

Systemdynamik und Regelungstechnik

Übung 1: Modellbildung, Signalflussbild, Linearisierung

Lukas Kölsch, M. Sc.

INSTITUT FÜR REGELUNGS- UND STEUERUNGSSYSTEME (IRS)



Kontakt und Informationen

■ Übung:

Lukas Kölsch

lukas.koelsch@kit.edu

Raum 206, Geb. 11.20

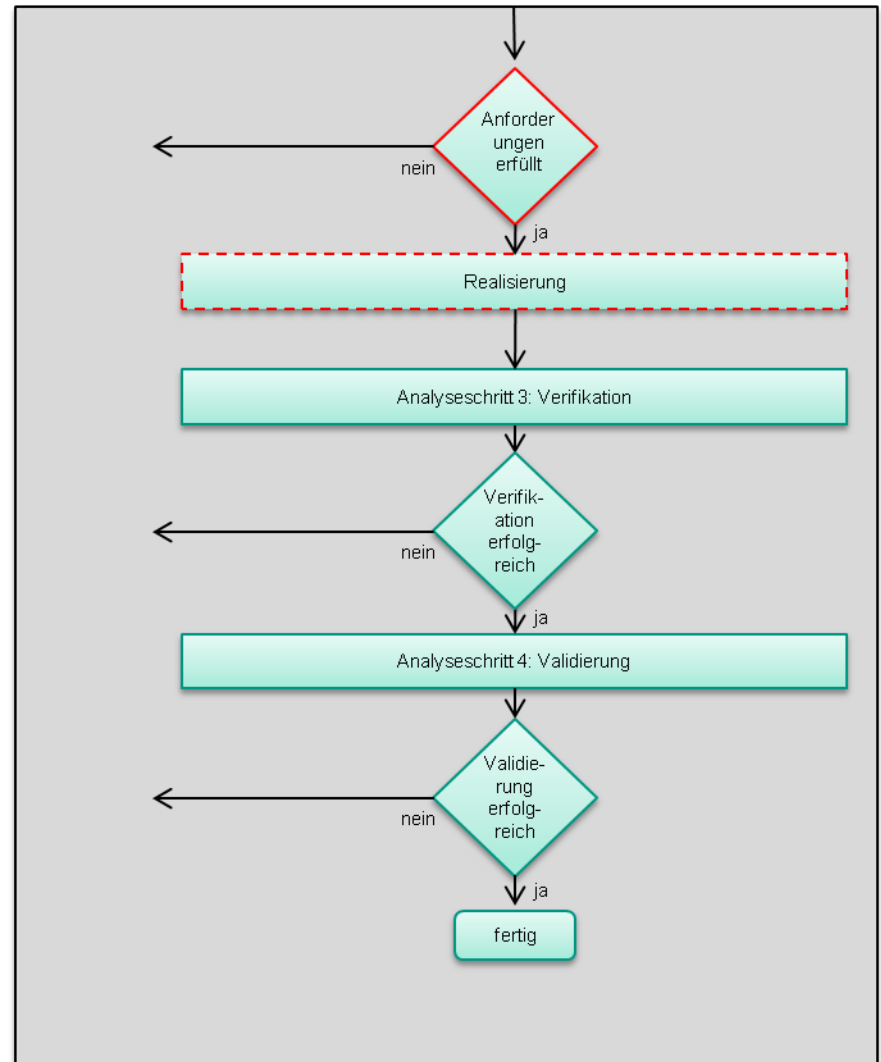
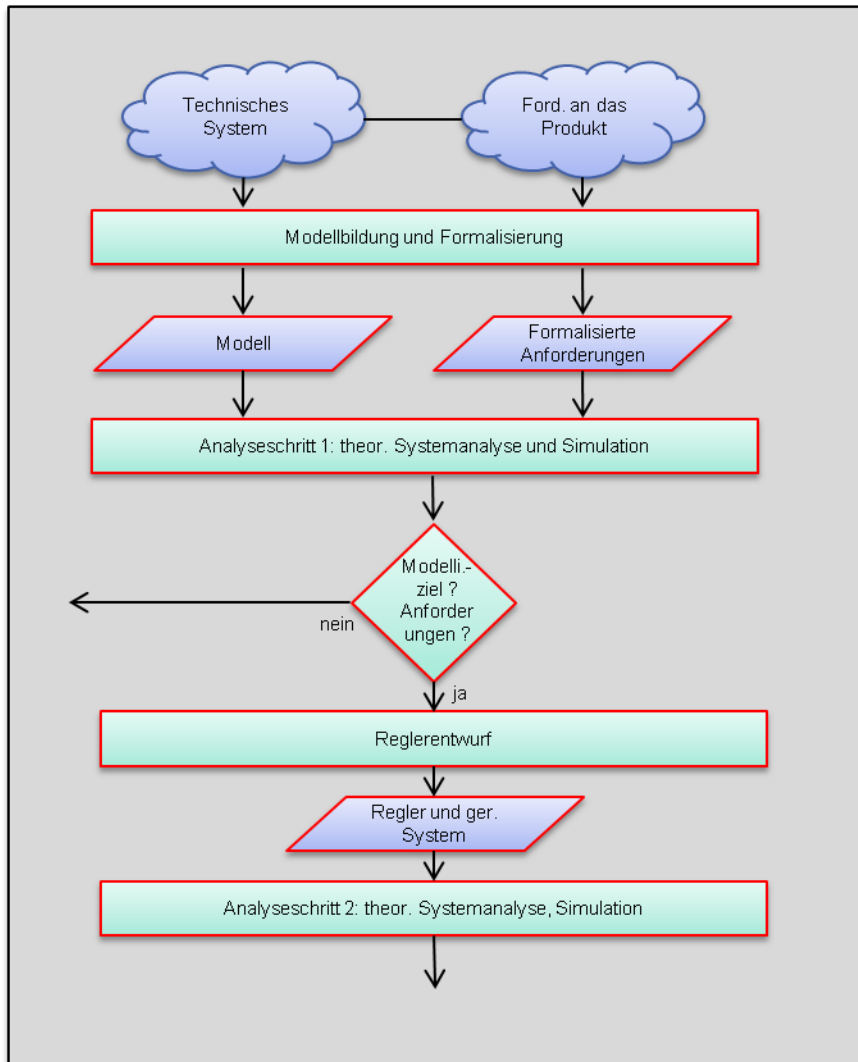
Sprechstunde: Do 11:30-12:15
(nach vorheriger Anmeldung)

■ Tutorium:

Raum 003, Geb. 11.20

Achtung: Zugang von außen !

Entwicklungsablauf für Regelungssysteme



Übung/Tutorium 1: Themen

Übung

Tutorium

Modellbildung

Signalflussbild, -umformungen

Linearisierung

Pole / Nullstellen

Modellbildung

■ Beschreibung eines realen (technischen) Systems

■ Mathematisch:

■ Differentialgleichungen

$$F(t) = -cx(t) - d\dot{x}(t)$$

■ Übertragungsfunktionen (Laplace-Transformation)

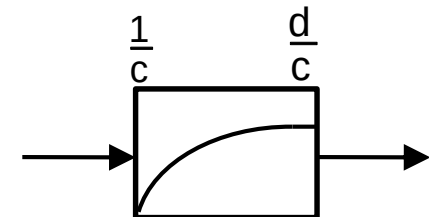
→ ggf. Linearisierung !

$$G(s) = \frac{F(s)}{X(s)} = -\frac{1}{c + d \cdot s}$$

■ Graphisch:

■ Blockschaltbild

■ Hier: Signalflussbild



■ Sonstige (z.B. sprachlich)

Modellbildung - Vorgehensweise



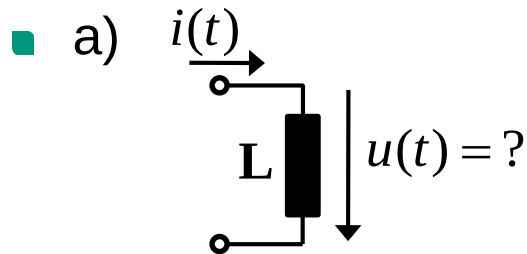
- Festlegung der Modelltiefe
 - „Wie genau soll das Modell sein?“
- Zerlegung des Systems in Teilsysteme
 - Einfache E/A-Beziehungen
- Aufstellen der Modellgleichungen
 - Rückwärts, von gewünschter Ausgangsgröße zu Eingangsgröße
- Ggf. Übersetzung in Signalflussbild

- Zusammenfassen der Modellgleichungen
 - Im Bildbereich
- Signalflussbildumformungen

↗ äquivalent

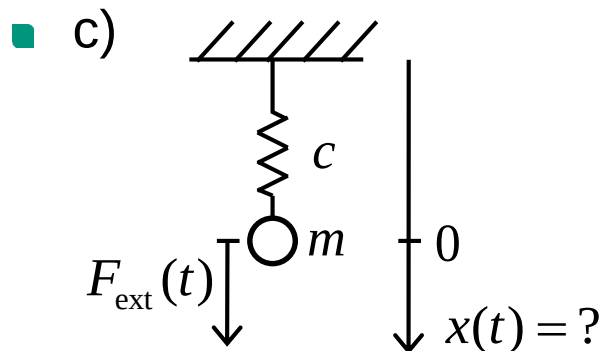
Aufgabe 1 (TR)

■ Aufstellen von Modellgleichungen



$$u(t) = L \frac{d}{dt} i(t)$$

$$G(s) = \frac{U(s)}{I(s)} = Ls$$



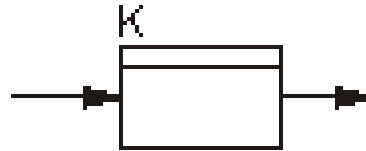
$$m\ddot{x}(t) = F_{\text{ext}}(t) - cx(t)$$

$$G(s) = \frac{X(s)}{F_{\text{ext}}(s)} = \frac{1}{c + ms^2}$$

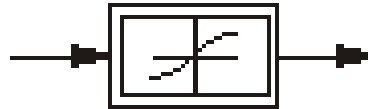
■ b), d)-f) selbstständig bzw. im Tutorium

Signalflussbild – Elementare Regelkreisglieder

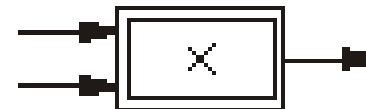
■ P-Glied



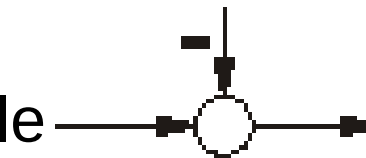
■ Kennlinienglied



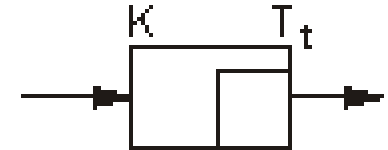
■ Multiplizierglied



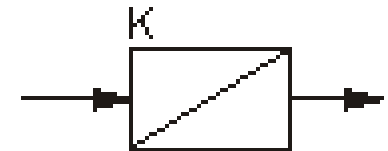
■ Summationsstelle



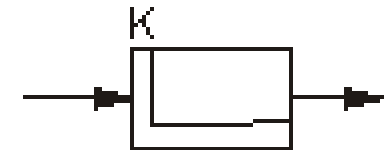
■ T_t -Glied
(Totzeit)



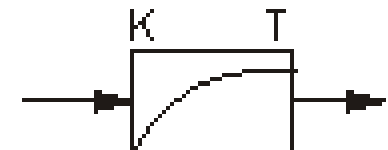
■ I-Glied



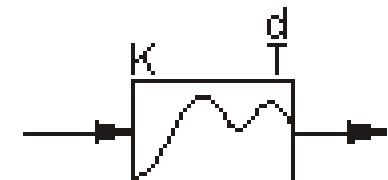
■ D-Glied



■ PT_1 -Glied

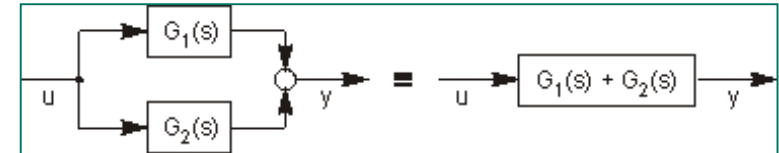


■ PT_2 -Glied



Signalflussbild – Umformungen

■ Parallel- und Reihenschaltung

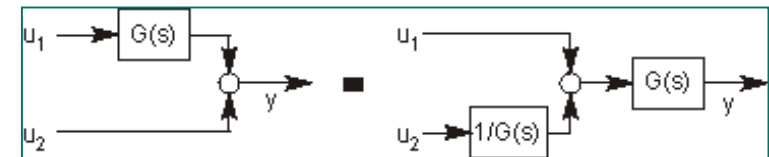
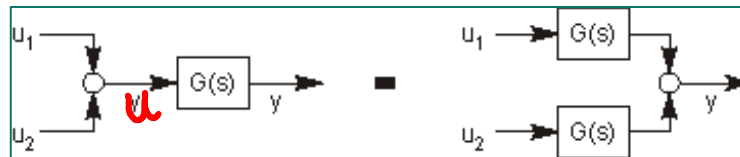


■ Vertauschung zweier Blöcke

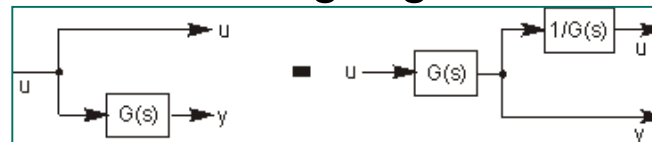


■ Verlegung von Blöcken

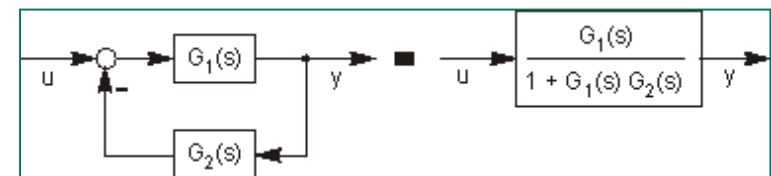
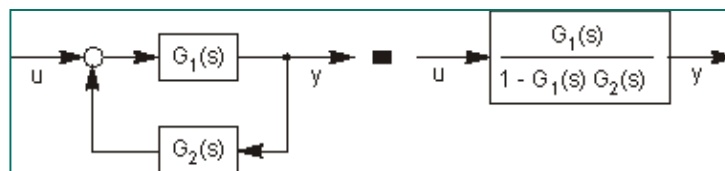
■ Vor/hinter Summationsstelle



■ Vor/hinter Verzweigungsstelle

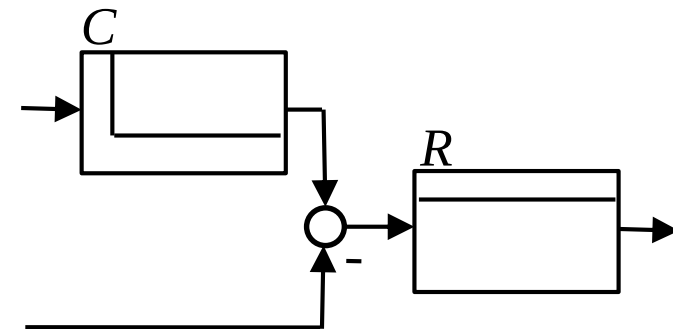
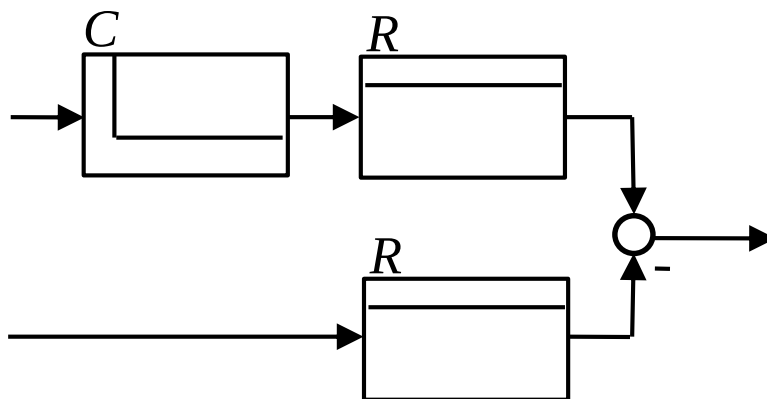
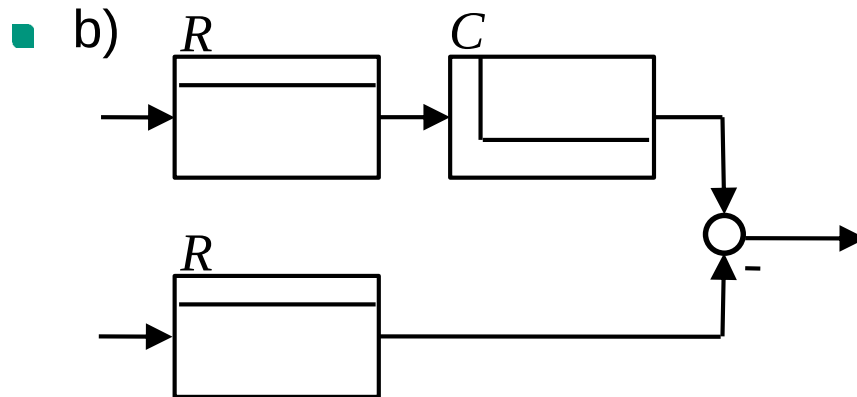


■ Mit- und Gegenkopplung

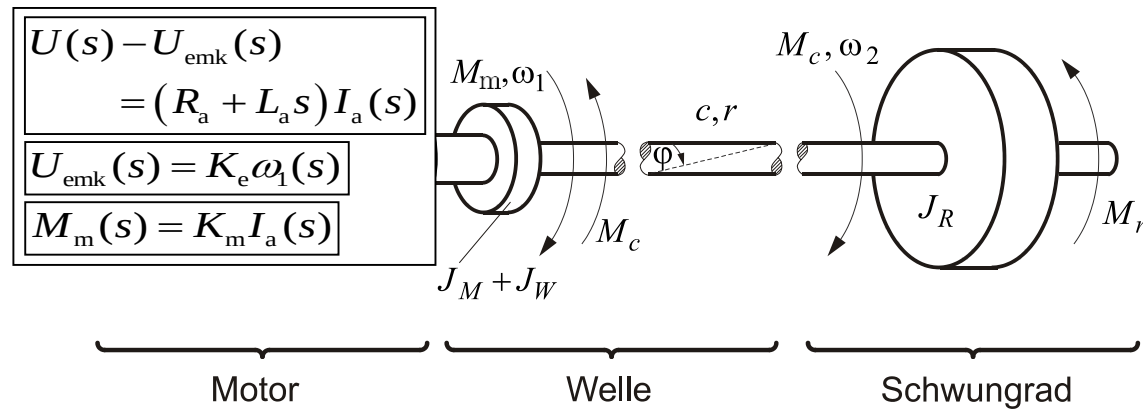


Aufgabe 2 (TR)

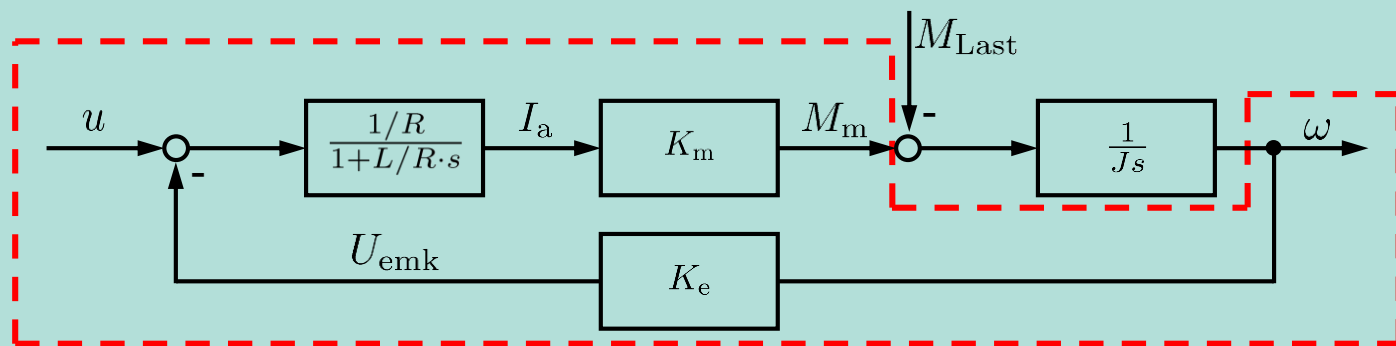
■ Signalflussbildumformungen



Aufgabe 3 (UE)



Gleichstrommotor



Aufgabe 3 (2)

$$\omega_2(s) = \frac{1}{J_R s} (M_c(s) - M_r(s))$$

$$M_c(s) = c \Delta \varphi(s)$$

$$M_r(s) = r \cdot \omega_2(s)$$

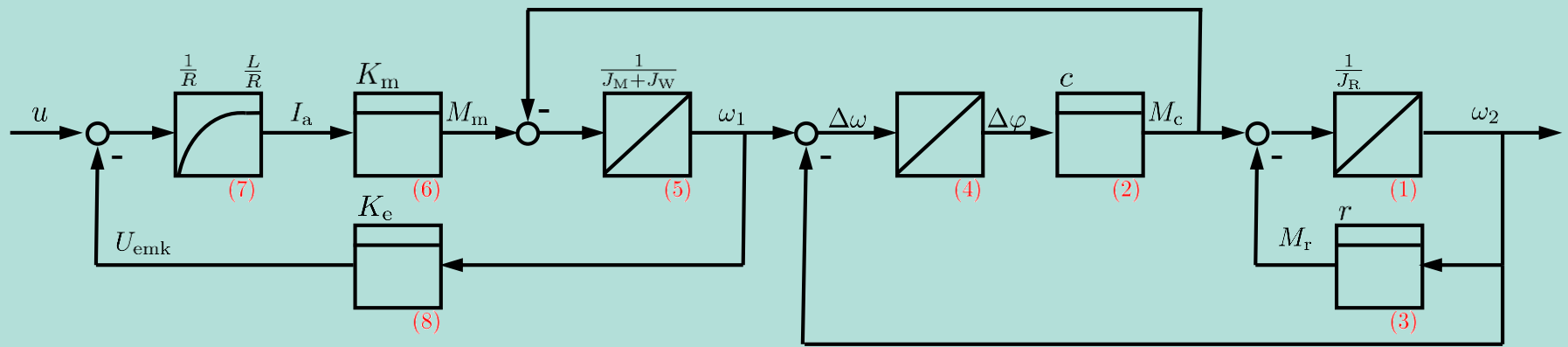
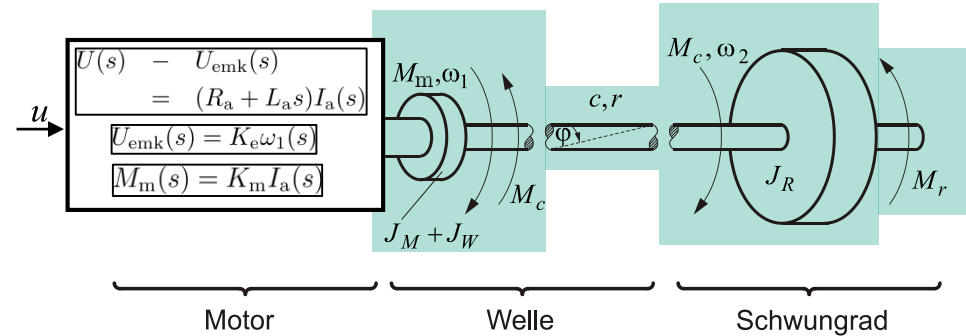
$$\Delta \varphi(s) = \frac{1}{s} (\omega_1(s) - \omega_2(s))$$

$$\omega_1(s) = \frac{1}{(J_M + J_W) s} (M_m(s) - M_c(s))$$

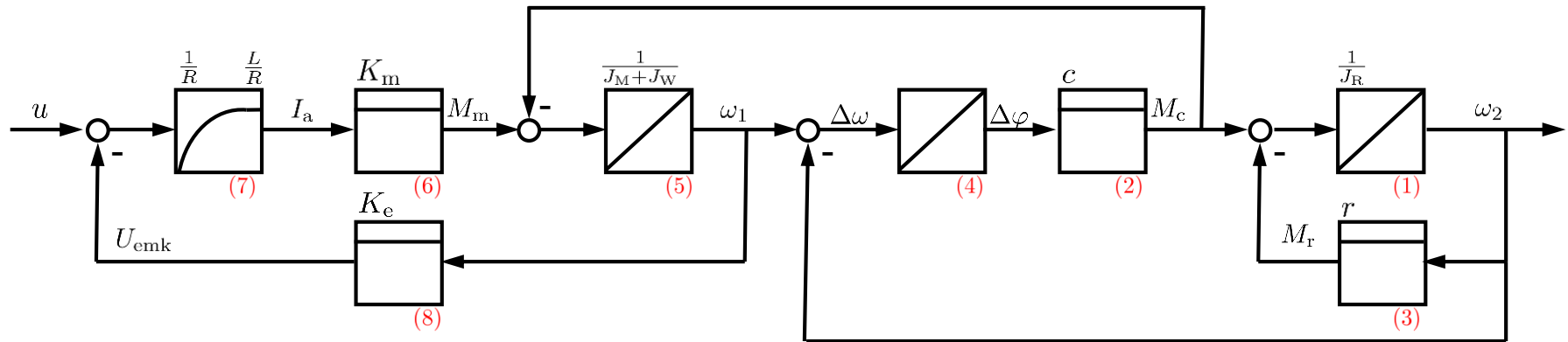
$$M_m(s) = K_m I_a(s)$$

$$I_a(s) = \frac{1/R}{1 + L/Rs} (U(s) - U_{emk}(s))$$

$$U_{emk}(s) = K_e \omega_1(s)$$



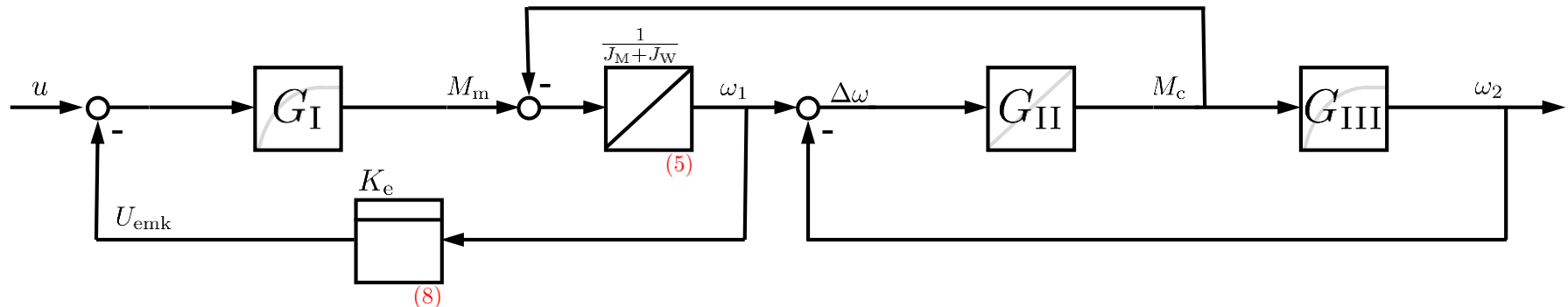
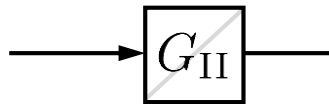
Aufgabe 3 (3)



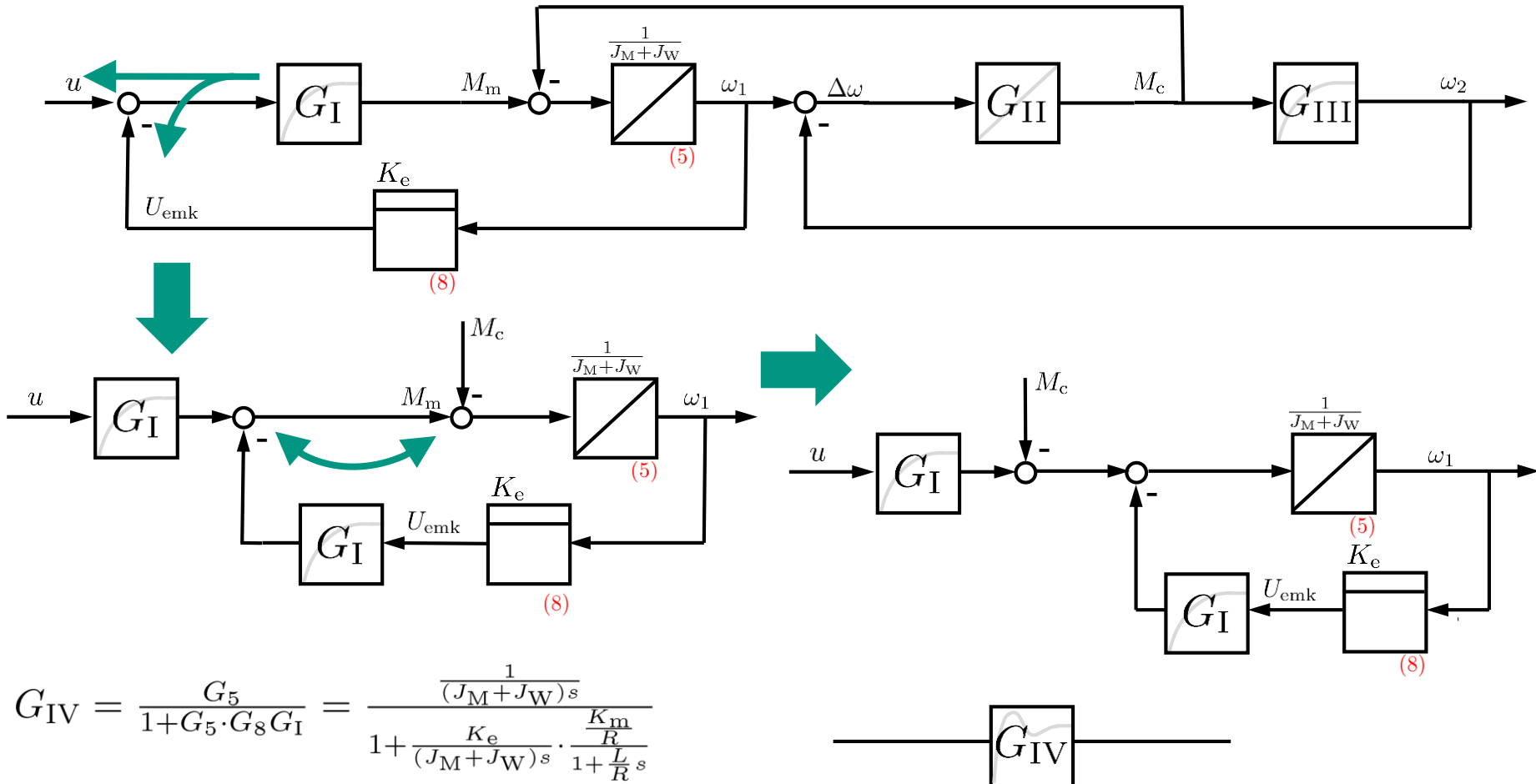
$$G_I = G_6 \cdot G_7 = \frac{\frac{K_m}{R}}{1 + \frac{L}{R}s}$$

$$G_{II} = G_2 \cdot G_4 = \frac{c}{s}$$

$$G_{III} = \frac{G_1}{1 + G_1 \cdot G_3} = \frac{\frac{1}{r}}{1 + \frac{J_R}{r}s}$$

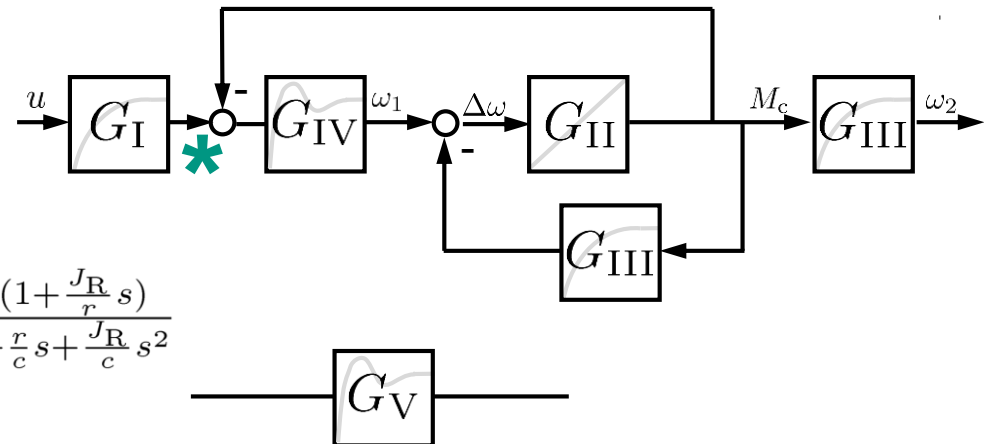
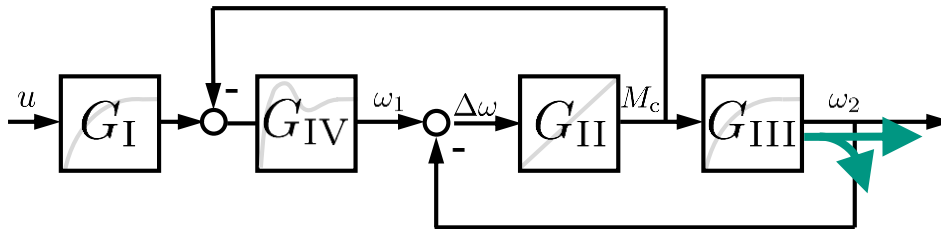


Aufgabe 3 (4)



$$\begin{aligned}
 G_{IV} &= \frac{G_5}{1 + G_5 \cdot G_8 \cdot G_I} = \frac{\frac{1}{(J_M + J_W)s}}{1 + \frac{K_e}{(J_M + J_W)s} \cdot \frac{K_m}{1 + \frac{L}{R}s}} \\
 &= \frac{\frac{R}{K_m K_e} (1 + \frac{L}{R}s)}{1 + \frac{R(J_M + J_W)}{K_m K_e}s + \frac{L(J_M + J_W)}{K_m K_e}s^2}
 \end{aligned}$$

Aufgabe 3 (5)



$$G_V = \frac{G_{II}}{1 + G_{II} \cdot G_{III}} = \frac{\frac{c}{s}}{1 + \frac{c}{s} \cdot \frac{\frac{1}{r}}{1 + \frac{J_R}{r} s}} = \frac{r(1 + \frac{J_R}{r} s)}{1 + \frac{r}{c} s + \frac{J_R}{c} s^2}$$



! Größe * physikalisch nicht interpretierbar !

Linearisierung - Bedeutung

- SRT behandelt nur LTI-Systeme

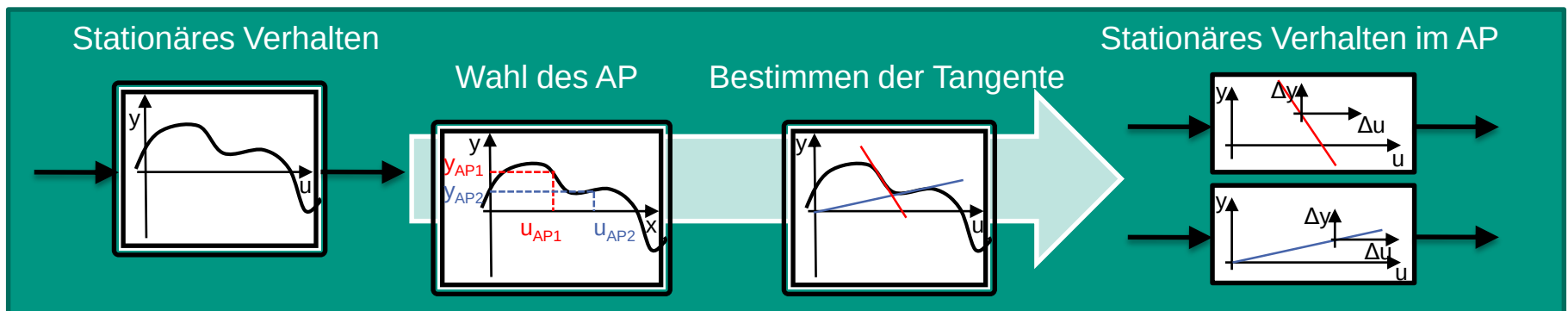
Stationäres Übertragungsverhalten unabhängig von Zeitpunkt und Höhe des Eingangssignals

→ Notwendig für Transformation in den Frequenzbereich

- Reale Systeme aber oft nichtlinear !

→ Stationäres Übertragungsverhalten abhängig vom Arbeitspunkt !

- Linearisierung um den Arbeitspunkt (AP)



Linearisierung - Vorgehensweise



Ausgangspunkt:

nichtlin. DGL in expliziter Form:

$$\overset{(n)}{y} = f \left(\overset{(n-1)}{y}, \dots, y, \overset{(m)}{u}, \dots, u \right)$$

- Wahl/Bestimmen des Arbeitspunktes (AP):

$$(u_{AP}, y_{AP})$$

(falls „stationärer AP“: $\dot{u}_{AP}, \ddot{u}_{AP}, \dots, \dot{y}_{AP}, \ddot{y}_{AP}, \dots = 0$)

- Aufstellen der impliziten Differentialgleichung:

$$g \left(\overset{(n)}{y}, \overset{(n-1)}{y}, \dots, y, \overset{(m)}{u}, \dots, u \right) = 0$$

- Linearisieren mittels

$$\left. \frac{\partial g}{\partial \overset{(n)}{y}} \right|_{AP} \cdot \Delta \overset{(n)}{y} + \dots + \left. \frac{\partial g}{\partial \dot{y}} \right|_{AP} \cdot \Delta \dot{y} + \left. \frac{\partial g}{\partial y} \right|_{AP} \cdot \Delta y + \left. \frac{\partial g}{\partial \overset{(m)}{u}} \right|_{AP} \cdot \Delta \overset{(m)}{u} + \dots + \left. \frac{\partial g}{\partial \dot{u}} \right|_{AP} \cdot \Delta \dot{u} + \left. \frac{\partial g}{\partial u} \right|_{AP} \cdot \Delta u = 0$$

→ lineare DGL:

$$\tilde{g} \left(\Delta \overset{(n)}{y}, \Delta \overset{(n-1)}{y}, \dots, \Delta y, \Delta \overset{(m)}{u}, \dots, \Delta u \right) = 0$$

- ggf. Umformen der linearisierten DGL und Transformation in den Frequenz-Bereich, evtl. Normierung

Aufgabe 4 (TR)

■ Linearisierung

■ a) $\dot{y} = -5y^2 + u$, $u_{AP} = 125$

■ Arbeitspunkt: $y_{AP} = \pm 5$

■ Taylor-Entwicklung im Arbeitspunkt:

$$\left. \frac{\partial g}{\partial \dot{y}} \right|_{AP} \cdot \Delta \dot{y} + \left. \frac{\partial g}{\partial y} \right|_{AP} \cdot \Delta y + \left. \frac{\partial g}{\partial u} \right|_{AP} \cdot \Delta u = 0$$

$$\Delta \dot{y} \pm 50 \Delta y - \Delta u = 0$$

→ $\Delta \dot{y} = \mp 50 \Delta y + \Delta u$ ←

mit $\Delta y = y - y_{AP}$, $\Delta \dot{y} = \dot{y} - \dot{y}_{AP}$, $\Delta u = u - u_{AP}$

Pole / Nullstellen / Partialbruchzerlegung



$$G(s) = \frac{Z(s)}{N(s)} = \frac{\prod(s-\eta_i)}{\prod(s-\lambda_j)}$$

- Pole: komplexe Frequenzen $s = \lambda$, für die Nennerpolynom $N(s)$ zu Null wird
- NSten: komplexe Frequenzen $s = \eta$, für die Zählerpolynom $Z(s)$ zu Null wird
- PBZ: Summenform der Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{P_1(s)}{s-\lambda_1} + \frac{P_2(s)}{s-\lambda_2} + \dots$
→ Wichtig für Rücktransformation in den Zeitbereich

Aufgabe 5 (TR)

- c) $G(s) = \frac{(s-1)(s+3)}{s(s^2+1)}$
 - Pole: $\lambda_1 = 0, \quad \lambda_{2,3} = \pm j$
 - Nsten: $\eta_1 = 1, \quad \eta_2 = -3$
 - PBZ: $G(s) = -\frac{3}{s} + \frac{2}{s^2+1} + \frac{4s}{s^2+1}$

Aufgabe 6 (TU)

Füllstandsversuch:

- Modellbildung
- Arbeitspunkt
- Linearisierung
- Normierung
- Signalflussbild

