

Aufgabe 7 (TU)

- a) Modell siehe *A2_7.mdl*, Daten werden zuvor in *A2_7_data.m* definiert
- ➔ Für $u_H = 0$ ergibt sich eine stationäre Füllhöhe von $h = -2.5$ (es fließt kein Wasser in den Tank, aber der gesamte Inhalt kann bis zum Drosselventil abfließen sofern $\varphi \neq 0$). Durch ein Sättigungsglied kann auch $h_{\min} = 0$ erreicht werden.
 - ➔ Für maximal geöffnetes Stellventil ergibt sich bei $\varphi = 0,25 \text{ rad}$ eine stationäre Füllhöhe von ca $h = 51,5 \text{ dm}$.
 - ➔ Bei einem Eingangssignal von z.B. $u_H(t) = 1,5 + 1 \cdot \sin(0,001 \cdot t)$ erkennt man den nichtlinearen Charakter des Systems am Verlauf der Ausgangsgröße an einer etwas abgeplatteten negativen Halbwelle des Sinus.
- b) siehe *A2_7.mdl*
- c) Für kleine Auslenkungen als der Ruhelage stimmt das Systemverhalten des linearisierten Systems mit dem des nichtlinearen Systems relativ gut überein, für große Amplituden sowie an anderen Arbeitspunkten lassen sich doch deutliche Unterschiede erkennen.

Aufgabe 8 (TR)

- a) $\ddot{y} = u - \sqrt{2}\dot{u} + \frac{3}{2}\ddot{y} \Rightarrow \ddot{y} - \frac{3}{2}\ddot{y} = u - \sqrt{2}\dot{u} \quad \circ \rightarrow \bullet \quad Y(s)\left(s^2 - \frac{3}{2}s\right) = U(s)(1 - \sqrt{2}s)$
 $\Rightarrow G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1 - \sqrt{2}s}{s\left(s - \frac{3}{2}\right)}$
- b) $y_k = \frac{1}{2}y_{k-1} + 3u_k - 6u_{k-1} \Rightarrow y_k - \frac{1}{2}y_{k-1} = 3u_k - 6u_{k-1}$
 $\circ \rightarrow \bullet \quad Y_z(z)\left(1 - \frac{1}{2}z^{-1}\right) = U_z(z)(3 - 6z^{-1}) \Rightarrow G_z(z) = \frac{Y_z(z)}{U_z(z)} = 3 \frac{z-2}{z-\frac{1}{2}}$
- c) $Y_z(z) = \frac{8z}{(z-1)^2} \quad \circ \rightarrow \bullet \quad (y_k) = 8k \quad (\text{direkt aus Korrespondenztabelle})$
- d) $(y_k) = 2k^2 + e^{-2k\sqrt{2}} \quad \circ \rightarrow \bullet \quad Y_z(z) = 2z \frac{z+1}{(z-1)^3} + \frac{z}{z - e^{-2\sqrt{2}}}$
 (direkt aus Korrespondenztabelle)
- e) $y(t) = 2\sin(3t) + 1 \quad \circ \rightarrow \bullet \quad Y(s) = 2 \frac{3}{s^2 + 9} + \frac{1}{s}$
 (direkt aus Korrespondenztabelle)

f) $Y(s) = \frac{1}{s^2} \frac{2(s-1)}{s^2+4} \rightarrow$ Partialbruchzerlegung: $Y(s) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s^2} - \frac{s}{s^2+4} + \frac{1}{s^2+4} \right)$

○—● $y(t) = \frac{1}{2} \left(1 - t - \cos(2t) + \frac{1}{2} \sin(2t) \right)$ (aus Korrespondenztabelle)

g) $G_z(z) = \frac{3z}{z-1} - \frac{z}{z-e^{-T}} = \frac{3z(z-e^{-T}) - z(z-1)}{(z-1)(z-e^{-T})} = \frac{2z^2 + (1-3e^{-T})z}{z^2 - (1+e^{-T})z + e^{-T}} = \frac{2 + (1-3e^{-T})z^{-1}}{1 - (1+e^{-T})z^{-1} + e^{-T}z^{-2}}$

$\rightarrow Y_z(z) \left(1 - (1+e^{-T})z^{-1} + e^{-T}z^{-2} \right) = U_z(z) \left(2 + (1-3e^{-T})z^{-1} \right)$

○—● $y_k = (1+e^{-T})y_{k-1} - e^{-T}y_{k-2} + 2u_k + (1-3e^{-T})u_{k-1}$

h) $G(s) = \frac{s+4}{s^2+4s+3} e^{-3s} \rightarrow Y(s) (s^2+4s+3) = U(s) (s+4) e^{-3s}$

○—● $\ddot{y} + 4\dot{y} + 3y = \dot{u}(t-3) + 4u(t-3)$

(aus Korrespondenztabelle unter Anwendung der Rechenregel „Verschiebung der Originalfunktion nach rechts“)

Aufgabe 9 (TR)

a) $G_1(s)$: stabil, MS, nicht schwingfähig, nicht stationär genau
 $G_{1z}(z)$: stabil, nicht schwingfähig, nicht stationär genau

b) $G_2(s)$: instabil ($\rightarrow$ nicht stationär genau), MS, nicht schwingfähig
 $G_{2z}(z)$: instabil ($\rightarrow$ nicht stationär genau), nicht schwingfähig

c) $G_3(s)$: stabil, NMS, schwingfähig, nicht stationär genau
 $G_{31z}(z)$: stabil, schwingfähig, nicht stationär genau
 $G_{32z}(z)$: stabil, schwingfähig, nicht stationär genau

d) $G_4(s)$: stabil, AP, nicht schwingfähig, stationär genau
 $G_{41z}(z)$: stabil, nicht schwingfähig, stationär genau
 $G_{42z}(z)$: stabil, nicht schwingfähig, stationär genau

Offensichtlich weisen die zeitdiskreten Systeme in einigen Punkten dieselben Eigenschaften auf, wie die zeitkontinuierlichen, aus denen sie berechnet wurden. Für die Schwingfähigkeit ist dies in Spezialfällen nicht gegeben. Eine Aussage über MS/NMS/AP ist anhand der Sprungantwort im Allgemeinen nicht möglich. Über die Lage der Pole und Nullstellen der zeitdiskreten Systeme kann dies jedoch ebenfalls untersucht werden (s. Kapitel 4 / Aufgabe 14). Es wird sich zeigen, dass sich die zeitkontinuierlichen und zeitdiskreten Systeme in dieser Eigenschaft unterscheiden können.

Aufgabe 10 (TR)

- a) System stabil (alle Pole links) und realisierbar (nicht mehr NSten als Pole)

$$h_{1,\infty} = \lim_{t \rightarrow \infty} h_1(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot G_1(s) \cdot W(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{1}{2s+2} \cdot \frac{1}{s} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{2s+2} = \frac{1}{2}$$

$$h_{1,0} = \lim_{t \rightarrow 0} h_1(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} s \cdot G_1(s) \cdot W(s) = \lim_{s \rightarrow \infty} s \cdot \frac{1}{2s+2} \cdot \frac{1}{s} = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{1}{2s+2} = 0$$

Matlab: `sys=tf([1],[2 2]);step(sys);`

- b) System instabil (Pol bei +3) → Sprungantwort klingt auf, weitere Untersuchung mit EWS nicht möglich/sinnvoll
System realisierbar (nicht mehr Nullstellen als Pole)

$$h_{2,0} = \lim_{t \rightarrow 0} h_2(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} s \cdot G_2(s) \cdot W(s) = \lim_{s \rightarrow \infty} s \cdot \frac{s+3}{s-3} \cdot \frac{1}{s} = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{s+3}{s-3} = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{1+\frac{3}{s}}{1-\frac{3}{s}} = 1$$

Matlab: `sys=tf([1 3],[1 -3]);step(sys);`

- c) System stabil (alle Pole links) und realisierbar (nicht mehr NSten als Pole)

$$h_{3,\infty} = \lim_{s \rightarrow 0} G_3(s) = G_3(0) = -\frac{5}{2}$$

$$h_{3,0} = \lim_{s \rightarrow \infty} G_3(s) = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{1-\frac{5}{s}}{1+\frac{2}{s}} e^{-\frac{3}{2}s} = 1 \cdot 0 = 0$$

Matlab: `sys=tf([1 -5],[1 2]);sys.outputd=3/2;step(sys);`

- d) $G_4(s) = \frac{1}{s^2+3}$ → System instabil (Pole auf der imaginären Achse)

→ Dauerschwingung, Untersuchung mit EWS nicht sinnvoll
System realisierbar (nicht mehr Nullstellen als Pole):

$$h_{4,0} = \lim_{t \rightarrow 0} h_4(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} s \cdot G_4(s) \cdot W(s) = \lim_{s \rightarrow \infty} s \cdot \frac{1}{s^2+3} \cdot \frac{1}{s} = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{1}{s^2+3} = 0$$

Matlab: `sys=tf([1],[1 0 3]);step(sys);`

Aufgabe 12 (TU)

- a) siehe A2_12a.m sowie A2_12sys.mdl

- b) siehe A2_12_PT1.m sowie A2_12b.m