2 Symmetrisches Optimum (5)

- Nun versucht man in einer möglichst großen Umgebung von $\omega = 0$, $|F_w(j\omega)|_{\text{dB}}$ möglichst zu Null werden zu lassen.
- Da vor allem die Nennerzeitkonstanten diesem Ziel entgegenwirken, wird gefordert:
 $|N(j\omega)| = 1$ in einer möglichst großen Umgebung von $\omega = 0$

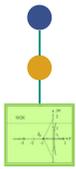
- Es soll also gelten:

$$N(j\omega) \cdot N(-j\omega) = 1 + \frac{T_R}{n} \left(\frac{T_R}{n} - 2T_p \right) \omega^2 + \frac{T_R^2 T_p}{n^2} (-2T_\Sigma + T_p) \omega^4 + \dots \stackrel{!}{=} 1$$

- Dies versucht man nun summandenweise durch die Reglerparameter zu erfüllen:

$$\begin{aligned} \frac{T_R}{n} - 2T_p &\stackrel{!}{=} 0 \\ -2T_\Sigma + T_p &\stackrel{!}{=} 0 \end{aligned}$$

woraus sich insbesondere $T_R = 4nT_\Sigma$ und $K_R = \frac{1}{K_S} \frac{\prod_{v=1}^n T_v}{T_R^n} \frac{1}{T_p}$ ergibt.

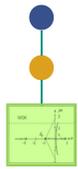


5.6 Parameteroptimierung

5.6.2 Symmetrisches Optimum (6)

■ Im Allgemeinen erhält man folgende Einstellregeln:

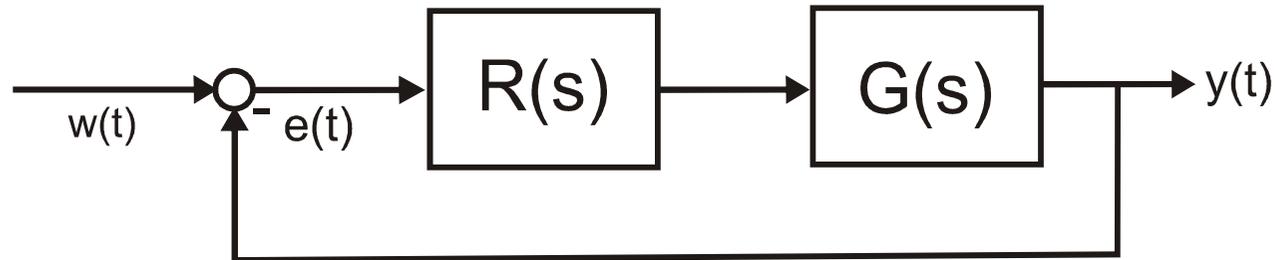
Strecke $G(s)$	Regler $G_R(s)$	Einstellregeln
<p>Allgemeiner Fall</p> $\frac{K_S}{\prod_{v=1}^n (1 + T_v s) \prod_{\mu=1}^m (1 + \tau_{\mu} s)}$ <p>$T_v \gg T_{\Sigma} = \sum_{\mu=1}^m \tau_{\mu} \quad v = 1, \dots, n$</p>	$\frac{K_R}{s} (1 + T_R s)^n$	$T_R = 4nT_{\Sigma}$ $K_R = \frac{1}{2K_S T_{\Sigma}} \frac{\prod_{v=1}^n T_v}{(4nT_{\Sigma})^n}$
<p>1 große Zeitkonstante</p> $\frac{K_S}{(1 + T_1 s) \prod_{\mu=1}^m (1 + \tau_{\mu} s)}$ <p>$T_1 \gg T_{\Sigma} = \sum_{\mu=1}^m \tau_{\mu}$</p>	<p>PI-Regler</p> $\frac{K_R}{s} (1 + T_R s)$	$T_R = 4T_{\Sigma}$ $K_R = \frac{T_1}{8K_S T_{\Sigma}^2}$
<p>2 große Zeitkonstanten</p> $\frac{K_S}{\prod_{v=1}^2 (1 + T_v s) \prod_{\mu=1}^m (1 + \tau_{\mu} s)}$ <p>$T_1, T_2 \gg T_{\Sigma} = \sum_{\mu=1}^m \tau_{\mu}$</p>	<p>PID-Regler</p> $\frac{K_R}{s} (1 + T_R s)^2$	$T_R = 8T_{\Sigma}$ $K_R = \frac{T_1 T_2}{128K_S T_{\Sigma}^3}$



5.6 Parameteroptimierung

5.6.3 Quadratische Regelfläche

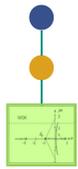
Ausgangspunkt:



Gesucht: Regler $R(s)$, durch welchen das Gütemaß J minimiert wird

$$J = \int_0^{\infty} e^2(t) dt$$

„Minimale Quadratische Regelfläche“



5.6 Parameteroptimierung

5.6.3 Quadratische Regelfläche (2)

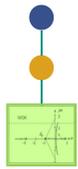
Annahme:

- $w(t) = \sigma(t)$
- $R(s)$, $G(s)$ seien rationale Funktionen
- Für $F_o(s) = R(s)G(s)$ gelte Zählergrad < Nennergrad

■ Somit gilt:

$$E(s) = \frac{1}{1 + R(s)G(s)} \cdot \frac{1}{s}$$
$$= \frac{c_0 + c_1s + \dots + c_{n-1}s^{n-1}}{d_0 + d_1s + \dots + d_ns^n} = \frac{C(s)}{D(s)} \quad d_n \neq 0$$

- Die Koeffizienten c_i und d_i müssen nun so bestimmt werden, dass J minimal wird

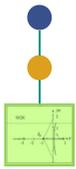


5.6 Parameteroptimierung

5.6.3 Quadratische Regelfläche (3)

Hier: analytische Lösung möglich

→ Diese Integral kann mit Hilfe von Residuen ausgewertet werden



5.6 Parameteroptimierung

5.6.3 Quadratische Regelfläche (4)

Ergebnisse (bis n=4):

$$J_1 = \frac{c_0^2}{2d_0d_1}$$

$$J_2 = \frac{c_1^2d_0 + c_0^2d_2}{2d_0d_1d_2}$$

$$J_3 = \frac{c_2^2d_0d_1 + (c_1^2 - 2c_0c_2)d_0d_3 + c_0^2d_2d_3}{2d_0d_3(d_1d_2 - d_0d_3)}$$

$$J_4 = \frac{c_3^2(d_0d_1d_2 - d_0^2d_3) + (c_2^2 - 2c_1c_3)d_0d_1d_4 + (c_1^2 - 2c_0c_2)d_0d_3d_4 + c_0^2(d_2d_3d_4 - d_1d_4^2)}{2d_0d_4(d_1d_2d_3 - d_0d_3^2 - d_1^2d_4)}$$

Zum Schluss: J_i über alle c_i, d_i minimieren

Tafelanschrieb 5.6 (2)

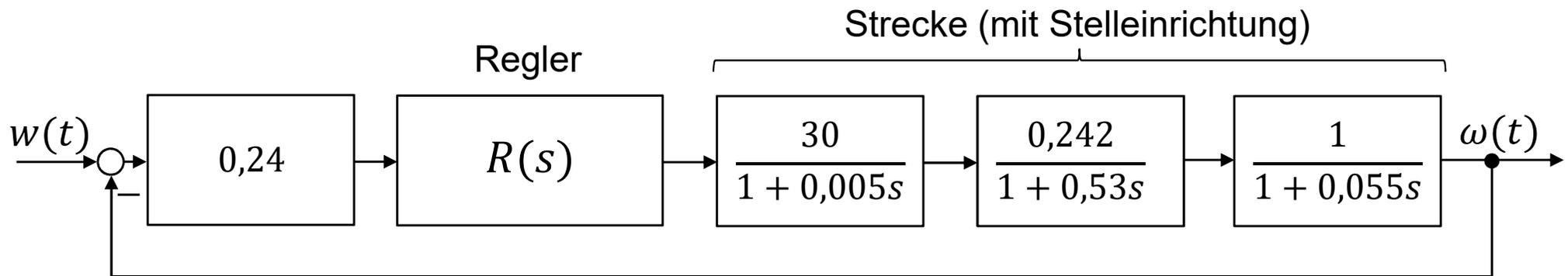
Minimale quadratische Regelfläche



5.6 Parameteroptimierung

5.6.4 Vergleich von quadratischer Regelfläche, symmetrischem Optimum und Betragsoptimum

- Beispiel: Drehzahlregelung

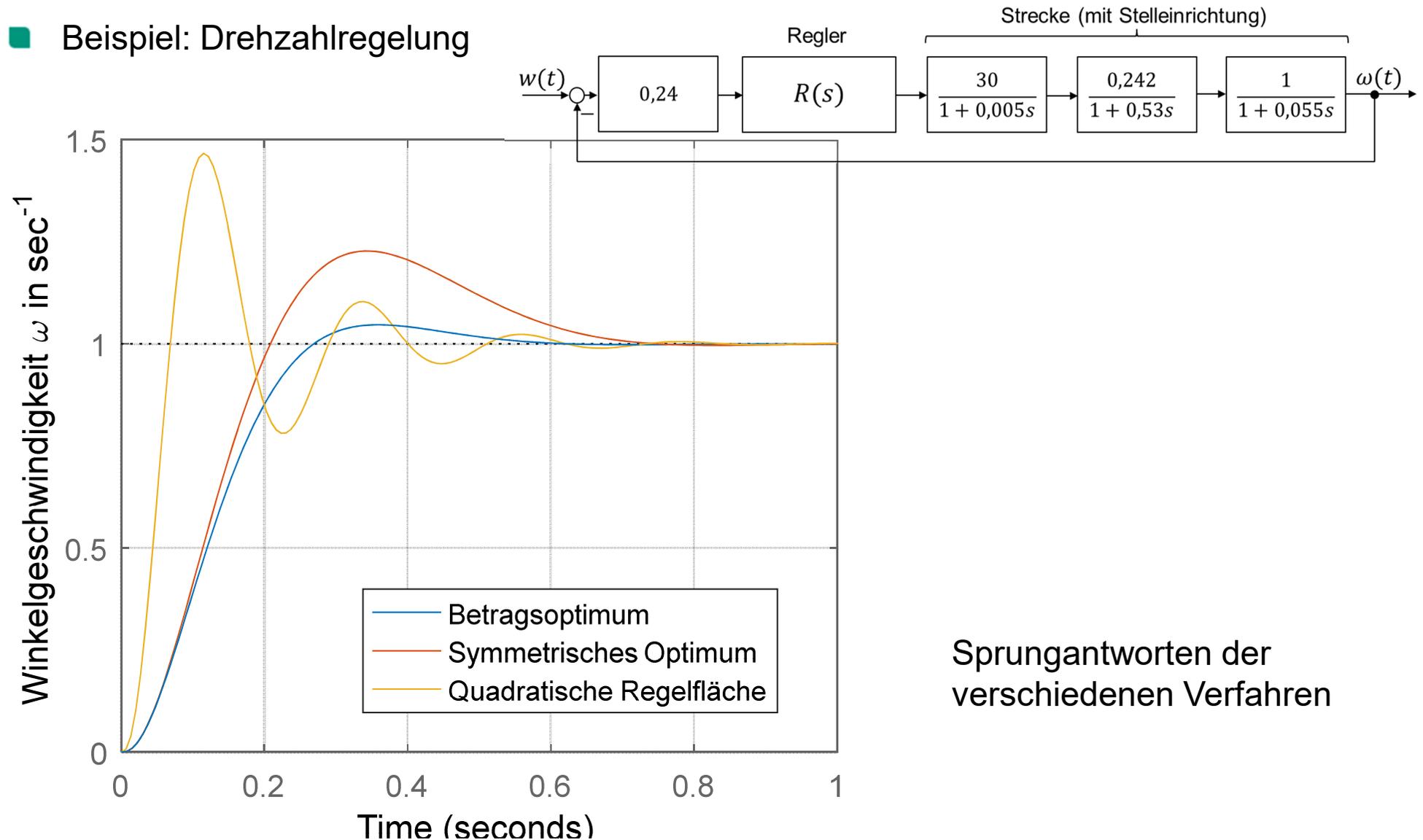




5.6 Parameteroptimierung

5.6.4 Vergleich von quadratischer Regelfläche, symmetrischem Optimum und Betragsoptimum

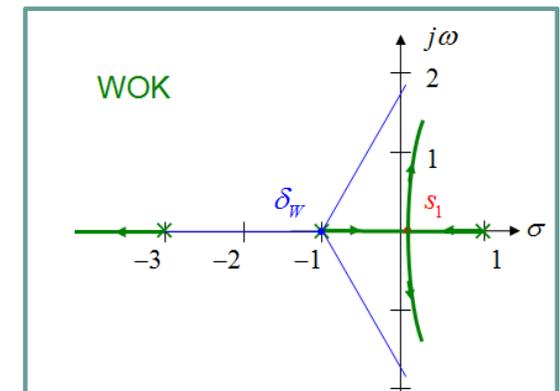
■ Beispiel: Drehzahlregelung



Sprungantworten der verschiedenen Verfahren

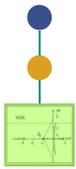
5. Synthese von linearen zeitkontinuierlichen Regelkreisen

1. Anforderungen an den Regelkreis
2. Heuristische Verfahren
3. Direkte Verfahren
4. Frequenzkennlinienverfahren
5. Wurzelortskurvenverfahren
6. Parameteroptimierung
7. **Vermaschung und Vorsteuerung**



6. Synthese von linearen zeitdiskreten Regelkreisen

1. Fast Sampling Design
2. Direkte Verfahren
3. Frequenzkennlinienverfahren und Wurzelortskurvenverfahren



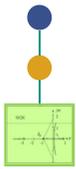
5.7 Vermaschung und Vorsteuerung

Probleme der bislang betrachteten einschleifigen Regelkreise:

- Verzögerungen bzw. Totzeiten in der Strecke verhindern unter Umständen schnelles Ausregeln von Störungen und schnelles Folgen bei Führungsgrößenänderungen
- Stabilitätsforderung und Stellgrößenbeschränkung verbieten eine dafür erforderliche zu starke Erhöhung der Kreisverstärkung

⇒ Modifikation der Regelungsgrundstruktur durch Vermaschung und zusätzliche Rückführungen

- Vorgehen aus Kapitel 2 schon grundsätzlich bekannt.
Offen jedoch: Berechnung der zusätzlichen Glieder des Regelkreises

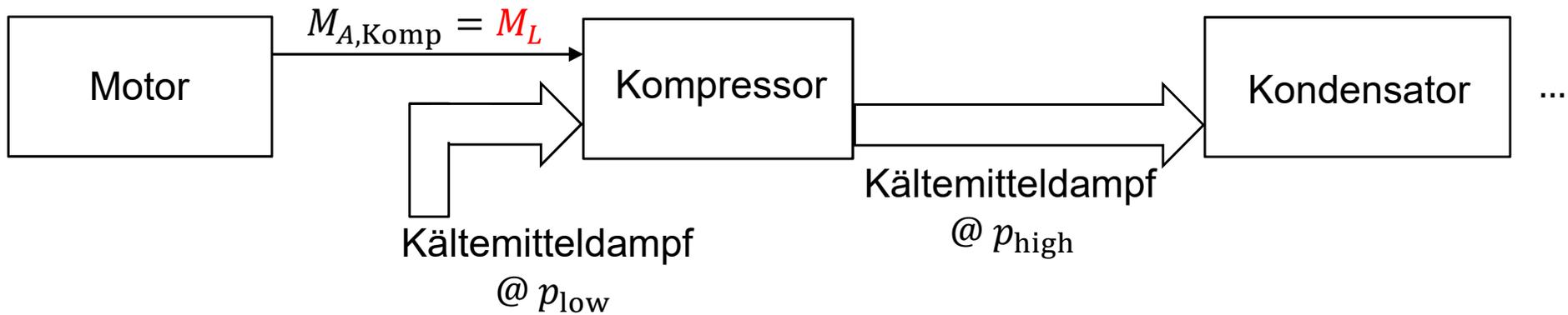


5.7 Vermaschung und Vorsteuerung

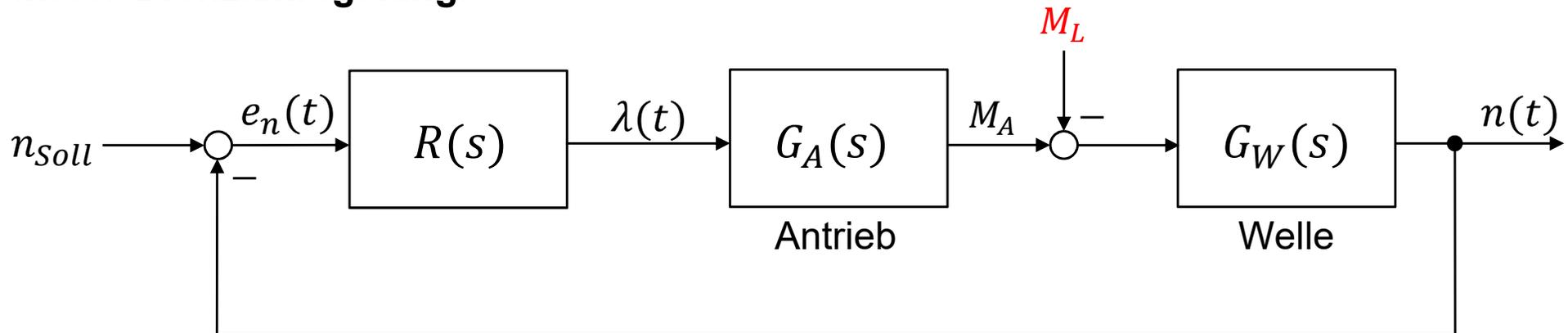
5.7.1 Störgrößenaufschaltung

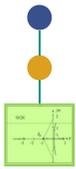
- Klimaanlage im Auto mit Drehzahlregelung des Motors
- Schematisches Blockschaltbild:

Klimakompressor:



Motor-Drehzahlregelung:

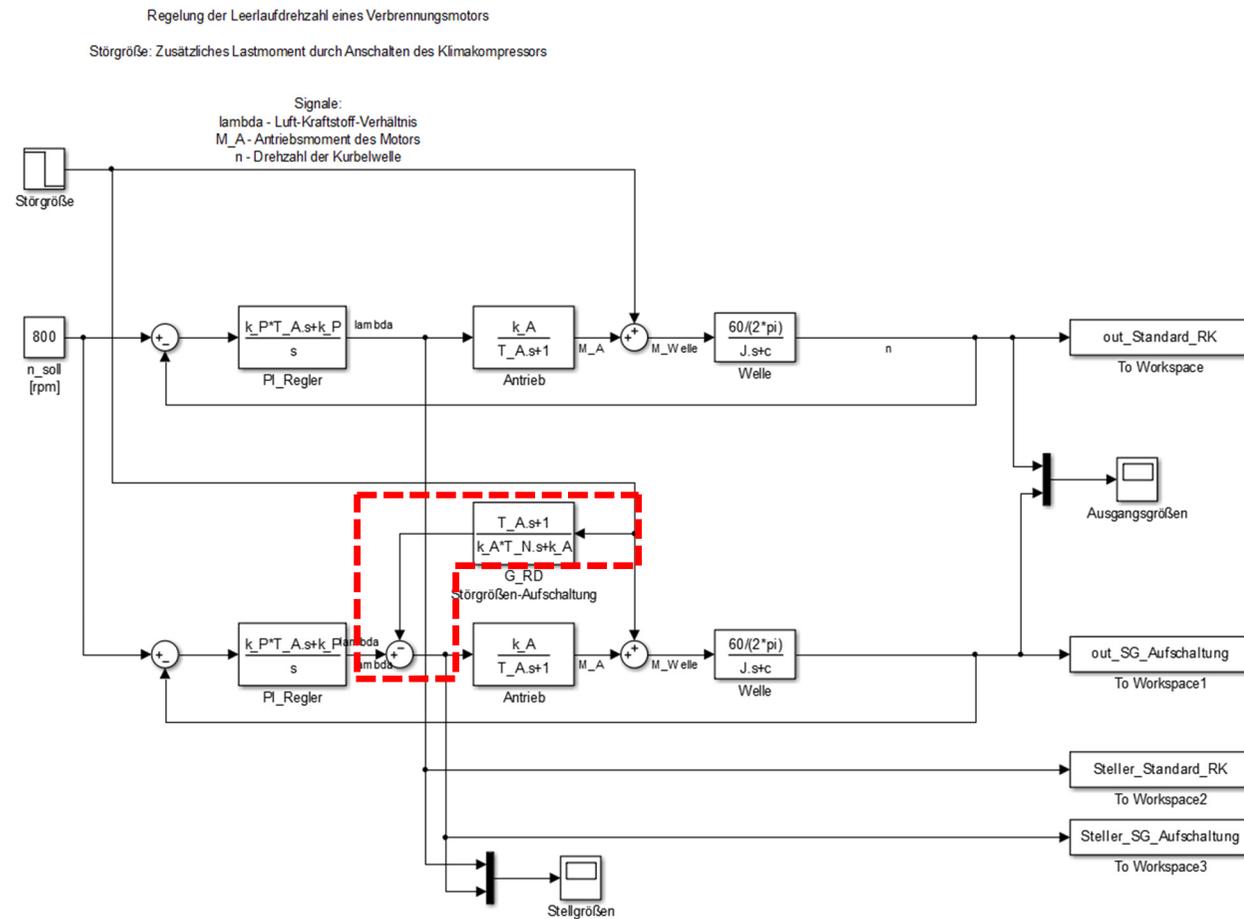


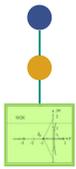


5.7 Vermaschung und Vorsteuerung

5.7.1 Störgrößenaufschaltung

- Klimaanlage im Auto mit Drehzahlregelung des Motors
- Simulink-Modell: Standardregelkreis und Erweiterung um Störgrößenaufschaltung





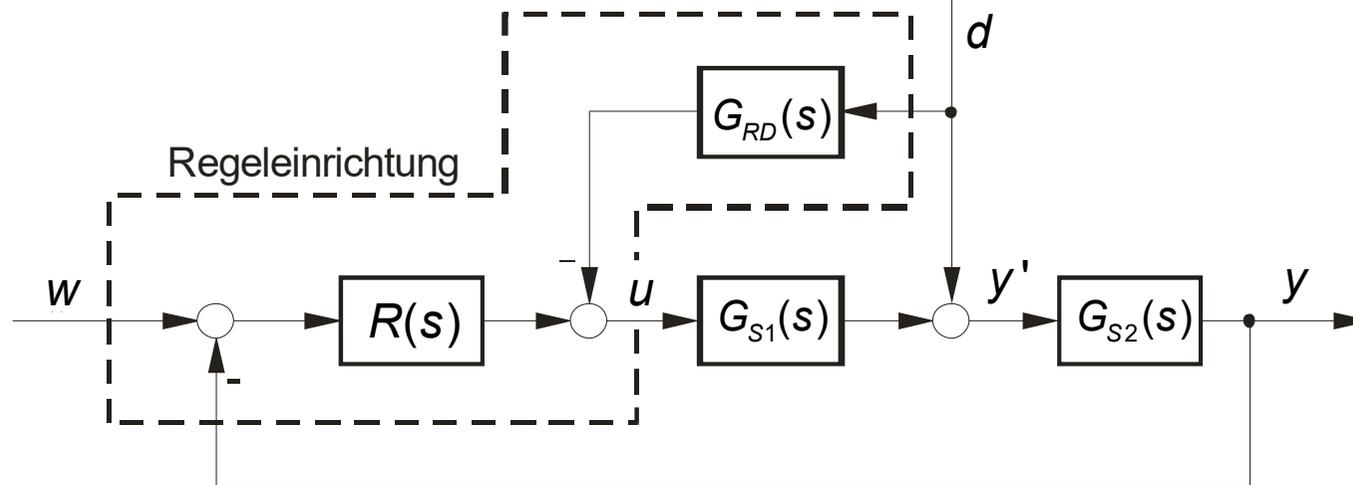
5.7 Vermaschung und Vorsteuerung

5.7.1 Störgrößenaufschaltung

Prinzip: Kompensation der Störgröße d ohne Verwendung der Regelschleife durch geeignete Aufschaltung der Störgröße über $G_{RD}(s)$

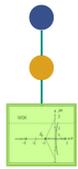
- Voraussetzungen:
- Angriffsort der Störgröße d an der Strecke bekannt
 - Störgröße d messbar

Struktur:



$$Y'(s) = U(s)G_{S1}(s) + D(s) - D(s)G_{RD}(s)G_{S1}(s) = U(s)G_{S1}(s) + D(s)\underbrace{(1 - G_{RD}(s)G_{S1}(s))}_{=0}$$

$$\Rightarrow G_{RD}(s) = \frac{1}{G_{S1}(s)}$$

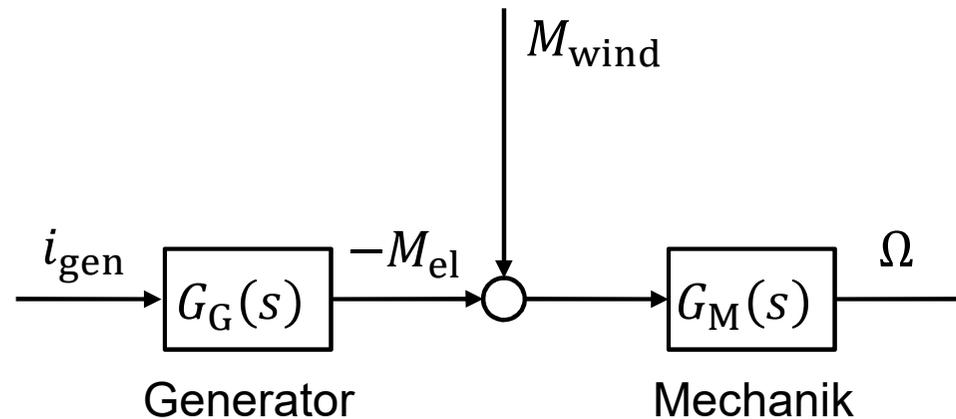


5.7 Vermaschung und Vorsteuerung

5.7.1 Störgrößenaufschaltung: Motivation (1)

Beispielsystem: Windkraftanlage mit fremderregtem Synchrongenerator

Modell des physikalischen Systems¹:



i_{gen} Generatorstrom (Steuergröße)

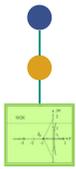
M_{el} Elektrisches Gegenmoment Generator

M_{wind} Mechanisches Moment durch Wind ($\sim v_{\text{wind}}^3$)

Ω Winkelgeschwindigkeit Rotor

¹Pol Jané: *Dynamic Modeling of Wind Power Plants*, Bachelorarbeit, IRS, KIT, 2016.

Bildquelle: <http://img.directindustry.de>

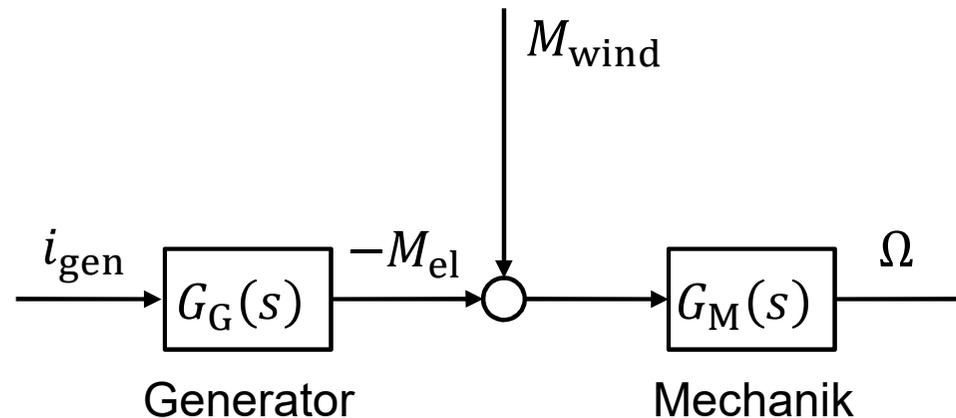


5.7 Vermaschung und Vorsteuerung

5.7.1 Störgrößenaufschaltung: Motivation (2)

Beispielsystem: Windkraftanlage mit fremderregtem Synchrongenerator

Modell des physikalischen Systems¹:



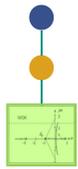
Generator (PT_1 -Glieder):
$$G_G(s) = \frac{-M_{el}(s)}{I_{gen}(s)} = \frac{K_G}{1 + T_G s}$$

Mechanik:
$$J\dot{\Omega}(t) = M_{wind}(t) - M_{el}(t) \rightarrow G_M(s) = \frac{1}{Js}$$



¹Pol Jané: *Dynamic Modeling of Wind Power Plants*, Bachelorarbeit, IRS, KIT, 2016.

Bildquelle: <http://img.directindustry.de>

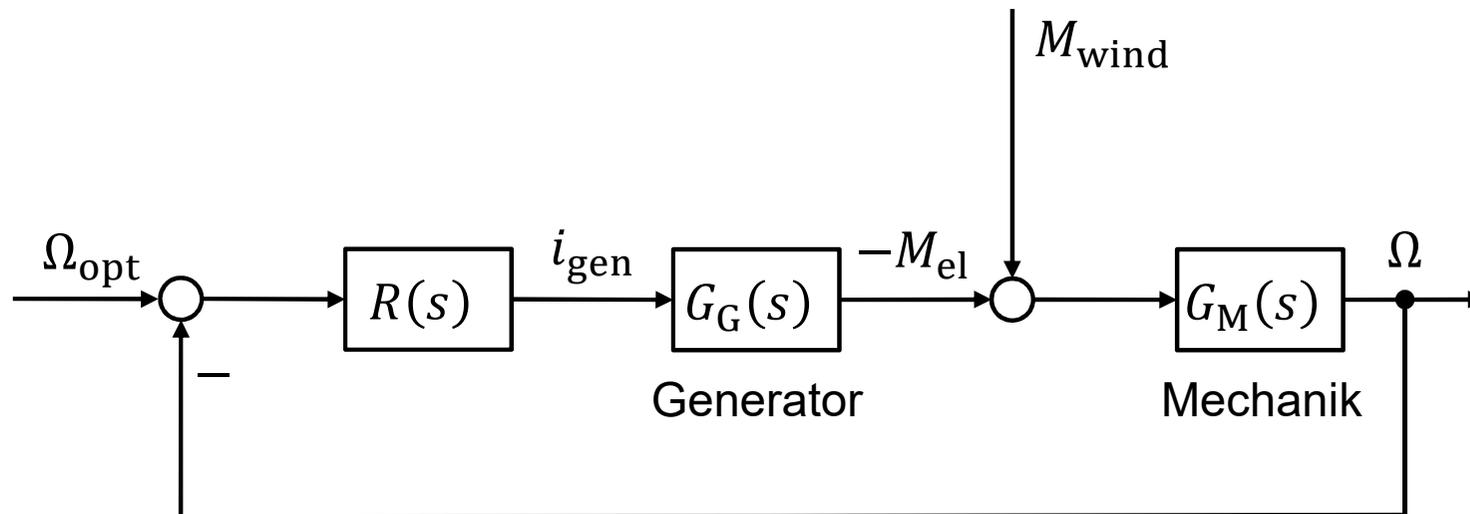


5.7 Vermaschung und Vorsteuerung

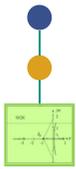
5.7.1 Störgrößenaufschaltung: Motivation (3)

Regelungsziel:

Regle Winkelgeschwindigkeit Ω des Rotors so, dass dem Wind die maximale mechanische Leistung entnommen wird (*Maximum Point Power Tracking (MPPT)*)



- **Problem:** Windböen wirken über M_{wind} als Störungen auf Regelkreis ein $\rightarrow \Omega \neq \Omega_{opt}$
- **Idee:** Nutze Messungen der Störgröße \rightarrow Störgrößenaufschaltung



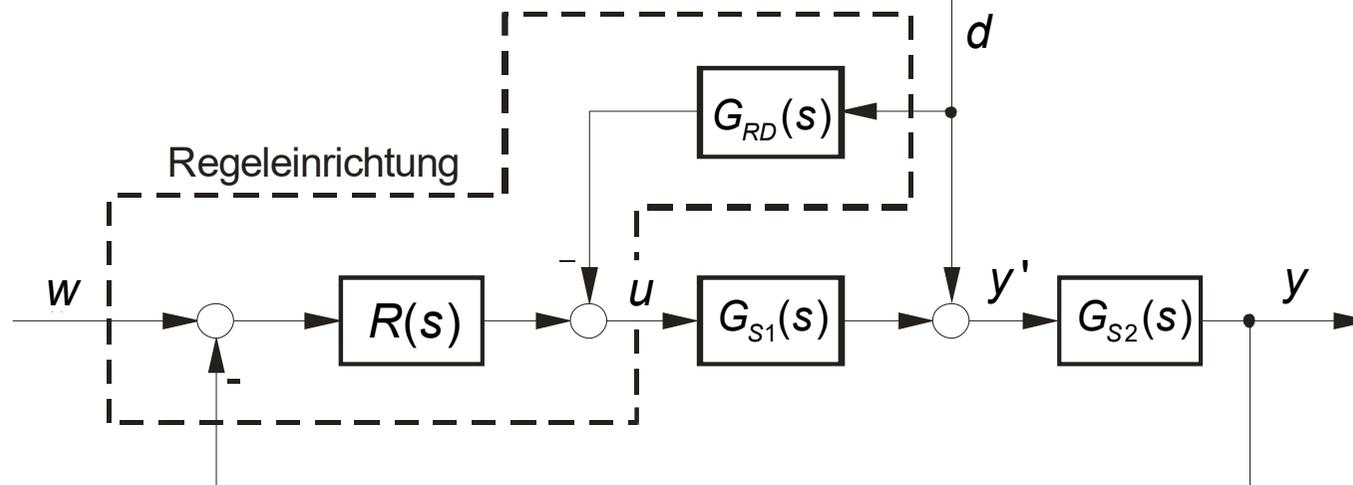
5.7 Vermaschung und Vorsteuerung

5.7.1 Störgrößenaufschaltung

Prinzip: Kompensation der Störgröße d ohne Verwendung der Regelschleife durch geeignete Aufschaltung der Störgröße über $G_{RD}(s)$

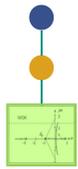
- Voraussetzungen:
- Angriffsort der Störgröße d an der Strecke bekannt
 - Störgröße d messbar

Struktur:



$$Y'(s) = U(s)G_{S1}(s) + D(s) - \underbrace{D(s)G_{RD}(s)G_{S1}(s)}_{=0} = U(s)G_{S1}(s) + D(s)(1 - G_{RD}(s)G_{S1}(s))$$

$$\Rightarrow \boxed{G_{RD}(s) = \frac{1}{G_{S1}(s)}}$$



5.7 Vermaschung und Vorsteuerung

5.7.1 Störgrößenaufschaltung (2)

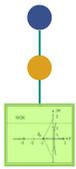
Eigenschaften der Störgrößenaufschaltung:

- Entlastung des Regelkreises von der Hauptstörgröße d
 \implies Vereinfachung von Reglerentwurf und gerätetechnischer Realisierung
- $G_{RD}(s)$ häufig nicht realisierbar
 \implies zumindest **stationäre Kompensation** des Störgrößeneinflusses:

$$G_{RD}(s) = \frac{1}{G_{S1}(0)} = K_{RD} = \text{const}$$

- alternativ über $G_{RD2}(s)$ auch Aufschaltung der Störgröße auf den Reglereingang möglich:

$$G_{RD2}(s) = \frac{1}{G_{R1}(s) \cdot G_{S1}(s)}$$

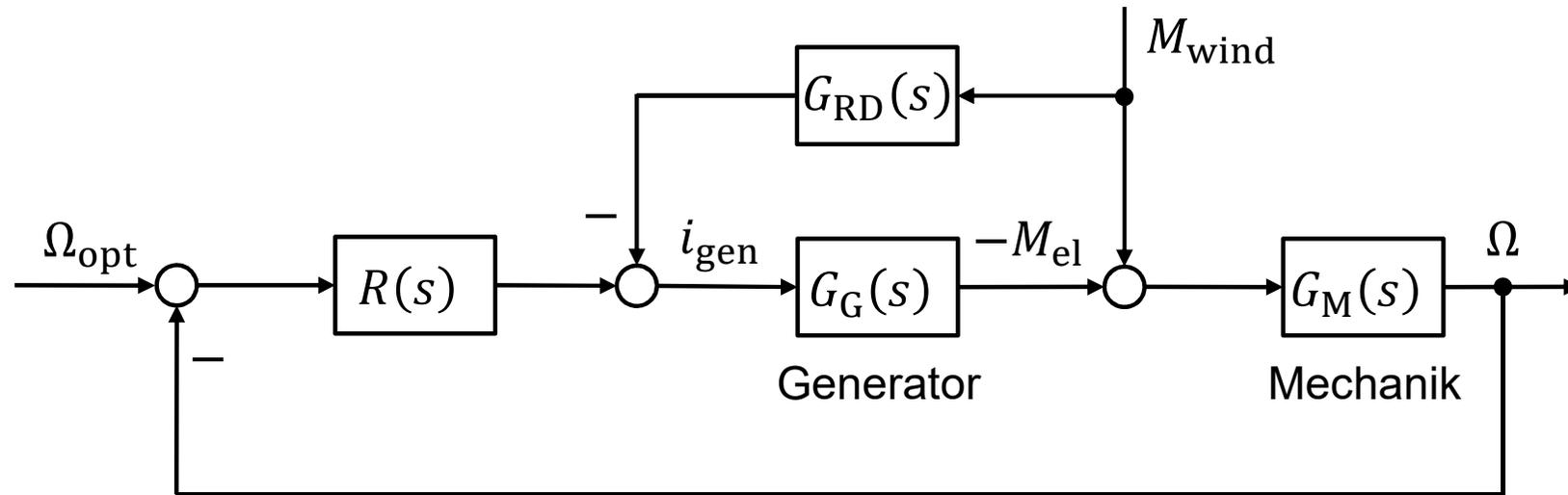


5.7 Vermaschung und Vorsteuerung

5.7.1 Störgrößenaufschaltung: Beispiel

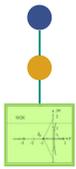
Beispielsystem: Windkraftanlage mit fremderregtem Synchrongenerator

Störgrößenaufschaltung zur Ausregelung der Windböen



Übertragungsfunktion der Störgrößenaufschaltung:

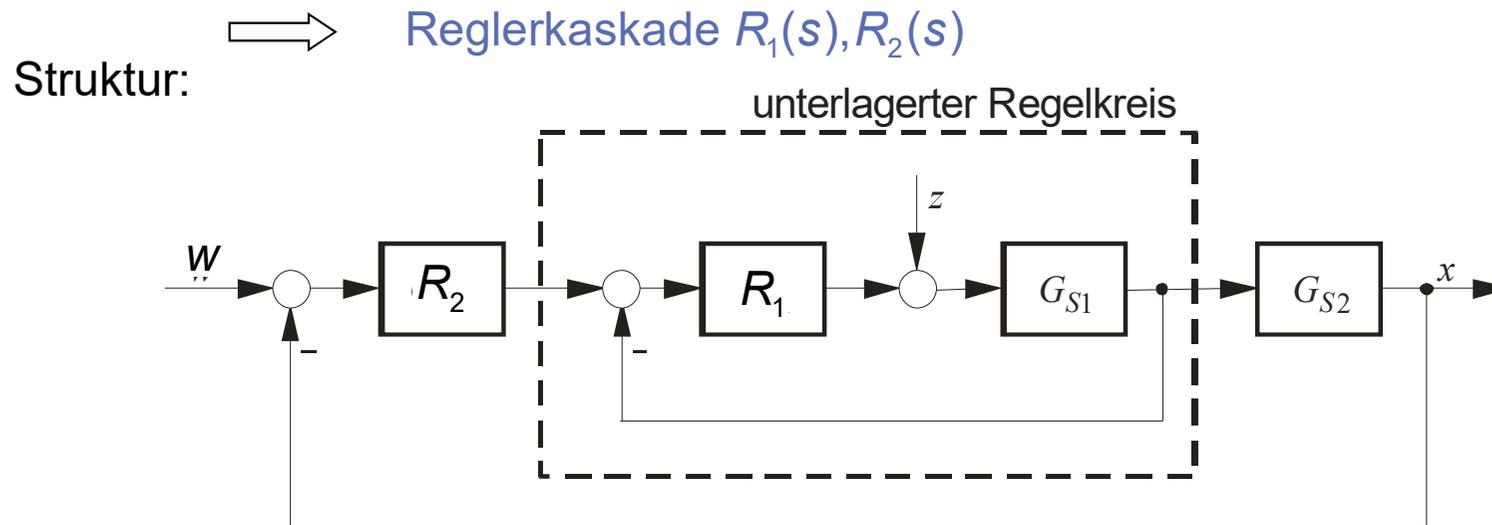
$$G_{RD}(s) = \frac{1}{G_G(s)} = \frac{1+T_G(s)}{K_G}$$



5.7 Erweiterungen: Vermaschung und Vorsteuerung

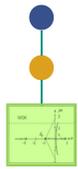
5.7.2 Kaskadenregelung

Prinzip: Vorabregelung gewisser (Hilfs-)Regelgrößen in unterlagerten Regelkreisen (hier Kreis mit Regler $R_1(s)$), bevor sie in den überlagerten (äußeren) Kreisen (hier Kreis mit Regler $R_2(s)$) wirksam sind.



Vorgehensweise: Mehrmalige Anwendung der Reihenstabilisierung

1. Bestimmung von $R_1(s)$
2. Zusammenfassung des inneren Kreises zu einem Block, ggf. Approximation dieses Blocks durch PT_1 - oder PT_2 -Verhalten
3. Entwurf von $R_2(s)$ mit der Serienschaltung von unterlagertem Kreis und $G_{S2}(s)$ als neue „Strecke“



5.7 Vermaschung und Vorsteuerung

5.7.2 Kaskadenregelung (2)

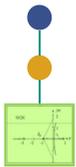
Eigenschaften der Kaskadenregelung:

Verbreitete Anwendung in der Antriebstechnik

(z.B. Positionsregelung von Zügen, Lageregelung von Antennen (s. Beispiel))

Vorteile der Kaskadenstruktur:

- die einzelnen Regelkreise können nacheinander (von innen nach außen) entworfen, getestet und in Betrieb genommen werden
- Dimensionierung der Einzelregler einfach, wenn innere Kreise schneller als die äußeren (innere Kreise dann als P - oder PT_1 -Glieder zu behandeln)



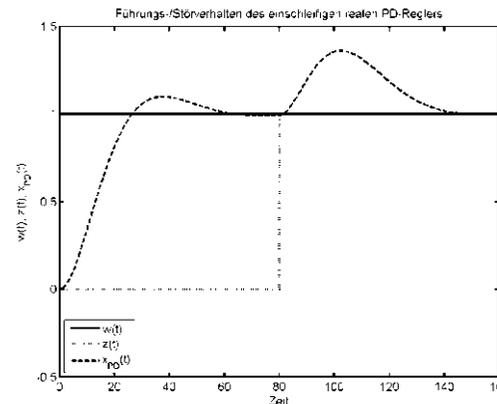
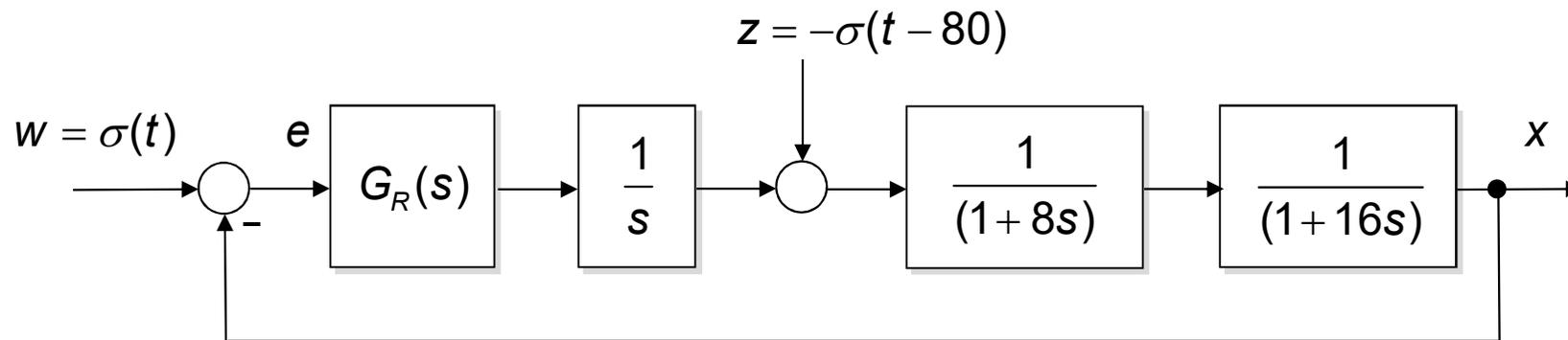
5.7 Vermaschung und Vorsteuerung

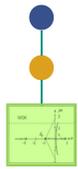
5.7.3 Beispiel zur Kaskadenregelung

PC-Demo 6: Kaskadenregelung

a) Einschleifiger realer PD-Regler mit Dämpfung
Entwurf einer Kaskadenregelung

$$d = 0.6 : G_R(s) = 0.0868 \frac{1 + 16s}{1 + 0.1s}$$

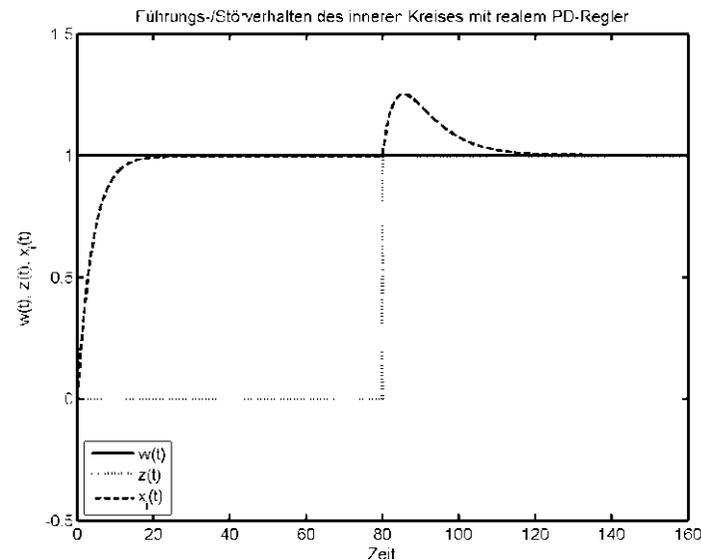
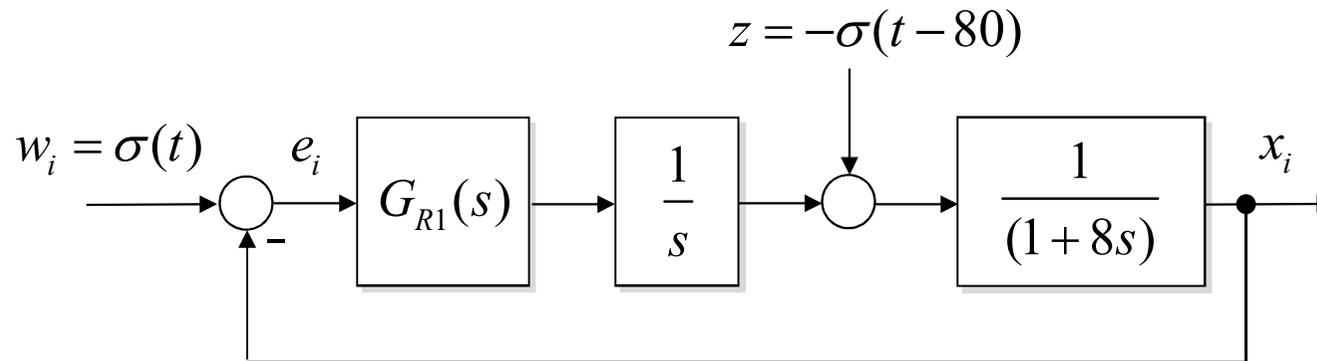


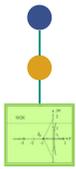


5.7 Vermaschung und Vorsteuerung

5.7.3 Beispiel zur Kaskadenregelung (2)

b) Innerer Kreis: PT_1 -Verhalten durch realen PD -Regler $G_{R1}(s) = 0.25 \frac{1+8s}{1+0.1s}$

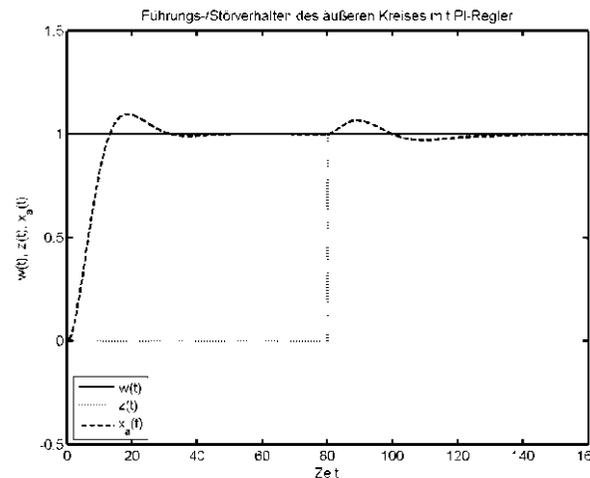
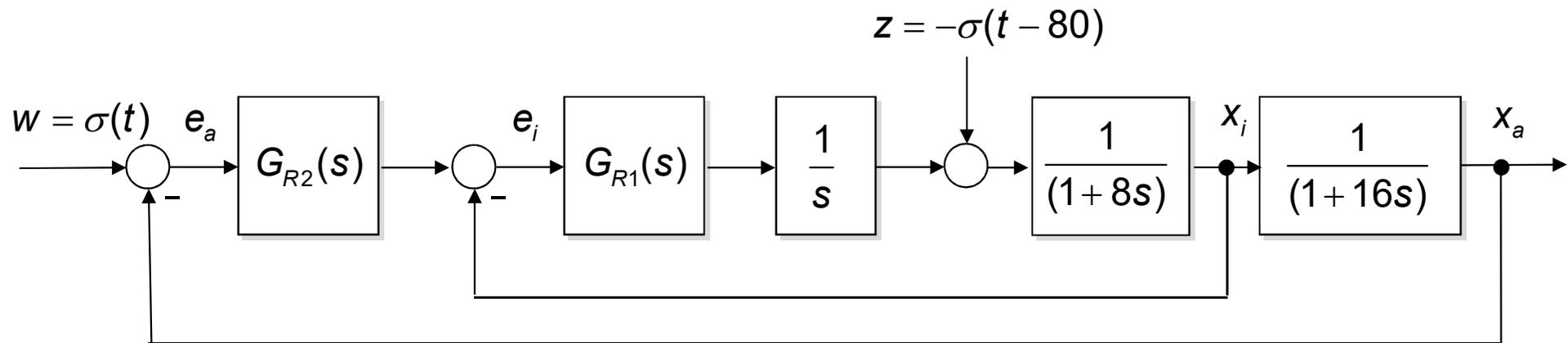


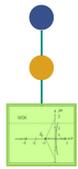


5.7 Vermaschung und Vorsteuerung

5.7.3 Beispiel zur Kaskadenregelung (3)

c) Äußerer Kreis: *PI*-Regler für Gesamtdämpfung $d = 0.6$: $G_{R2}(s) = 0.1736 \frac{1+16s}{s}$

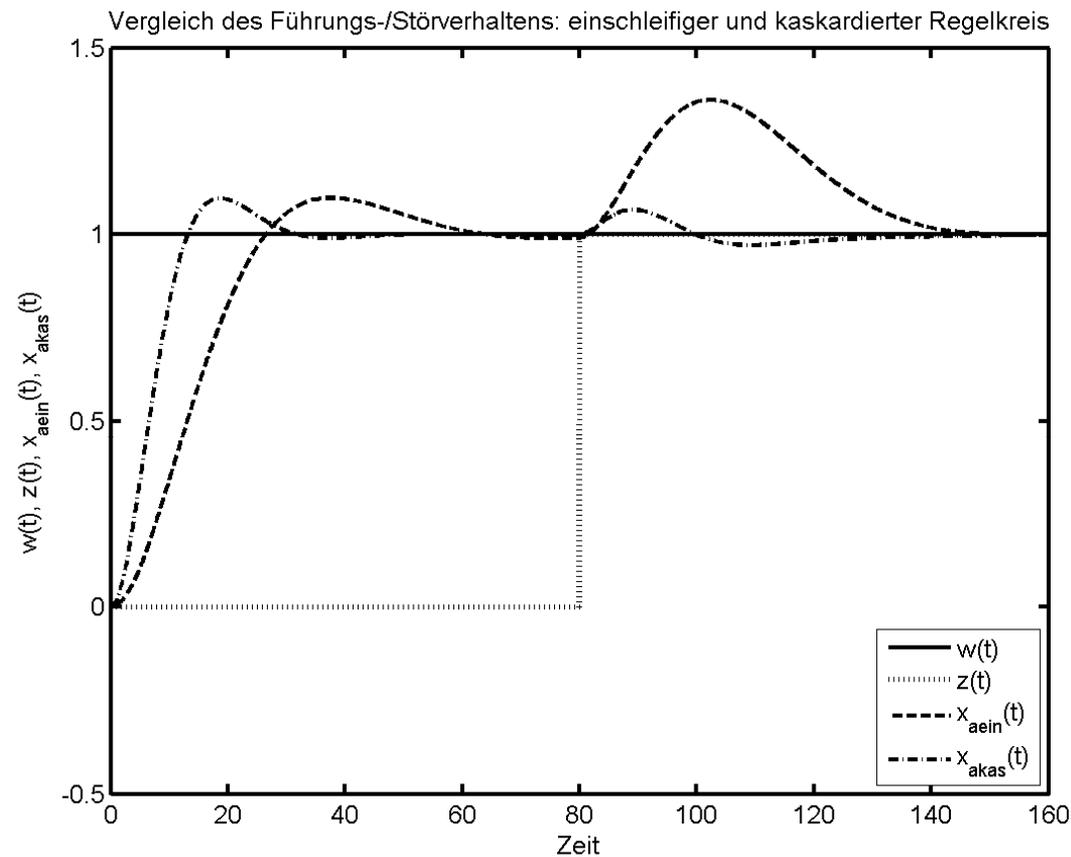


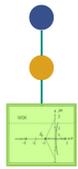


5.7 Vermaschung und Vorsteuerung

5.7.3 Beispiel zur Kaskadenregelung (4)

d) Vergleich: einschleifiger Regelkreis - Kaskadenregelung



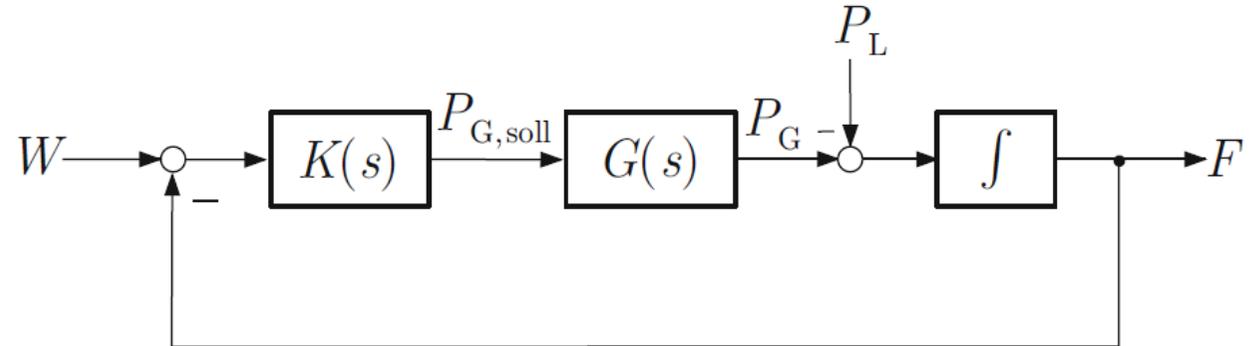


5.7 Vermaschung und Vorsteuerung

5.7.3 Beispiel zur Kaskadenregelung (5)

Frequenzhaltung im elektrischen Netz

Prinzipschaltbild:



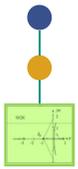
Frequenz als Indikator der Leistungsbilanz:

$$F = \frac{1}{sT_A} (P_G - P_L)$$

P_G = erz. Leistung
 P_L = Verbrauch

Einfache (einschleifige) Reglerstruktur nicht realisierbar, da

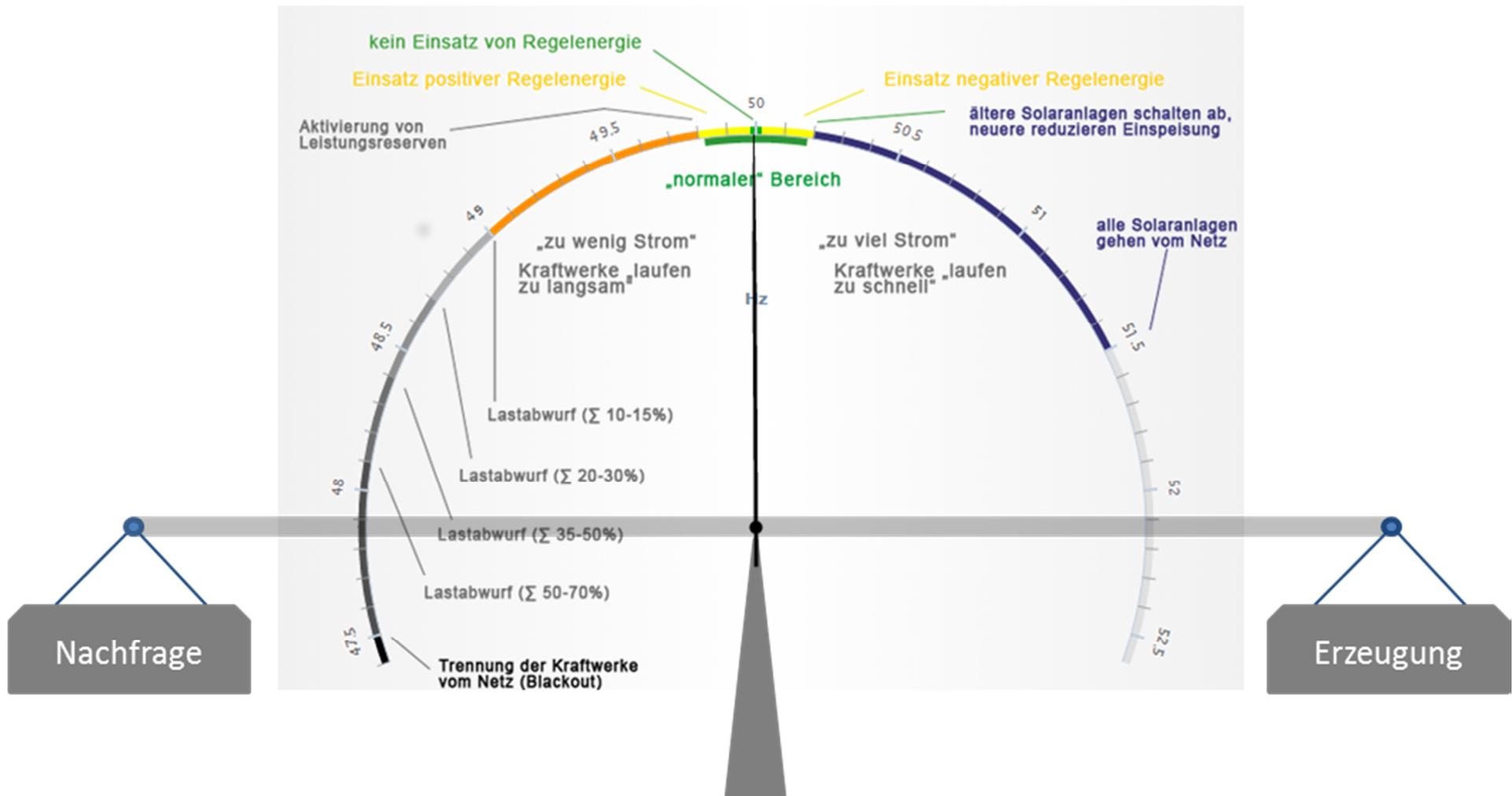
- räumlich weit ausgedehnter Netzverbund
- Netzstützende Regelungsmechanismen sollen von allen Beteiligten gleichermaßen durchgeführt werden
- Ansatz: verteilte, kaskadierte Reglerstruktur

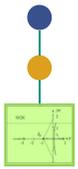


5.7 Vermaschung und Vorsteuerung

5.7.3 Beispiel zur Kaskadenregelung (6)

Frequenzhaltung im elektrischen Netz

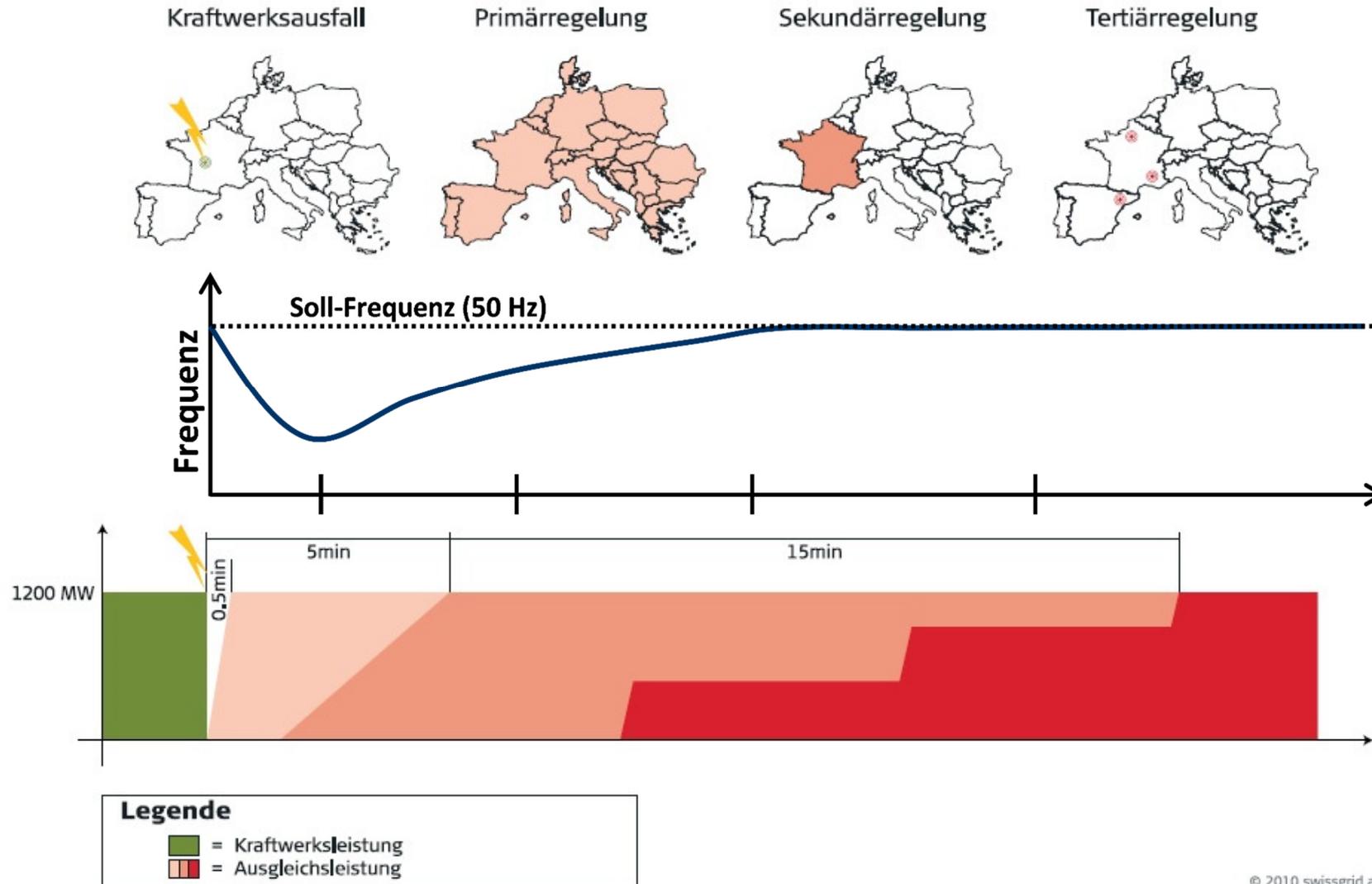




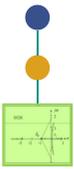
5.7 Vermaschung und Vorsteuerung

5.7.3 Beispiel zur Kaskadenregelung (8)

Frequenzhaltung im elektrischen Netz: Beispiel Kraftwerksausfall in Frankreich



© 2010 swissgrid ag

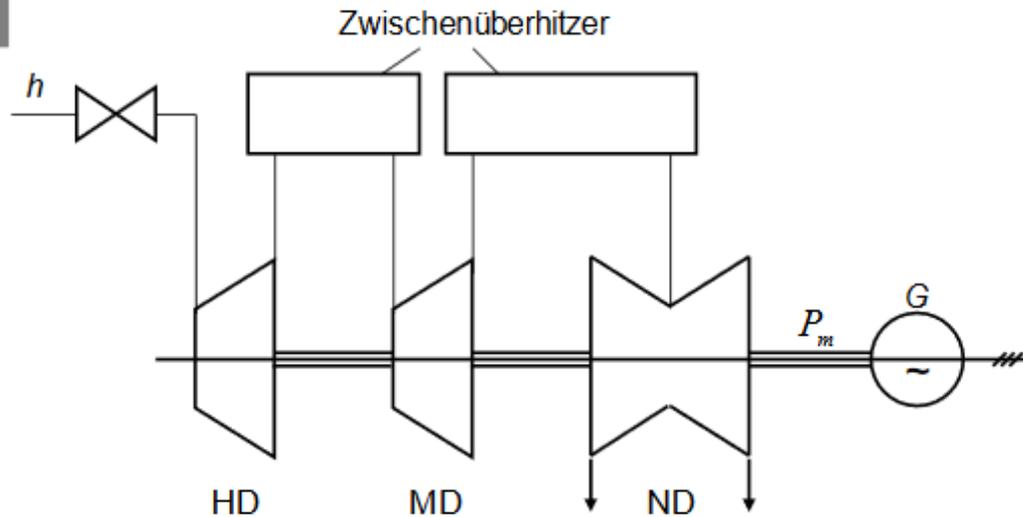


5.7 Vermaschung und Vorsteuerung

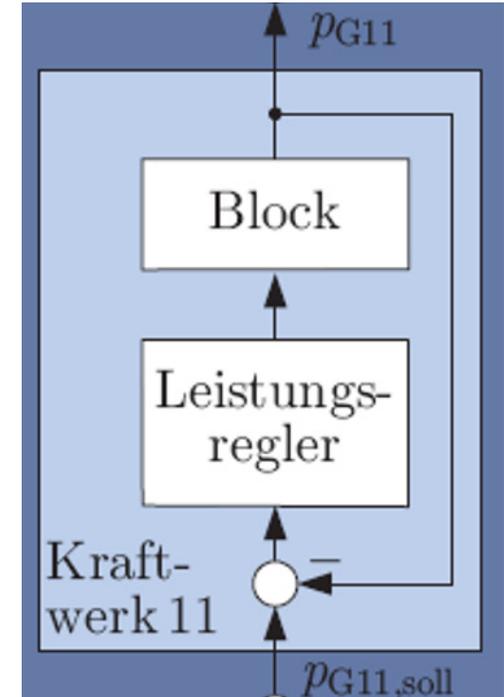
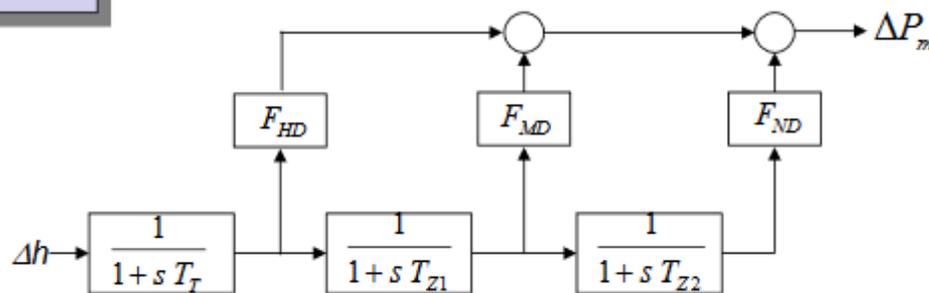
5.7.3 Beispiel zur Kaskadenregelung (9)

Leistungsregelung im Kraftwerk (=innerer Regler)

Anlagenbild



Blockschaltbild

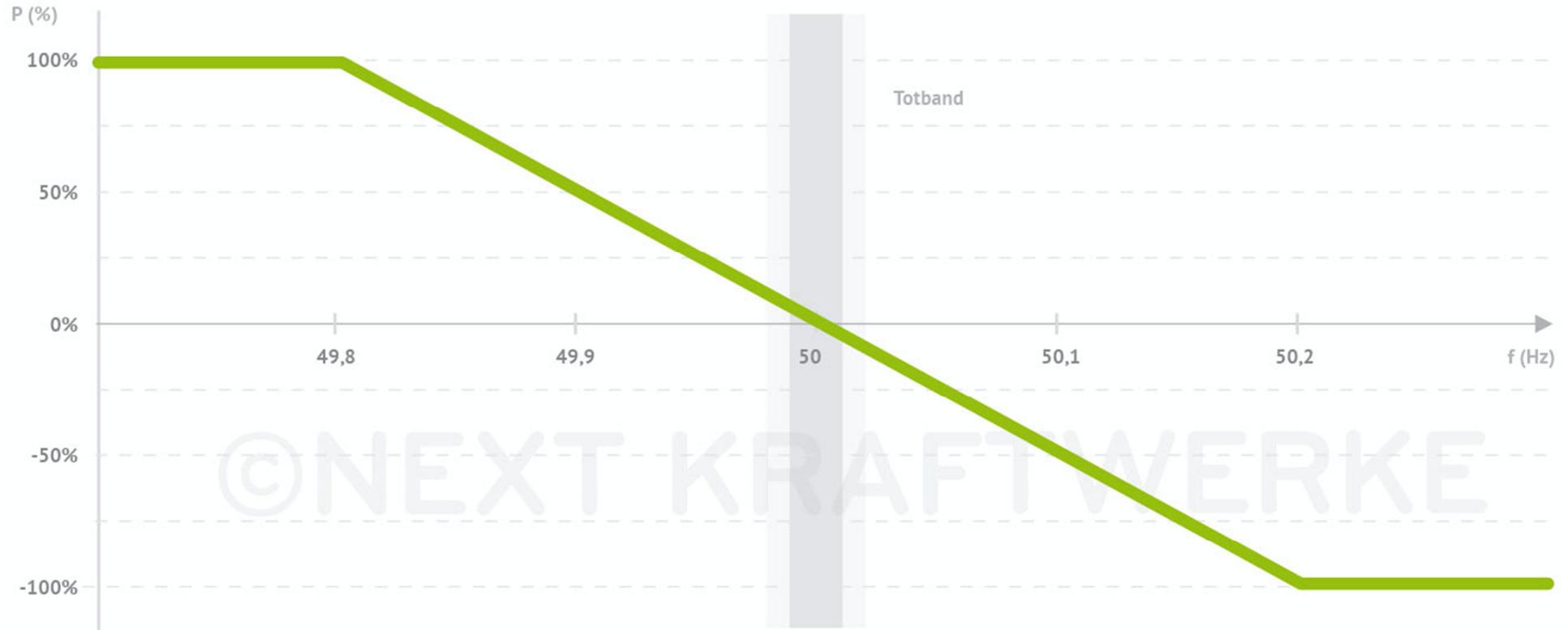


5.7 Vermaschung und Vorsteuerung

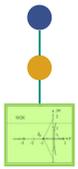


5.7.3 Beispiel zur Kaskadenregelung (10)

Primärregelung



- Primärregelung = **P-Regelung** zum Ausgleich von Frequenzabweichungen
- Kraftwerksspezifische Reglerkennlinie („Statik des Kraftwerks“)



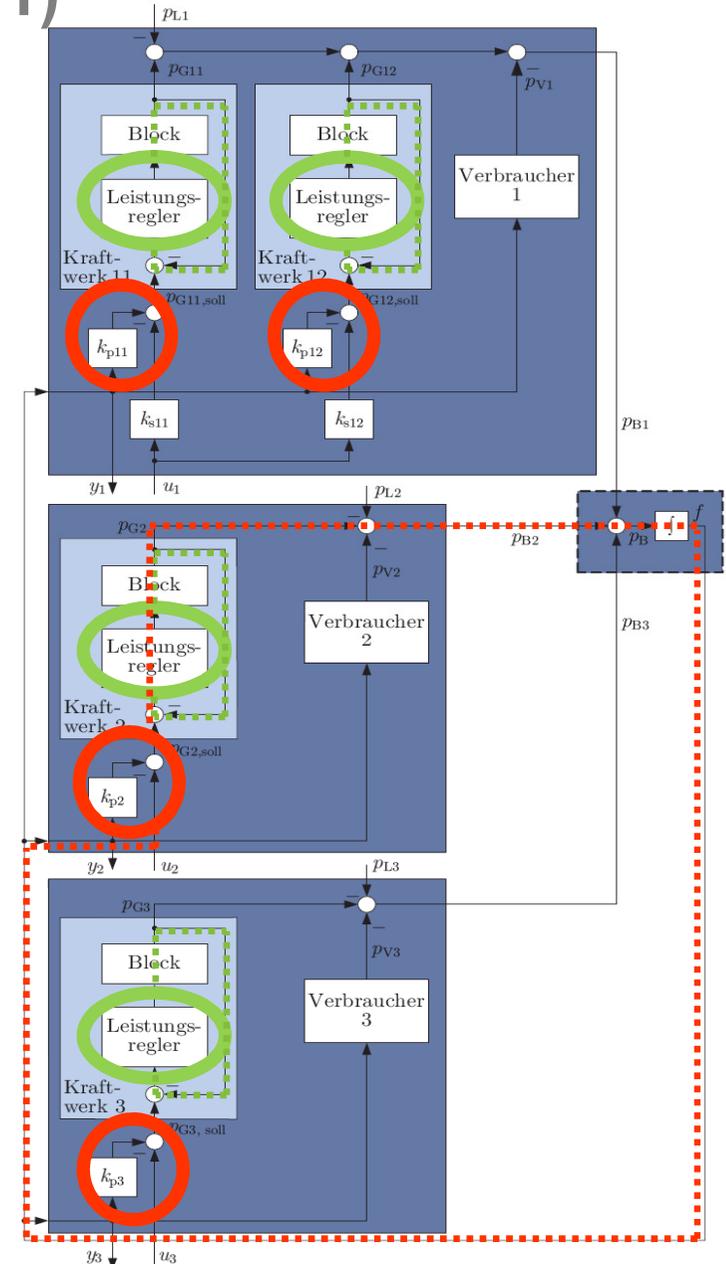
5.7 Vermaschung und Vorsteuerung

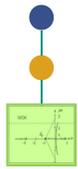
5.7.3 Beispiel zur Kaskadenregelung (11)

Primärregelung im Verbundnetz

- Gleichmäßige Verteilung der Primärregelung über das gesamte Verbundnetz
- Dadurch Stelleingriffe auf das Kraftwerk zusätzlich zum Fahrplan $u_i(t)$
- Problem: Keine stationär genaue Ausregelung der Frequenzabweichung Δf
- Abhilfe: weitere überlagerte Regulationsstruktur (mit I-Anteil)
→ Sekundärregelung

- = Leistungsregelung (=innere Regelung)
- = Primärregelung (=überlagerte Regelung)





5.7 Vermaschung und Vorsteuerung

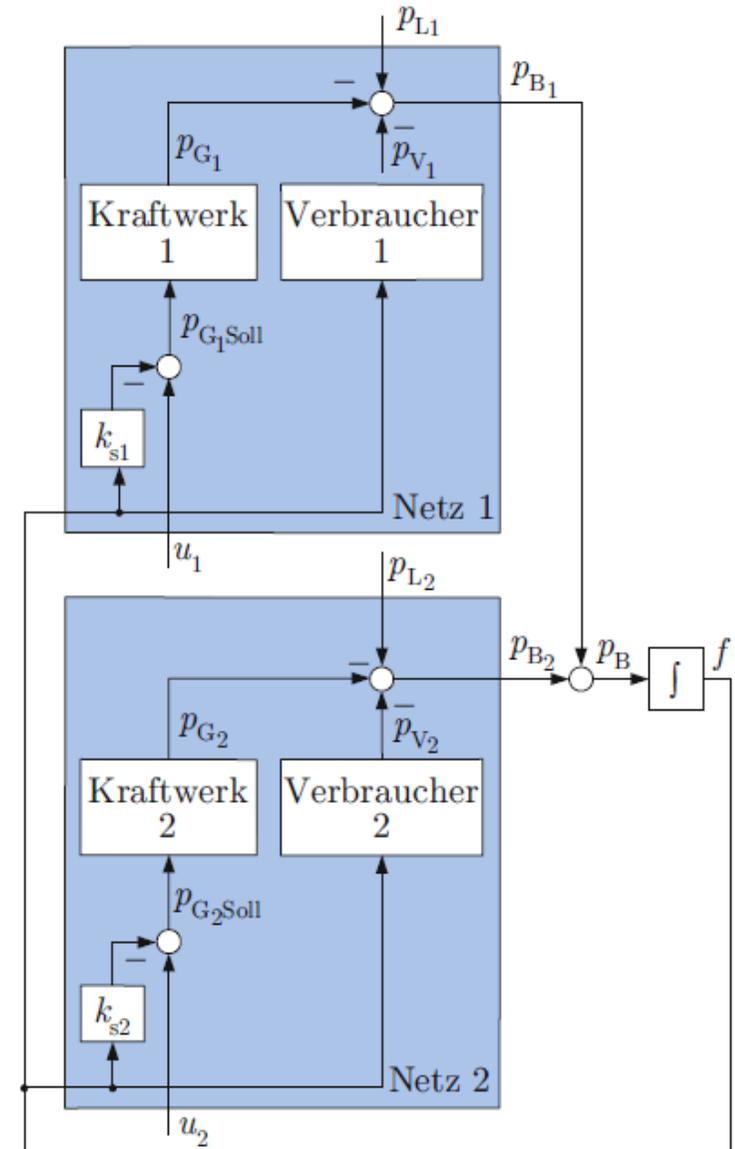
5.7.3 Beispiel zur Kaskadenregelung (12)

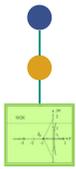
Primärregelung im Verbundnetz

- Bestimmung der stationären Frequenzabweichung Δf :
 - $G_{Kraftwerk1}(0) = G_{Kraftwerk2}(0) = 1$
 - $G_{Verbraucher1}(0) = G_{Verbraucher2}(0) = 1$
 - Nur Primärregelung, Sekundärregelung inaktiv
 $\rightarrow u_1 = 0, u_2 = 0$

im stationären Zustand:

$$\begin{aligned}
 0 &= p_B \\
 &= p_{B1} + p_{B2} \\
 &= p_{G1} - p_{V1} - p_{L1} + p_{G2} - p_{V2} - p_{L2} \\
 &\quad (\text{mit: } p_{Gi} - p_{Vi} = k_i \Delta f) \\
 &= k_1 \Delta f - p_{L1} + k_2 \Delta f - p_{L2}
 \end{aligned}$$





5.7 Vermaschung und Vorsteuerung

5.7.3 Beispiel zur Kaskadenregelung (13)

Primärregelung im Verbundnetz

- Bestimmung der stationären Frequenzabweichung Δf :
 - $G_{Kraftwerk1}(0) = G_{Kraftwerk2}(0) = 1$
 - $G_{Verbraucher1}(0) = G_{Verbraucher2}(0) = 1$
 - Nur Primärregelung, Sekundärregelung inaktiv
 $\rightarrow u_1 = 0, u_2 = 0$

im stationären Zustand:

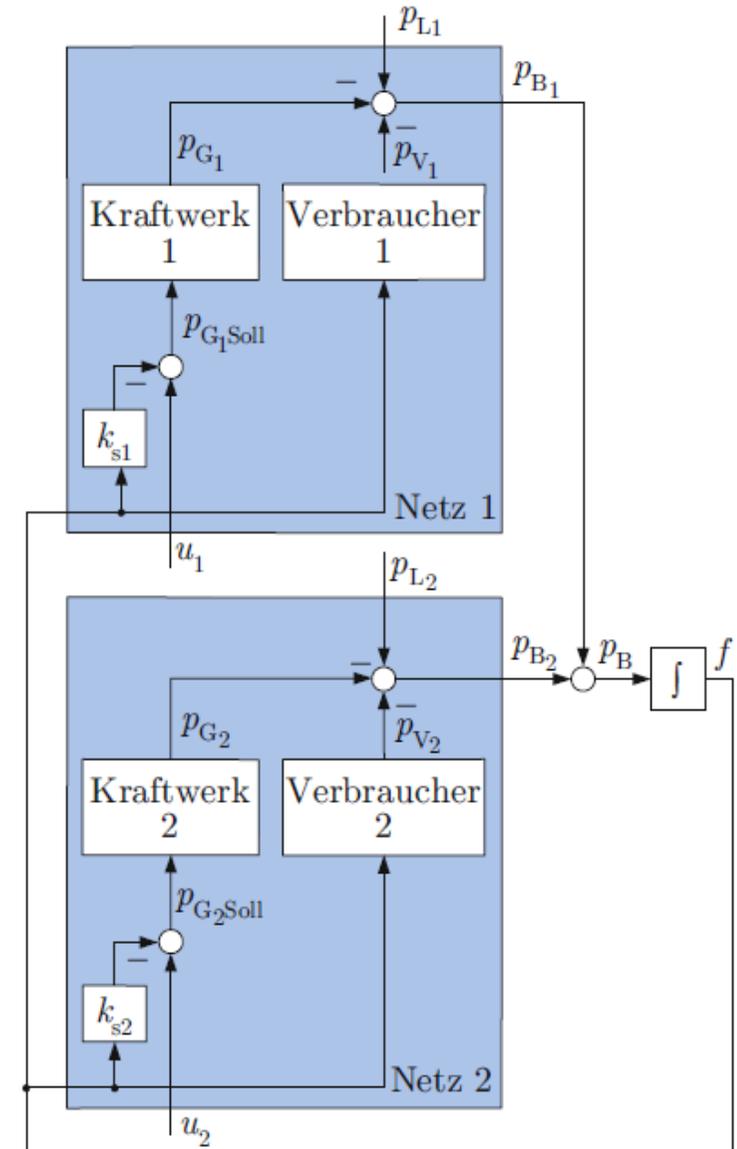
$$\Delta f = -\frac{p_{L1} + p_{L2}}{k_1 + k_2}$$

Konkreter Fall:

$$p_{L1} = 100 \text{ MW}, p_{L2} = 0 \text{ MW},$$

$$k_1 = 1163 \frac{\text{MW}}{\text{Hz}}, k_2 = 1555 \frac{\text{MW}}{\text{Hz}},$$

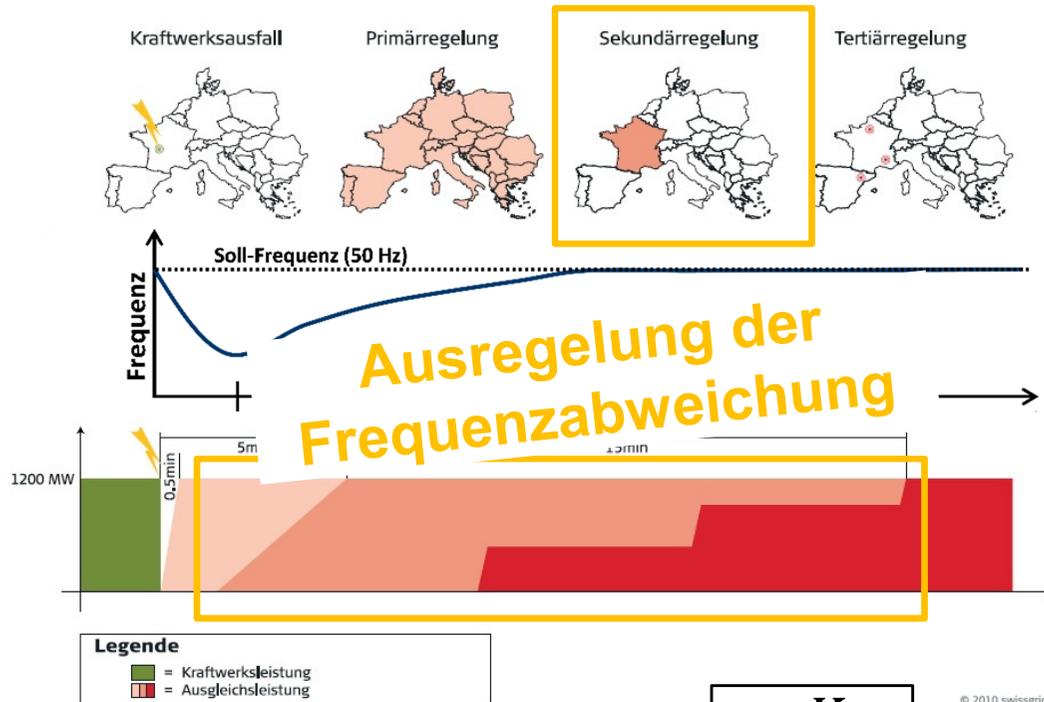
$$\Delta f = -\frac{100 \text{ MW}}{(1163 + 1555) \frac{\text{MW}}{\text{Hz}}} = -0,0368 \text{ Hz}$$



5.7 Vermaschung und Vorsteuerung

5.7.3 Beispiel zur Kaskadenregelung (14)

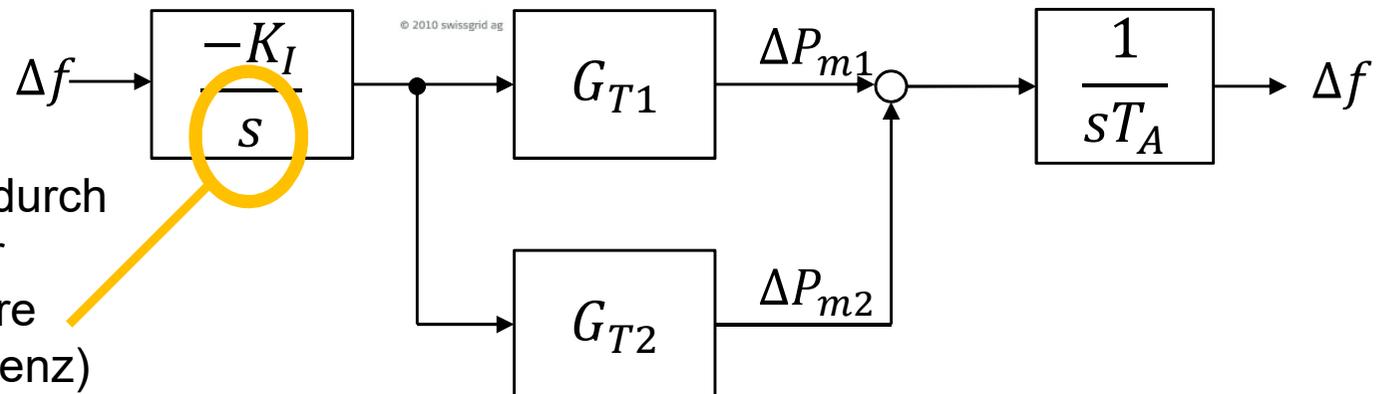
Sekundärregelung

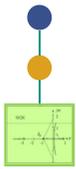


Regelzonen in Deutschland

Sekundärregler

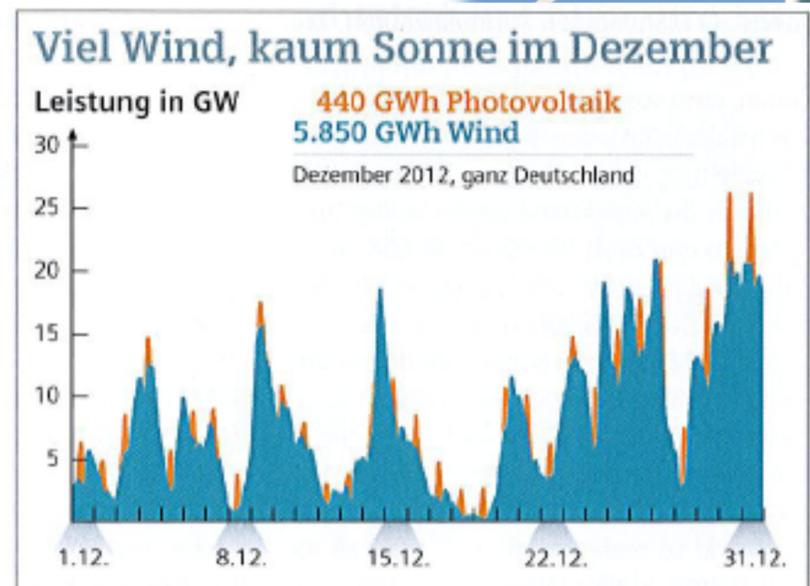
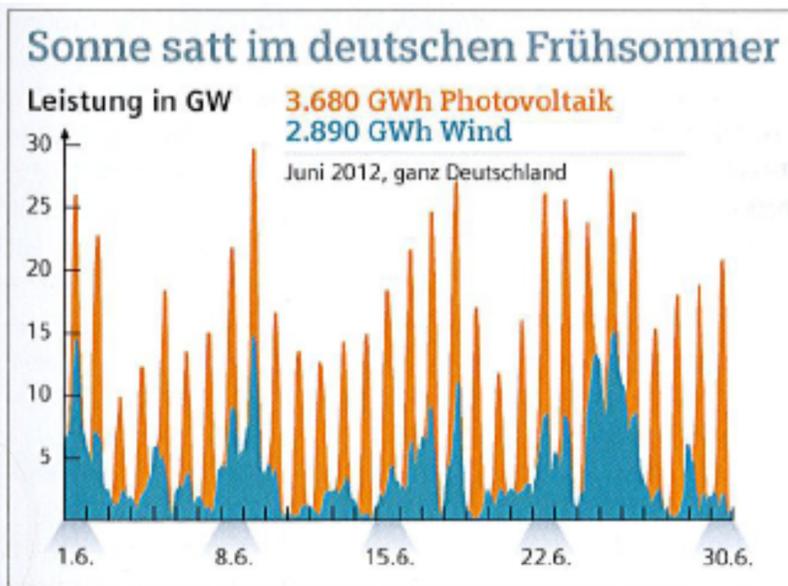
- Gemeinsame Regelung durch mehrere Ü-Netzbetreiber
- I-Anteil sorgt für stationäre Genauigkeit (bzgl. Frequenz)

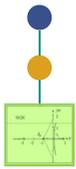




Herausforderungen der Energiewende

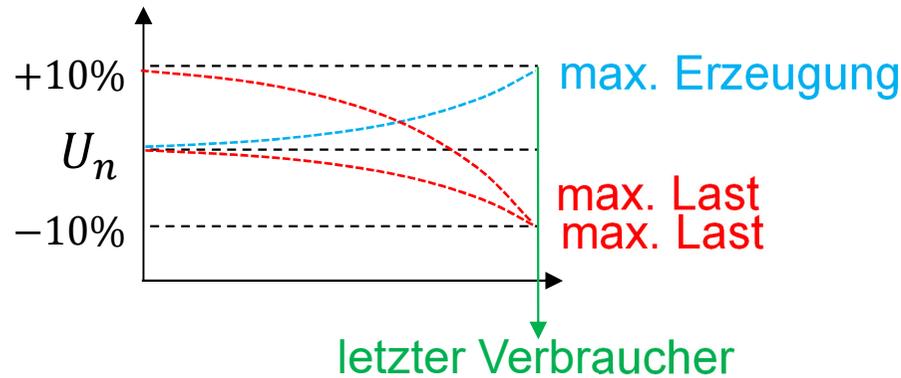
- Immer mehr erneuerbare Energie
 - Volatile Einspeisung
 - Einspeisung im Verteilnetz
- Bis 2050 soll in Deutschland 80% der Energie erneuerbar sein
- Diagnose und Regelung bisher hauptsächlich im Übertragungsnetz





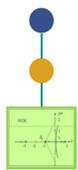
Herausforderungen der Energiewende

- Belastung des Verteilnetzes nimmt deutlich zu



- Leistungsfluss am Feeder wird bidirektional
➔ auch die Belastung des Übertragungsnetzes wird größer
- Übertragungsnetze sollen ausgebaut werden
- Akzeptanz bei der Bevölkerung sinkt und elektrische Verluste nehmen durch lange Übertragungswege zu

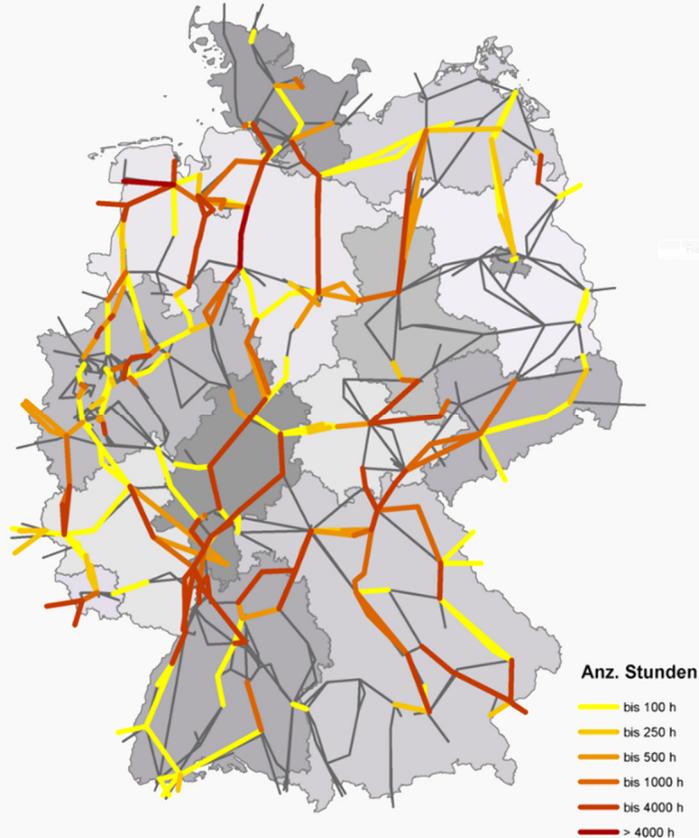




Herausforderungen der Energiewende

Ziel: 100% Erneuerbare Energieerzeugung

Überlaststunden im Jahr 2025



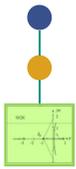
=> Netzengpässe nehmen zu

Benötigte Speicherkapazität

- **30-75 TWh** für 100% erneuerbare Energien

Speicherkapazitäten heute:

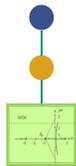
- Speicherkapazität aus Elektromobilität (vehicle to grid): **<0,002 TWh**
- Speicherkapazität von Pumpspeichern in Deutschland: **ca. 0,04 TWh**
- Gesamtspeicherkapazität Gasnetz: **217 TWh**



Multimodale Kopplung der Energienetze

- Kopplung der Energiedomänen nimmt auch im Verteilnetz immer weiter zu
 - Blockheizkraftwerke (BHKWs)
 - bivalente Wärmepumpen
 - Power-to-Gas
 - Effektive Nutzung
 - Sicherer Betrieb des Gesamtsystems
 - Nutzung der entstehenden Flexibilität durch die Kopplung
- ➔ Flexible domänenübergreifende Modellierung des gesamten multimodalen Energieverteilnetzes für eine *Modellprädiktive* Regelung



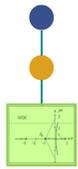


Projekt „Regionalisierung der Energieversorgung auf Verteilnetzebene am Modellstandort Kirchheimbolanden“ (RegEnKibo)



- Projektziel: Lokale Nutzung der erneuerbaren Energie
- Stadt Kirchheimbolanden:
 - Ca. 10000 Einwohner
 - Viele kleine lokale Erzeuger (PV + BHKW)
 - Großer Windpark und PV Park
- Entwicklung eines ganzheitlichen Regelungskonzepts für:
 - Power-to-Gas-Anlage
 - BHKWs
 - Speicher
 - Erneuerbare Erzeuger

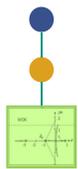




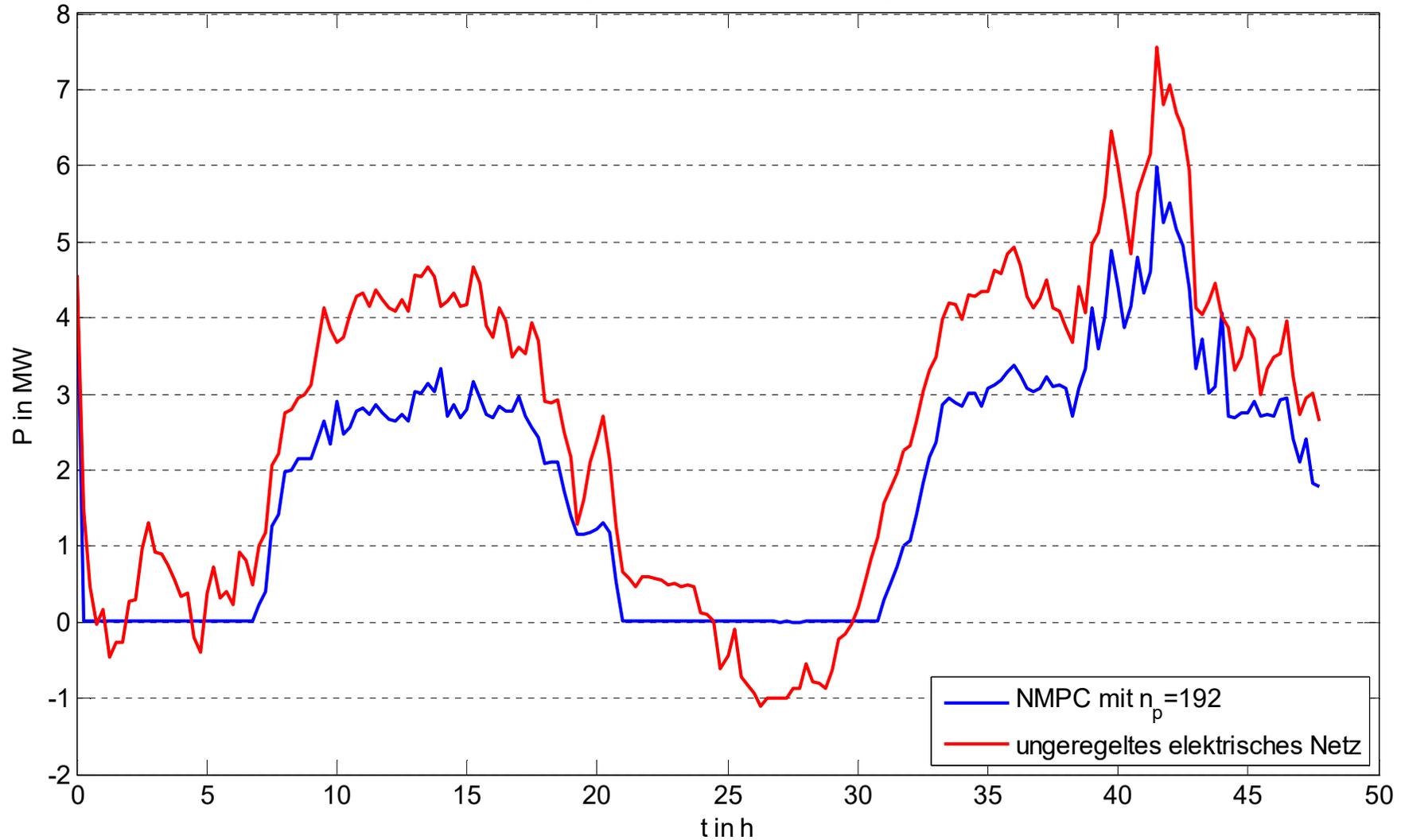
Projekt „RegEnKibo“

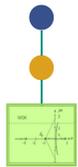
Projektbeschreibung

<https://youtu.be/FmOJ3x2Kr-4>



Leistungsfluss aus Übertragungsnetz



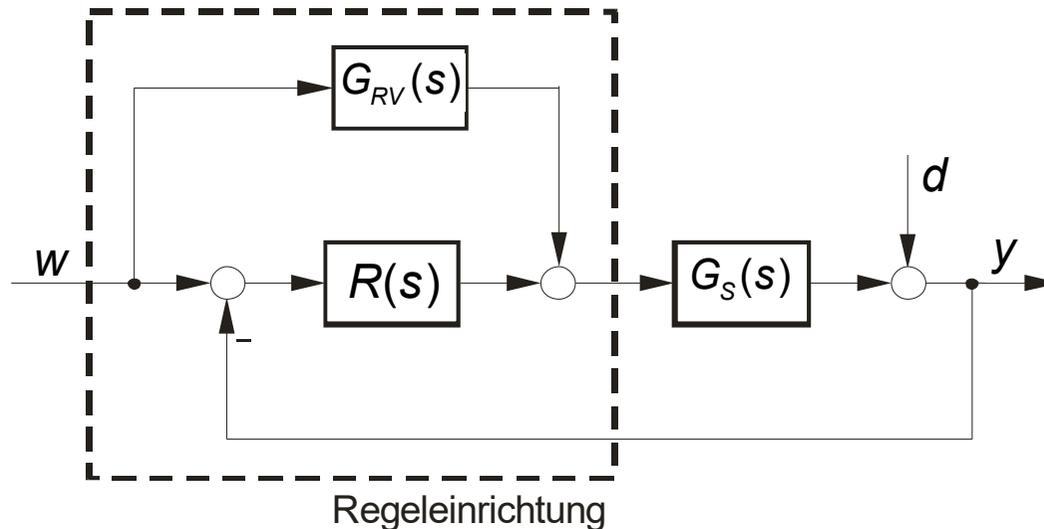


5.7 Vermaschung und Vorsteuerung

5.7.4 Vorwärtssteuerung (*feedforward control*, Sollwertaufschaltung)

Prinzip: direkte Beeinflussung der Stellgröße durch die Führungsgröße w durch eine geeignete Aufschaltung über $G_{RV}(s)$

Struktur:

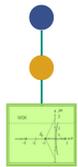


$G_{RV}(s)$: Vorsteuerung für Folgeverhalten
 $R(s)$: Regelung für Störverhalten

⇒ Weitgehend unabhängige Einstellung von Führungs- und Stör-Verhalten:

$$G_w(s) = \frac{Y(s)}{W(s)} = \frac{R(s)G_S(s)}{1 + R(s)G_S(s)} + \frac{G_{RV}(s)G_S(s)}{1 + R(s)G_S(s)} = \frac{G_S(s)(R(s) + G_{RV}(s))}{1 + R(s)G_S(s)}$$

$$G_D(s) = \frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{1}{1 + R(s)G_S(s)}$$

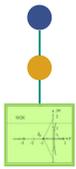


5.7 Vermaschung und Vorsteuerung

5.7.4 Vorwärtssteuerung (*feedforward control*, Sollwertaufschaltung)

Beispiel: Entwurf einer Regelung mit Vorsteuerung für ein einfaches System

- Regelstrecke: $G_S(s) = \frac{0,5}{(1+5s)(1+0,5s)^2}$
- Reglerentwurf mittels einfacher Einstellregeln:
Wähle PI-Regler mit Kompensation der größten Zeitkonstanten von 5 sec
- Regler: $G_R(s) = k_R \frac{1+5s}{s}$
- Auslegung der Regelung auf gutes Störverhalten (Phasenreserve $\varphi_R = 30^\circ$) mittels des Frequenzkennlinienverfahrens
- Ergebnis: $k_R \approx 3,1$



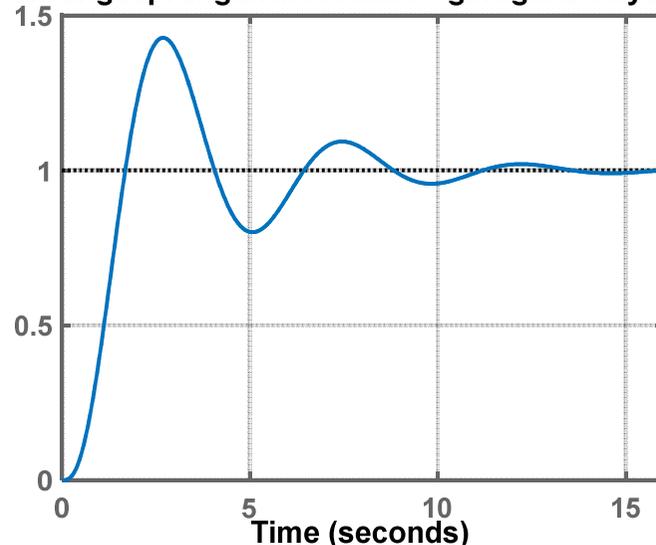
5.7 Vermaschung und Vorsteuerung

5.7.4 Vorwärtssteuerung (*feedforward control*, Sollwertaufschaltung)

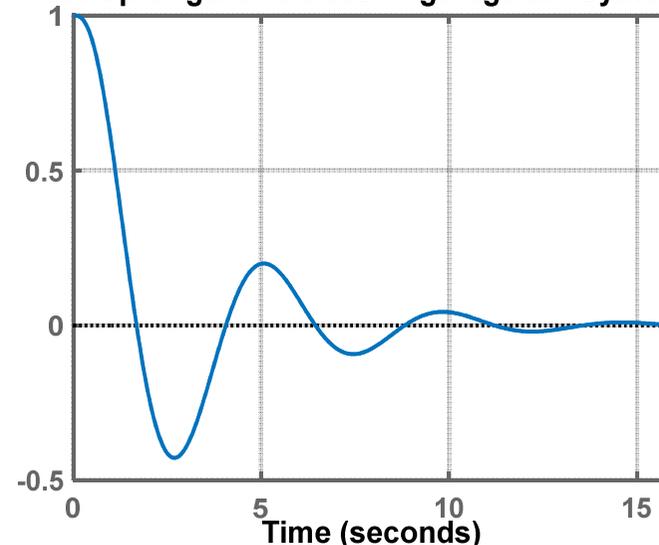
Beispiel: Entwurf einer Regelung mit Vorsteuerung für ein einfaches System

- Sprungantworten des einfach geregelten Systems:

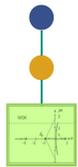
Führungssprungantwort des PI-geregelten Systems



Störsprungantwort des PI-geregelten Systems



- **Problem:** Führungsverhalten zu ungedämpft, beide Regelziele lassen sich nicht gleichzeitig unabhängig voneinander verfolgen → **Vorsteuerung**



5.7 Vermaschung und Vorsteuerung

5.7.4 Vorwärtssteuerung (*feedforward control*, Sollwertaufschaltung)

Beispiel: Entwurf einer Regelung mit Vorsteuerung für ein einfaches System

- Vorgabe einer Wunsch-Führungsübertragungsfunktion:
Wähle z.B. stärker gedämpftes PT2-Verhalten:

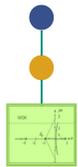
$$G_w(s) = \frac{1}{(1 + 0,5s)^2}$$

- Berechnung der Vorsteuerung:

$$G_{RV}(s) = \frac{G_w(s) + G_R(s) \cdot G_S(s) \cdot [G_w(s) - 1]}{G_S(s)}$$

- Es ergibt sich (Berechnung in Matlab):

$$G_{RV}(s) = \frac{10(s + 0,2)(s^2 + 5,55s + 10,2)}{(s + 2)^2}$$

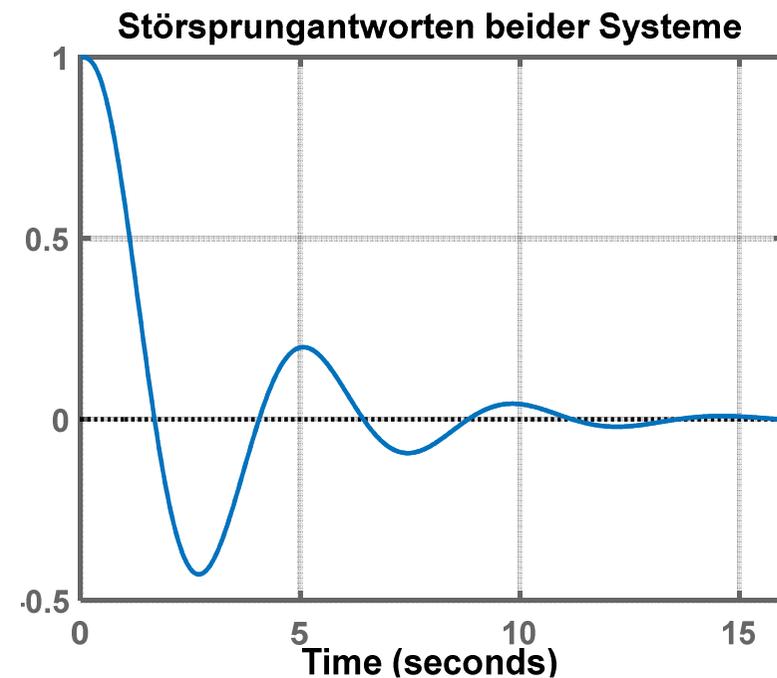
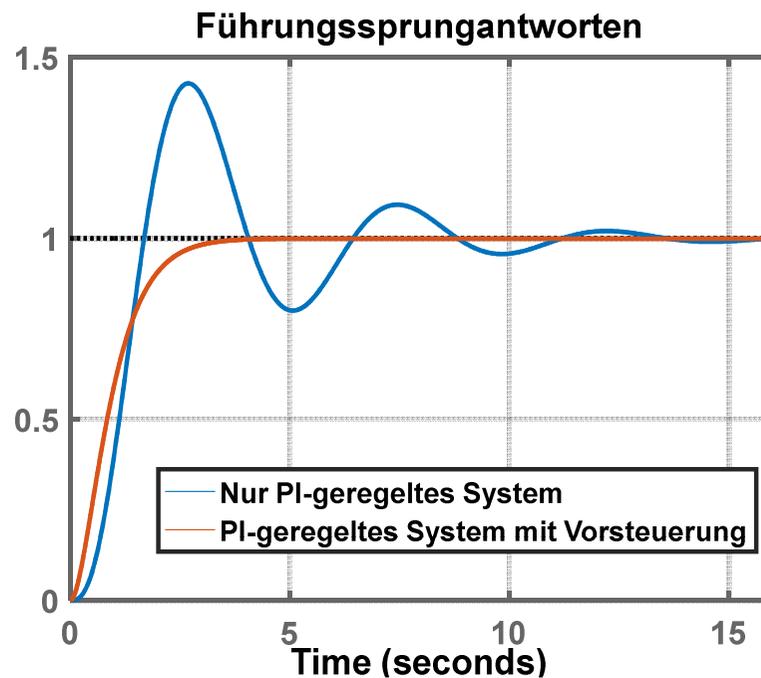


5.7 Vermaschung und Vorsteuerung

5.7.4 Vorwärtssteuerung (*feedforward control*, Sollwertaufschaltung)

Beispiel: Entwurf einer Regelung mit Vorsteuerung für ein einfaches System

■ Vergleich der Sprungantworten



- Vorsteuerung beeinflusst ausschließlich das Führungsverhalten
- Störsprungantwort bleibt daher identisch zum System ohne Vorsteuerung