

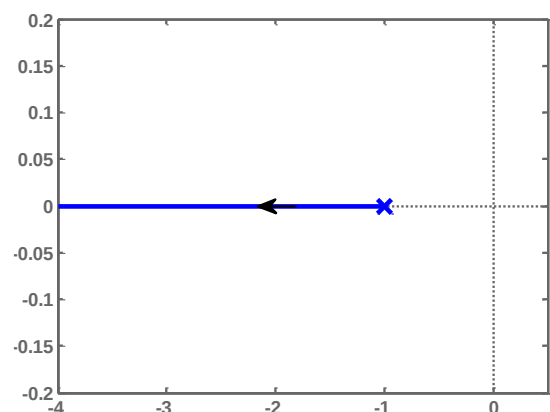
Aufgabe 28 (TU)

- a) in der Darstellung der Pole und Nullstellen von $F_o(s)$ lässt sich ablesen, dass der offene Kreis instabil ist, da ein Pol in der rechten Halbebene liegt.
- b) das spezielle Nyquistkriterium ist nicht anwendbar, da das System instabil ist (Pol rechts). Mit dem allgemeinen Nyquistkriterium kann jedoch Stabilität des geschlossenen Kreises gezeigt werden, da der Fahrstrahl eine Winkeländerung von $+180^\circ$ vollzieht und genau ein Pol rechts sowie kein Pol auf der imaginären Achse liegt.
- c) Durchtrittsfrequenz hier bei erstem Nulldurchgang des Amplitudengangs, ablesen: $\omega_D \approx 1,1 \text{ rad/s} \rightarrow$ hier kann Phasengang bei ca 330° abgelesen werden, durch Verschiebung des Winkels um 360° nach unten ergibt sich eine Phase von ca -30° . Somit beträgt der Phasenrand etwa 150°
Bei ca. $4,5 \text{ rad/s}$ erreicht die Phase das erste mal -180° (abgelesen 180°), hier ist der Amplitudengang bereits auf etwa -12dB gefallen. Somit beträgt der Amplitudenrand ca. 12dB .
- d) Nein, das stationäre Verhalten kann aus den bisherigen Darstellungen nicht abgelesen werden. Dazu muss der geschlossene Kreis berechnet werden und dessen NOK, FKL oder Sprungantwort geplottet werden. Da das System stabil ist, kann in allen Darstellungen der stationäre Endwert abgelesen werden.
- e) Um stationäre Genauigkeit zu gewährleisten sollte ein Integrator im offenen Kreis enthalten sein. Da die Strecke kein I-Verhalten aufweist muss also der Regler einen I-Anteil enthalten.

Aufgabe 30 (TR)

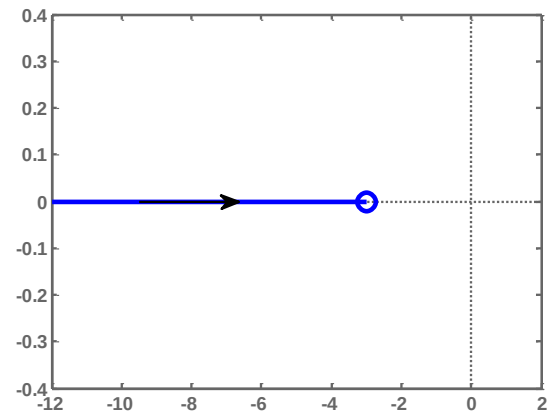
- a) R1: $n=1, m=0 \rightarrow$ 1 Ast strebt nach ∞
R3: reelle Achse links von -1 ist Teil der WOK

$\rightarrow$ WOK vollständig bestimmt



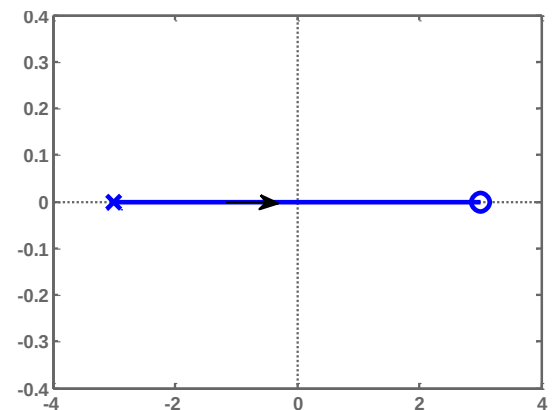
- b) R1: $m=1$ $n=0 \rightarrow 1$ Ast kommt von ∞
 R2: reelle Achse links von -3 ist Teil der WOK

$\rightarrow$ WOK vollständig bestimmt



- c) R1: $m=n=1 \rightarrow$ kein Ast strebt nach ∞
 R2: reelle Achse zwischen -3 und +3 ist Teil der WOK

$\rightarrow$ WOK vollständig bestimmt



- d) R1: $n=2$, $m=0 \rightarrow 2$ Äste streben nach ∞
 R3: reelle Achse ist kein Teil der WOK (da kein Pol/NSte auf ihr)

R4: Wurzelschwerpunkt: $\delta_W = \frac{\{-2-2\} - \{0\}}{2-0} = -\frac{4}{2} = -2$

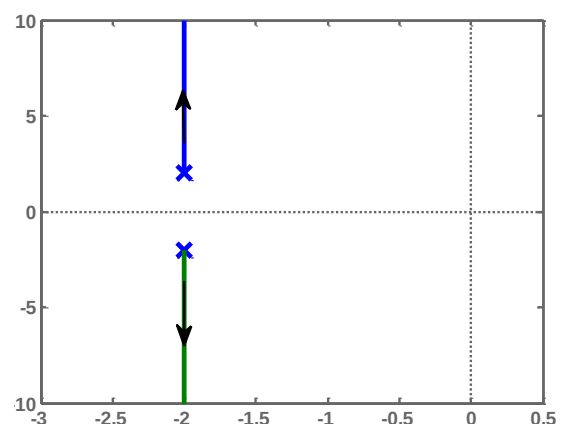
R5: Anstiegswinkel der Asymptoten: $\varphi_0 = 1 \cdot \frac{\pi}{2}$, $\varphi_1 = 3 \cdot \frac{\pi}{2}$

R8: Polaustrittswinkel:

$$\varphi_{10} = -\frac{1}{-1 \cdot 1} \left\{ -1 \cdot \frac{\pi}{2} \right\} + 1 \cdot \frac{\pi}{-1 \cdot 1} = -\frac{3\pi}{2} \triangleq \frac{\pi}{2}$$

$$\varphi_{20} = -\frac{1}{-1 \cdot 1} \left\{ -1 \cdot \left(-\frac{\pi}{2} \right) \right\} + 1 \cdot \frac{\pi}{-1 \cdot 1} = -\frac{\pi}{2} \triangleq \frac{3\pi}{2}$$

$\rightarrow$ WOK vollständig bestimmt



- e) R1: $m=n=2 \rightarrow$ kein Ast strebt nach ∞
 R3: reelle Achse ist kein Teil der WOK
 R4/5: kein Wurzelschwerpunkt/Anstiegswinkel, da keine Asymptoten
 R6/7: keine Verzweigungen
 R8: Polaustritts-/NSteneintritts-winkel

$$\text{oberer Pol: } \varphi_{10} = -\frac{1}{-1 \cdot 1} \left\{ -1 \cdot \frac{\pi}{2} + 1 \cdot 0,95\pi + 1 \cdot 0,83\pi \right\} + 1 \cdot \frac{\pi}{-1 \cdot 1} = 0,28\pi \approx 50^\circ$$

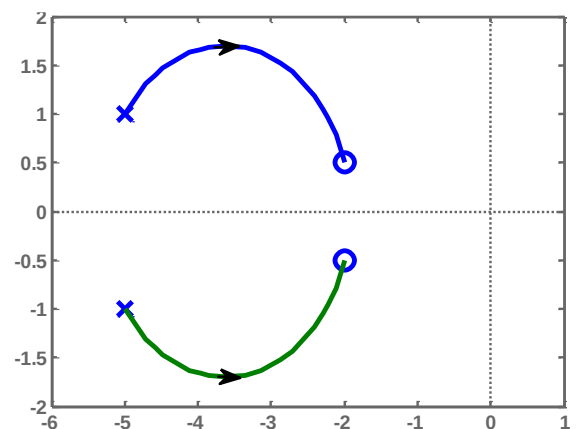
$$\text{unterer Pol: } \varphi_{20} \approx -50^\circ = 310^\circ \text{ (aus Symmetriegründen)}$$

$$\text{obere NSte: } \varphi_{30} = -\frac{1}{1 \cdot 1} \left\{ 1 \cdot \frac{\pi}{2} - 1 \cdot 1,95\pi - 1 \cdot 0,2\pi \right\} + 1 \cdot \frac{\pi}{1 \cdot 1} = 2,65\pi \approx 115^\circ$$

$$\text{untere NSte: } \varphi_{40} \approx -115^\circ = 245^\circ \text{ (aus Symmetriegründen)}$$

R9: kein SP mit imag. Achse

$\rightarrow$ WOK vollständig bestimmt



- f) R1: $m=n=2 \rightarrow$ kein Ast strebt nach ∞
 R3: reelle Achse zwischen -1,5 und 0,5 ist Teil der WOK
 R4/5: kein Wurzelschwerpunkt/Anstiegswinkel, da keine Asymptoten

R6: Verzweigungspunkt:

$$\left\{ \frac{1}{s - \frac{1}{2} + j\frac{1}{2}} + \frac{1}{s - \frac{1}{2} - j\frac{1}{2}} \right\} - \left\{ \frac{1}{s + \frac{1}{2}} + \frac{1}{s + \frac{3}{2}} \right\} = \frac{2s-1}{s^2 - s + \frac{1}{2}} - \frac{2s+2}{s^2 + 2s + \frac{3}{4}} \stackrel{!}{=} 0$$

$$\Rightarrow (2s-1)\left(s^2 + 2s + \frac{3}{4}\right) - (2s+2)\left(s^2 - s + \frac{1}{2}\right) = 3s^2 + \frac{1}{2}s - \frac{7}{4} = 0$$

$$\Rightarrow s_{1,2} = -\frac{1}{12} \pm \frac{1}{12}\sqrt{85}$$

$\Rightarrow$ da Verzweigung zwischen -1,5 und -0,5 liegen muss:

$$\Rightarrow s_1 = \frac{1}{12}(-1 - \sqrt{85}) \approx -0,85$$

R7: Winkel zwischen benachbarten Kurvenstücken: $\Delta\Psi = \frac{\pi}{2}$

R8: Polaustritts-/NSteneintritts-winkel

$$\varphi_{10} = 0^\circ, \varphi_{20} = 180^\circ \text{ (aus R3)}$$

$$\text{obere NSte: } \varphi_{30} = -\frac{1}{1 \cdot 1} \left\{ 1 \cdot \frac{\pi}{2} - 1 \cdot \frac{\pi}{6} - 1 \cdot \frac{\pi}{12} \right\} + 1 \cdot \frac{\pi}{1 \cdot 1} = \frac{3\pi}{4} = 135^\circ$$

$$\text{untere NSte: } \varphi_{40} = -135^\circ = 225^\circ \text{ (aus Symmetriegründen)}$$

R9: Schnittpunkte mit imag. Achse

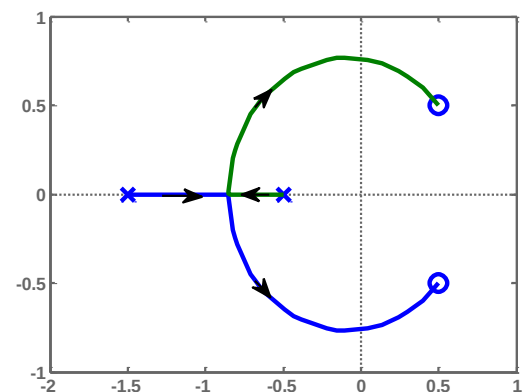
$$k \left(-\omega^2 - j\omega + \frac{1}{2} \right) + (-4\omega^2 + j8\omega + 3) = -\omega^2(k+4) + 3 + \frac{k}{2} + j(\omega(8-k)) = 0$$

$$\Rightarrow -\omega^2(k+4) + 3 + \frac{k}{2} \stackrel{!}{=} 0 \wedge \omega(8-k) = 0 \Rightarrow \omega = 0 \vee k = 8$$

$$\text{a) } \omega = 0 \Rightarrow k = -6 \rightarrow \text{f.A.}$$

$$\text{b) } k = 8 \Rightarrow -12\omega^2 + 7 = 0 \Rightarrow \omega = \pm \sqrt{\frac{7}{12}} \approx \pm 0,76$$

→ WOK vollständig bestimmt



g) R1: $n=3, m=1 \rightarrow 2$ Äste streben nach ∞

R3: reelle Achse zwischen -2 und +1 ist Teil der WOK

$$\text{R4: Wurzelschwerpunkt: } \delta_W = \frac{\{-2 -1 -1\} - \{1\}}{3-1} = -\frac{5}{2}$$

$$\text{R5: Anstiegswinkel der Asymptoten: } \varphi_0 = 1 \cdot \frac{\pi}{2}, \varphi_1 = 3 \cdot \frac{\pi}{2}$$

R6/7: keine Verzweigungen

R8: Polaustritts-/NSteneintritts-winkel

$$\varphi_{10} = 0^\circ, \varphi_{20} = 180^\circ \text{ (aus R3)}$$

$$\text{oberer Pol: } \varphi_{30} = -\frac{1}{-1 \cdot 1} \left\{ -1 \cdot \frac{\pi}{2} - 1 \cdot \frac{\pi}{3} + 1 \cdot \frac{3\pi}{4} \right\} + 1 \cdot \frac{\pi}{-1 \cdot 1} = -\frac{13}{12}\pi = 165^\circ$$

$$\text{unterer Pol: } \varphi_{40} = -165^\circ = 195^\circ \text{ (aus Symmetriegründen)}$$

R9: Schnittpunkte mit imag. Achse

$$10k(j\omega - 1) + (j\omega + 2)(-\omega^2 + j2\omega + 5)$$

$$= -4\omega^2 + 10(1 - k) + j(-\omega^3 + 9\omega + 10k\omega) = 0$$

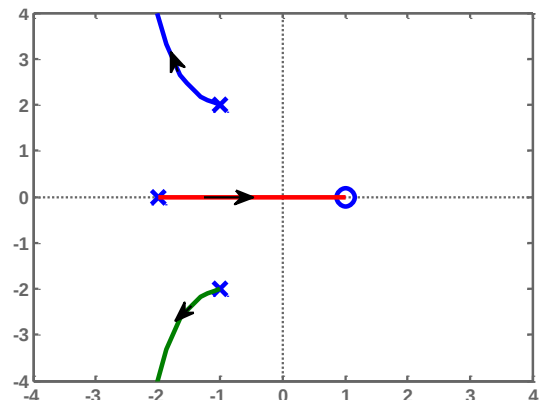
$$\Rightarrow -4\omega^2 + 10(1 - k) \stackrel{!}{=} 0 \wedge -\omega(\omega^2 - 9 - 10k) = 0$$

$$\Rightarrow \omega = 0 \vee \omega = \pm\sqrt{9 + 10k}$$

a) $\omega = 0 \Rightarrow k = 1$

b) $\omega = \pm\sqrt{9 + 10k} \Rightarrow k = -\frac{13}{25} < 0 \rightarrow$ WOK nur für positive k zu zeichnen

→ WOK vollständig bestimmt



Aufgabe 31 (TR)

a) Kompensation der größten Streckenzeitkonstanten → $T_V=5$, $T_N=0,5$

$$\rightarrow G_R(s) = k_R \frac{1+5s}{1+0,5s} \rightarrow F_o(s) = 166,6k_R \frac{(2s+2,4)(0,4s+1)}{(1+0,5s)(2s+13)(s^2+4s)}$$

Im SISO-Tool den Amplitudengang soweit hochschieben (bzw. k_R erhöhen), bis im Phasengang gerade 60° Phasenreserve erreicht sind → $k_R=0,543$

Problem: Im Bodediagramm „r to u“, also von Führungs- zu Stellgröße sieht man, dass hohe Frequenzen verstärkt werden
→ “Stellgliedflattern”

Abhilfe: Hinzufügen eines weiteren Reglerpols weit links, z.B. bei -100 führt zu einer Dämpfung der hohen Frequenzen ohne dabei die sonstige Charakteristik allzu stark zu verändern

b) Die beiden Zeitkonstanten lauten $T_1=10$ und $T_2=0,4$. Somit liegt eine deutlich größte Zeitkonstante vor und es kann die zweite Regel angewendet werden.

$$\rightarrow k_R = \frac{1}{2k_S T_2} = \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 0,4} = \frac{1}{2,4} \quad T_R = T_1 = 10 \quad G_R(s) = \frac{1+10s}{2,4s}$$

- c) Die Voraussetzungen für eine vollständige Kompensation sind gegeben, da die Strecke stabil und minimalphasig ist und die Mitkopplung der Wunsch-Führungsübertragungsfunktion keine Pole rechts der imaginären Achse aufweist.

→ Die Übertragungsfunktion des Kompensationsreglers kann in MATLAB direkt aus $F_W(s)$ und $G_S(s)$ berechnet werden:

$$R(s) = \frac{1}{G_S(s)} \frac{F_W(s)}{1 - F_W(s)}$$

Allerdings kürzt MATLAB aus numerischen Gründen identische Pole und Nullstellen nicht vollständig, daher ist es hilfreich sich im Anschluss die gekürzte Übertragungsfunktion von $G_R(s)$ durch $R_gekürzt=minreal(R)$ anzuzeigen.

Hierbei erhält man:
$$R(s) = \frac{100}{3} \frac{s^4 + 46,6s^3 + 572,6s^2 + 827s + 300}{s(s+45)(s^2 + 2s + 10)}$$

- d) Nein, mit einem P-Regler lässt sich die Forderung nach stationärer Genauigkeit nicht erreichen (nicht durch WOK, aber z.B. durch Sprungantwort sichtbar). → Regler braucht I-Anteil → Idee: PI-Regler

Achtung: Kompensation des instabilen Streckenpols nicht zulässig!

→ Wahl der Zeitkonstante durch Aufgabenstellung frei, z.B. $T_R=0.5$

Durch Variation von k_R stabilen Bereich ermitteln: $k_R > 2/3$

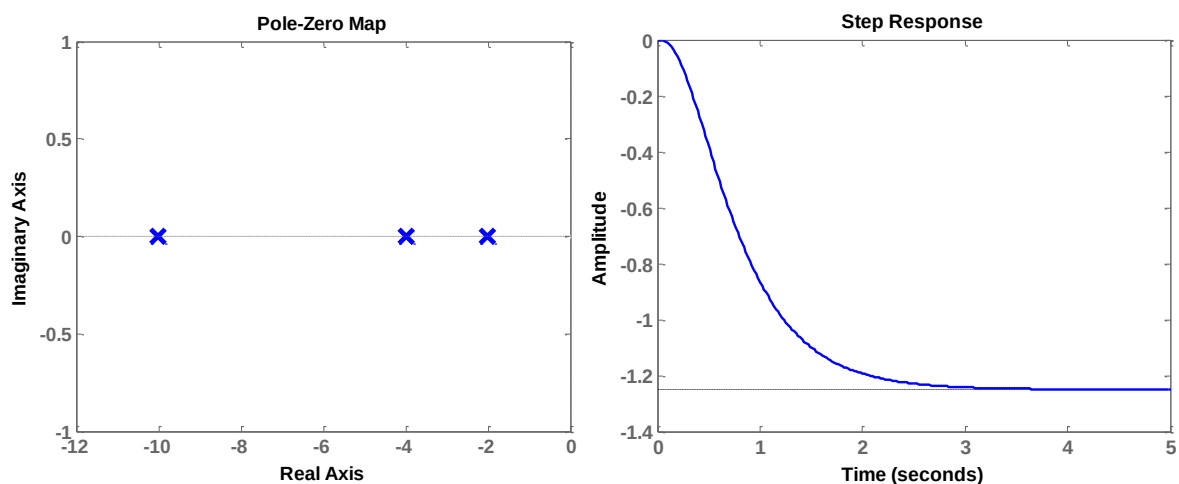
Für bessere Dämpfung (siehe z.B. Sprungantwort) ist k größer als ca.3 zu wählen

→ Regler (z.B.): $G_R(s) = 3 \frac{1 + 0,5s}{s}$

Aufgabe 32 (TU)

- a) Pole von $G(s)$: -10, -4, -2 Nullstellen von $G(s)$: keine

faktorierte Darstellung:
$$G(s) = \frac{-1,25}{(1 + 0,1s)(1 + 0,25s)(1 + 0,5s)}$$



→ System stabil aber nicht stationär genau

- b) Vergleich der Streckenzeitkonstanten: $T_1 = 0,5$ $T_2 = 0,25$ $T_3 = 0,1$
 → keine deutlich größte Streckenzeitkonstante
 → allgemeines Nennerpol.: erster Streckentyp (erste Zeile der Tabelle)

c) erster Streckentyp: $G(s) = \frac{-2,5}{0,025s^3 + 0,4s^2 + 1,7s + 2} = \frac{1}{-0,01s^3 - 0,16s^2 - 0,68s - 0,8}$

→ $a_0 = -0,8$ $a_1 = -0,16$ $a_2 = -0,68$ $a_3 = -0,01$

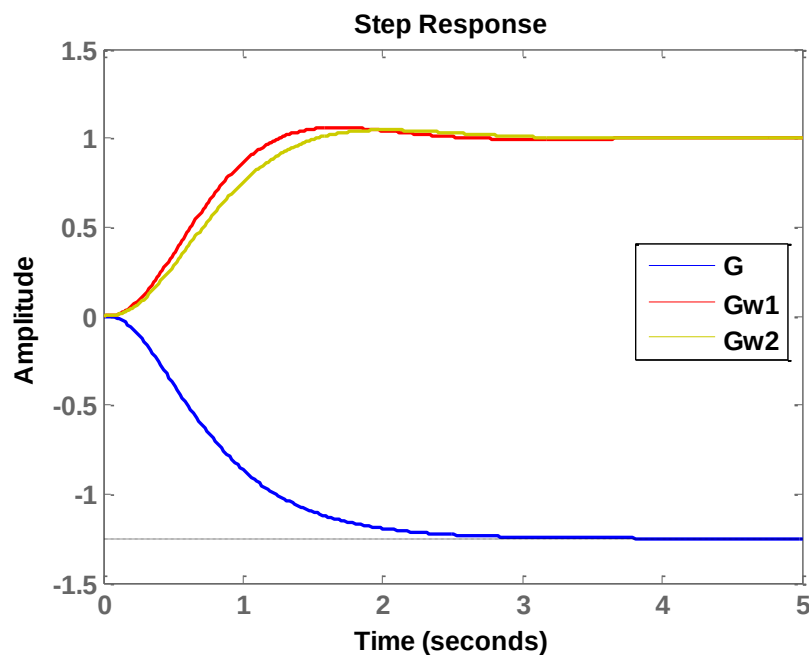
→ $r_0 = -2,654$ $r_1 = -1,456$ → $R_1(s) = \frac{-2,654 - 1,456s}{2s} = -1,327 \frac{1 + 0,549s}{s}$

zweiter Streckentyp: Interpretation von T_1 als deutlich größte Zeitkonstante

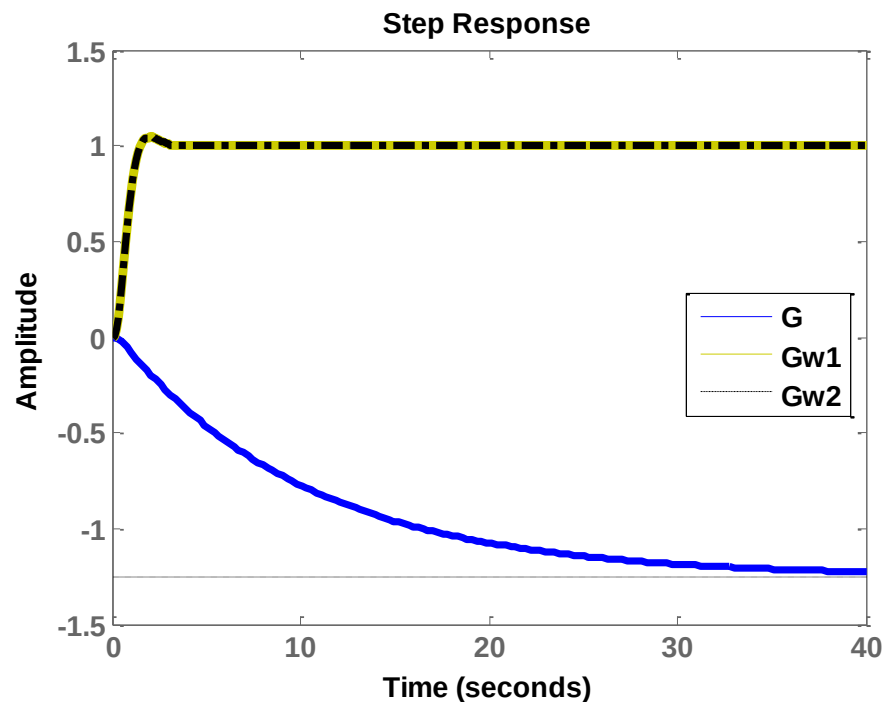
→ $T_1 = 0,5$ $T_\Sigma = T_2 + T_3 = 0,25 + 0,1 = 0,35$ $k_S = -1,25$

→ $k_r = \frac{1}{2 \cdot (-1,25) \cdot 0,35} = -1,143$ $T_R = T_1 = 0,5$ → $R_2(s) = -1,143 \frac{1 + 0,5s}{s}$

Die Sprungantworten zeigen, dass der Regelkreis mit dem ersten Regler etwas schneller ist. → also Bestätigung, dass erste Regel hier besser.



- d) Für eine tatsächlich vorliegende größte Zeitkonstante führen beide Regeln zum selben Ergebnis. Dies ist beispielsweise zu erkennen bei Wiederholung von Aufgabenteil c) für die veränderte Strecke $\tilde{G}(s) = \frac{-1,25}{(1+0,1s)(1+0,25s)(1+10s)}$ (T_1 um Faktor 20 größer als vorher):



Der allgemeine Fall kann somit stets angewendet werden. Für eine ausreichend größte Streckenzeitkonstante kann der einfacher zu rechnende Spezialfall verwendet werden, der dann zum selben Ergebnis führt. Gleiches gilt auch für PID-Regler.