

Systemdynamik und Regelungstechnik

Übung 4: Entwurf linearer zeitkontinuierlicher Regler

M. Sc. Patrick Sauter

INSTITUT FÜR REGELUNGS- UND STEUERUNGSSYSTEME (IRS)



Übung/Tutorium 4: Themen

Übung

Tutorium

Kompensationsregler

Entwurf mit Einstellregeln

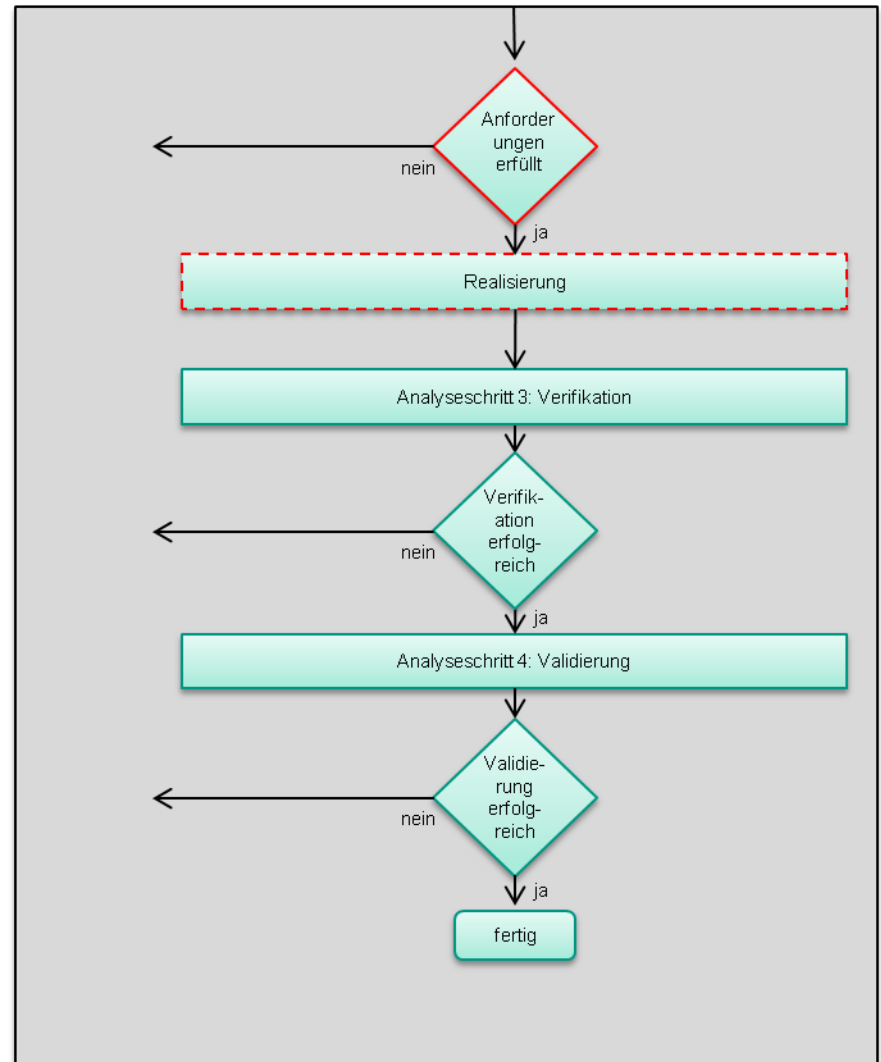
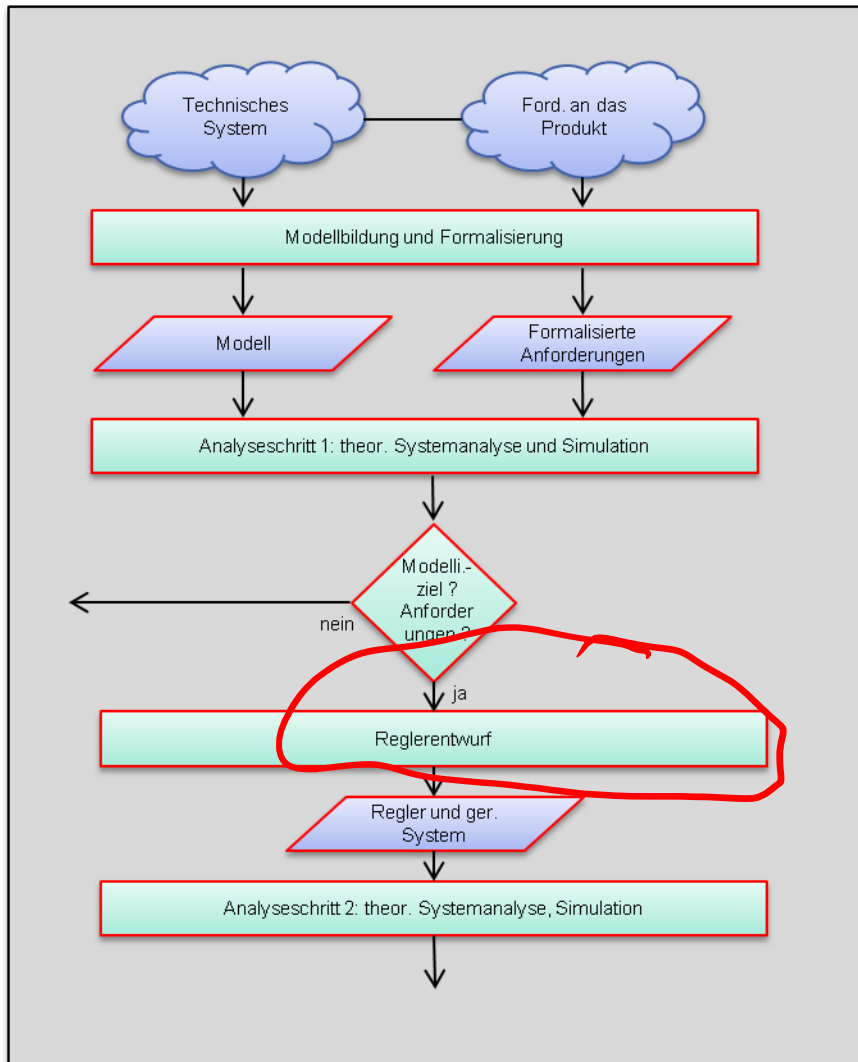
Frequenzkennlinien-
verfahren

Reglerentwurf nach
Ziegler-Nichols

reale/ideale Regler

Wurzelortskurve

Entwicklungsablauf für Regelungssysteme



Klassifikation der Entwurfsverfahren

- Weites Feld verschiedener Entwurfsverfahren: im Zeit-/Frequenzbereich, für Ein-/Mehrgrößensysteme, mit/ohne Gütekriterium, analytisch/heuristisch
- Wahl des Verfahrens teilweise auch abhängig vom Ziel der Regelung
 - Führungs-/Störverhalten, Überführung in bestimmte Systemzustände, Folgen von Trajektorien

In SRT:

- Direkte Verfahren:
 - rein analytisch/mathematisch
 - Keine graphische Darstellung nötig
 - vollständige Kompensation
 - einfache Einstellregeln
 - Frequenzkennlinienverfahren
 - Wurzelortskurvenverfahren
- Indirekte Verfahren:
 - Unter Verwendung einer graphischen Darstellung
- Heuristische Verfahren:
 - Reglerparametrierung aus Erfahrungswert-Tabellen
 - Einstellregeln nach Ziegler-Nichols
- Parameteroptimierung:
 - Betragsoptimum
 - min. quadr. Regelfläche

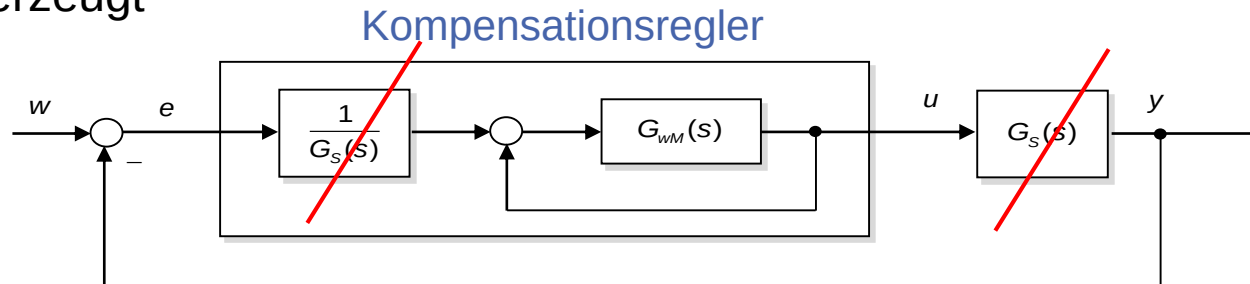
A23(TU)

Nächste Übung

Nächste Übung

Vollständige Kompensation

- Streckenverhalten wird durch Regler invertiert → vollständig kompensiert
- Zusätzlich wird gewünschte Dynamik des geschlossenen Kreises durch Regler erzeugt



$$G_{WM}(s) = \frac{G_R(s)G_S(s)}{1 + G_R(s)G_S(s)} \Rightarrow G_R(s) = \frac{1}{G_S(s)} \frac{G_{WM}(s)}{1 - G_{WM}(s)}$$

Vorgehensweise:

- Voraussetzungen prüfen
 - $G_S(s)$ stabil und minimalphasig
 - Mitkopplung von $G_{WM}(s)$ stabil
- Wunschübertragungsfunktion $G_{WM}(s)$ des geschlossenen Kreises aufstellen
- Regler $G_R(s)$ aus $G_S(s)$ und $G_{WM}(s)$ berechnen



Einfache Einstellregeln

- Teilweise Kompensation des Streckenverhaltens
 - ➔ Auswahl der Streckenteile, die am meisten zum störenden Verhalten beitragen
 - ➔ Üblicherweise schneller Regelkreis gewünscht ➔ große Zeitkonstanten kompensieren

Vorgehensweise:



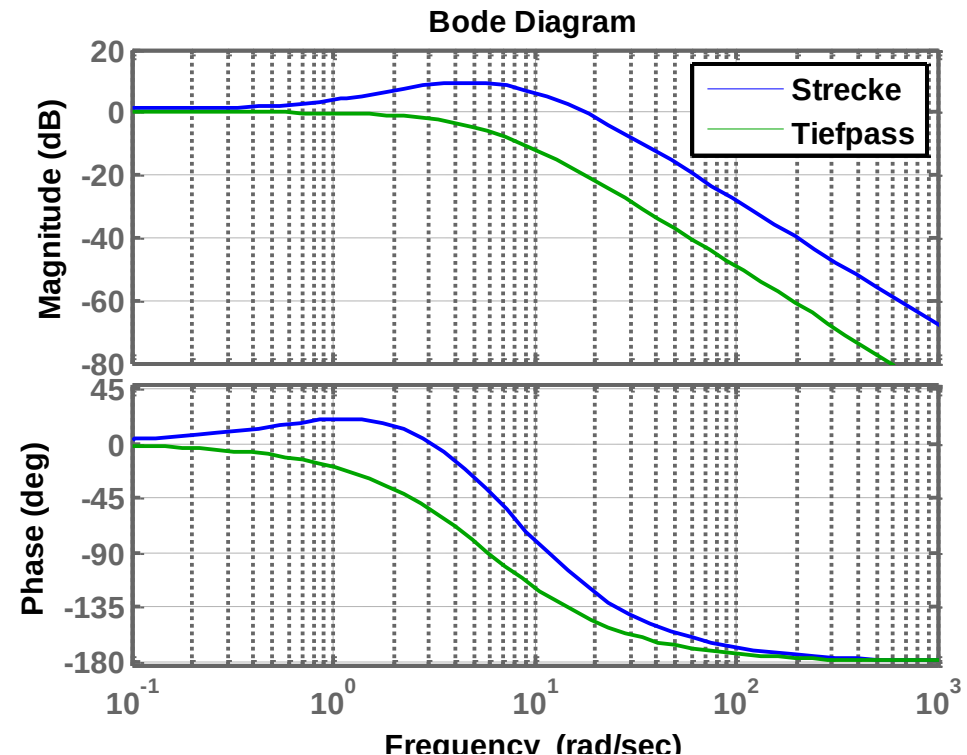
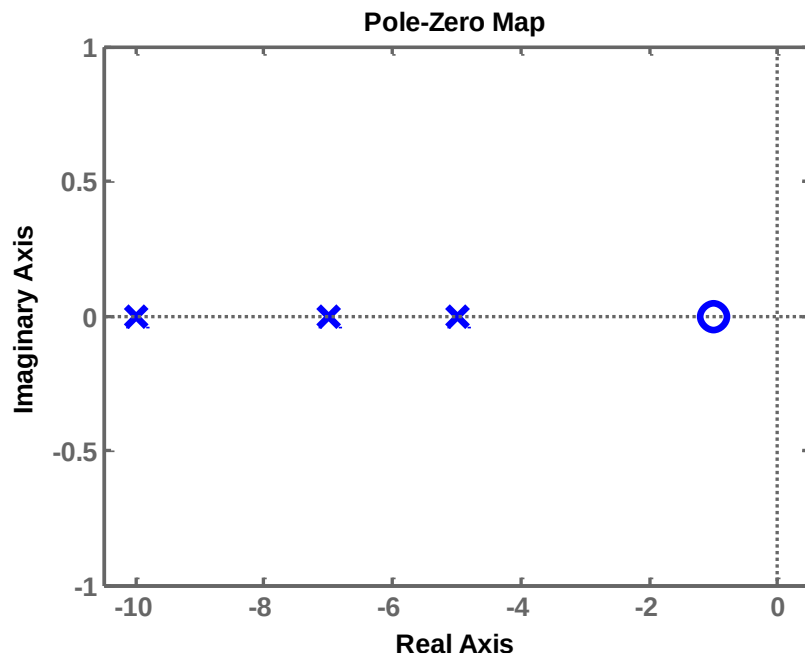
- Wahl des Reglertyps gemäß Streckenverhalten
 - I-Anteil in der Strecke ➔ kein I-Anteil im Regler ➔ (P-/) PD-Regler
 - Kein I-Anteil in der Strecke ➔ I-Anteil im Regler ➔ PI-Regler
➔ PID-Regler
- Streckenzeitkonstanten bestimmen
 - Einzelne Nennerprodukte auf die Form $(1+T_N s)$ bringen !
 - Eindeutig größte Streckenzeitkonstante : diese wird kompensiert
 - Keine eindeutig größte Zeitkonstante: Summe aller Zeitkonstanten wird kompensiert
- ➔ damit Regler bis auf k_R bestimmt
- Verstärkungsfaktor k_R
 - durch Berechnung, sodass geschlossener Kreis stabil oder dass geforderte Dämpfung erreicht
 - Im Bodediagramm, sodass geforderte Phasenreserve erreicht wird

Aufgabe 21 (TR)

- Strecke: $G_{S1}(s) = \frac{2,5}{(2s+1)(25s+1)}$
- a) kein I-Anteil enthalten → PI- oder PID-Regler
- b) Nennerprodukte bereits auf Form $(1+T_N s)$
 - Zeitkonstanten können direkt abgelesen werden
 - $T_{N1}=2, T_{N2}=25 \rightarrow T_{N2} \gg T_{N1} \rightarrow$ Kompensation von T_{N2}
 - $G_R(s) = k_R \frac{1+25s}{s}$
- c) sinnvoller Bereich für k_R aus Hurwitzkriterium berechenbar:
 - geschlossener Kreis stabil für $k_R > 0$

Aufgabe 22 (UE)

- Gegeben: Strecke mit PDT₃-Verhalten $G_S(s) = \frac{400(s+1)}{(s+5)(s+7)(s+10)}$
- Gesucht: Regler, der für Tiefpassverhalten des geschlossenen Kreises sorgt (Knickfrequenz ca. 5 rad/s)



Aufgabe 22 (2)

■ a) vollständige Kompensation

■ Modellübertragungsfunktion

$$G_{wM}(s) = \frac{35}{(s+5)(s+7)} = \frac{35}{s^2 + 12s + 35}$$

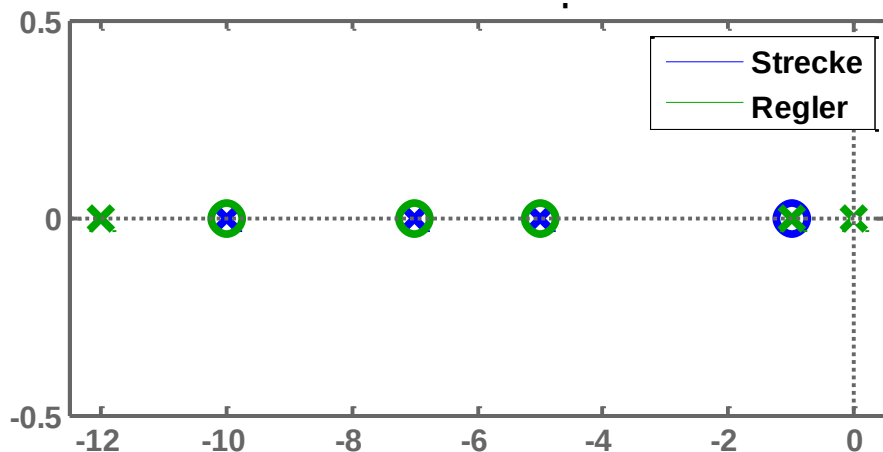
→ Regler:
$$G_R(s) = \frac{1}{G_S(s)} \frac{G_{wM}(s)}{1 - G_{wM}(s)} = \frac{(s+5)(s+7)(s+10)}{400(s+1)} \frac{35}{s^2 + 12s}$$

$$= \frac{35}{400} \frac{(s+5)(s+7)(s+10)}{s(s+1)(s+12)}$$

■ Somit $F_o(s)$:

$$F_o(s) = G_R(s)G_S(s)$$

$$= 35 \frac{\cancel{(s+1)}\cancel{(s+5)}\cancel{(s+7)}\cancel{(s+10)}}{\cancel{s}\cancel{(s+1)}\cancel{(s+5)}\cancel{(s+7)}\cancel{(s+10)}(s+12)} = \frac{35}{s(s+12)}$$



$$G_w(s) = G_{wM}(s) = \frac{35}{(s+5)(s+7)}$$

Aufgabe 22 (3)

- **b) einfache Einstellregeln:** - realer PID-Regler
 - $T_N = 0,1 \cdot T_{R2}$

$$G_R(s) = k_R \frac{(1+T_{R1}s)(1+T_{R2}s)}{s(1+T_Ns)}$$

- Streckenzeitkonstanten: $\frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{10}$

- Kompensation der beiden Gröößen: $T_{R1} = \frac{1}{5}, T_{R2} = \frac{1}{7} \rightarrow T_N = \frac{1}{70}$

→ Regler:

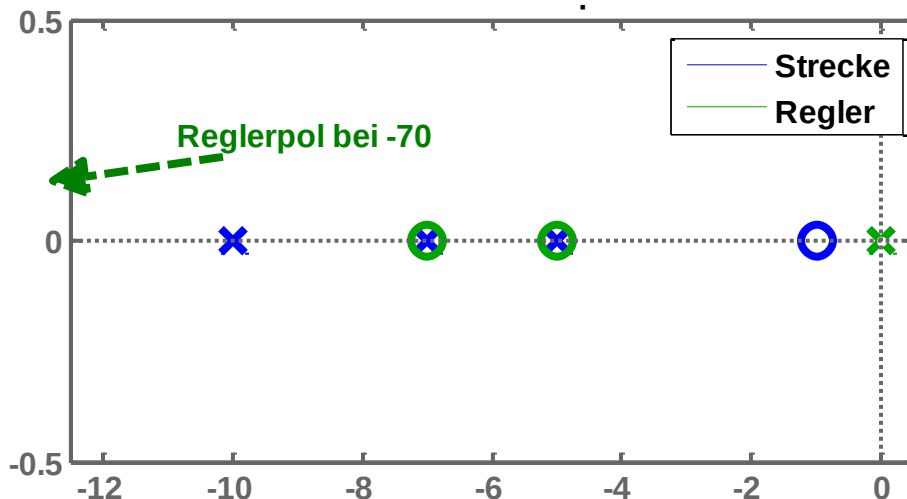
$$G_R(s) = k_R \frac{(1+1/5s)(1+1/7s)}{s(1+1/70s)} = 2k_R \frac{(s+5)(s+7)}{s(s+70)}$$

- Somit $F_o(s)$:

$$F_o(s) = G_S(s)G_R(s) = 800k_R \frac{(s+1)(s+5)(s+7)}{s(s+5)(s+7)(s+10)(s+70)}$$

$$= 800k_R \frac{(s+1)}{s(s+10)(s+70)}$$

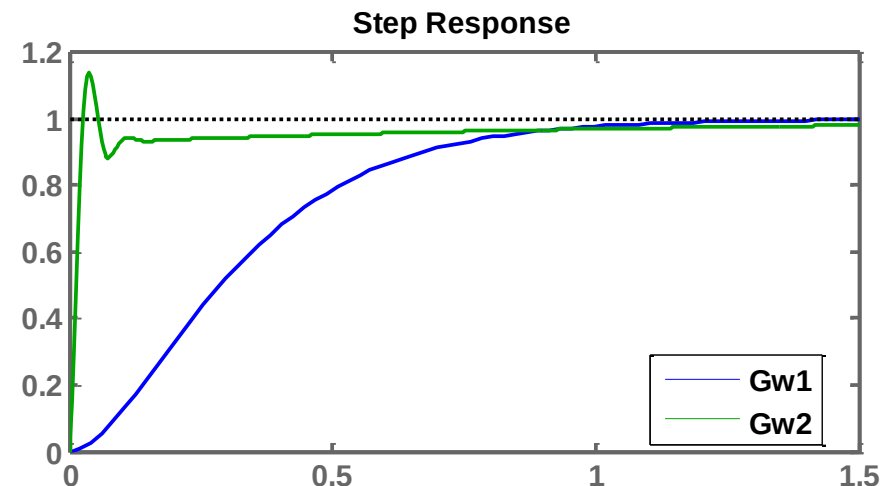
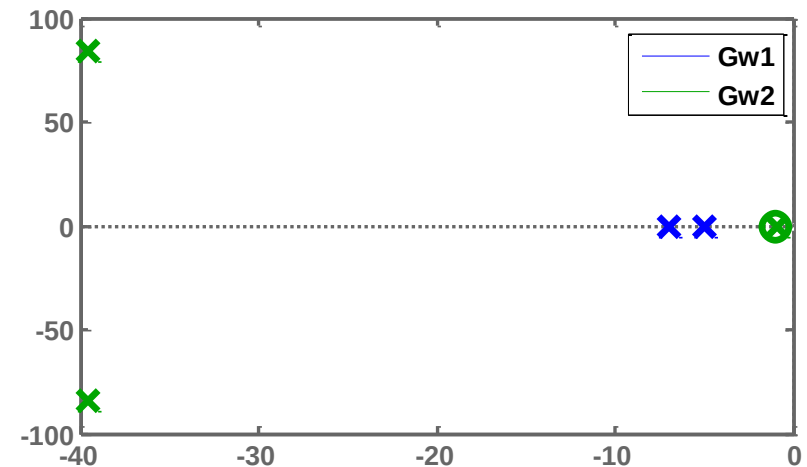
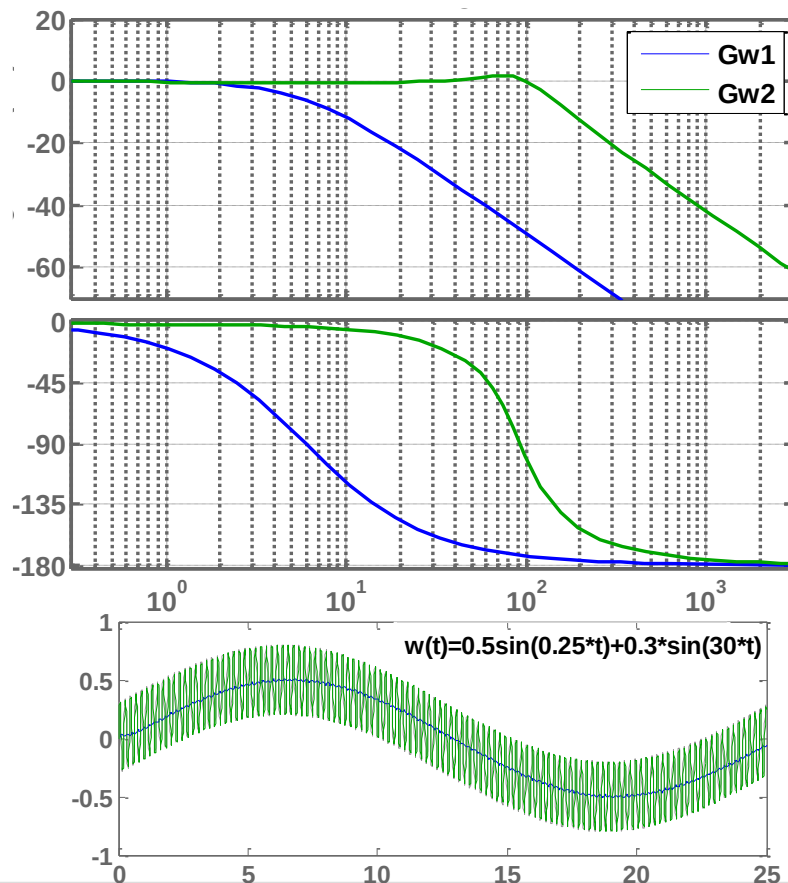
$G_w(s)$ abhängig von k_R



Aufgabe 22 (4)

■ c) $k_R = 10$: $G_{w2}(s) \approx \frac{8000(s+1)}{(s+0.93)(s+39.5+j84)(s+39.5-j84)}$

■ Zum Vergleich: $G_{w1}(s) = \frac{35}{(s+5)(s+7)}$



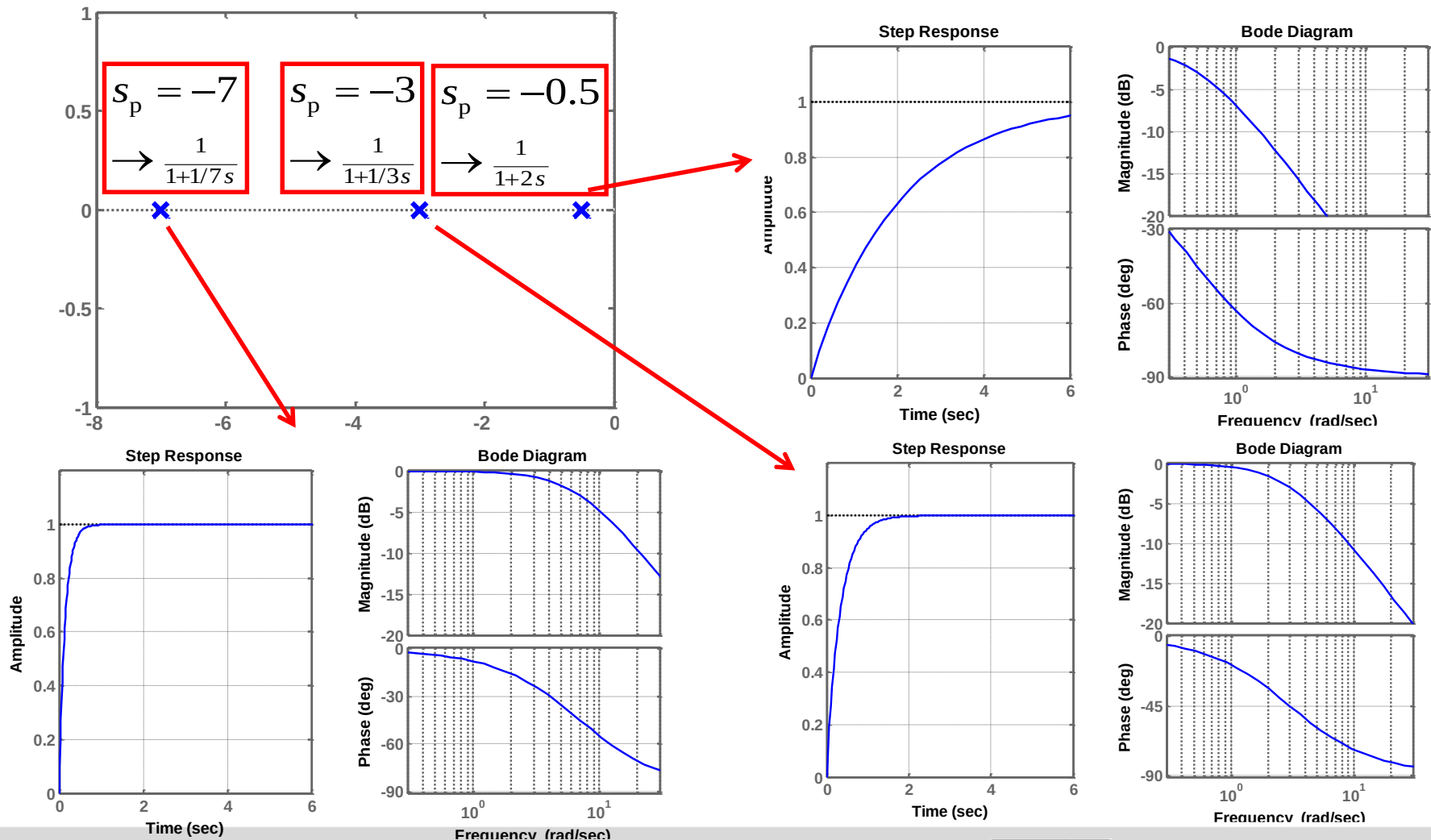
Reale/ideale Regler



- Ideale Regler haben teilweise mehr Nullstellen als Polstellen
 - Idealer PD-Regler: $G_{PD,ideal}(s) = k_R (1 + T_V s)$
 - Idealer PID-Regler: $G_{PID,ideal}(s) = k_R \frac{(1 + T_{R1}s)(1 + T_{R2}s)}{s}$
- Problem: Differenzierende Systeme tatsächlich nicht realisierbar
 - Sprungantwort bei $t=+0$ müsste sonst unendlich hohen Wert annehmen
- Lösung: Einführen weiterer Pole bis $ZG=NG$
 - Diese Pole so „legen“, dass sie keinen Nennenswerten Einfluss auf Systemverhalten haben
 - Ihr Einfluss muss also sehr schnell verschwinden
 - Daher Nennerzeitkonstante sehr klein (deutlich kleiner als kompensierte Zeitkonstanten) bzw. Pol weit links
- Reale Regler
 - $G_{PD,real}(s) = k_R \frac{1 + T_V s}{1 + T_N s}, \quad T_N < T_V$
 - $G_{PID,real}(s) = k_R \frac{(1 + T_{R1}s)(1 + T_{R2}s)}{s(1 + T_N s)}, \quad T_N < T_{R1}, T_{R2}$

Reale/ideale Regler (2)

■ Zusammenhang von Pollen, Knickfrequenz und Sprungantwort



Reglerentwurf nach Ziegler-Nichols

- Heuristisches Verfahren – Reglerentwurf nach Erfahrungswerttabelle

- Voraussetzung:
stark verzögernde Strecke

- Notwendig: Wissen über
Stabilitätsgrenze der Strecke

Reglertyp	$G_R(s)$	K_R	T_n	T_v
P	K_R	$0,5 \cdot K_{Rkrit}$	—	—
PI	$K_R \left(1 + \frac{1}{T_n s} \right)$	$0,45 \cdot K_{Rkrit}$	$0,85 \cdot T_{krit}$	—
PID	$K_R \left(1 + \frac{1}{T_n s} + T_v s \right)$	$0,6 \cdot K_{Rkrit}$	$0,5 \cdot T_{krit}$	$0,12 \cdot T_{krit}$



Vorgehensweise:

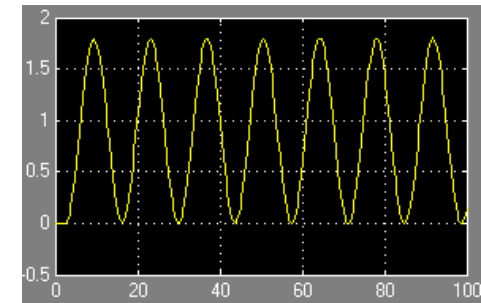
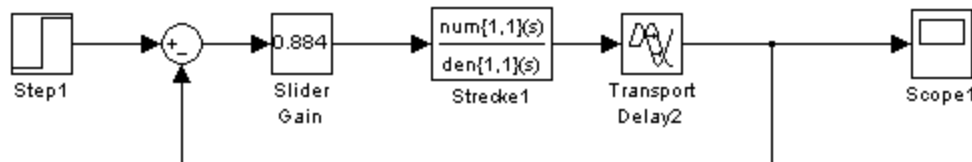
- Ermitteln der kritischen Parameter $k_{R,krit}$ und T_{krit} durch Betrieb mit P-Regler und Austesten der Grenzstabilität (Dauerschwingung)
 - Oft Testen von Dauerschwingungen an realer Anlage nicht möglich → Simulation !
- Gewünschten Regler einstellen nach Tabelle:

Aufgabe 24 (TR)

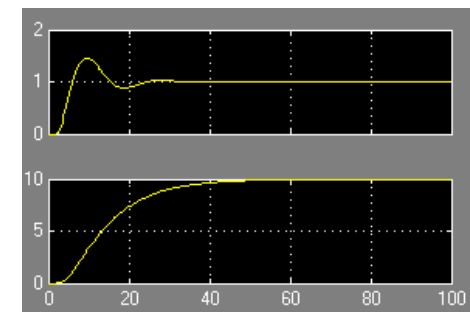
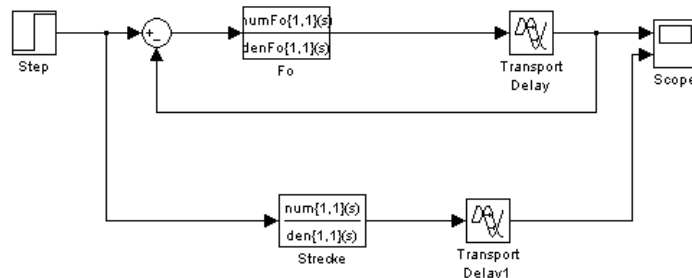
- Strecke:
$$G_S(s) = \frac{10}{(1+10s)(1+\frac{10}{3}s)(1+\frac{1}{2}s)(1+\frac{1}{4}s)} e^{-s}$$
- Regler: PID-Regler nach Ziegler-Nichols

```
tf([..., a2, a1, a0], [..., b1, b0])
[num, den] = tfdata(sys)
```

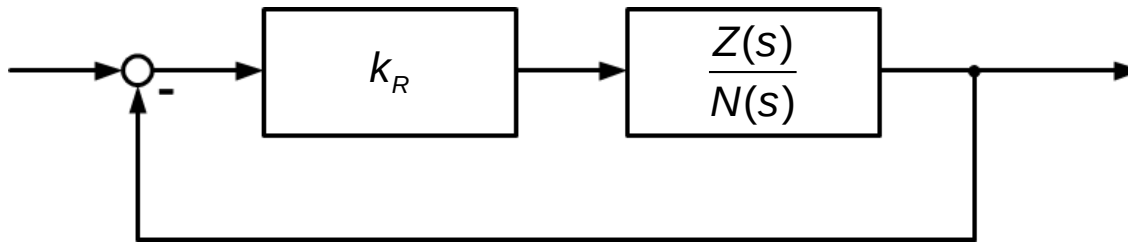
- Simulation des mit P-Regler geschlossenen Kreises zur Ermittlung der kritischen Parameter



- Simulation des geregelten Kreises zum Vergleich



Wurzelortskurve (WOK)



$$F_O(s) = k_R \frac{Z(s)}{N(s)}$$

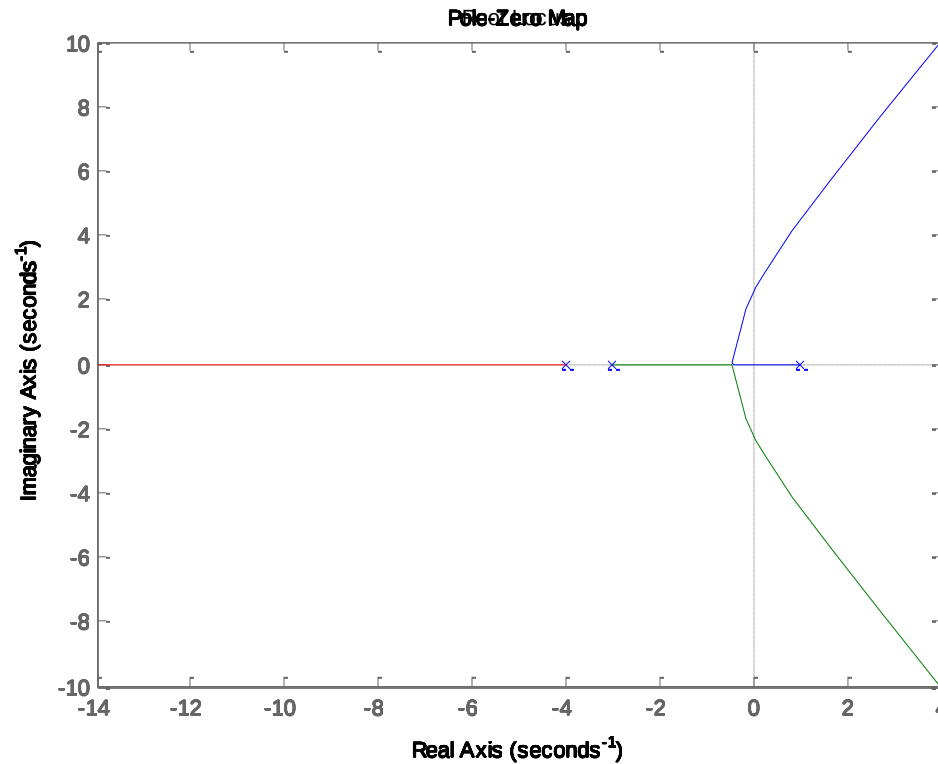
$$G_W(s) = \frac{k_R Z(s)}{k_R Z(s) + N(s)}$$

➔ charakteristisches Polynom: $k_R Z(s) + N(s) = 0$

- Bei Variation von k_R verändert sich charakteristisches Polynom und damit auch die Lage der Pole von $G_W(s)$
- WOK zeigt die Lage der Pole des **geschlossenen** RKes in der s-Ebene in Abhängigkeit des Verstärkungsfaktors k_R
 - Äste starten ($k=0$) in den Polen des **offenen** Kreises und enden ($k \rightarrow \infty$) in den Nullstellen des **offenen** Kreises oder im Unendlichen



Wurzelortskurve - Beispiel



Wurzelortskurve - Auswertung



■ Lage der Pole: Stabilität

→ Aus gegebener WOK kann Stabilitätsaussage über geschlossenen Kreis getroffen werden

- Sind für gewisse k_R alle Äste der WOK in der linken HE:
 - RK mit P-Regler stabilisierbar
- Ist mind. 1 Ast für alle k_R in der rechten HE:
 - RK nicht mit P-Regler stabilisierbar
 - Hinzufügen weiterer Dynamik (Pole/Nullstellen) durch Regler nötig

■ Berechnung des stabilen Bereiches für k_R aus char.Gl.:

$$1 + F_o(s) = 0 \quad \rightarrow \quad N(s) + k_R Z(s) = 0$$

- SP mit imag.Achse gesucht → $s=j\omega$ setzen und Aufspalten in Real- und Imaginärteil
→ Da beide Teile gleich Null zu setzen sind erhält man 2 Gleichungen
- daraus 2 Parameter bestimmbar: Verstärkung k_R bei dem G_w grenzstabil,
Eigenfrequenz ω der zugehörigen Dauerschwingung

Aufgabe 26 (UE)

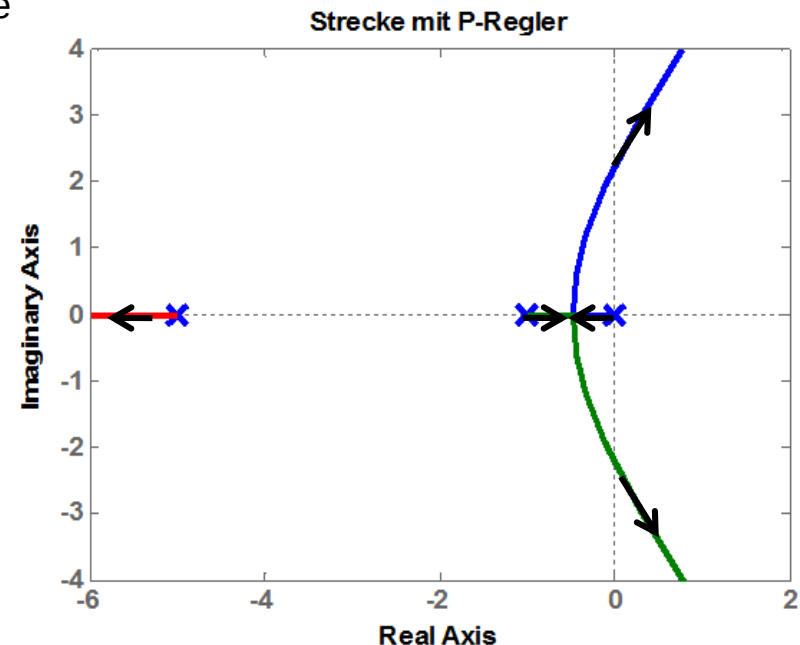
- Gegeben: Strecke $G_S(s) = \frac{1}{s(s+1)(s+5)}$ mit WOK
- Gesucht: realer PD-Regler $G_R(s) = k \frac{1+T_R s}{1+T_N s}$, $k \geq 0$

■ a) Analyse der WOK

- Kreuze = Pole, Kreise = NSten
- WOK läuft von Polen zu NSten bzw. ins Unendliche

- System mit P-Regler KANN instabil werden, da Teile der WOK in der rechten Halbebene verlaufen
- Eigenfrequenz an der Stabilitätsgrenze wird berechnet durch:
 - Imaginärteil von $1+F_o(j\omega)$ gleich Null setzen
 - Auflösen nach ω
 - $f = \omega/2\pi$

- Ergebnis: $f_{\text{eig}} = \frac{\sqrt{5}}{2\pi} = 0,36 \text{ Hz}$



Aufgabe 26 (2)

- b) zunächst idealer PD-Regler:
 - Kompensation der größten Streckenzeitkonstanten $T_{R1}=1$
 - $G_R(s) = k \cdot (1 + s)$
 - $F_o(s) = k \cdot (1 + s) \frac{1}{s(s+1)(s+5)} = k \frac{1}{s(s+5)}$
 - WOK kann skizziert werden
- Gefordert: Dämpfung des geregelten Systems $d = \frac{1}{\sqrt{2}}$

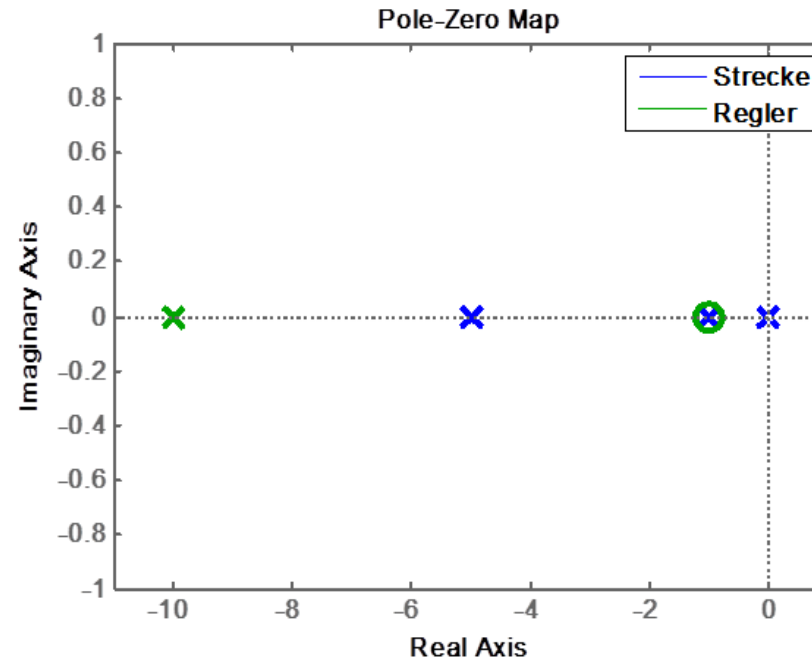
Zur Erinnerung:

- Konjugiert komplexes Polpaar i.A. beschrieben durch Nennerterm $1 + 2dT_s + T^2s^2$
- Somit Lage der Pole bei $s_{1,2} = -\frac{d}{T} \pm \frac{1}{T} \sqrt{d^2 - 1}$

- Forderung bedeutet also: Imaginärteil gleich Realteil, d.h. Lage der Pole bei $s_{1,2} = \frac{5}{2}(-1 \pm j)$
- Charakteristische Gleichung mit Forderung gleichsetzen ergibt $k = \frac{25}{2}$
- ➔ Regler vollständig bestimmt: $G_R(s) = \frac{25}{2} \cdot (1 + s)$

Aufgabe 26 (3)

- c) realer PD-Regler: zusätzlicher Pol bei -10



- Polkonfiguration qualitativ wie in a)
- Verlauf der WOK qualitativ wie in a)
- für bestimmte k stabil