Karlsruher Institut für Technologie

# Systemdynamik und Regelungstechnik

## Übung 2: Signale/Systeme, stationäres Verhalten, Diskretisierung, MATLAB/SIMULINK

**M. Sc. Patrick Sauter**
**Heute Vertretung: Martin Kupper**

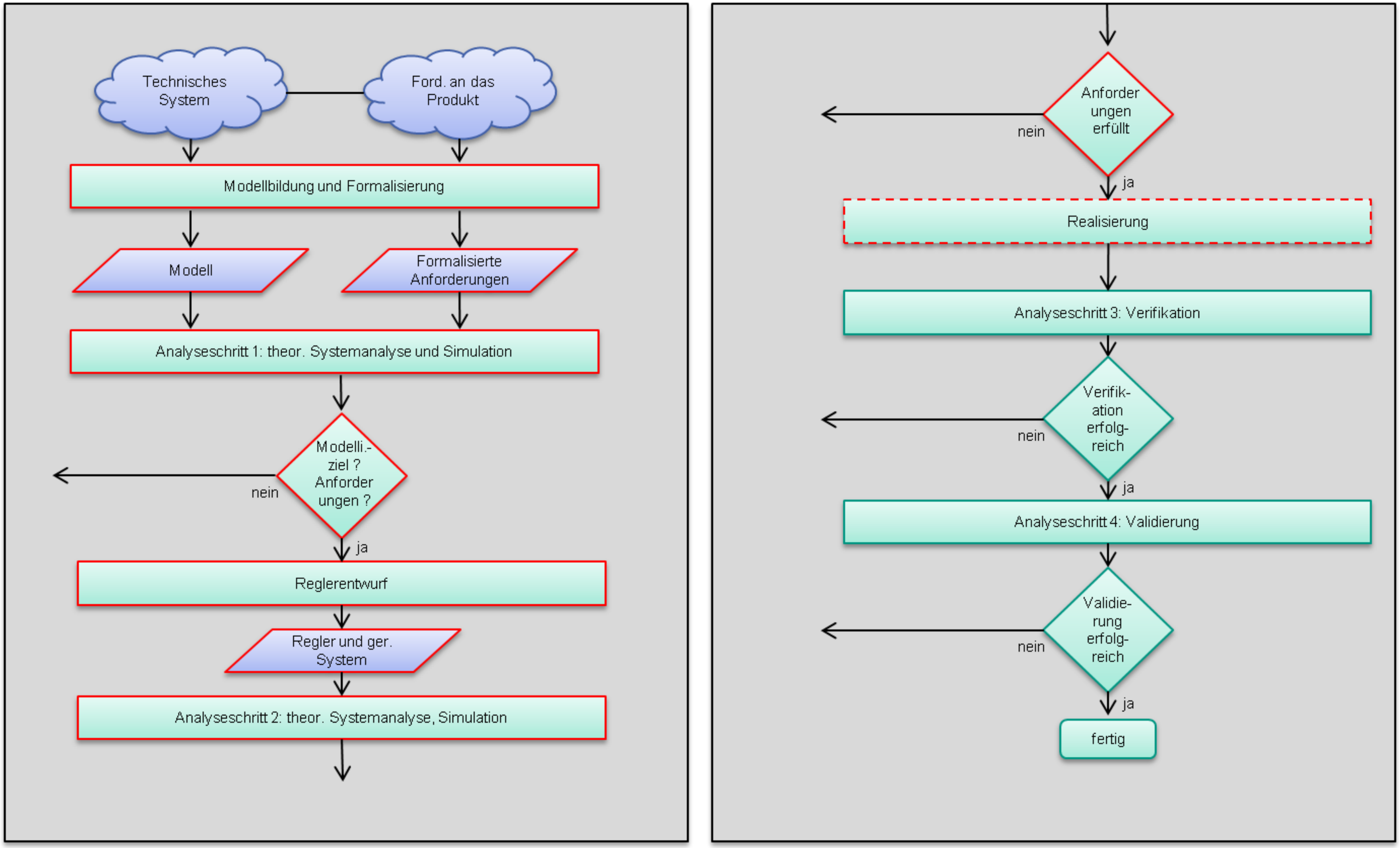
INSTITUT FÜR REGELUNGS- UND STEUERUNGSSYSTEME (IRS)

# Übung/Tutorium 2: Themen

Karlsruher Institut für Technologie

| Übung | Tutorium |
| --- | --- |
| kontin./diskrete Signale/Systeme | Modellierung/Simulation mit SIMULINK |
| Diskretisierung mit MATLAB | Diskretisierung mit MATLAB |
| stationäres Verhalten | stationäres Verhalten |
| Systemanalyse mit MATLAB | |
| Frequenzbereichsdar-stellungen mit MATLAB | Programmieren/ Plotten mit MATLAB |

# Entwicklungsablauf für Regelungssysteme



# Übersicht konti./diskrete Signale/Systeme

Karlsruher Institut für Technologie

## Systeme

- Größen sortieren $f(y) = g(u)$
- einzelne Ableitungen transformieren: $x' \rightarrow sX(s)$
- Übertragungsfunktion bilden: $G=Y/U$

kontinuierlich

s-ÜF ⟷ DGL

diskret

z-ÜF ⟷ Differenzen-gleichung

- Größen sortieren
- einzelne Vergangenheitswerte transformieren: $x_{k-n} \rightarrow X_z(z)z^{-n}$
- Übertragungsfunktion bilden: $G=Y/U$

## Signale

Laplace-Transformation

$Y(s)$ ⟷ $y(t)$

$Y_z(z)$ ⟷ $(y_k)$

Z-Transformation

# Aufgabe 8 (TR)

- **b)** ✥ Ausgangsgleichung: $y_\mathrm{k} = \frac{1}{2} y_\mathrm{k\text{-}1} + 3u_\mathrm{k} - 6u_\mathrm{k\text{-}1}$

  Sortieren $y_\mathrm{k} - \frac{1}{2} y_\mathrm{k\text{-}1} = 3u_\mathrm{k} - 6u_\mathrm{k\text{-}1}$

  Z-Transformation $Y_\mathrm{z}(z)(1 - \frac{1}{2} z^{-1}) = U_\mathrm{z}(z)(3 - 6z^{-1})$

  Umformen $G_\mathrm{z}(z) = \frac{Y_\mathrm{z}(z)}{U_\mathrm{z}(z)} = \frac{3-6z^{-1}}{1-\frac{1}{2}z^{-1}} = 3\frac{z-2}{z-\frac{1}{2}}$

- **e)** ✥✥ Ausgangsgleichung: $y(t) = 2\sin(3t) + 1$

  direkt aus Korrespondenztabelle der Laplace-Transformation:

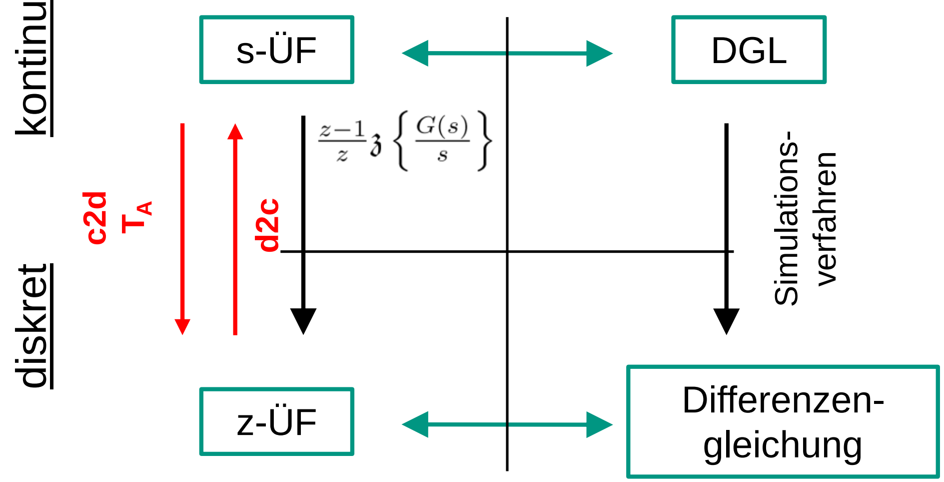
  $$\boxed{\begin{array}{rcc} 1 & \circ\!\!-\!\!\bullet & \frac{1}{s} \\ \sin(\omega t) & \circ\!\!-\!\!\bullet & \frac{\omega}{s^2+\omega^2} \end{array}}$$

  Ergebnis: $Y(s) = 2\frac{3}{s^2+9} + \frac{1}{s}$

# Diskretisierung kontin. Signale/Systeme

## Systeme

- Größen sortieren
- Ableitungen transformieren
- Übertragungsfunktion bilden

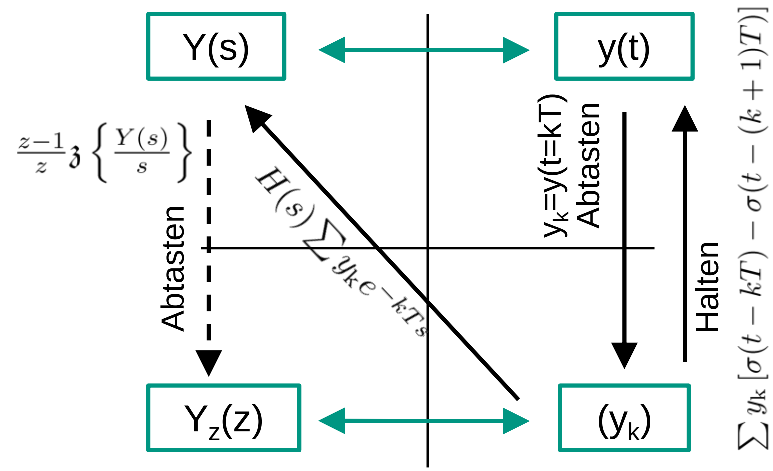



- Größen sortieren
- Vergangenheitswerte transformieren
- Übertragungsfunktion bilden

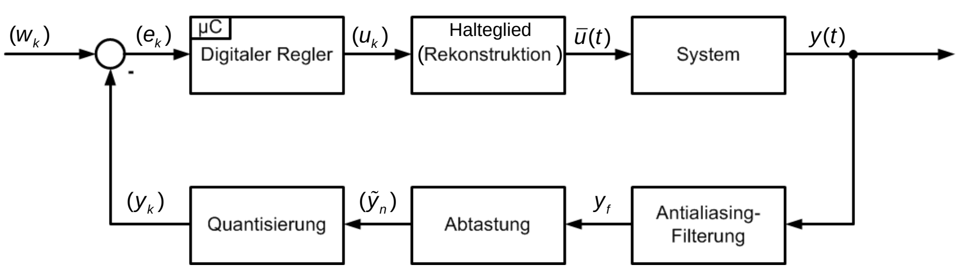
```
c2d(sys,T_A)
d2c(sys)
```

## Signale

Laplace-Transformation




Z-Transformation





M. Sc. Patrick Sauter

Institut für Regelungs- und Steuerungssysteme

# Stationäres Verhalten - Bedeutung

- Im Zeitbereich: Verhalten der Ausgangsgröße bei konstanter Eingangsgröße nach Abklingen aller Einschwingvorgänge ($t \to \infty$)
- Im Frequenzbereich: Übertragungsverhalten bei Frequenz Null ($s \to 0$)

- mögliches stationäres Verhalten:
  - Konstante Ausgangsgröße
    - Ausgang = 0 → **D-Verhalten**
    - Ausgang = Eingang „stationär genau"
    - sonstige konstante Ausgangsgröße → **P-Verhalten**
  - Linear steigende Ausgangsgröße → **I-Verhalten**
  - Quadratisch → **$I^2$-Verhalten**
  - (mit höherer Potenz steigende Ausgangsgröße)


M. Sc. Patrick Sauter

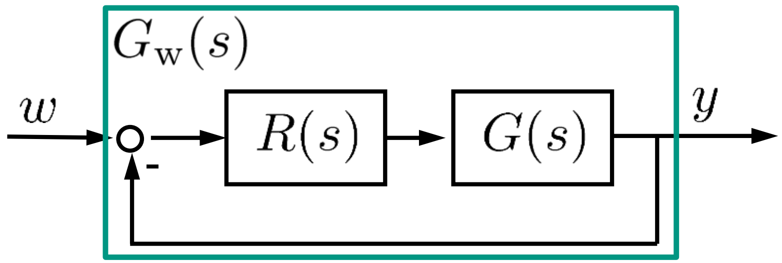
Institut für Regelungs- und Steuerungssysteme

# Stationär genaues Verhalten

- Wenn die Ausgangsgröße nach Abklingen dynamischer Anteile gleich dem Eingangswert ist

➔ Insbesondere für Regelkreise erwünscht:

Die Regelgröße (Istwert) folgt der Führungsgröße (Sollwert) stationär genau.



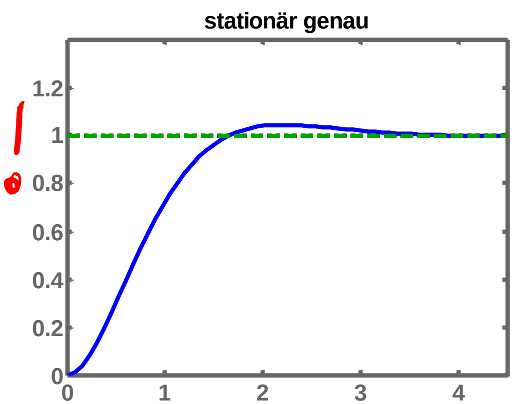

- Dann gilt: Gesamtsystem $G_w$ hat stationäre Verstärkung 1

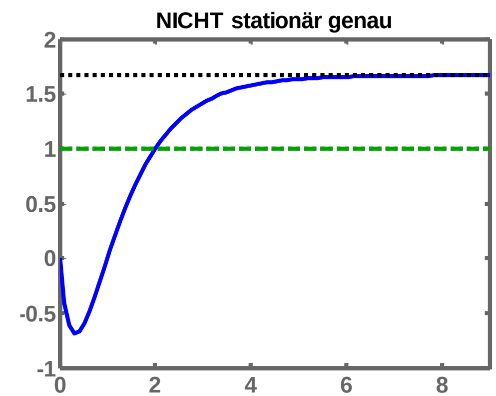
$$y_\infty = w_\infty \Rightarrow G_w(0) = 1$$

Stabilität vorausgesetzt!

zeitdiskret:

$\Rightarrow G_{wz}(1) = 1$



# Stationäres Verhalten - Vorgehensweise

- Ablesen in graphischer Darstellung
  - Nyquist-Ortskurve
  - Bode-Diagramm
  - Sprungantwort
- Berechnen des stationären Endwerts mit dem EWS der Laplace-Trafo:

$$\boxed{\lim_{t\to\infty} y(t) = \lim_{s\to 0} s\cdot Y(s) = \lim_{s\to 0} s\cdot G_{\mathrm{w}}(s)\cdot W(s)}$$

Hier: Reaktion auf Eingangssprung betrachtet: $W(s) = \frac{1}{s}$

Also: Berechnung des stationären Endwerts mit

$$y_\infty = \lim_{t\to\infty} y(t) = \lim_{s\to 0} s\cdot Y(s) = \lim_{s\to 0} s\cdot G_{\mathrm{w}}(s)\cdot \frac{1}{s} = \lim_{s\to 0} G_{\mathrm{w}}(s) = G_{\mathrm{w}}(0)$$

- Achtung: EWS darf nur angewendet werden bei stabilen Systemen !

  → vorher auf Stabilität untersuchen

# Aufgabe 10 (TR)

- **c)**

$$G_3(s) = \frac{s-5}{s+2} e^{-\frac{3}{2}s}$$

```
tf([…,a2,a1,a0],[…,b1,b0])
dcgain(sys)
step(sys)
```

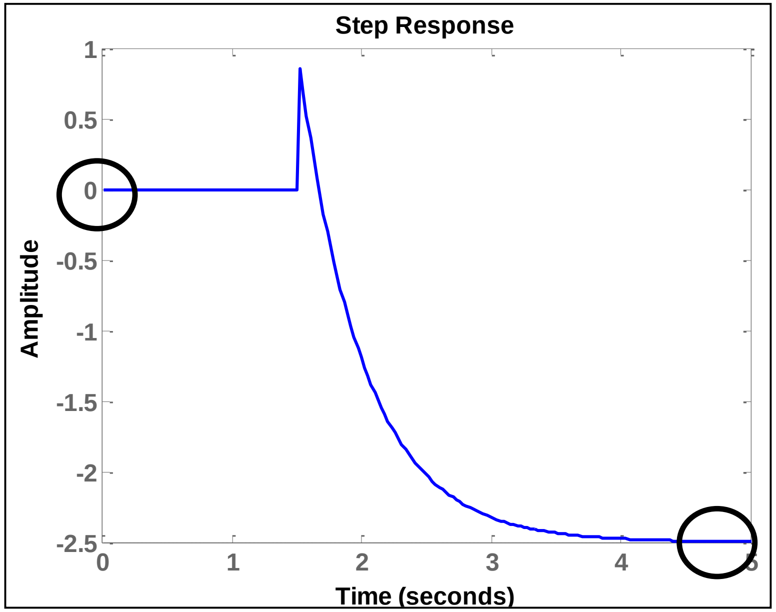
System stabil → EWS anwendbar

$$h_{3,\infty} = G_3(0) = -\frac{5}{2}$$

System nicht differenzierend

→ AWS anwendbar

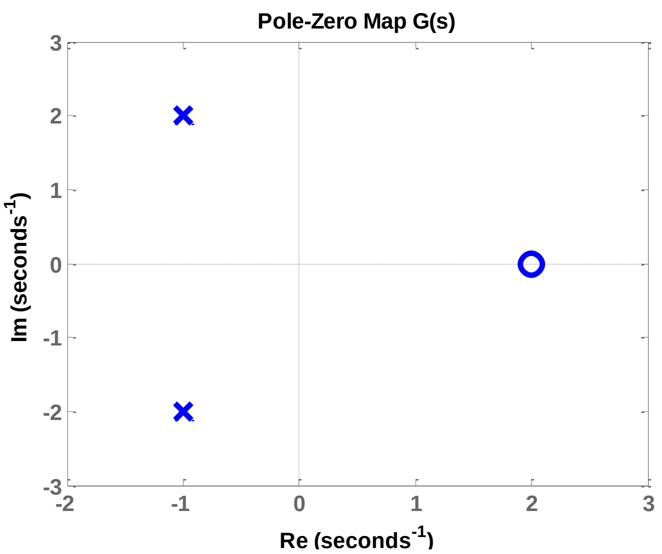
$$h_{3,0} = \lim_{s\to\infty} G_3(s) = 0$$



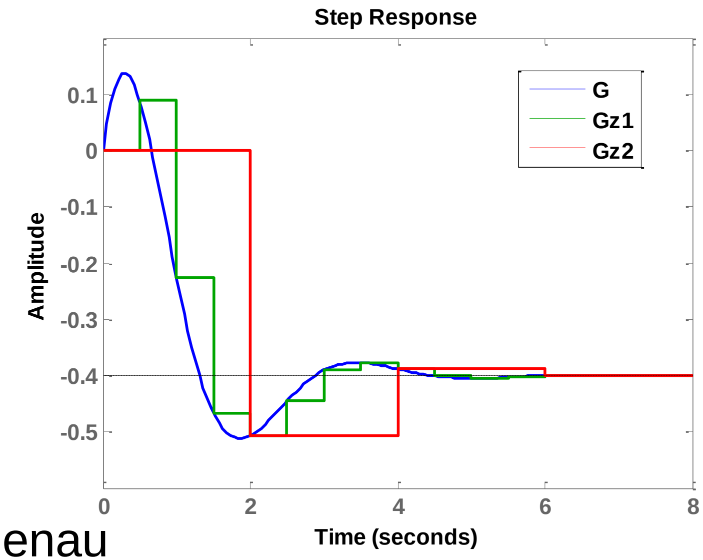
# Aufgabe 9 (TR)

- **c)** ++

$$G_3(s) = \frac{s-2}{s^2+2s+5}, T_1 = 0.5, T_2 = 2$$




```
tf([…,a2,a1,a0],[…,b1,b0])
pzmap(sys)
c2d(sys,TA)
step(sys)
```




➔ $G_3(s)$: stabil, NMP, schwingfähig,
nicht stationär genau

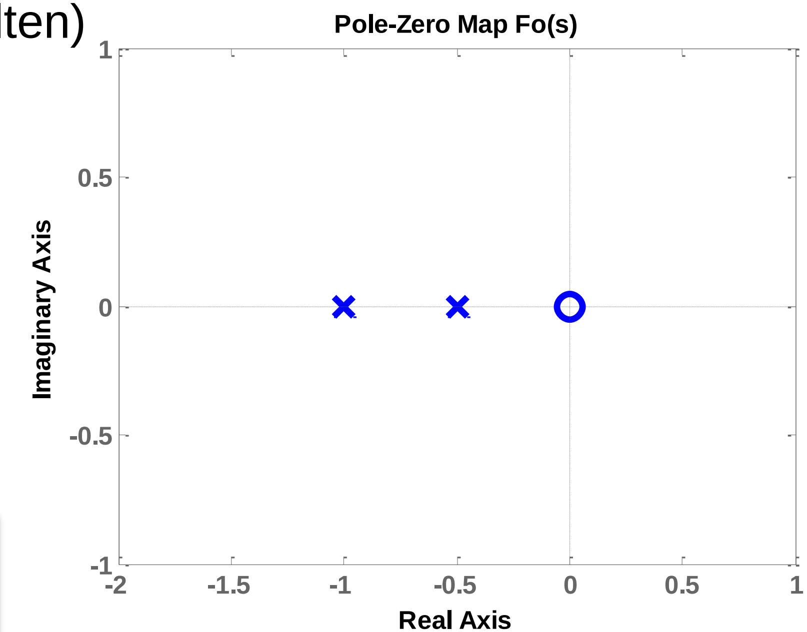
$G_{31z}(z)$: stabil, schwingfähig, nicht stationär genau

$G_{32z}(z)$: stabil, schwingfähig, nicht stationär genau

# Aufgabe 11 (ÜE)

$$F_o(s) = \frac{-2kT_1 s^2}{(1+T_1 s)(1+T_2 s)}, T_1 > 0, T_2 > 0, k > 0$$

- **a)** 2 Pole in linker Halbebene, doppelte Nullstelle in 0
  → stabil (alle Pole links)
  → minimalphasig (keine Pole/Nullstellen rechts)
  → nicht stationär genau (da D²-Verhalten)

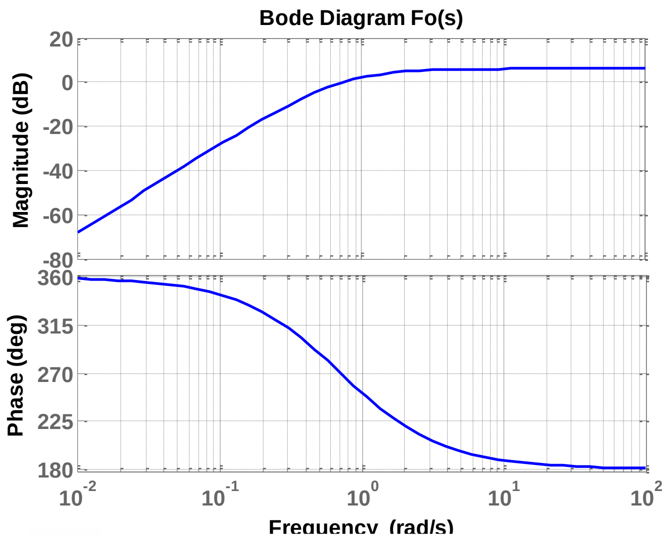



```
zpk([n1,n2,…],[p1,p2,…],k)
pzmap(sys)
```

# Aufgabe 11 (2)

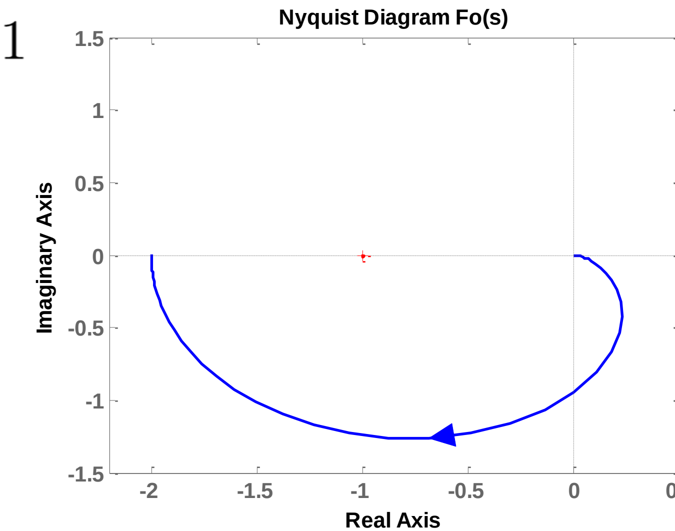
$$F_o(s) = \frac{-2kT_1s^2}{(1+T_1s)(1+T_2s)}, T_1 = 2, T_2 = 1, k = 1$$

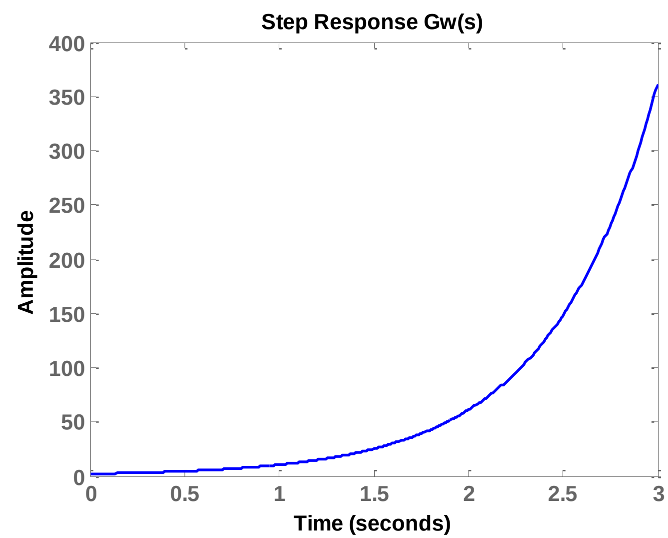
- b)




```
figure
bode(sys)
nyquist(sys)
pzmap(sys)
pole(sys)
step(sys)
```

- c) **Pole von $G_w$:**
  -1, -0.5, -0.28
  1.78 → instabil



Karlsruher Institut für Technologie

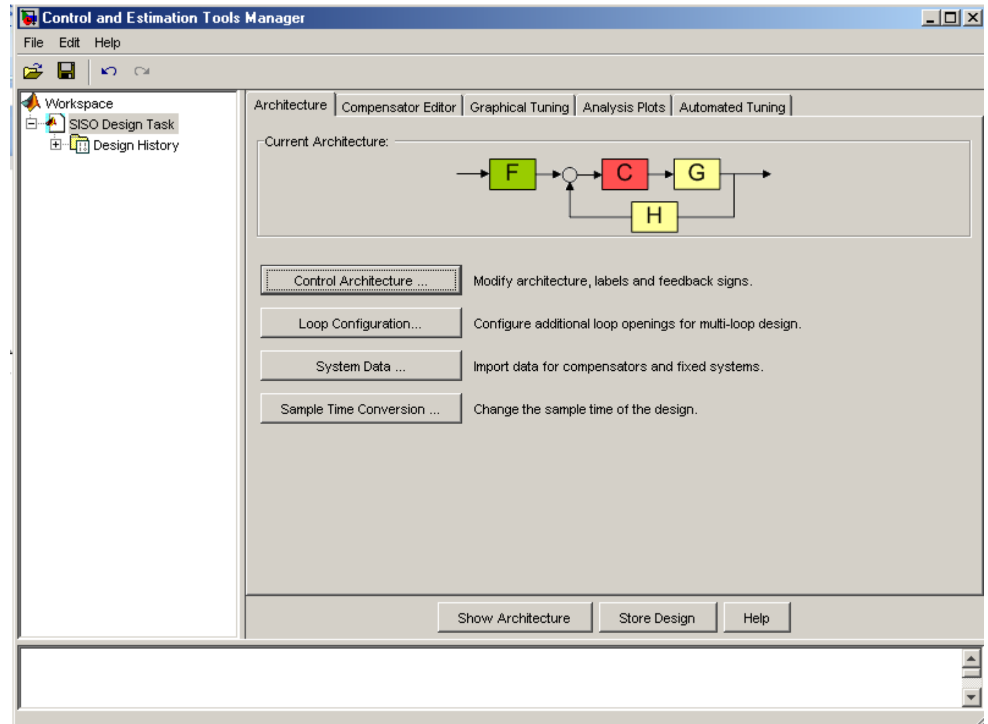
# Aufgabe 11 (3)

$$F_o(s) = \frac{-2kT_1 s^2}{(1+T_1 s)(1+T_2 s)}, T_1 = 2, T_2 = 1, k = 1$$

- **d)**

  Analyse mit dem SISO-Tool

  → $G_w(s)$ stabil für $k < 0,5$




```
sisotool(Fo)
```

# Aufgabe 11 (4)

$$F_o(s) = \frac{-2kT_1 s^2}{(1+T_1 s)(1+T_2 s)}, T_1 = 2, T_2 = 1, k = 1$$

- **e)** Diskretisierung mit *c2d* und 0,5 sek als Abtastzeit:

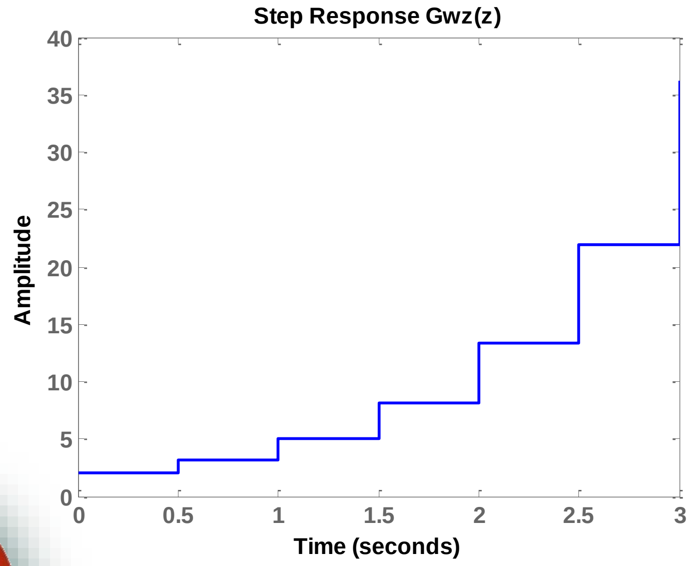
$$F_{oz}(z) = \frac{-2z^2+3.9z-1.9}{z^2-1.39z+0.47} \quad \text{bzw.} \quad F_{oz}(z) = \frac{-2(z-0.9511)(z-1)}{(z-0.7788)(z-0.6065)}$$

```
c2d(sys,T)
zpk(sys)
```

# Aufgabe 11 (5)

$$F_o(s) = \frac{-2kT_1s^2}{(1+T_1s)(1+T_2s)}, T_1 = 2, T_2 = 1, k = 1$$

- f)




```
subplot(n,m,k)
pzmap(sys)
bode(sys)
nyquist(sys)
step(sys,t)
```