

Systemdynamik und Regelungstechnik

Übung 6: Fast Sampling Design, Zeitdiskreter Reglerentwurf

M. Sc. Patrick Sauter

INSTITUT FÜR REGELUNGS- UND STEUERUNGSSYSTEME (IRS)



Übung/Tutorium 6: Themen

Übung

Tutorium

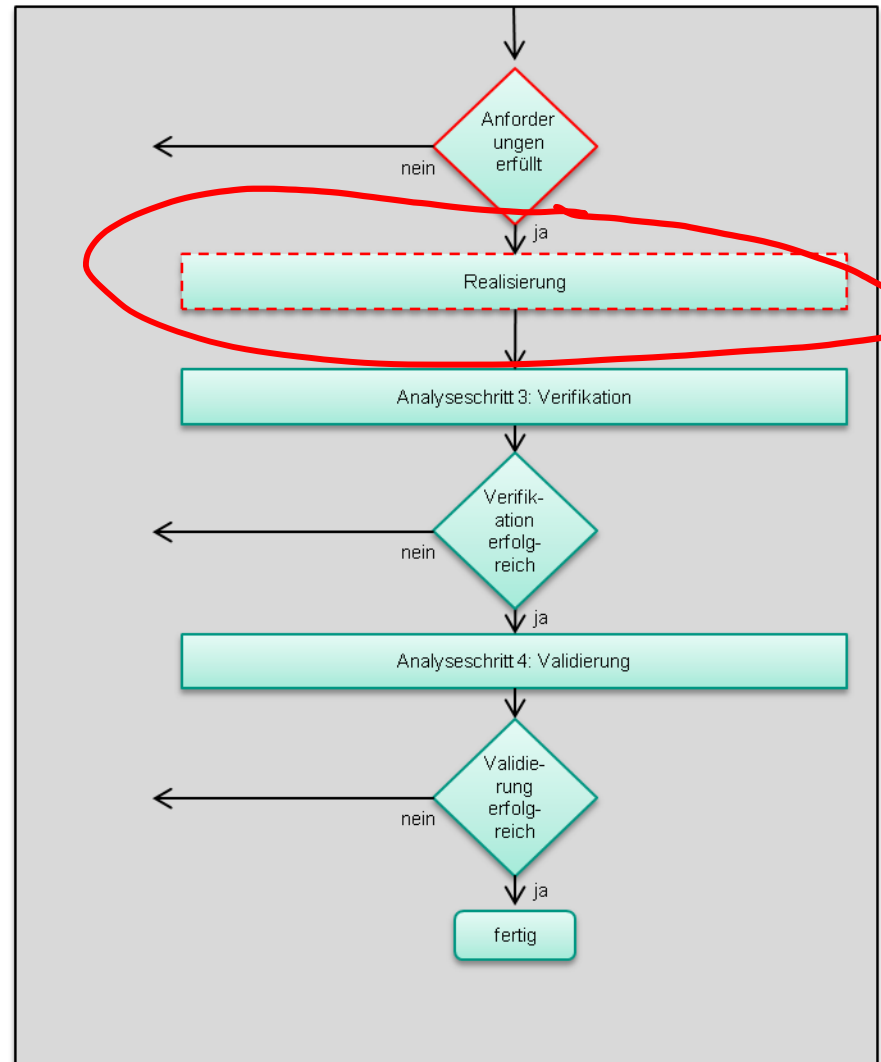
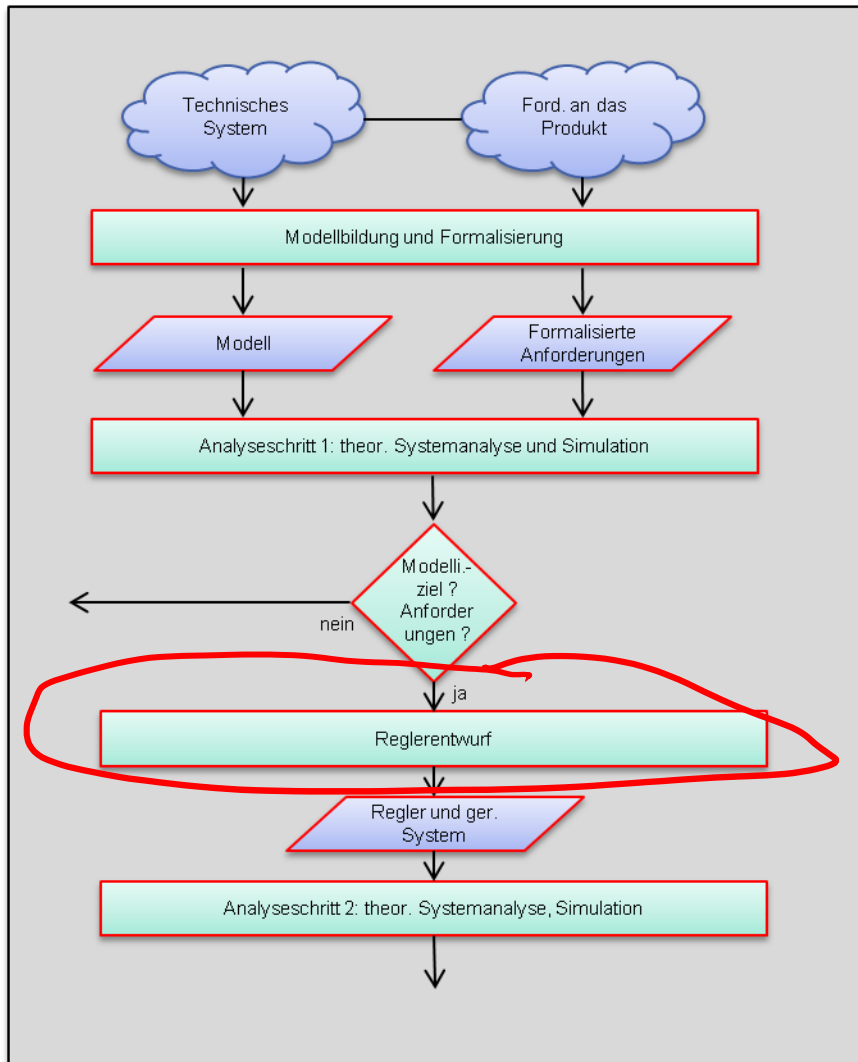
**Fast Sampling
Design**

Zeitdiskretisierung

Deadbeat-Regler

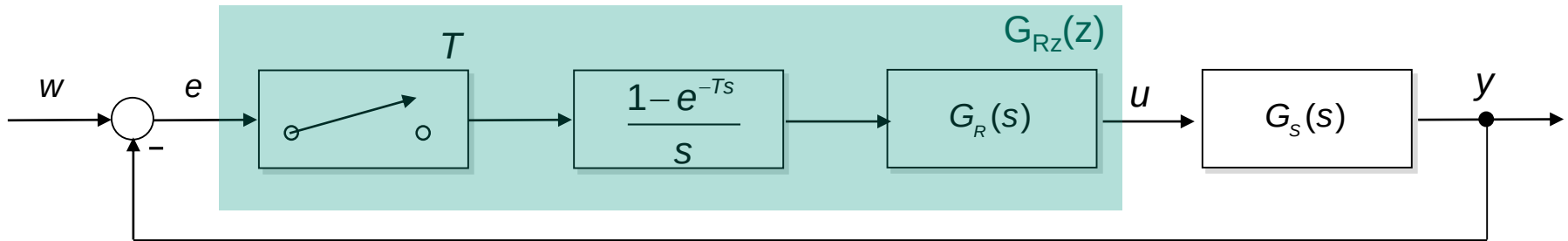
Regleralgorithmus

Entwicklungsablauf für Regelungssysteme

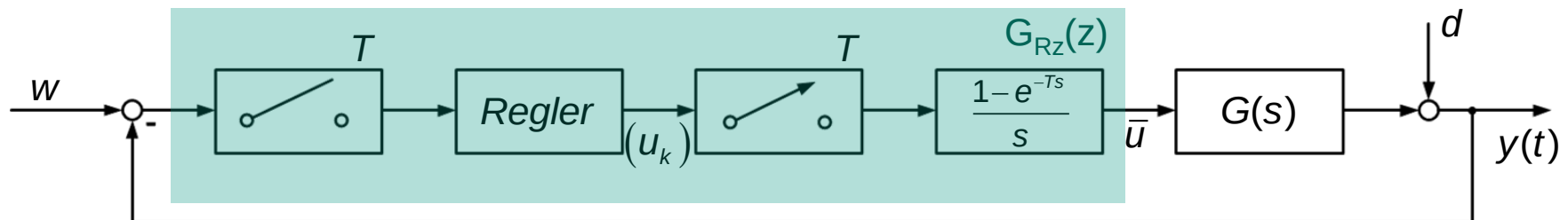


Zeitdiskrete Regler für kontinuierliche Strecken

- Weg 1: Zeitdiskretisierung eines im Zeitkontinuierlichen Bereich entworfenen Reglers → „Fast-Sampling-Design“



- Weg 2: zeitdiskreter Reglerentwurf für zeitdiskretisierte Strecke



Zeitdiskretisierung kontinuierl. Systeme



- z -Transformation:
$$G_{Rz}(z) = \frac{z-1}{z} \mathcal{Z} \left\{ \frac{G_R(s)}{s} \right\}$$

- Umweg über Zeitbereich und Abtastung $\rightarrow$ nicht sinnvoll für differenzierende Systeme

- Vorgehen: PBZ von $\frac{G_R(s)}{s} \rightarrow$ Korrespondenztabelle $\rightarrow$ Multiplikation mit $\frac{z-1}{z}$

- Euler-Approximation:

- Approximation des Verlaufs der Ableitung $\dot{y} = f(t)$ durch „untere Treppe“ $y_k = y_{k-1} + T f(k-1)$

$$s = \frac{z-1}{Tz}$$

$$y_k = y_{k-1} + T f(k)$$

- Vorgehen: Ersetzen von $s = \frac{z-1}{T}$ in der Übertragungsfunktion

- Tustin-Approximation:

- Approximation des Verlaufs der Ableitung $\dot{y} = f(t)$ durch Trapez/„gemittelte“ Treppe

$$y_k = y_{k-1} + \frac{T}{2} (f(k) + f(k-1))$$

- Vorgehen: Ersetzen von $s = \frac{2}{T} \frac{z-1}{z+1}$ in der Übertragungsfunktion

Aufgabe 33 (TR)

■ c) kontinuierlicher PI-Regler $G_{R3}(s) = \frac{4(1+s)}{s}$ soll diskretisiert werden

■ Euler: $G_{R3z}(z) \big|_{\text{Euler}} = 4 \frac{z+T-1}{z-1}$

■ Tustin: $G_{R3z}(z) \big|_{\text{Tustin}} = 2 \frac{(T+2)z+(T-2)}{z-1}$

■ z-Trafo: $G_{R3z}(z) \big|_{\text{z-Trafo}} = 4 \frac{z+T-1}{z-1}$

Zeitdiskreter Entwurf: Kompensationsregler

- Für Strecken der Form: $G_{Hz}(z) = \frac{Q(z)}{N(z)} z^{-d}$ wobei: $Q(z) = q_0 + q_1 z^{-1} + \dots + q_m z^{-m}$
 $N(z) = p_0 + p_1 z^{-1} + \dots + p_n z^{-n}$



- Ansatz wie im Kontinuierlichen: $G_{Rz}(z) = \frac{1}{G_{Hz}(z)} \frac{F_{Wz}(z)}{1 - F_{Wz}(z)}$
- Voraussetzungen beachten:
 - G_{Hz} stabil $\rightarrow$ alle Pole im Einheitskreis
 - G_{Hz} minimalphasig $\rightarrow$ alle NSten im Einheitskreis
 - G_{Rz} kausal $\rightarrow$ F_{Wz} enthält z^{-d}
 - Mitkopplung stabil

$\rightarrow$ A35 (TR)

Zeitdiskreter Entwurf: Deadbeat-Regler



■ 2 Spezialfälle des Kompensationsreglers:

■ „Deadbeat-Regler“/„Regler mit endlicher Einstellzeit“:

$$\begin{aligned} \text{Ansatz: } F_{Wz}(z) &= \frac{Q(z)}{\sum_{i=0}^m q_i} z^{-d} \\ \text{Regler: } G_{Rz}(z) &= \frac{N(z)}{\sum_{i=0}^m q_i - Q(z)z^{-d}} \end{aligned}$$

Verhalten: führt (auch kontinuierliche) Regelgröße in endlicher Zeit auf konstanten Endwert, auch Stellgröße eingeschwungen

■ „schneller Deadbeat-Regler“/„Deadbeat-Regler mit maximaler Geschwindigkeit“:

$$\begin{aligned} \text{Ansatz: } F_{Wz}(z) &= z^{-d} \\ \text{Regler: } G_{Rz}(z) &= \frac{N(z)}{Q(z)} \frac{1}{1 - z^{-d}} \end{aligned}$$

Verhalten: führt Regelgröße in kürzester Zeit auf konstanten Endwert in den Abtastpunkten, dazwischen Schwingung, da Stellgröße schwingt

Zu implementierender Regleralgorithmus

- Aus gegebener Regler-Übertragungsfunktion $G_{Rz}(z) = \frac{U_z(z)}{E_z(z)}$
- Rücktransformation in den Zeitbereich $\rightarrow$ Differenzengleichung

$$f(u_k, u_{k-1}, \dots, e_k, e_{k-1}, \dots) = 0$$

- Rekursiver Regelalgorithmus
 $\rightarrow$ mit FIFO-Speichern, Additionen und Multiplikationen einfach realisierbar

Vorgehensweise:

- Regler auf die Form $G_{Rz}(z) = \frac{U_z(z)}{E_z(z)} = \frac{a_0 + a_1 z^{-1} + \dots}{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots}$ bringen
- Rücktransformation ($U_z(z)z^{-n} \rightarrow u_{k-n}$)
- Nach u_k auflösen



Aufgabe 34 (UE)

- Zeitdiskrete Regelung eines kontinuierlichen Totzeitsystems

$$G_S(s) = \frac{e^{-T_t s}}{s(s+1)}$$

- a) Wahl der Abtastzeit:

- Fast Sampling Design (FSD):
 - $T < \frac{\pi}{|s_{\max}| \cdot (10..40)}$
 - $T_t = d \cdot T, \quad d \in \mathbb{Z}$ empfohlen
- Zeitdiskreter Entwurf:
 - $T < \frac{\pi}{|s_{\max}| \cdot 4}$
 - $T_t = d \cdot T, \quad d \in \mathbb{Z}$ zwingend

größter Betrag eines
Streckenpols

- Je kleiner die Abtastzeit, desto näher am kontinuierlichen Regler ist ein FSD-Entwurf! (quasi-kontinuierliche zeitdiskrete Regelung)
- Mit steigender Abtastzeit wird FSD immer schlechter → zeitdiskreter Entwurf bis zu relativ großen Abtastzeiten möglich



Aufgabe 34 (2)

- b) Realer PD-Regler, Kompensation des Streckenpols bei -1
→ Verstärkungsfaktor für geforderte Durchtrittsfrequenz 0,75
mit SISO-Tool ermittelt: $k_R=0,752$

$$\rightarrow G_R(s) = 0,752 \frac{s+1}{0,1s+1}$$

→ Diskretisierung mit z-Trafo und $T_A=T_t/9$:

$$\rightarrow G_{Rz}(z) = \frac{7,52z-7,116}{z-0,4629}$$

```
tf([...,a2,a1,a0],[...,b1,b0])
sys.outputd
sisotool(sys,con)
c2d(sys,T)
[num,den]=tfdata(sys)
```

- c) Diskretisierung der Strecke mit z-Trafo und $T_A=T_t$:

$$\rightarrow G_{Sz}(z) = \frac{0,1931z^{-1}+0,1534z^{-2}}{1-1,5z^{-1}+0,5z^{-2}} z^{-1}$$

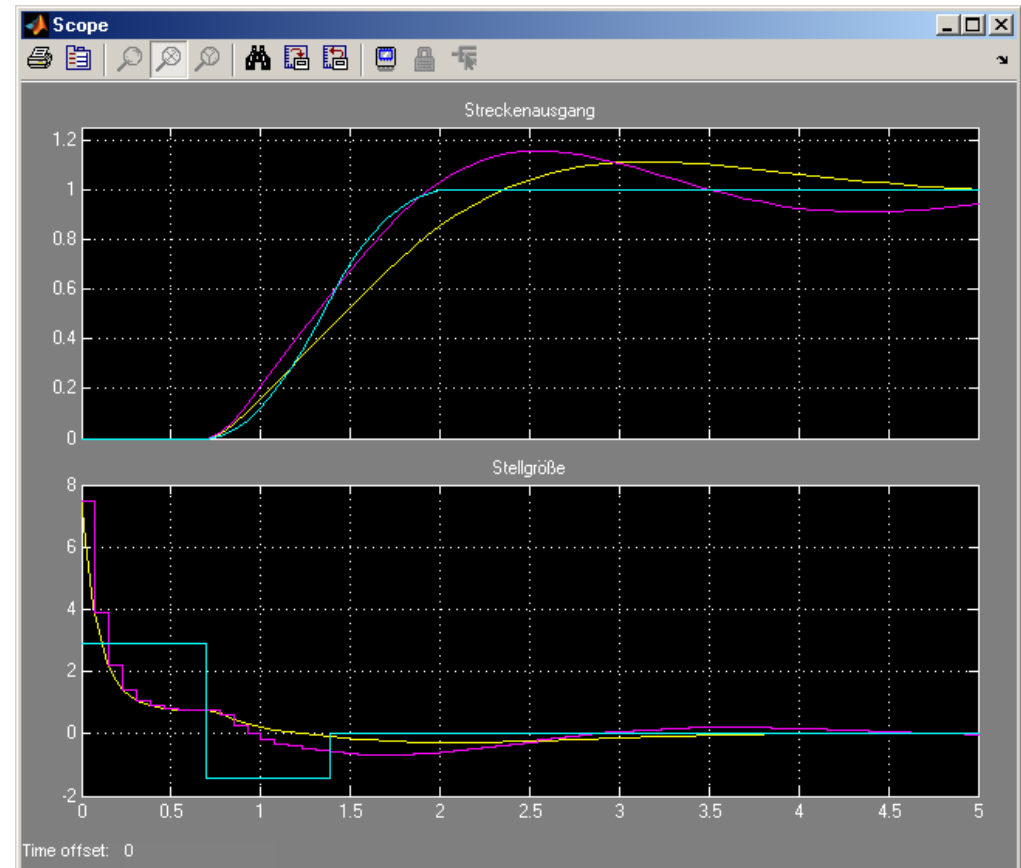
Deadbeat-Entwurf:

$$\rightarrow G_{R_DB}(z) = \frac{1-1,5z^{-1}+0,5z^{-2}}{0,3465-0,1931z^{-2}-0,1534z^{-3}}$$

Aufgabe 34 (3)

- d) Simulationsergebnis:
Regelkreise aus kontinuierlicher
Strecke und
 - kontinuierlichem Regler (gelb)
 - Diskretisiertem Regler (violett)
 - Deadbeat-Regler (cyan)

- Ergebnis:
 - obwohl die Abtastzeit beim Deadbeat-Regler 9 mal so groß ist, wie beim diskretisierten Regler:
Regelgüte bei Deadbeat besser



- Für deutlich kleinere Abtastzeiten geht violette Kurve zunehmend in gelbe Kurve über
→ „quasikontinuierlicher“ Regler