Karlsruher Institut für Technologie

6. Tutorium Systemdynamik und Regelungstechnik

Sommersemester 2013

Institut für Regelungs- und Steuerungssysteme

Entwurf zeitdiskreter Regelungen

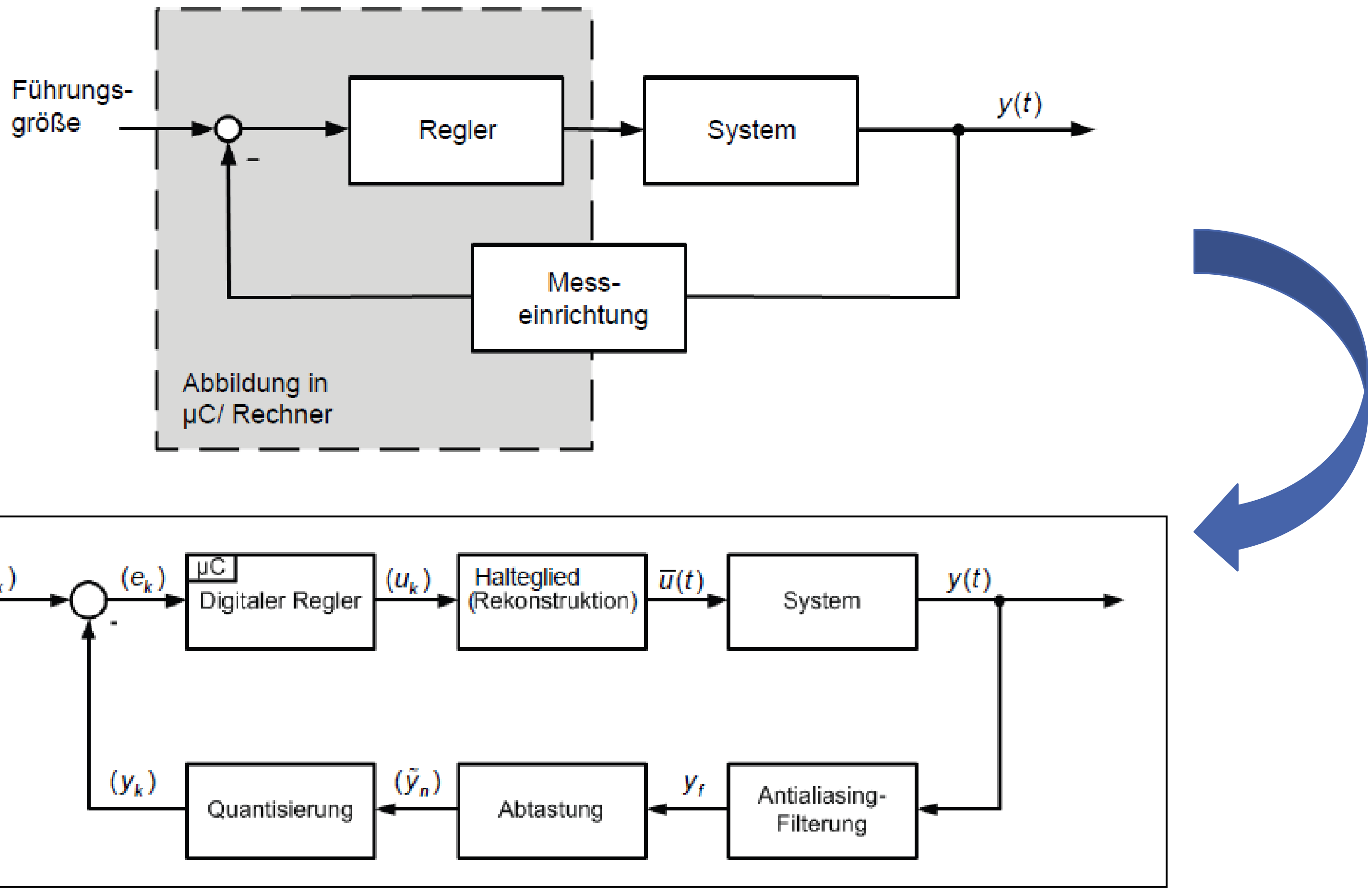
Inhalt und Themen

- **Reglerentwurf im Zeitdiskreten**
  - **Fast Sampling Design** (Aufgabe 33)
  - Direkte Verfahren – **Echt zeitdiskreter Reglerentwurf** (Aufgabe 35, 36)

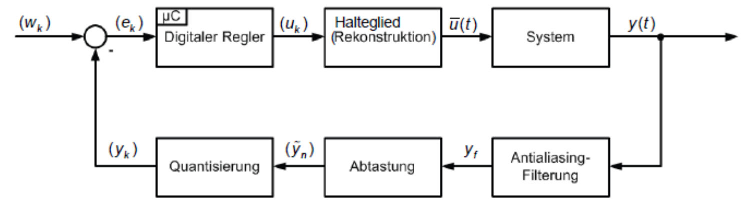
→ Bei Fragen: E-Mail oder Forum der Fachschaft

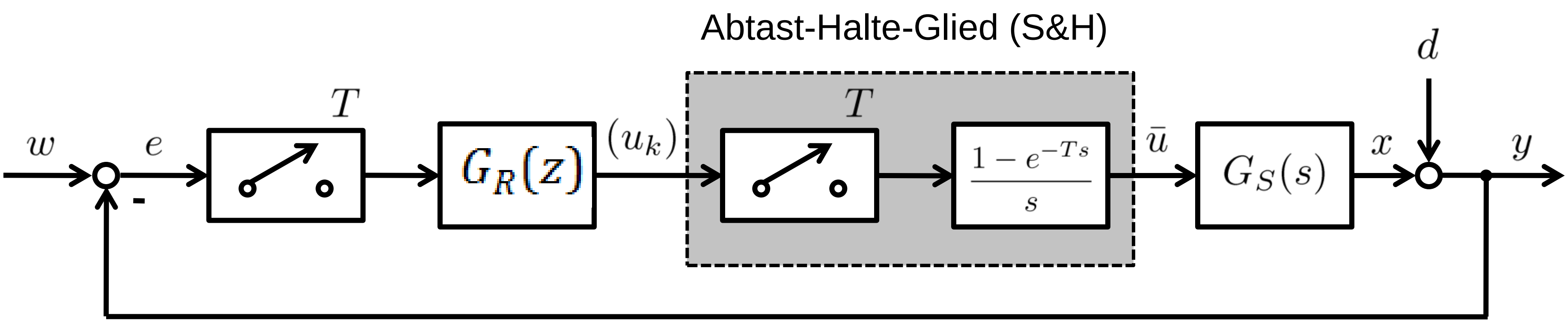
Aufbau digitaler Regelkreise
Motivation

- Es werden zunehmend digital arbeitende Regelungssysteme eingesetzt



Aufbau digitaler Regelkreise
Struktur und z-Transformation





$$X_z(z) = \mathcal{Z}\left\{G_S(s)\,\frac{1-e^{-Ts}}{s}\right\}\cdot U_z(z) \overset{z=e^{Ts}}{=} (1-z^{-1})\,\mathcal{Z}\left\{\frac{G_S(s)}{s}\right\}\cdot U_z(z)$$

$$G_z(z) = \frac{z-1}{z}\,\mathcal{Z}\left\{\frac{G_S(s)}{s}\right\}$$

z-Transformation

Aufbau digitaler Regelkreise
z-Transformation

- Z-Transformation (Abtast-Halte-Glied)

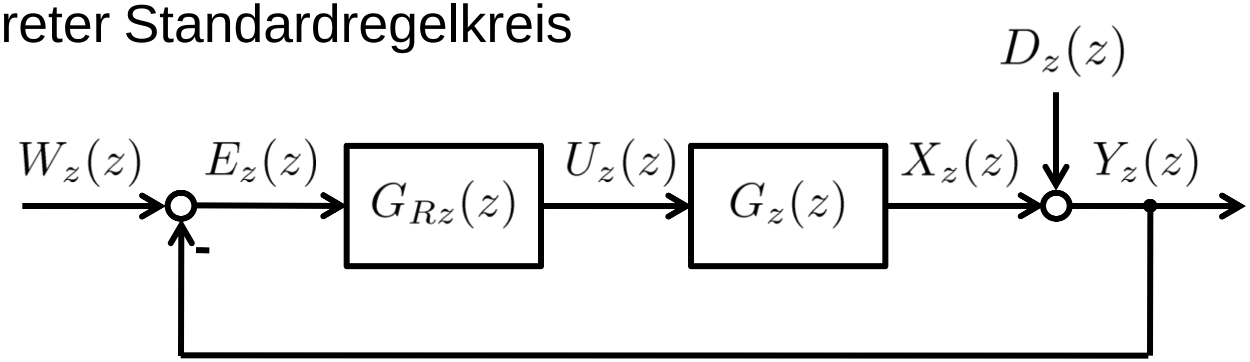
$$G_z(z) = \frac{z-1}{z}\,\mathcal{Z}\left\{\frac{G_S(s)}{s}\right\}$$

- Zeitdiskretisierung eines **differenzierenden Systems** (ZG > NG) mit z-Transformation nicht zulässig!

  → **Abtast-Halte-Vorgang ist für differenzierende Systeme nicht definiert**

Zeitdiskreter Regelkreis

- Zeitdiskreter Standardregelkreis



- **Offener Kreis:** $$F_{oz}(z) = \frac{X_z(z)}{E_z(z)} = G_{Rz}(z) \cdot G_z(z)$$

- **Führungsübertragungsfkt.:** $d = 0 \ \Rightarrow$ $$G_{wz}(z) = \frac{Y_z(z)}{W_z(z)} = \frac{F_{oz}(z)}{1 + F_{oz}(z)}$$

- **Störübertragungsfkt.:** $w = 0 \ \Rightarrow$ $$G_{dz}(z) = \frac{Y_z(z)}{D_z(z)} = \frac{1}{1 + F_{oz}(z)}$$

Zeitdiskreter Reglerentwurf

1. Fast Sampling Design

- Entwurf eines **zeitkont. Reglers** (bekannte Methoden) und anschließende **Zeitdiskretisierung**

> **Regler $G_R(s)$** für $G_S(s)$ entwerfen → z-Trafo, Tustin, Euler → **$G_{Rz}(z)$**

- Anwendbar für **kleine Abtastzeiten T**

2. Direkte Verfahren – Echt zeitdiskreter Reglerentwurf

- **Zeitdiskretisierung der Strecke** (meistens mit **z-Trafo** wegen der Genauigkeit in den Abtastpunkten) → **$G_z(z)$**
- **Entwurf des Reglers $G_{Rz}(z)$ direkt im Zeitdiskreten**

  → **Kompensationsregler, schneller DB-Regler, Dead-Beat-Regler**

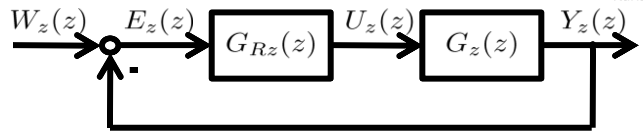
- Anwendbar, wenn **große Abtastzeit T**

Fast Sampling Design (FSD)

- Für kleine Abtastzeit T
- <u>Geg:</u> Zeitkont. Regler $G_R(s)$ (oder entwerfen für die Strecke $G_S(s)$)
- <u>Ges:</u> $G_{Rz}(z)$ durch **Zeitdiskretisierung**

  - <u>**z-Trafo (Abtast-Halte-Glied):**</u> $G_{Rz}(z) = \frac{z-1}{z} \mathcal{Z}\left\{\frac{G_R(s)}{s}\right\}$
  - <u>**Tustin-Approximation:**</u> Ersetzen von $s = \frac{2}{T}\frac{z-1}{z+1}$ in $G_R(s)$
  - <u>**Euler-Approximation:**</u> Ersetzen von $s = \frac{z-1}{T}$ in $G_R(s)$

Echt zeitdiskreter Reglerentwurf



- Für große Abtastzeit T

1. **Zeitdiskretisierung** der Strecke (z.B. **mit z-Trafo**) → $G_z(z)$

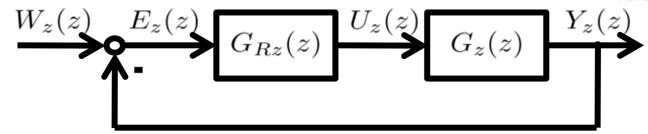
2. Strecke auf die Form $G_z(z) = \dfrac{Q(z)}{N(z)} z^{-d}$ mit $\begin{aligned} Q(z) &= q_0 + q_1 z^{-1} + \ldots + q_m z^{-m} \\ N(z) &= p_0 + p_1 z^{-1} + \ldots + p_n z^{-n} \end{aligned}$ bringen

3. Zeitdiskreter Reglerentwurf:
   - **Kompensationsregler:**

$$G_{Rz}(z) = \frac{1}{G_z(z)} \underbrace{\frac{F_{wz}(z)}{1 - F_{wz}(z)}}_{M_z(z)}$$

- Voraussetzungen:
  - **Strecke** $G_z(z)$ **stabil** (vgl. Formelsamml.) und **minimalphasig**
  - Mitkopplung $M_z(z)$ enthält keine Pole außerhalb des EKes
  - Führungsüfkt. $F_{wz}(z)$ enthält die Totzeit z^{-d} der Strecke

Echt zeitdiskreter Reglerentwurf



- Für große Abtastzeit T

1. **Zeitdiskretisierung** der Strecke (z.B. **mit z-Trafo**) → $G_z(z)$

2. Strecke auf die Form $G_z(z) = \dfrac{Q(z)}{N(z)} z^{-d}$ mit $\begin{array}{l} Q(z) = q_0 + q_1 z^{-1} + \ldots + q_m z^{-m} \\ N(z) = p_0 + p_1 z^{-1} + \ldots + p_n z^{-n} \end{array}$ bringen

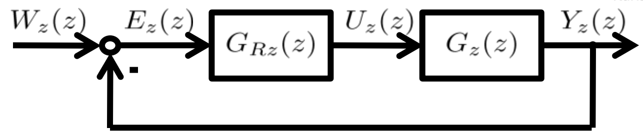
3. Zeitdiskreter Reglerentwurf:

   - <u>**Schneller Dead-Beat-Regler:**</u>

<u>Ansatz:</u>
Kompensationsregler mit
$F_{wz}(z) \overset{!}{=} z^{-d}$

$$G_{Rz}(z) = \frac{N(z)}{Q(z)} \frac{1}{1 - z^{-d}}$$

Echt zeitdiskreter Reglerentwurf



- Für große Abtastzeit T

1. **Zeitdiskretisierung** der Strecke (z.B. **mit z-Trafo**) → $G_z(z)$

2. Strecke auf die Form $G_z(z) = \dfrac{Q(z)}{N(z)} z^{-d}$ mit $\begin{aligned} Q(z) &= q_0 + q_1 z^{-1} + \ldots + q_m z^{-m} \\ N(z) &= p_0 + p_1 z^{-1} + \ldots + p_n z^{-n} \end{aligned}$ bringen

3. Zeitdiskreter Reglerentwurf:

- **Dead-Beat-Regler:**

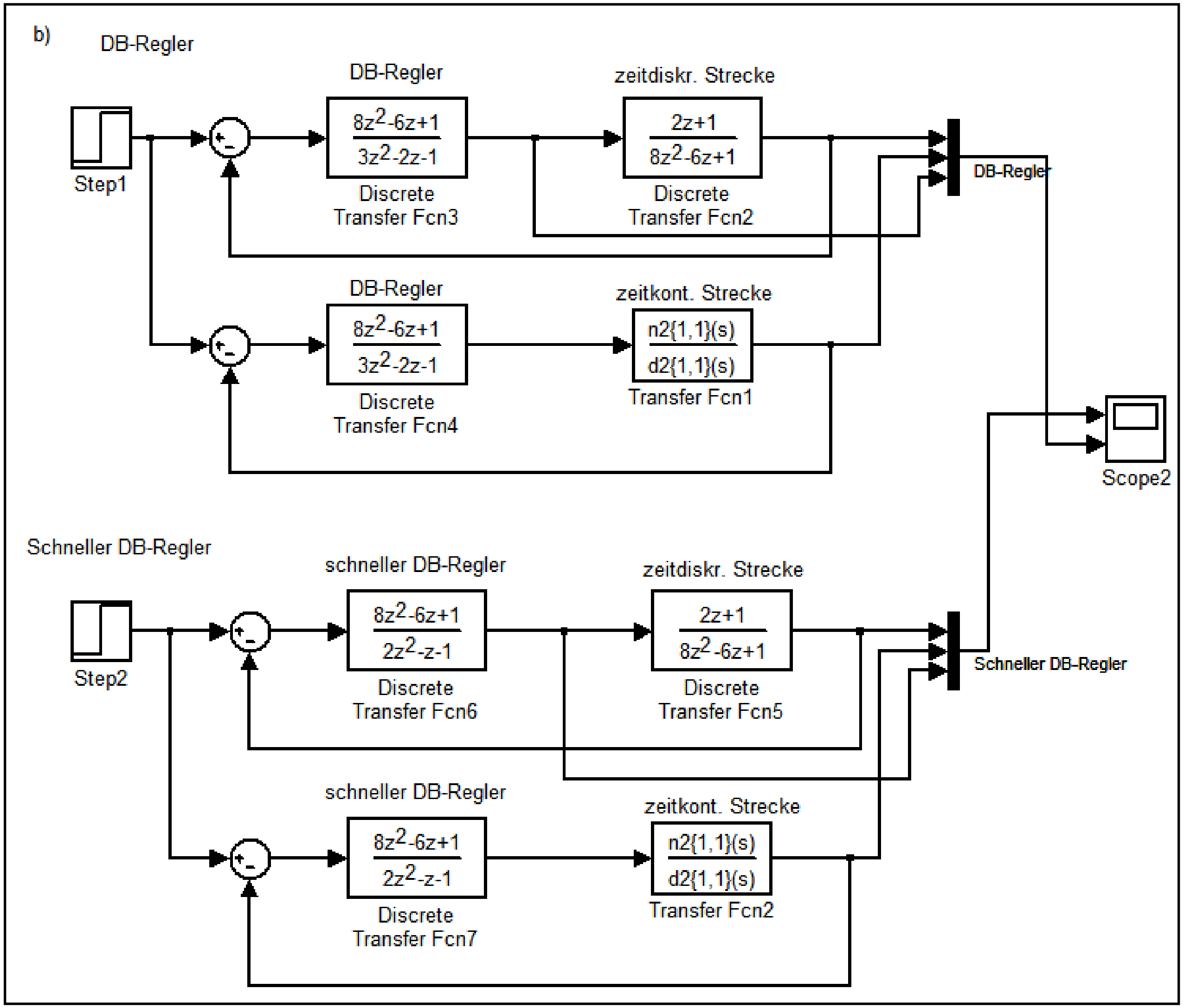
Ansatz:

Kompensationsregler mit

$$F_{Wz}(z) = \frac{Q(z)}{\sum_{i=0}^{m} q_i} z^{-d}$$

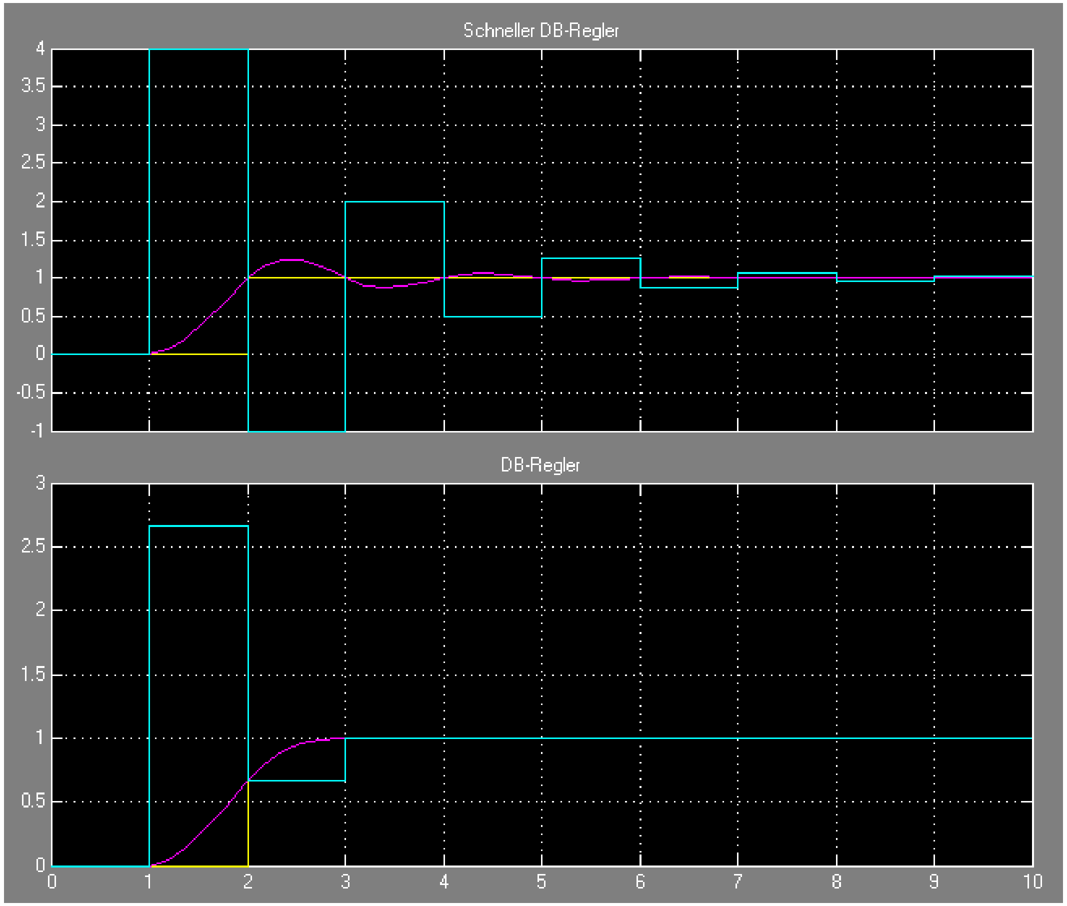
$$G_{Rz}(z) = \frac{N(z)}{\sum_{i=0}^{m} q_i - Q(z)\, z^{-d}}$$

Aufgabe 35 b) – Simulink (1)



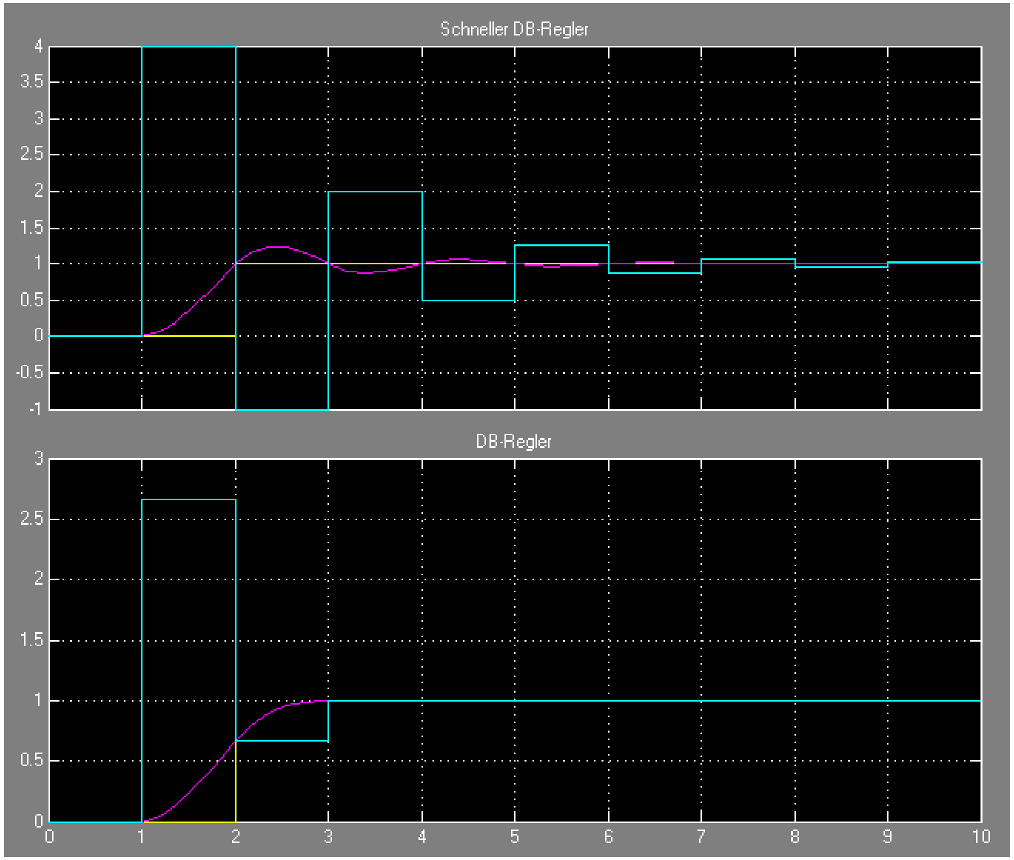
Aufgabe 35 b) – Simulink (2)

- <u>Magenta:</u>
  Regelgröße der
  zeitkont. geregelten Strecke
- <u>Gelb:</u>
  Regelgröße der
  zeitdiskr. geregelten Strecke
- <u>Blau:</u>
  Stellgröße
  (Treppenfkt., da zeitdiskret)



Aufgabe 35 b) – Simulink (3)

- **<u>Schneller DB-Regler:</u>**
  Führt zeitkont. (magenta) Regelgröße in <u>kürzester Zeit</u> auf Führungsgröße <u>in den Abtastpunkten</u>, dazwischen Schwingung, da <u>Stellgröße noch nicht konstant.</u>
- **<u>DB-Regler:</u>**
  Führt zeitdiskr. (gelb) und zeitkont. (magenta) Regelgröße in <u>endlicher Zeit</u> auf Führungsgröße, <u>Stellgröße auch konst.</u>



Aufgabe 36 a) (1)

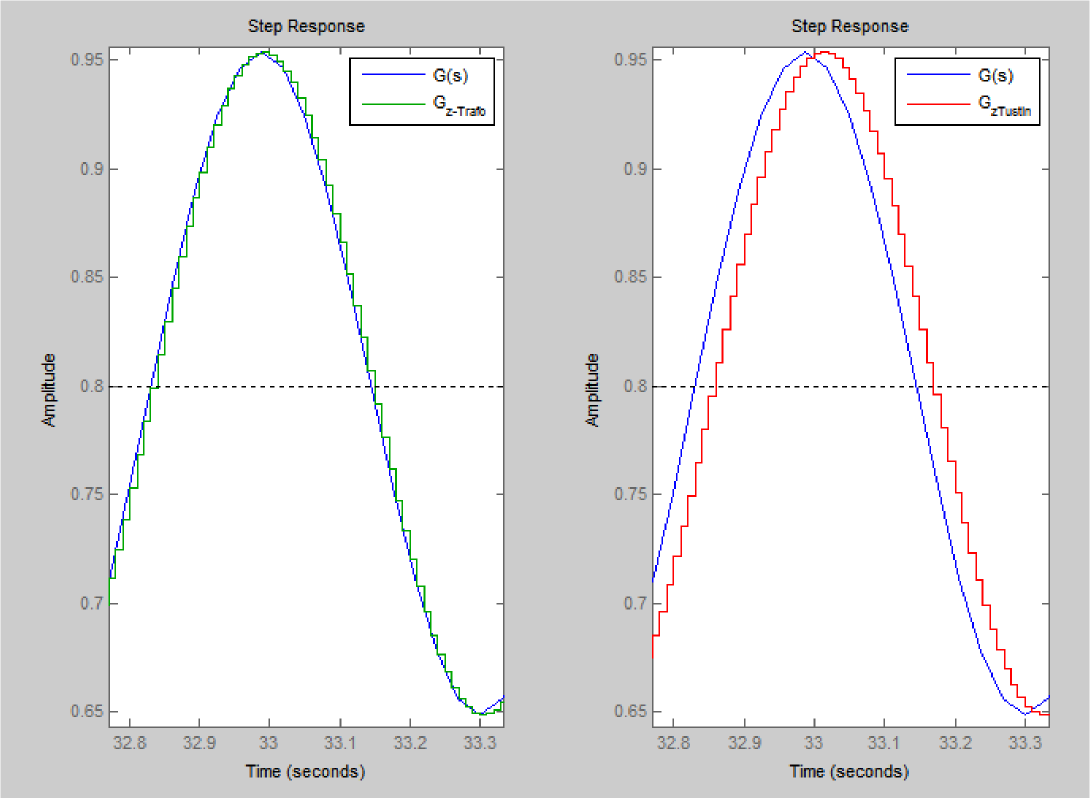
- Geg: Stark schwingendes System $G(s) = \dfrac{80}{s^2 + 0.1\,s + 100}$
- Anforderungen: Ausgangsgröße **schwingungsfrei** und **stationär genau**
- Regler auf einem Mikrocontroller zu implementieren mit begrenzter Taktfrequenz f = 100 Hz → T = 1/f = 0,01 s → Abtastzeit T groß, d.h. **echt zeitdiskreter Reglerentwurf** notwendig:

  1. Zeitdiskretisierung der Strecke

  – Bode-Diagramm: Tustin-Approximation bildet die zeitkont. Strecke vor allem beim Phasenverlauf besser ab.

Aufgabe 36 a) (2)

– <u>Sprungantwort:</u> Die Sprungantwort der **mit der z-Transformation diskretisierten Strecke** stimmt in den Abtastpunkten mit der Sprungantwort der zeitkont. Strecke überein!



Aufgabe 36 b)

2. Entwurf des Reglers $G_{Rz}(z)$ direkt im Zeitdiskreten

- Hier kein Kompensationsregler, DB-Regler, sondern:

  → **Reglerentwurf mit dem Wurzelortskurvenverfahren**, so dass Regelgröße schwingungsfrei und stationär genau den Sollwert erreicht.

  → WOK-Verfahren im Zeitdiskreten, Vorgehen ganz analog wie im Zeitkontinuierlichen

- Hier:
  - Kompensation der stabilen Streckenpole (0.9947 ± j 0.0997) durch Regler-Nullstellen
  - **Integrator (z = 1) für stationäre Genauigkeit**
  - Konj. Kompl. Poolpaar im EK zur Stabilisierung (0.3 ± j 0.1)
  - Somit ist der RK stabilisierbar → Für $\mathbf{k_R = 0.18}$ sehr gutes Verhalten der Führungssprungantwort

Nächstes Tut

- ~~Am 16. Juli~~
- Am 24. Juli um 11:30 Uhr (3. Block)

- Im IRS Raum 003