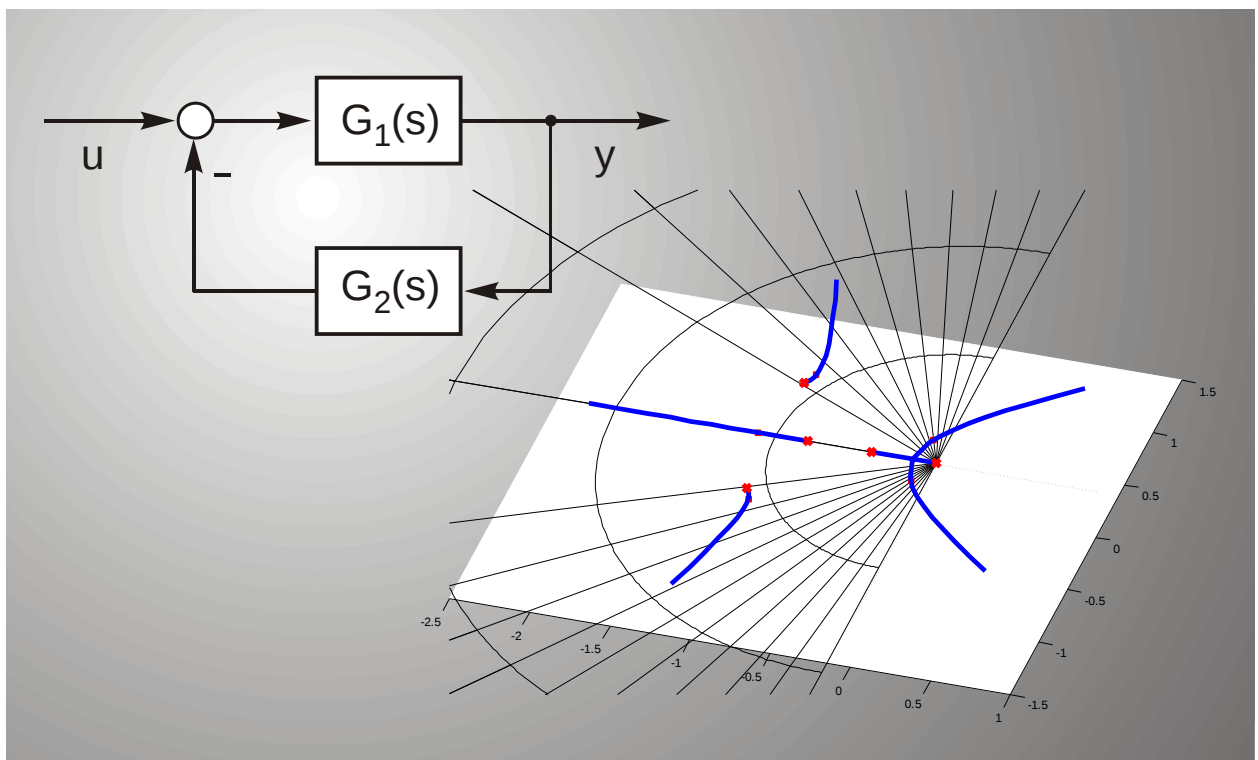


Aufgaben zu den Übungen

Systemdynamik und Regelungstechnik

Lukas Kölsch, M.Sc.



Sommersemester 2016

<http://www.irs.kit.edu/1528.php>

Erläuterungen zu den Übungsblättern:

Die Übungsblätter enthalten verschiedene Typen von Aufgaben:

- **Anwendungsaufgaben:**

- *Übungsaufgaben* sind mit **UE** gekennzeichnet und werden in der Übung vorgerechnet. Die Lösungswege sind auf den in der Übung gezeigten Folien enthalten, welche nach der Übung im Internet herausgegeben werden.
- *Tutoriumsaufgaben* sind mit **TU** gekennzeichnet und sind ausschließlich zum selbstständigen Bearbeiten vor bzw. im Tutorium gedacht. Diese sind regelmäßig auch in MATLAB/SIMULINK zu bearbeiten. Lösungen zu Tutoriumsaufgaben werden im jeweiligen Tutorium besprochen und ggf. nach der Tutorienwoche bereitgestellt.

- *Trainingsaufgaben* (**TR**):

Diese enthalten mehrere ähnliche Teilaufgaben zum Erlernen und Trainieren (auch im Hinblick auf die Klausur) von elementaren, klar abgegrenzten Methoden. Der Schwierigkeitsgrad innerhalb einer Trainingsaufgabe steigt zunehmend an, beginnend bei der ersten Teilaufgabe.

In der Übung werden von Trainingsaufgaben lediglich die ersten Teilaufgaben im Rahmen der Wiederholung des Stoffs behandelt. Ggf. werden die anderen Teilaufgaben teilweise oder auf Nachfrage im Tutorium besprochen.

Es liegt in der Hand jedes einzelnen Studierenden, ob und wie viel er sich mit den restlichen Teilaufgaben beschäftigt. Es wird jedoch dringend empfohlen, auch und gerade diese Methoden selbstständig zu üben, da sie das Handwerkszeug für die SRT darstellen und oft erst in der Anwendung hinreichend verstanden werden.

Eine Kurzlösung zu den Trainingsaufgaben wird im Anschluss an die Tutorienwoche im Internet herausgegeben.

Der Schwierigkeitsgrad von Aufgaben wird durch Pluszeichen symbolisiert.

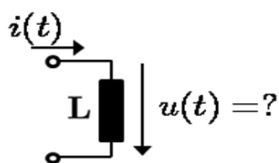
⊕ bedeutet *leichte Aufgabe*

⊕⊕⊕(⊕) bedeutet *Klausurniveau (oder höher)*

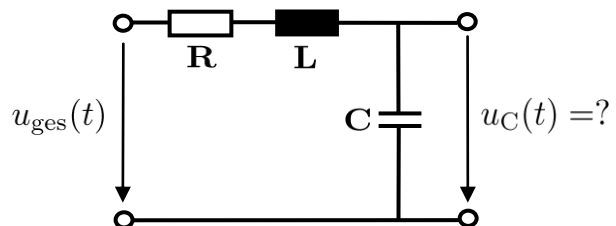
Aufgabe 1 (TR)

Stellen Sie die Differentialgleichungen auf, welche das System korrekt beschreiben. Zerlegen Sie das System dazu ggf. in Teilsysteme. Transformieren Sie die Differentialgleichungen in den Frequenzbereich (Laplace-Bereich) und fassen Sie die Übertragungsfunktionen der Teilsysteme zusammen. (Die gesuchte Ausgangsgröße ist jeweils mit einem Fragezeichen gekennzeichnet.)

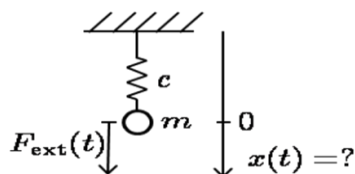
a) Induktivität +



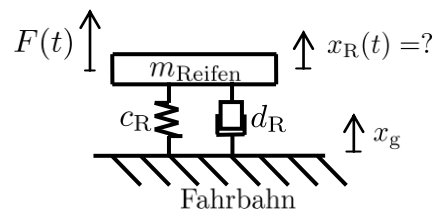
b) RLC-Serienschwingkreis ++



c) Federpendel +

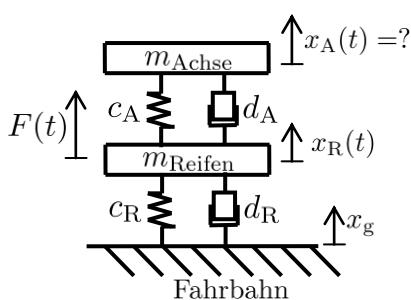


d) Reifenmodell als Feder-Masse-Dämpfer ++



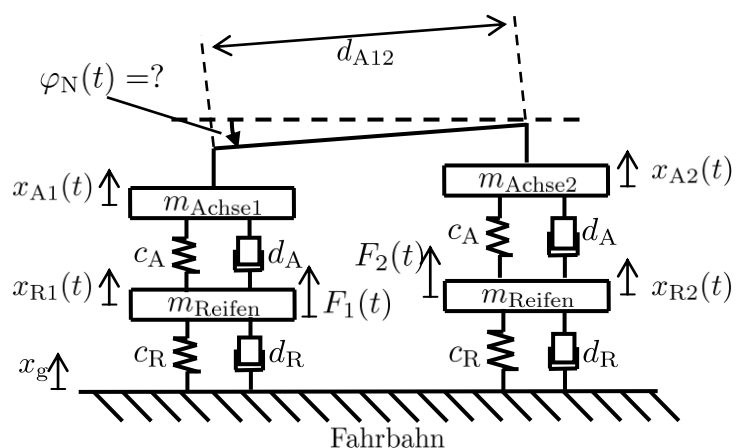
e) Reifen-Achse-System +++

(Eingangsgröße: $F(t)$)



f) Zwei-Achs-System mit Nicken ++++

(Eingangsgröße: $\Delta F(t) = F_2(t) - F_1(t)$,
Betrachtung für kleine φ_N)

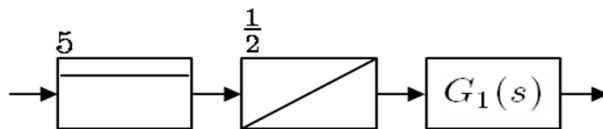


Hinweis: Vergleichen Sie die mathematische Struktur der Lösungen von Teilaufgabe b) und d). Wie man sieht, lassen sich ganz unterschiedliche technische Systeme mathematisch identisch beschreiben.

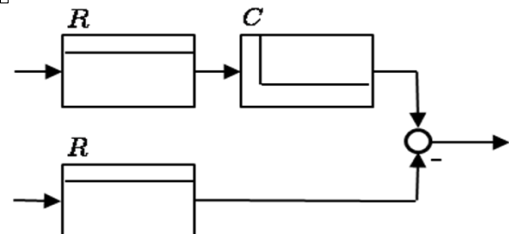
Aufgabe 2 (TR)

Vereinfachen Sie die folgenden Signalflussbilder so weit wie möglich. (Hinweis: Alle abgebildeten Regelkreisglieder und Übertragungsfunktionen sind LTI-Glieder)

a) +

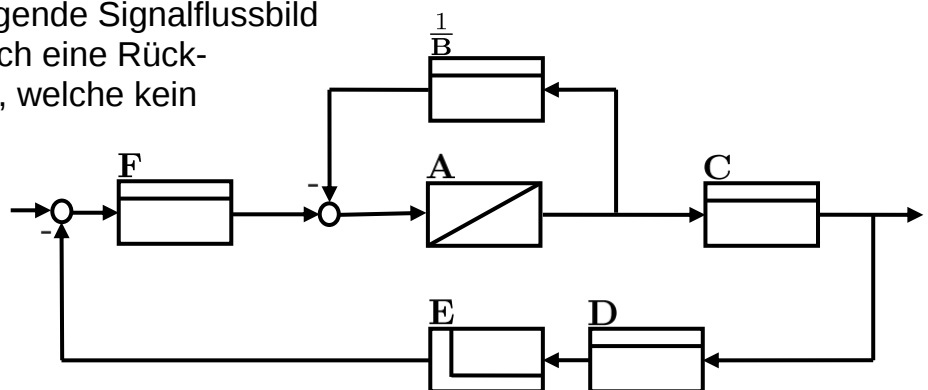


b) +

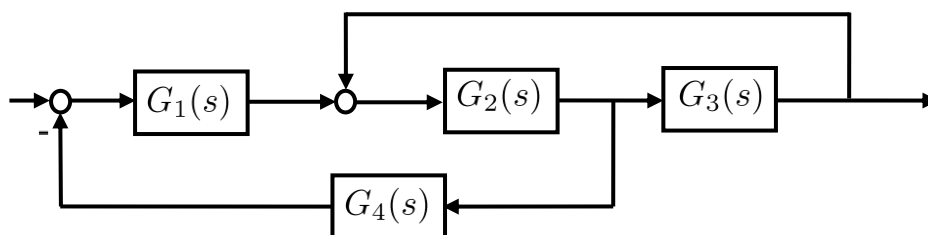


c) ++

Formen Sie das folgende Signalflussbild so um, dass nur noch eine Rückführung übrig bleibt, welche kein Übertragungsglied mehr enthält.

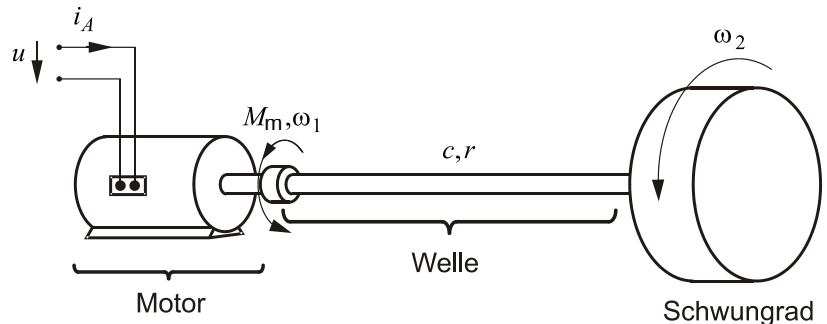


d) ++++ Vereinfachen Sie so weit, dass keine Rückführung mehr vorliegt.

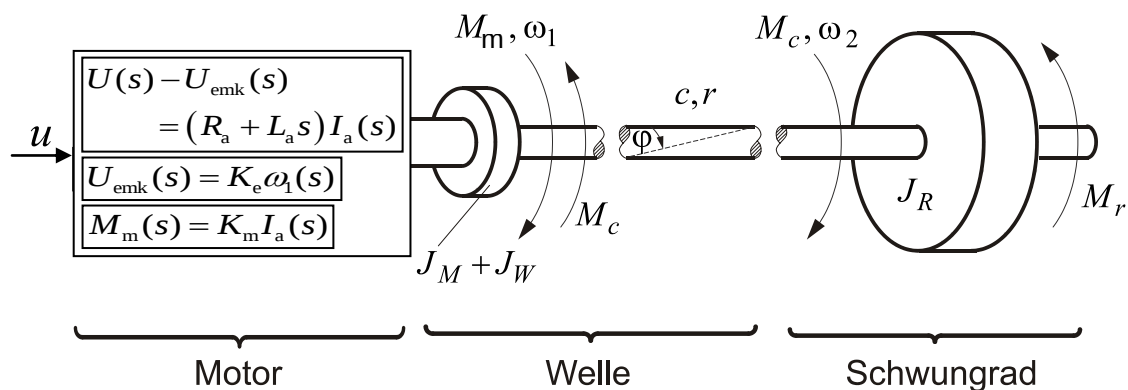


Aufgabe 3 (UE) +++/+

Ein konstant erregter Gleichstrommotor treibt über eine lange elastische Welle eine Last, z.B. ein Schwungrad (Trägheitsmoment J_R), an. Die Wellenelastizität wird durch die Ersatzfederkonstante c hinreichend genau beschrieben. Dabei überträgt die Welle das Torsionsmoment M_c . Die Lagerreibung des Ankers wird vernachlässigt, die Lagerreibung der Last wird mit der Ersatzdämpfungs-konstante r approximiert.



- a) Zum Aufstellen der Modellgleichungen wird das System zunächst in die Teilsysteme *Motor*, *Welle* und *Schwungrad* zerlegt. Die Funktionalbeziehungen des elektrischen Teilsystems eines Gleichstrommotors (s. Abbildung) wurden in der Vorlesung bereits aufgestellt. Bestimmen Sie nun die Gleichungen des mechanischen Teilsystems. Dazu ist es zweckmäßig, das System so darzustellen, dass alle Variablen eingezeichnet werden können:



- b) Zeichnen Sie ein Signalfussbild des Gesamtsystems, indem Sie zunächst die Signalfussbilder der Teilsysteme bestimmen und diese dann miteinander verbinden.

Hinweis: Die Winkelgeschwindigkeit ω_2 des Schwungrads sei die Ausgangsgröße des Systems

- c) Vereinfachen Sie das vermaschte Signalfussbild des Gesamtsystems so weit, dass als einzige Rückführung nur noch die Gegenkopplung des Torsionsmoments M_c erhalten bleibt.

Aufgabe 4 (TR)

Linearisieren Sie die folgenden Systeme um den Arbeitspunkt. Bestimmen Sie dazu ggf. zunächst den/die Arbeitspunkt/e anhand der Angaben.

a) $\oplus$ $\dot{y} = -5y^2 + u$, AP: Ruhelage mit $u_{AP} = 125$

b) $\oplus\oplus$ $\ddot{x} = -5\dot{x} + 4x^3 - \cos F$, AP: Ruhelage mit $F_{AP} = \frac{\pi}{3}$

c) $\oplus\oplus\oplus$ $\frac{\ddot{y}}{3} - 2e^{\dot{y}} = u^2 + \dot{u}^3 - \sqrt{y}$, AP: Ruhelage mit $y_{AP} = 36$

d) $\oplus\oplus$ Betrachten Sie erneut die nichtlineare DGL aus Aufgabenteil b). Die Ein- und Ausgangsgrößen des so beschriebenen Systems seien physikalische Größen mit den Einheiten

$$[F] = N \text{ (Newton) und } [x] = m \text{ (Meter).}$$

Normieren Sie die bereits linearisierte Differentialgleichung, indem Sie die normierten Größen

$$\bar{F} = \frac{\Delta F}{F_N}, \quad \bar{x} = \frac{\Delta x}{x_N} \quad \text{und} \quad \bar{t} = \frac{t}{t_N}$$

eingeführen. Die Nennwerte der Größen seien dabei:

$$F_N = 1000N, \quad x_N = 0,5m \quad \text{und} \quad t_N = [t] = 1\text{sec}$$

Aufgabe 5 (TR)

Berechnen Sie die Pole und Nullstellen der folgenden Übertragungsfunktionen und führen Sie jeweils eine Partialbruchzerlegung durch!

a) $\oplus$

$$G(s) = \frac{1}{s+1}$$

b) $\oplus$

$$G(s) = \frac{s-2}{(s+1)(s+3)}$$

c) $\oplus\oplus$

$$G(s) = \frac{(s-1)(s+3)}{s(s^2+1)}$$

d) $\oplus\oplus\oplus$

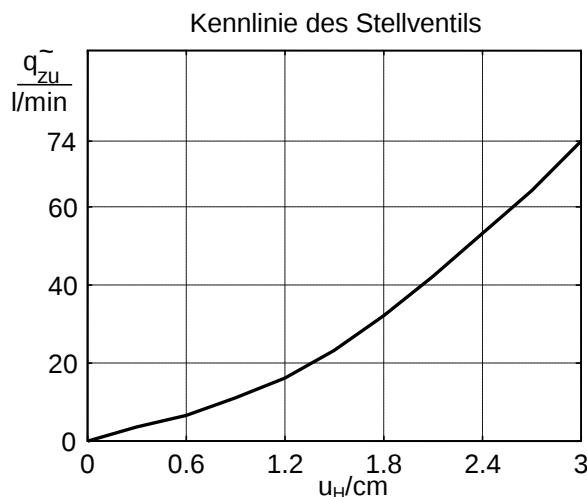
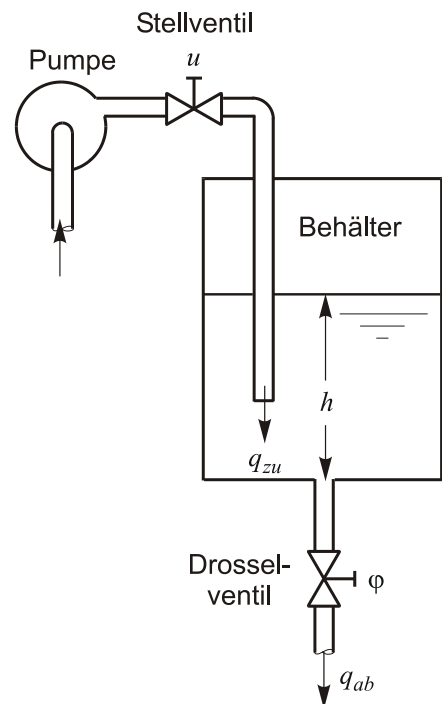
$$G(s) = k_p(1+T_V s) \frac{5}{\left(s^3 - 3s^2 + \frac{10}{4}s\right)}$$

e) $\oplus\oplus\oplus$

$$G(s) = \frac{s-2}{(s+2)(s+3)} \cdot \left(k_p + \frac{k_p}{T_N s} + k_p T_V s \right)$$

Aufgabe 6 (TU) +++

Das dynamische Verhalten eines am Institut für Regelungs- und Steuerungssysteme aufgebauten Füllstandsversuchs soll untersucht werden. Das nebenstehende Bild zeigt den prinzipiellen Aufbau. Zu- und Abfluss können durch Ventile mit dem Hub u_H bzw. mit dem Öffnungswinkel φ verändert werden. Der zufließende Volumenstrom wird von einer elektrisch angetriebenen Pumpe gefördert. Bei Änderung der Ventilstellung stellt sich ihre Fördermenge mit einem exponentiellen Verlauf auf den neuen Wert ein.



Die Durchflusskennlinie des Stellventils wurde durch Messung ermittelt und ist in nebenstehender Abbildung dargestellt.

Sie kann näherungsweise durch die Funktion

$$\tilde{q}_{zu}(u_H) = \begin{cases} 10 \cdot u_H & , 0 \text{ cm} \leq u_H < 0,3 \text{ cm} \\ 10 \cdot u_H^{1,8} + 1,85, & u_H \geq 0,3 \text{ cm} \end{cases}$$

beschrieben werden.

Mit Hilfe des Drosselventils kann der Abflussquerschnitt a verändert werden. Der Zusammenhang ist in folgender Wertetabelle angegeben:

φ / rad	0	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5
a / dm^2	0	0,001	0,003	0,005	0,008	0,012	0,017	0,022	0,03	0,039	0,05

Weitere Systemparameter sind wie folgt definiert:

$h / [\text{dm}]$: Füllstandshöhe im Behälter ($h_{\max} = 8 \text{ dm}$);

$r = 2,4 \text{ dm}$: Radius des zylindrischen Flüssigkeitsbehälters;

$T_P = 1,5 \text{ sek}$: Zeitkonstante der Pumpe;

Für die Erdbeschleunigung gelte: $g = 9,81 \text{ m/s}^2$.

- a) Wie lauten die in der Vorlesung definierte Mengen an Zeitpunkten M_t sowie die Ein- und Ausgangsgrößen-Funktionenräume D_u und D_y für dieses System? Welche Eigenschaften vermuten Sie für die Abbildungsvorschrift $S : D_S \rightarrow D_y$? Welche nicht beschriebenen Größen oder Umwelteinflüsse könnten auf das System einwirken?

Das Drosselventil werde zunächst als geschlossen angenommen.

- b) Stellen Sie die Modellgleichungen des Systems, d.h. von Tank und Zufluss mit Pumpe und Stellventil auf! Betrachten Sie dazu den Ventilhub u_H als Eingangs- und die Füllhöhe im Tank h als Ausgangsgröße. Welches Systemverhalten weist ein Flüssigkeitsbehälter also offensichtlich auf?

Hinweis: Machen Sie sich klar, wie die Größen h und q_{zu} mit dem im Tank befindlichen Volumen in Beziehung stehen.

Nach der Formel von Torricelli lautet der Zusammenhang zwischen der Abflusssgeschwindigkeit v am Boden eines Gefäßes und der Höhe h der Wassersäule über dem Abfluss: $v = \sqrt{2gh}$.

- c) Wie ändert sich die Systemstruktur, wenn das Drosselventil geöffnet wird? Zeichnen Sie das erweiterte Signalflussbild des Systems! Markieren Sie dabei nichtlineare Übertragungsglieder durch einen doppelten Rahmen!

Hinweis: Berücksichtigen Sie, dass die Position des Drosselventils 2,5 dm unterhalb des Tankbodens liegt.

Im Weiteren soll das System um einen Arbeitspunkt linearisiert werden. Die gewünschte stationäre Füllstandshöhe betrage $h_R = 2.5 \text{ dm}$, wobei das Drosselventil einen Öffnungswinkel von $\varphi = 0,25 \text{ rad}$ aufweise.

- d) Berechnen Sie für diesen Füllstand die Ruhelage des Systems und linearisieren Sie das System um diesen Ruhezustand! Zeichnen Sie das linearisierte Signalflussbild und vereinfachen Sie dieses so weit, dass keine Rückführung mehr darin vorkommt!

Die Differentialgleichung des linearisierten Systems laute nun

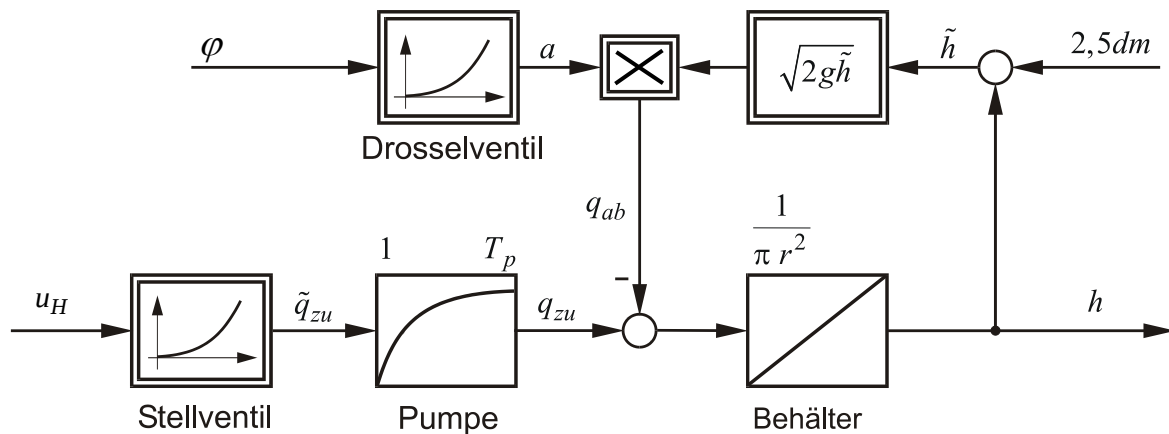
$$\Delta h + \left(T_P + \frac{\pi r^2}{2,269 \frac{\text{dm}^2}{\text{min}}} \right) \Delta \dot{h} + T_P \frac{\pi r^2}{2,269 \frac{\text{dm}^2}{\text{min}}} \Delta \ddot{h} = \frac{25 \frac{\text{l}}{\text{cm min}}}{2,269 \frac{\text{dm}^2}{\text{min}}} \Delta u_H$$

- e) Normieren Sie diese durch Einführung der Größen $\bar{h} = \frac{\Delta h}{h_N}$, $\bar{u}_H = \frac{\Delta u_H}{u_{H,N}}$ und $\bar{t} = \frac{t}{t_N}$ mit den Nennwerten $h_N = 5 \text{ dm}$, $u_{H,N} = 2 \text{ cm}$ und $t_N = 1 \text{ min}$!

- f) Geben Sie die Übertragungsfunktion des linearisierten Systems an und berechnen Sie seine Pole und Nullstellen!

Aufgabe 7 (TU) ++

Betrachten Sie erneut den Füllstandsversuch aus Aufgabe 6. Die folgende Abbildung zeigt das bereits ermittelte nichtlineare Signalfussbild.



- a) Implementieren Sie das nichtlineare System innerhalb eines Subsystems in SIMULINK. Verwenden Sie für die Ventilkennlinie des Stellventils eine *user defined function* und für diejenige des Drosselventils eine *Lookup-Table*. Übergeben Sie die Signale u und h zwischen dem Subsystem und dem übergeordneten SIMULINK-Plan mit Hilfe der *Input-* und *Output-Ports*. Benutzen Sie als Signalquelle für das Eingangssignal u zunächst eine Konstante und stellen Sie den Verlauf der Füllstandshöhe in einem Scope dar. Machen Sie sich mit dem System vertraut, indem Sie die Ventilstellung von Hand variieren und die Auswirkungen auf die Füllstandshöhe betrachten. Welche Form hat das Ausgangssignal, wenn Sie den Ventilhub mit einem sinusförmigen Eingangssignal um einen Betriebspunkt beaufschlagen?

Der in Aufgabe 6 bereits ermittelte Arbeitspunkt lautet

$$\varphi_R = 0,25 \text{ rad} , u_{H,R} = 1,5 \text{ cm} \text{ sowie } h_R = 2,5 \text{ dm} .$$

- b) Implementieren Sie auch das linearisierte System in einem weiteren Subsystem in SIMULINK. Übergeben Sie diesem als Eingangssignal die Abweichung vom Arbeitspunkt $\Delta u_H = u_H - u_{H,R}$ und stellen Sie die Füllstandshöhe $h = \Delta h + h_R$ des linearisierten Systems im selben Scope dar, wie die des nichtlinearen Systems.
- c) Vergleichen Sie das Systemverhalten der beiden Systeme bei kleinen Auslenkungen aus dem Arbeitspunkt. Wie verhält sich das linearisierte System gegenüber dem nichtlinearen System dagegen bei großen Auslenkungen bzw. an einem deutlich abweichenden Arbeitspunkt?

Aufgabe 8 (TR)

Im Folgenden sind einige zeitkontinuierliche bzw. zeitdiskrete Signale

$$Y(s) / y(t) / Y_z(z) / (y_k)$$

oder Systeme

$$G(s) / y^{(n)} = f(y, y', \dots, u, u', \dots) / G_z(z) / y_k = f(y_{k-1}, y_{k-2}, \dots, u_k, u_{k-1}, \dots)$$

gegeben. Berechnen Sie die jeweilige Frequenzbereichsdarstellung, sofern die Zeitbereichsdarstellung gegeben ist und umgekehrt.

a) +

$$\ddot{y} = u - \sqrt{2}\dot{u} + \frac{3}{2}\dot{y}$$

b) +

$$y_k = \frac{1}{2}y_{k-1} + 3u_k - 6u_{k-1}$$

c) +

$$Y_z(z) = \frac{8z}{(z-1)^2}$$

d) ++

$$(y_k) = 2k^2 + e^{-2k\sqrt{2}}$$

e) ++

$$y(t) = 2\sin(3t) + 1$$

f) +++

$$Y(s) = \frac{1}{s^2} \frac{2(s-1)}{s^2 + 4}$$

g) +++

$$G_z(z) = \frac{3z}{z-1} - \frac{z}{z-e^{-T}}$$

h) +++

$$G(s) = \frac{s+4}{s^2 + 4s + 3} e^{-3s}$$

Aufgabe 9 (TR)

Ordnen Sie den folgenden kontinuierlichen Systemen anhand ihrer Pole und Nullstellen sowie der Sprungantworten die Eigenschaften *stabil/instabil*, *Allpass(AP)*/ *Minimalphasensystem(MS)*/ *Nichtminimalphasensystem (NMS)*, *schwingfähig*, *stationär genau* zu. Diskretisieren Sie diese Systeme dann in MATLAB mit dem Befehl `c2d` und den jeweils angegebenen Abtastzeiten. Überprüfen Sie anhand der Sprungantworten inwiefern sich den zeitdiskreten Systemen dieselben bzw. abweichende Eigenschaften zuordnen lassen als die ursprünglichen kontinuierlichen Pendanten aufweisen! Verwenden Sie dazu geeignete MATLAB-Befehle.

a) +

$$G_1(s) = \frac{2s+6}{s+1}, T = 0.1$$

b) ++

$$G_2(s) = \frac{3}{8} + \frac{1}{2s}, T = 1$$

c) ++

$$G_3(s) = \frac{s-2}{s^2 + 2s + 5}, T_1 = 0.5, T_2 = 2$$

d) ++

$$G_4(s) = \frac{s^2 - 5s + 6}{s^2 + 5s + 6}, T_1 = 1, T_2 = 0.1$$

Aufgabe 10 (TR)

Bestimmen Sie das stationäre Verhalten der im Folgenden beschriebenen zeitkontinuierlichen Systeme mithilfe des Endwertsatzes der Laplace-Transformation. (Berechnen Sie ggf. zuvor die Übertragungsfunktion.) Bestimmen Sie auch den Wert der Ausgangsgröße für $t=+0$ bei einem Eingangssprung als Führungsgröße. Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse mit MATLAB, indem Sie die Systeme definieren, die Sprungantworten plotten und ggf. den stationären Endwert ablesen.

a) +

$$G_1(s) = \frac{1}{2s+2}$$

b) ++

$$G_2(s) = \frac{s+3}{s-3}$$

c) ++

$$G_3(s) = \frac{(s-5)}{s+2} e^{-\frac{3}{2}s}$$

d) ++

$$\ddot{y} = u - 3y$$

Aufgabe 11 (UE) ++

Gegeben ist die Übertragungsfunktion eines offenen Kreises mit

$$F_o(s) = \frac{-2 \cdot k \cdot T_1 \cdot s^2}{(1+T_1 \cdot s) \cdot (1+T_2 \cdot s)}, \quad T_1 > 0, T_2 > 0, k > 0.$$

- Wo liegen die Pole und Nullstellen des Systems qualitativ? Was sagt dies über Stabilität, Minimalphasigkeit und stationäre Genauigkeit aus? Zeichnen Sie die Lage der Pole für $k=1$, $T_1=2$ und $T_2=1$ mit MATLAB!
- Zeichnen Sie mit MATLAB für diese Werte die Nyquist-Ortskurve sowie das Bode-Diagramm des offenen Kreises!
- Analysieren Sie den geschlossenen Regelkreis auf Stabilität! Berechnen Sie dazu die Lage der Pole des geschlossenen Kreises und lassen Sie sich die Sprungantwort des Systems anzeigen, um ihr Ergebnis zu überprüfen!
- Für welche Werte von k ist der geschlossene Kreis stabil?

Im Folgenden soll das entsprechende zeitdiskrete System untersucht werden. Die Abtastzeit betrage dabei $T=0.5s$.

- e) Wie lautet die z-Übertragungsfunktion des diskretisierten offenen Kreises?
- f) Plotten Sie auch für das diskretisierte System die Lage der Pole und Nullstellen des offenen Kreises, sowie Nyquist-Ortskurve und Bode-Diagramm und vergleichen Sie mit den jeweiligen kontinuierlichen Darstellungen! Betrachten Sie ebenfalls die Sprungantwort des geschlossenen zeitdiskreten Kreises!

Aufgabe 12 (TU) ++

- a) Implementieren Sie folgendes PT_2 -Glied als Transfer-Function in SIMULINK:

$$\frac{10}{s^2 + 0.5s + 10}$$

Beaufschlagen Sie das Übertragungsglied mit einem Einheitssprung (Konstante) und betrachten Sie die simulierte Sprungantwort in einem Scope. Geben Sie außerdem mit einem Output-Port die Sprungantwort an den MATLAB-Workspace aus und speichern Sie Zeit- und Amplitudenvektor unter neuem Variablennamen ab.

Simulieren Sie nun das gleiche System mit einem Eulerverfahren mit fester Schrittweite. Dies lässt sich über die *Configuration Parameters* im Menü *Simulation* einstellen (fixed-step → ode1). Variieren Sie dabei die Schrittweite zwischen 0,005s und 0,5s und speichern Sie jeweils die Ausgangssignale unter neuem Namen im Workspace ab.

Plotten Sie schließlich die verschiedenen Resultate jeweils gemeinsam mit der ersten Lösung und betrachten Sie die Auswirkungen der Schrittweite auf die Simulationsgenauigkeit und die numerische Stabilität.

Weiterhin soll das System $G(s) = \frac{10}{2s + 5}$ in MATLAB simuliert werden. Dazu ist das System im Zeitbereich zu implementieren und das Eulerverfahren von Hand zu programmieren.

- b) Berechnen Sie die kontinuierliche Differentialgleichung des Systems und implementieren Sie dieses als MATLAB-function!

Der Funktion sollen als Argumente die aktuellen Werte der Ausgangsgröße sowie der Eingangsgröße übergeben werden. Als Ergebnis soll die Funktion die Ableitung der Ausgangsgröße zurückgeben.

Programmieren Sie nun in einem MATLAB-Skript die Simulation der Differentialgleichung mittels Eulerverfahren! Definieren Sie dazu zunächst einen Startwert der Ausgangsgröße sowie einen von Ihnen gewählten Eingangsgrößenvektor! Rufen Sie anschließend in einer Schleife zyklisch die Funktion der Differentialgleichung sowie die Integration der Ableitung gemäß Eulerverfahren auf! Achten Sie auch auf die Wahl der Simulationsschrittweite!

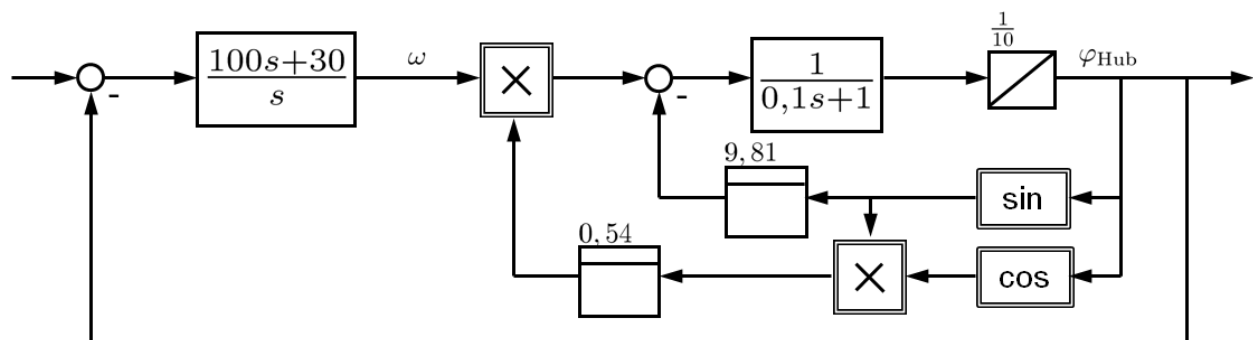
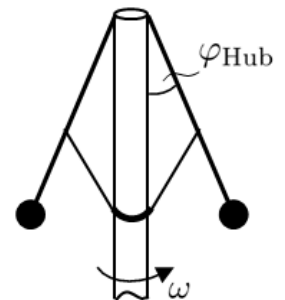
Anmerkung: Da für solche Simulationsverfahren nur erste Ableitungen nach der Zeit auftreten dürfen, empfiehlt es sich bei komplizierteren Systemen, Differentialgleichungen höherer Ordnung durch das Einführen von Hilfsgrößen in Differentialgleichungssysteme erster Ordnung zu überführen.

Bsp: $\ddot{y} = y + u \quad \rightarrow \quad \text{mit } y = h_1, \dot{y} = h_2 \text{ folgt: } \begin{aligned} \dot{h}_1 &= h_2 \\ \dot{h}_2 &= h_1 + u \end{aligned}$

Aufgabe 13: MATLAB/SIMULINK (TR)

Diese Aufgabe soll dazu dienen, den Umgang mit Matlab und Simulink zu trainieren (auch mit Hilfe des Kompendiums). Bitte versuchen Sie, diese Aufgabe eigenständig zu lösen, um für sich selbst festzustellen, ob Sie noch grundsätzliche Schwierigkeiten mit der Software haben.

- a) Bauen Sie in Simulink das im Folgenden gegebene vereinfachte Signalfussbild eines geregelten Fliehkraftpendels nach. Stellen Sie dabei die Drehgeschwindigkeit ω und den Hubwinkel φ_{Hub} in einem Scope dar.



Hinweis: Durch das Produkt der Stellgröße ω mit $\sin(\varphi_{Hub})$ kann das System nur anlaufen, wenn der Anfangswert des Hubwinkels ungleich 0 ist. Dies kann erreicht werden, indem die Eigenschaft *Initial Condition* des Integrators auf einen entsprechenden Wert (z.B. 0.01) gesetzt wird.

Geben Sie konstante Sollwerte zwischen 0 und $90^\circ = \pi/2 \approx 1,57$ vor und simulieren Sie den aufgebauten Regelkreis. Verwenden Sie auch andere Signalquellen aus der Bibliothek *Simulink/Sources* (z.B. *Sine Wave*) zur Vorgabe von Sollwertverläufen.

Variieren Sie auch die Simulationsverfahren und die Schrittweiten um den Effekt numerischer Instabilität sichtbar zu machen.

b) Definieren Sie in Matlab die folgenden Vektoren und Matrizen!

$$a = [1 \ 3 \ 1 \ 3 \ 2 \ 1 \ 1 \ 3 \ 3]$$

$$b = [1 \ 1 \ 3 \ 3 \ 5 \ 3 \ 1 \ 3 \ 1]$$

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$t = [0 \dots 20] \text{ in 200 Schritten (Befehl } \textit{linspace}), \quad u = \sin(t)$$

Plotten Sie die Vektoren b über a sowie u über t mit dem Befehl *plot*!

Berechnen Sie in Matlab das Produkt $a \cdot b^T$ sowie das Quadrat und die Inverse von D !

c) Erzeugen Sie in MATLAB einen dynamischen *plot* eines von einem komplexen Drehzeiger beschriebenen Kreises! Initialisieren Sie dazu ein MATLAB-*figure*, und plotten Sie in einer Schleife die Zeigerstellung zum jeweiligen Zeitpunkt sowie den bisher beschriebenen Kreisbogen! Machen Sie sich ggf. den *hold*-Befehl zunutze.

d) Plotten Sie in eine neues Matlab-*figure* die Funktionen $f_1(t) = \sqrt{t}$ und $f_2(t) = e^{-3t} \cdot \sin(5t)$ und experimentieren Sie mit den Befehlen *grid*, *xlim*, *ylim*, *xlabel*, *ylabel*, *title* sowie *legend* um den plot zu modifizieren und zu beschriften!

Aufgabe 14 (TR)

Betrachten Sie erneut die zeitdiskretisierten Systeme aus **Aufgabe 9**. Prüfen Sie anhand der Lage der Pole und Nullstellen, ob es sich um Minimalphasensysteme oder Nichtminimalphasensysteme bzw. um Allpässe handelt und vergleichen Sie dies mit den Eigenschaften der ursprünglichen kontinuierlichen Systeme!

Aufgabe 15 (TR)

Bestimmen Sie das stationäre Verhalten der im Folgenden beschriebenen zeitdiskreten Systeme mithilfe des Endwertsatzes der Z-Transformation. (Berechnen Sie ggf. zuvor die Übertragungsfunktion.) Bestimmen Sie auch den Wert der Ausgangsgröße für $t=+0$ bei einem Eingangssprung als Führungsgröße. Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse mit MATLAB, indem Sie die Systeme definieren, die Sprungantworten plotten und ggf. den stationären Endwert ablesen.

a) +

$$G_{1z}(z) = \frac{5}{2z+1}$$

b) ++

$$G_{2z}(z) = \frac{z+3}{z+\frac{1}{3}} z^{-1}$$

c) +++

$$y_k = \frac{2}{3}u_k - \frac{1}{2}u_{k-1} - \frac{1}{5}y_{k-1} + \frac{2}{7}y_{k-2}$$

Aufgabe 16 (TR)

Zeichnen Sie die Nyquist-Ortskurve (qualitativ) und das Bode-Diagramm (asymptotisch) der folgenden Übertragungsfunktionen!

a) +

$$G_1(s) = 10$$

$$G_2(s) = \frac{0.055}{s}$$

$$G_3(s) = G_1(s) \cdot G_2(s)$$

b) +

$$G(s) = \frac{1}{0,25s+1}$$

c) ++

$$G(s) = \frac{2,5}{(0,2s+1)(1,25s+1)}$$

d) ++

$$G(s) = \frac{-3}{s+5} \cdot \frac{s-1}{s+1}$$

e) +++/+

$$G(s) = \frac{8}{s} \cdot \frac{1}{s^2+6s+5}$$

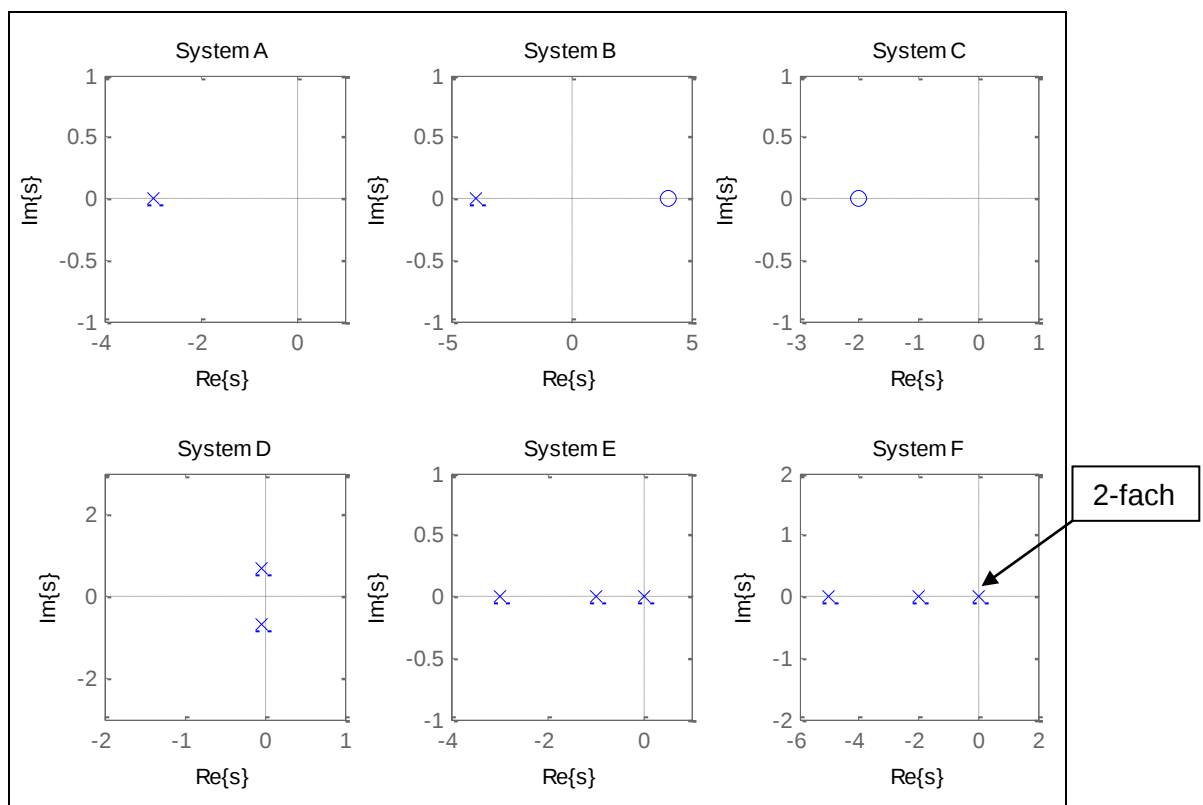
f) ++++

$$G(s) = \frac{1}{s^2+s+9}$$

Hinweis: Ein logarithmisches Diagramm zum Zeichnen des Bode-Diagramms finden Sie am Ende der Aufgabenblätter. Für weitere Teilaufgaben können Sie sich ein solches auf der website der Übung herunterladen und ausdrucken.

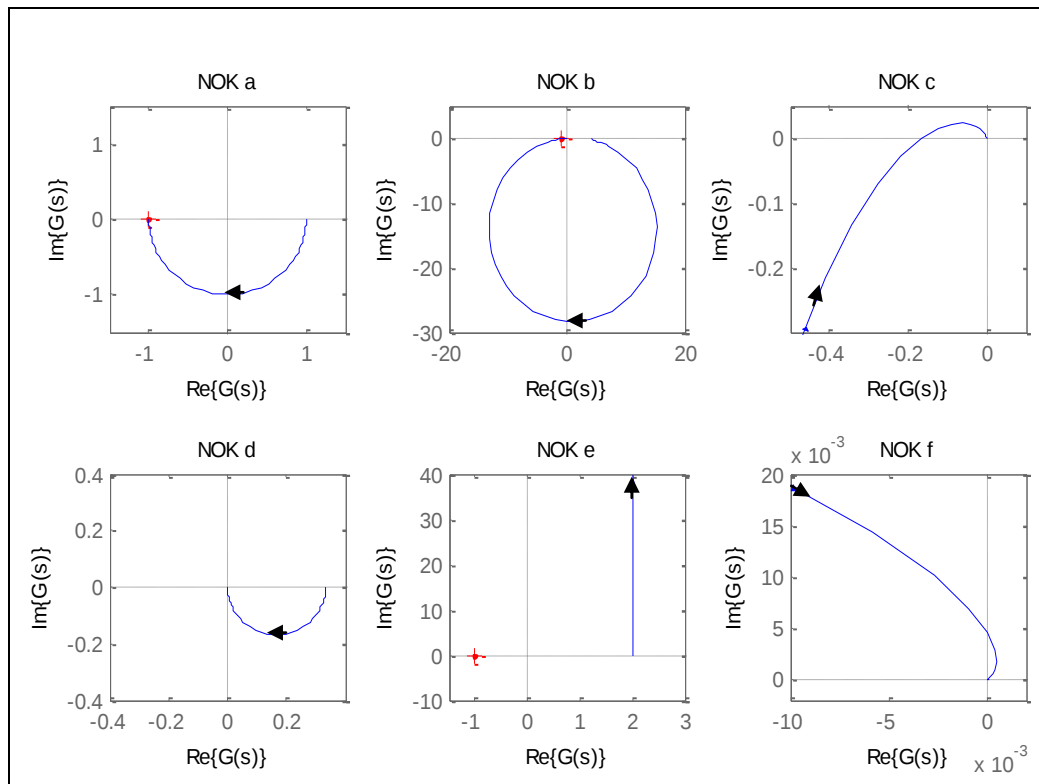
Aufgabe 17 (TR) ++/+

Im Folgenden sind die Pol-/Nullstellen-Konfigurationen der Systeme A-F gegeben.

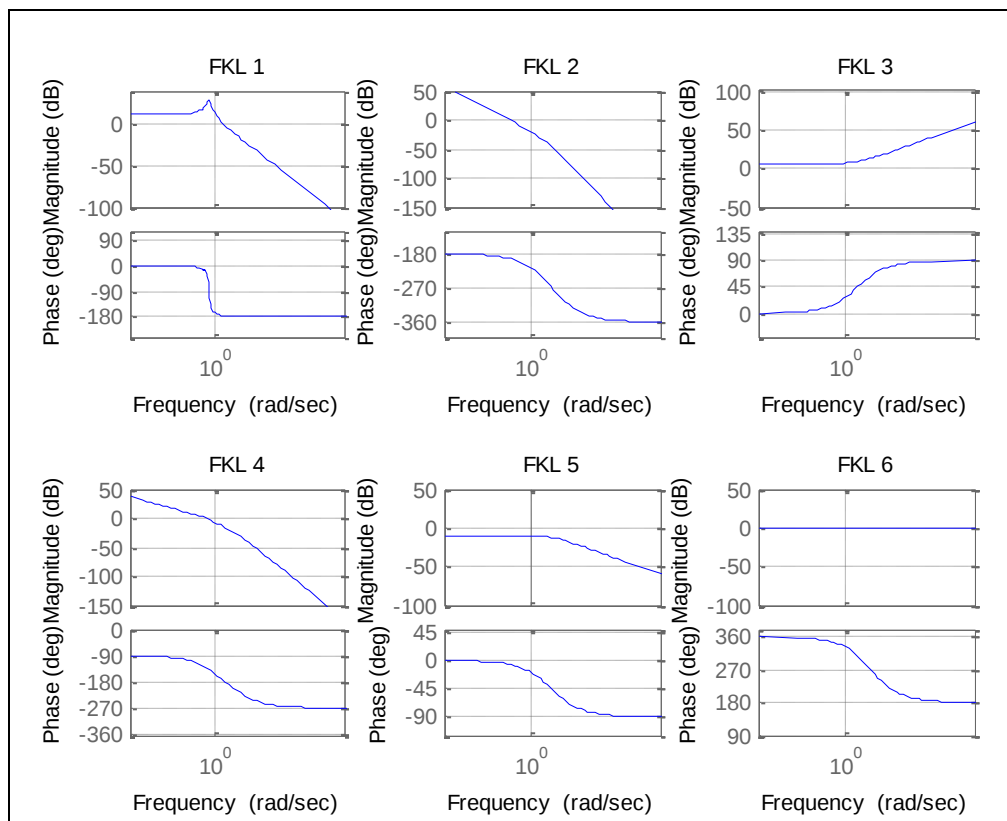


- a) Ordnen Sie den Systemen die Nyquist-Ortskurven a-f, die Frequenzkennlinien 1-6 sowie die Sprungantworten I-V korrekt zu! Begründen Sie Ihre Wahl und benennen Sie das stationäre Verhalten! Warum kann Matlab für ein System keine Sprungantwort zeichnen? Wie müsste diese aussehen?

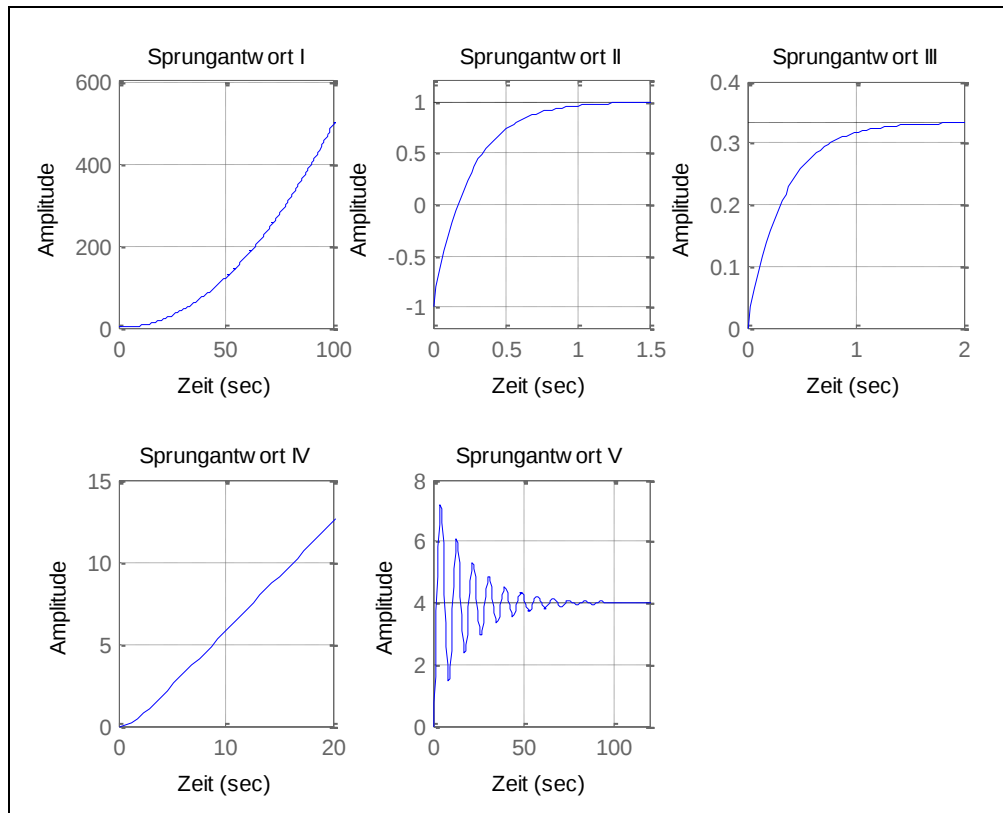
Nyquist-Ortskurven a-f



Frequenzkennlinien (Bode-Diagramme) 1-6



Sprungantworten I-V



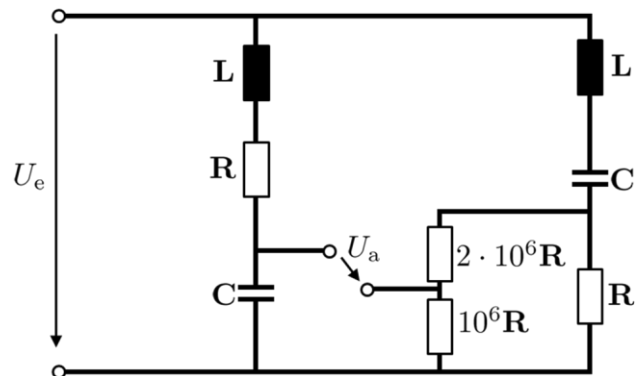
- b) Erzeugen Sie die oben gezeigten Bilder mit MATLAB, indem Sie die entsprechenden Übertragungsfunktionen aus den Pol-Nullstellen-Diagrammen ablesen und mit Hilfe des Befehls *tf* definieren. Verwenden Sie zum Erzeugen der Bilder die Befehle *pzmap*, *nyquist*, *bode* und *step*.

- Hinweise:**
- Die Pole des Systems **D** liegen bei $\frac{1}{20}(-1 \pm j\sqrt{199})$
 - Das System **B** hat den Verstärkungsfaktor -1, die Systeme **D** und **E** jeweils den Verstärkungsfaktor 2, alle übrigen den Verstärkungsfaktor 1

Aufgabe 18 (UE) +++

Betrachten Sie das nebenstehende elektrische Netzwerk. Über die Eingangsspannung U_e kann die Ausgangsspannung U_a beliebig eingestellt werden. Die Bauteile weisen dabei die folgenden Werte auf:

$$R = 12, L = 1/3, C = 1/12$$



Nun soll dieses System geregelt betrieben werden, um beispielsweise unbekannte Temperaturabhängigkeiten der Bauteile ausgleichen zu können. Dazu wird $U_a(t)$ gemessen und zur Bildung einer Regeldifferenz zurückgeführt. Als Regler kommt zunächst ein P-Regler mit der Übertragungsfunktion $R(s) = 1$ zum Einsatz.

Analysieren Sie diesen Regelkreis mit den in der Vorlesung vorgestellten graphischen Methoden auf Stabilität!

Ist die Verwendung eines P-Reglers hier sinnvoll?

Aufgabe 19 (TR)

Untersuchen Sie die im Folgenden beschriebenen kontinuierlichen Regelkreise algebraisch auf Stabilität.

a) +

$$G_w(s) = \frac{1}{3s^2 - 0,4s + 7}$$

b) +

$$F_o(s) = \frac{1+5s}{s}$$

c) ++

$$G(s) = \frac{\sqrt{5}}{s(3s+2)}$$

$$R(s) = \frac{3}{2} + \frac{1}{\sqrt{5}s}$$

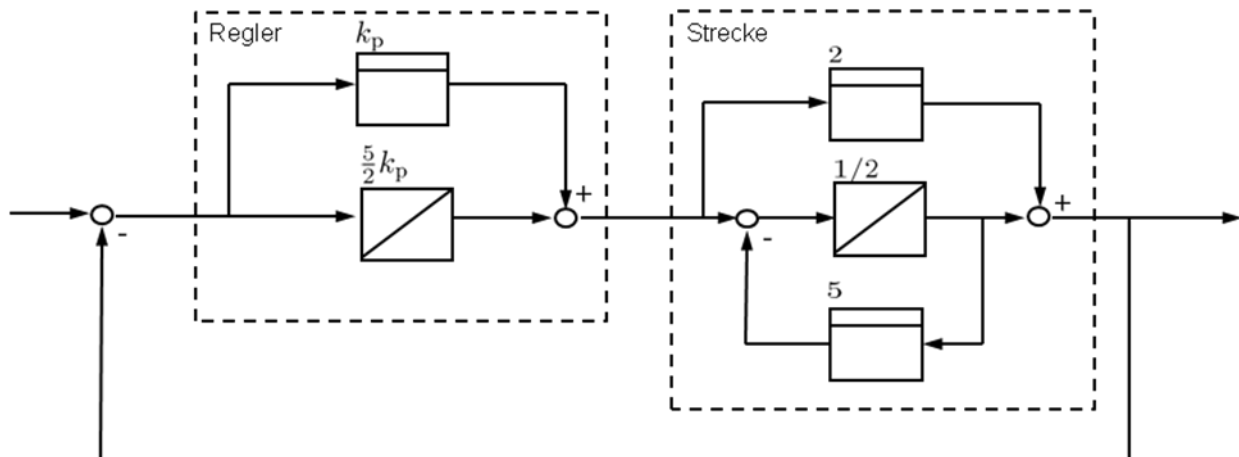
d) ++

Strecke: Pole bei $-\frac{1}{2} \pm j4$ und 0, eine Nullstelle bei -1

Regler: P-Regler mit $K_p = \frac{1}{3}$

e) +++

Bestimmen Sie hierbei die maximale Reglerverstärkung K_p , für die der geschlossene Kreis stabil ist.



Untersuchen Sie auch die folgenden zeitdiskreten Systeme algebraisch auf Stabilität!

f) +

$$G_{wz}(z) = \frac{\left(z - \frac{1}{2}\right)}{z^2 - 4,259z - 1}$$

g) ++

$$F_{oz}(z) = \frac{1}{2} \frac{z - \frac{1}{2}}{(z - 1)^2}$$

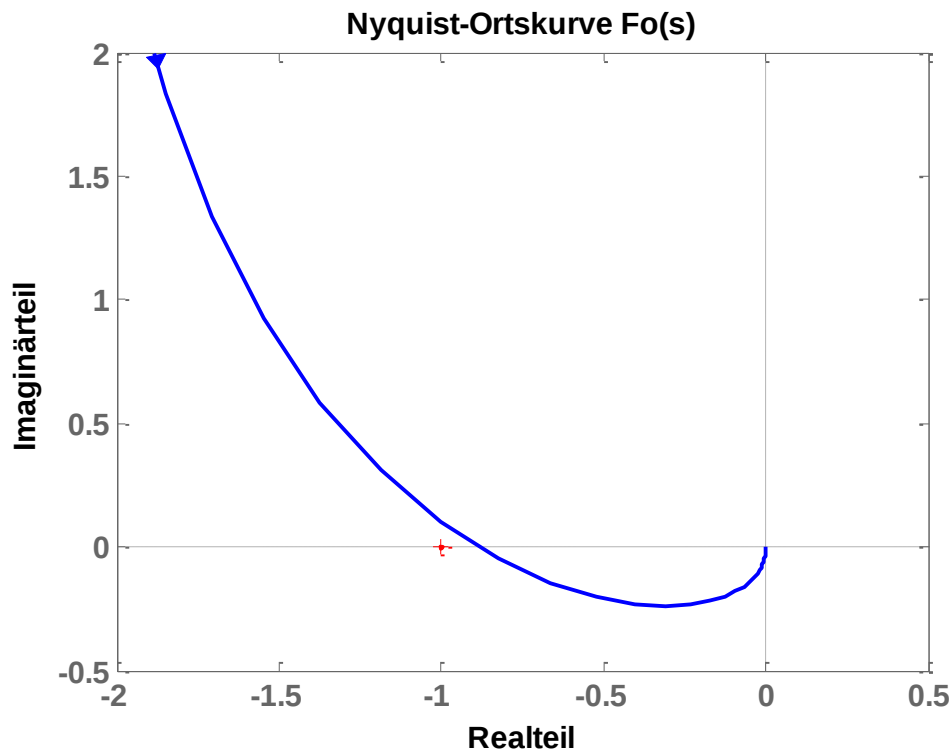
h) +++

$$G_z(z) = \frac{z^2 + \frac{1}{4}}{\left(z - \frac{1}{2}\right)^2 \left(z + \frac{1}{2}\right)}, \quad R_z(z) = 1 - \frac{1}{2z}$$

Aufgabe 20 (TU) ++/+

Eine Regelstrecke mit der Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{s^2 + 5s + 6}{s^3 + 3s^2 - 4s}$

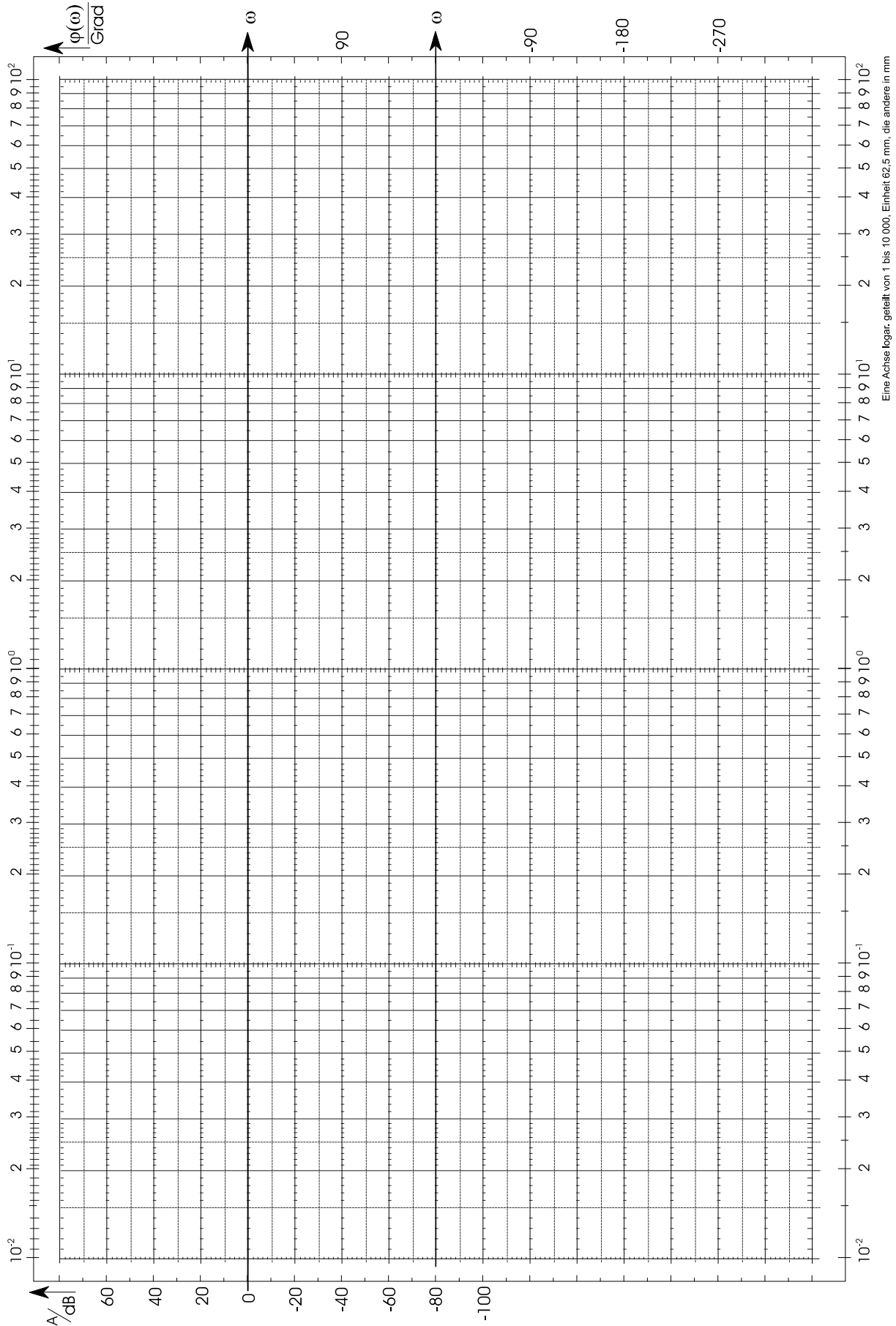
werde zunächst mit einem P-Regler $R(s) = 1$ geregelt. Zum offenen Regelkreis $F_o(s) = G(s)R(s)$ gehört die unten stehende Ortskurve.



- Erlaubt die spezielle Form des Nyquist-Kriteriums eine Stabilitätsaussage? Begründen Sie Ihre Aussage!
- Zeigen Sie mit dem Hurwitz-Kriterium, dass der geschlossene Regelkreis instabil ist! Überprüfen Sie dies auch mit dem allgemeinen Nyquistkriterium!

Die Strecke werde nun mit dem PD-Regler $R(s) = 4s + 4$ geregelt.

- Überprüfen Sie algebraisch, ob der geschlossene Kreis nun stabil ist! Mit welcher Form des Nyquistkriteriums ließe sich dies ebenfalls zeigen?
- Berechnen Sie den stationären Endwert der Regelabweichung $e(t)$ sowie der Ausgangsgröße $y(t)$, wenn der geschlossene Regelkreis mit einem Sollwertsprung $w(t) = \sigma(t)$ angeregt wird!
- Welchen Wert nimmt die Ausgangsgröße $y(t)$ zum Zeitpunkt $t=+0$ an?



Aufgabe 21 (TR)

Für die im Folgenden gegebenen Regelstrecken sollen mit Hilfe der Einstellregeln Regler entworfen werden.

$$G_{S1}(s) = \frac{2,5}{(2s+1)(25s+1)}, G_{S2}(s) = \frac{s-2}{s(s^2+1,1s+0,1)}, G_{S3}(s) = \frac{10}{(5s+5)(s+1,5)(2s+1,5)}$$

a) +

Handelt es sich jeweils um eine Strecke mit oder ohne I-Anteil? Welche Reglertypen kommen demnach in Frage?

b) +

Bestimmen Sie die relevante(n) (zu kompensierende(n)) Streckenzeitkonstante(n)!

c) ++/+

Für die Systeme $G_{S1}(s)$ und $G_{S2}(s)$ sollen nun auch sinnvolle Verstärkungsfaktoren bestimmt werden. Gehen Sie dazu beim Regler $G_{R1}(s)$ von einem PI-Regler und beim Regler $G_{R2}(s)$ von einem realen PD-Regler mit $T_N = 0,1 \cdot T_V$ aus. Berechnen Sie nun mit Hilfe des Hurwitz-Kriteriums den jeweiligen Wertebereich für den Verstärkungsfaktor k_R , für den das geregelte System stabil ist!

Aufgabe 22 (UE) ++

Für ein technisches System mit PDT_3 -Verhalten

$$G_S(s) = \frac{400(s+1)}{(s+5)(s+7)(s+10)}$$

sollen zwei Regler entworfen werden, welche das Streckenverhalten (teilweise) kompensieren. Das geregelte System soll dabei möglichst Tiefpassverhalten (Knickfrequenz ca. 5 rad/s) aufweisen.

a) Entwerfen Sie einen vollständigen Kompensationsregler für diese Strecke!, Wählen Sie hierzu als Modellübertragungsfunktion

$$G_{wM}(s) = \frac{35}{(s+5)(s+7)},$$

um die Anforderungen gut zu erfüllen.

b) Entwerfen Sie einen realen PID-Regler mit $T_N = 0,1 \cdot T_{R2}$ nach den einfachen Einstellregeln. In welchem Bereich muss die Reglerverstärkung k_R liegen, damit der geschlossene Kreis stabil ist?

- c) Vergleichen Sie die Ergebnisse, wenn die Verstärkung des PID-Reglers zu $k_R = 10$ gewählt wird! Welcher der beiden Regler erfüllt die Anforderungen besser?

Aufgabe 23 (TU) ++

Für ein technisches System mit der Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{5}{(s+4)(2s+1)}$ soll mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens ein PI-Regler $G_R(s) = k_R \frac{1+T_R s}{s}$ so bestimmt werden, dass der geschlossene Regelkreis möglichst schnell wird und eine Phasenreserve von 50° eingehalten wird.

- Wie ist die Zeitkonstante T_R des Reglers zu wählen? Begründen Sie!
- Zeichnen Sie nun das Bodediagramm (Geradennäherung) des offenen Kreises bei einer Gesamtverstärkung von 1 in das vorbereitete Diagramm am Ende des Übungsblattes ein!
- Bestimmen Sie die maximale Gesamtverstärkung, bei der die Forderung nach der Phasenreserve gerade noch erfüllt ist!
- Berechnen Sie die zugehörige Reglerverstärkung und geben Sie die Übertragungsfunktion des ermittelten Reglers $G_R(s)$ an!

Aufgabe 24 (TR) ++

Für die totzeitbehaftete Strecke 4. Ordnung

$$G_S(s) = \frac{10}{(1+10s)\left(1+\frac{10}{3}s\right)\left(1+\frac{1}{2}s\right)\left(1+\frac{1}{4}s\right)} e^{-s}$$

soll mit MATLAB ein PID-Regler nach den Einstellregeln von Ziegler-Nichols entworfen werden. Ermitteln Sie dazu die Werte $k_{R,krit}$ und T_{krit} durch Simulation mit SIMULINK. Der geschlossene Regelkreis sei stationär genau und möglichst schneller als die unregelte Strecke.

Aufgabe 25 (TR) +/-

- Was wird durch eine Wurzelortskurve dargestellt?
- Was wird durch eine Frequenzgangsortskurve (oder Nyquist-Ortskurve) dargestellt?
- In welchen Ebenen werden die Graphen bei der Nyquist-Ortskurve, dem Bodediagramm und der Wurzelortskurve jeweils dargestellt bzw. welche Ebenen spannen die Koordinatenachsen jeweils auf?

Aufgabe 26 (UE) +++

Für einen Regelkreis mit $G_S(s) = \frac{1}{s(s+1)(s+5)}$

soll ein realer PD-Regler $G_R(s) = k \cdot \frac{1+T_R s}{1+T_N s}$, $k \geq 0$ entworfen werden.

Abbildung 1 zeigt die Wurzelortskurve des mit einem P-Regler $G_R(s) = k$, $k \geq 0$, geregelten Systems.

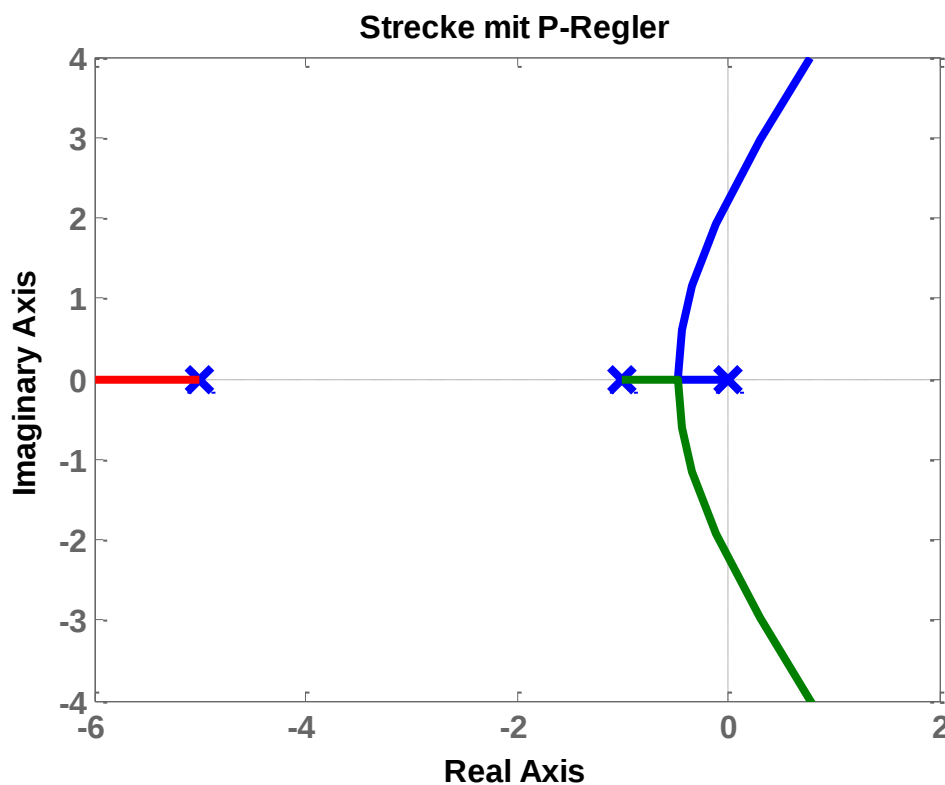


Abbildung 1

- a) • Markieren Sie die Richtung, in der die einzelnen Äste der Wurzelortskurve durchlaufen werden!
- Kann das System instabil werden? Wenn ja, berechnen Sie die Eigenfrequenz des Systems an der Stabilitätsgrenze!
- b) Berechnen Sie zunächst einen idealen PD-Regler ($T_N = 0$) so, dass das geregelte System eine Dämpfung $d = \frac{1}{\sqrt{2}}$ aufweist! Nehmen Sie hierzu an, dass die Äste der Wurzelortskurve des mit dem idealen PD-Regler geregelten Systems

zunächst aufeinander zu streben und dann vom Schnittpunkt aus orthogonal zur reellen Achse wieder auseinander laufen.

- Wo müssen also die Pole des geregelten Systems liegen, damit sich die geforderte Dämpfung einstellt?
 - Wie ist demnach die Reglerverstärkung k_R zu wählen? Geben Sie die Übertragungsfunktion $G_R(s)$ des idealen PD-Reglers an!
 - Gibt es andere Verstärkungsfaktoren, für die das mit dem idealen PD-Regler geregelte System instabil ist?
- c) Wie verändert sich die Wurzelortskurve des nach b) geregelten Systems, wenn ein realer PD-Regler mit $T_N = 0.1 \cdot T_R$ zum Einsatz kommt? Gibt es auch in diesem Falle noch Werte von k_R , für die das System stabil ist?

Aufgabe 27 (TR)

Zeichnen Sie für die folgenden Systeme die Pole (Kreuze) und Nullstellen (Kreise) des offenen Kreises in der komplexen s-Ebene! Wie könnten die Äste der zugehörigen Wurzelortskurven verlaufen? Markieren Sie insbesondere auch die Richtung, in der die Äste durchlaufen werden. Sind die einzelnen Systeme nur durch Variation der Verstärkung stabilisierbar?

a) +

$$F_o(s) = \frac{k_R s}{s+1}$$

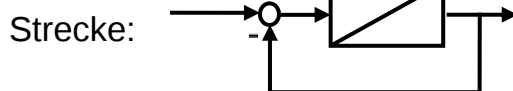
b) +

$$G_S(s) = \frac{(s-2)}{(s+1)}, G_R(s) = k_R \frac{(s+3)}{(s+5)}$$

c) ++

$$F_o(s) = \frac{k_R}{s(s+4)}$$

d) +

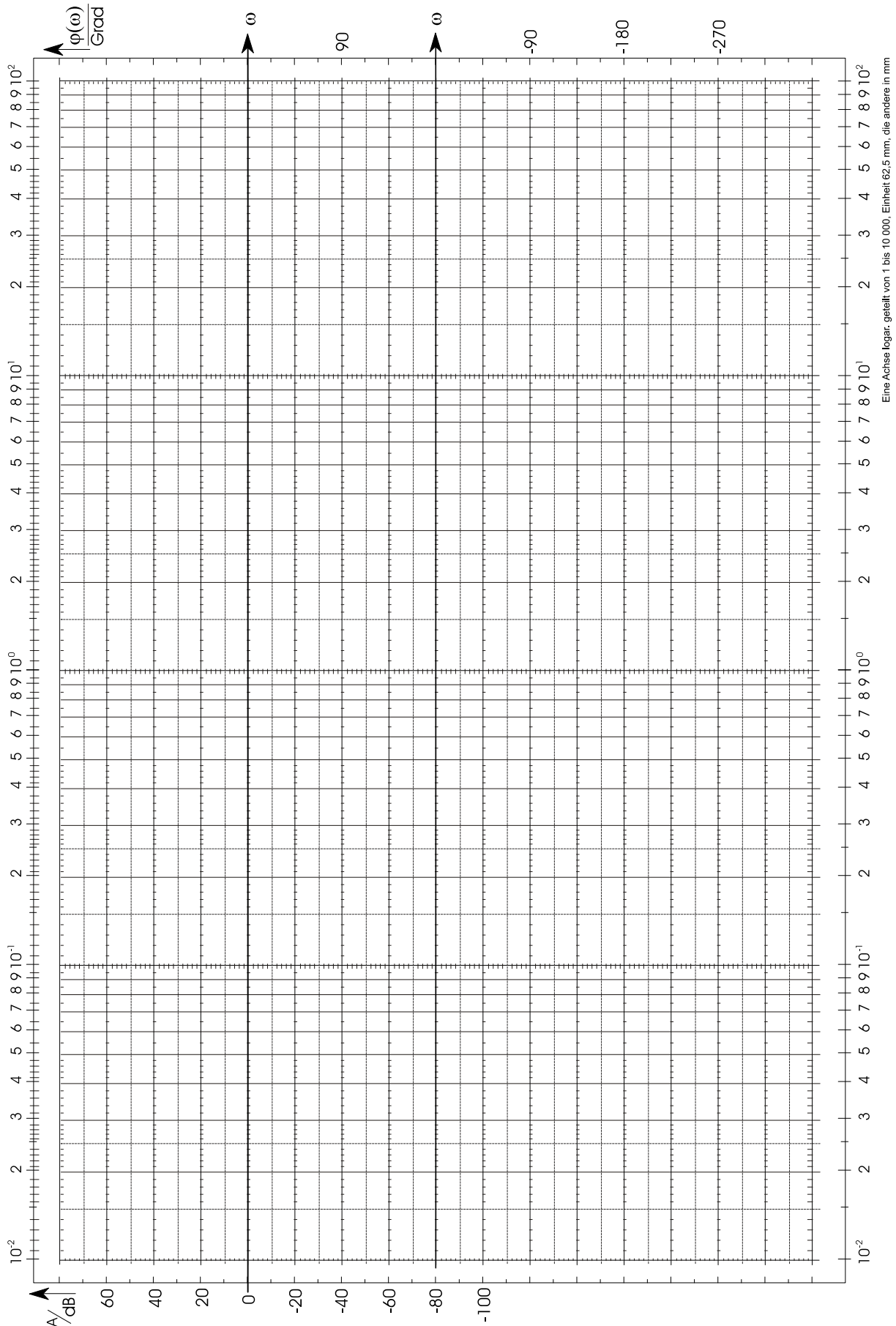


Regler: idealer PID-Regler mit $T_{R1}=0,5$ und $T_{R2}=2$

e) +++

$$G_S(s) = \frac{s^2 + 2s - 3}{(s+2)^2}, G_R(s) = \frac{k_R}{s}$$

Hinweis: Sie können sich die Wurzelortskurven der Systeme zur Kontrolle von MATLAB anzeigen lassen. Verwenden Sie hierzu den Befehl `rlocus`.



Aufgabe 28 (TU) ++

Der Regelkreis mit der Übertragungsfunktion der Strecke

$$G(s) = \frac{-0,175s^2 + 0,2s - 2,5}{0,1s^2 - 0,8s - 2}$$

sowie einem P-Regler mit $k=1$ soll mit MATLAB näher untersucht werden.

- a) Berechnen Sie die Pole und Nullstellen des offenen Kreises! Lassen Sie sich die Lage in der komplexen s -Ebene anzeigen und geben Sie die faktorisierte Darstellung von $F_o(s)$ an!
Welche charakteristischen Eigenschaften des Regelkreises lassen sich anhand der Pole und Nullstellen ablesen?
- b) Lassen Sie sich die Ortskurve sowie das Bode-Diagramm von $F_o(s)$ mit Hilfe des *ltiviewers* anzeigen! Entscheiden Sie mit Hilfe des Nyquistkriteriums, ob der geschlossene Kreis stabil ist?
- c) Lesen Sie aus dem Bodediagramm den Amplituden- und Phasenrand des Systems ab! Beachten Sie hierbei eine evtl. von Matlab angezeigte zusätzliche (fälschliche) Phasenhebung/-absenkung um 360° .
- d) Lässt sich aus den bisher angezeigten Darstellungen eine Aussage über das stationäre Verhalten des geschlossenen Kreises treffen? Welche Möglichkeiten gibt es (noch), das stationäre Verhalten und ggf. den exakten stationären Endwert zu bestimmen?
- e) Welches Element müsste im offenen Kreis enthalten sein, um stationäre Genauigkeit des Regelkreises sicherzustellen?

Aufgabe 29 (UE) ++

Für einen Standardregelkreis mit der Streckenübertragungsfunktion

$$G_S(s) = \frac{1}{s(s^2 + 4s + 5)}$$

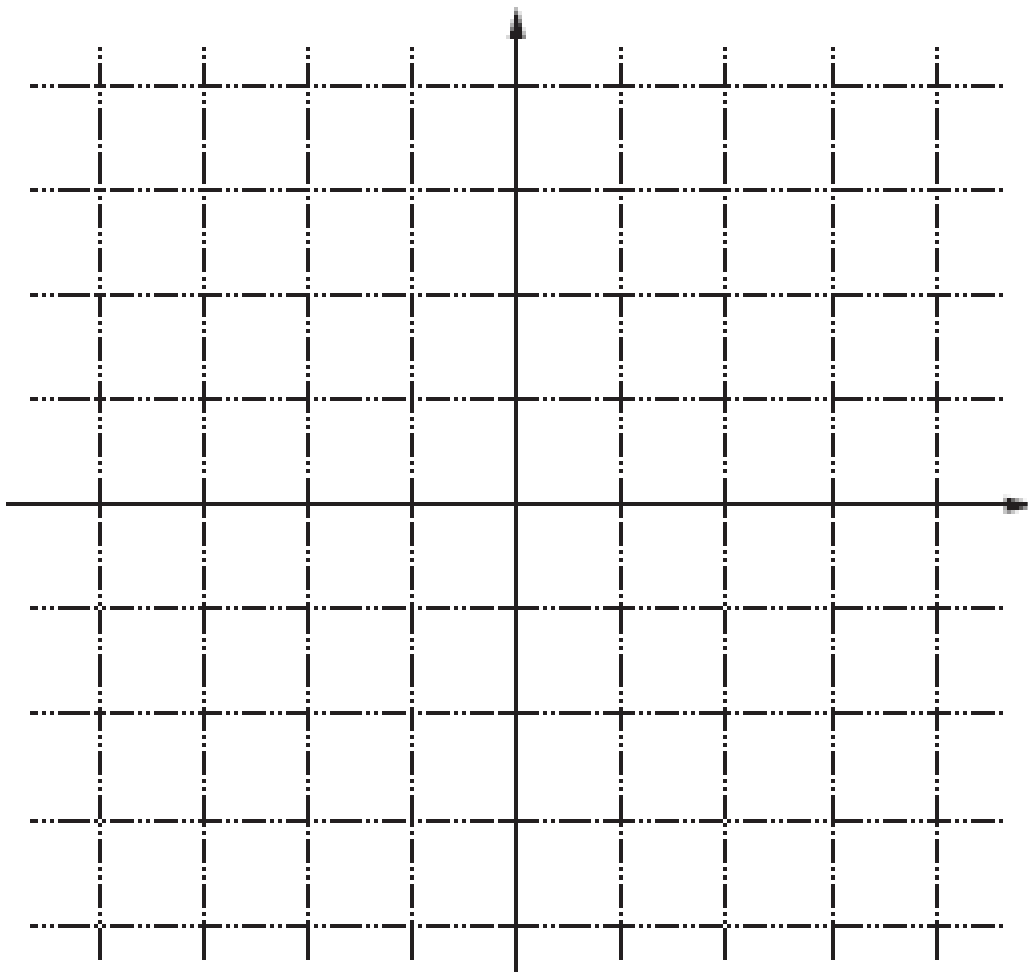
soll die Wurzelortskurve bei Einsatz eines P-Reglers $G_R(s) = k_R$, $k_R \geq 0$ untersucht werden.

- a) Zeichnen Sie die Wurzelortskurve für das gegebene System in das vorbereitete Diagramm. Geben Sie außerdem den Wurzelschwerpunkt, die Anstiegswinkel der Asymptoten, die Verzweigungspunkte und die Polaustrittswinkel an.

Hinweis:

- Die Verzweigungspunkte stellen im geschlossenen Regelkreis doppelte Polstellen dar.
- $\arctan 0,5 \approx 26,6^\circ$

- b) Bestimmen Sie die möglichen Werte der Reglerverstärkung k_R so, dass der geschlossene Kreis stabil ist.



Aufgabe 30 (TR)

Zeichnen Sie die Wurzelortskurven der folgenden Systeme von Hand! Berechnen Sie zuvor mit Hilfe der Konstruktionsregeln alle relevanten Punkte und Winkel. Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse in MATLAB mit Hilfe eines geeigneten Befehls!

a) +

$$F_o(s) = k \frac{1}{(s+1)}$$

b) +

$$F_o(s) = k(s+3)$$

c) +

$$F_o(s) = k \frac{(s-3)}{(s+3)}$$

d) ++

$$F_o(s) = \frac{k}{s^2 + 4s + 8}$$

e) +++

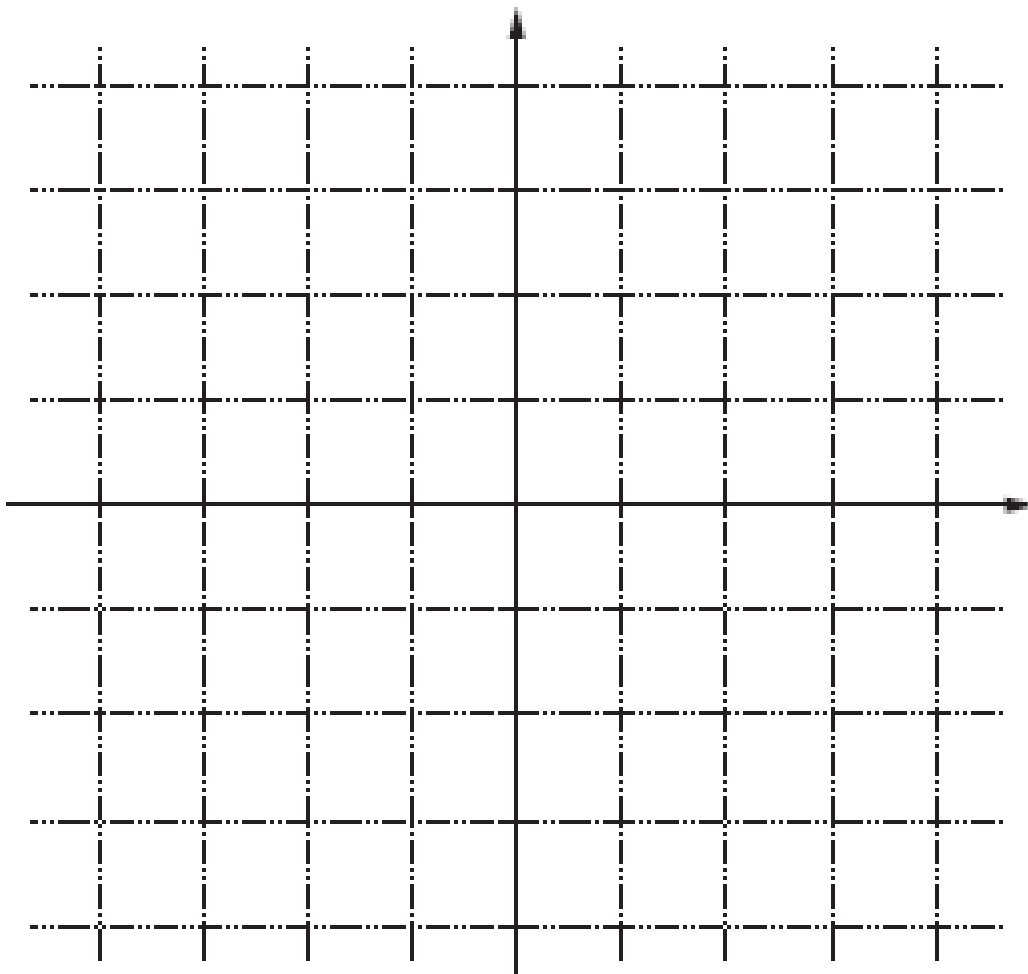
$$F_o(s) = \frac{k(s^2 + 4s + \frac{17}{4})}{(s^2 + 10s + 26)}$$

f) +++

$$F_o(s) = k \frac{(s^2 - s + \frac{1}{2})}{(2s+1)(2s+3)}$$

g) +++

$$F_o(s) = \frac{10k(s-1)}{(s+2)(s^2 + 2s + 5)}$$



Aufgabe 31 (TR)

Für die folgenden Systeme sollen unter Zuhilfenahme von MATLAB Regler entworfen werden. Verwenden Sie dabei die jeweils angegebenen Reglerentwurfverfahren und prüfen Sie, ob die Anforderungen durch die entworfenen Regler erfüllt sind.

a) ++

Die Strecke $G_S(s) = 166,6 \frac{(2s + 2,4)(0,4s + 1)}{(2s + 13)(s^2 + 4s)(5s + 1)}$

soll mit einem realen PD-Regler $G_R(s) = k_R \frac{1 + T_V s}{1 + T_N s}$, $T_N = 0,1T_V$

geregelt werden. Die Reglerparameter sind mittels Frequenzkennlinienverfahren so zu bestimmen, dass der geschlossene Kreis möglichst schnell wird und eine Phasenreserve von 60° aufweist. Welchen Nachteil muss man durch diesen Regler in Kauf nehmen? Was kann man dagegen tun?

Hinweis: Nutzen Sie das SISO-Tool!

b) +

Für die Strecke $G_S(s) = \frac{3}{(1 + 10s)(1 + 0,4s)}$ soll mit Hilfe des Betragsoptimums ein PI-Regler entworfen werden.

c) +++

Die Strecke $G_S(s) = \frac{15(s^2 + 2s + 10)}{s^4 + 46,6s^3 + 572,6s^2 + 827s + 300}$ soll so geregelt werden,

dass der geschlossene Regelkreis das Wunsch-Führungsverhalten $F_W(s) = \frac{1}{(1 + \frac{1}{20}s)(1 + \frac{1}{25}s)}$ aufweist. Berechnen Sie einen vollständigen Kom-

pensationsregler. Nutzen Sie ggf. den Befehl `minreal(sys)` um das gegenseitige Aufheben von aufeinanderliegenden Polen und Nullstellen in Übertragungsfunktionen zu erzwingen.

d) ++

Für die Allpass-Strecke $G(s) = \frac{s+1}{s-1}$ soll mit dem Wurzelortskurvenverfahren und unter Verwendung des SISO-Tools ein Regler entworfen werden, der die Grundanforderungen nach Stabilität und stationärer Genauigkeit im geschlossenen Regelkreis erfüllt. Ist ein P-Regler hier ausreichend? Prüfen Sie ggf. durch Simulation! Entscheiden Sie sich andernfalls für einen anderen Reglertyp und entwerfen sie diesen!

Aufgabe 32 (TU) ++/+

Gegeben sei das System mit der folgenden Streckenübertragungsfunktion:

$$G(s) = \frac{-2,5}{0,025s^3 + 0,4s^2 + 1,7s + 2}.$$

Für dieses soll unter Zuhilfenahme von MATLAB ein PI-Regler entworfen werden.

- a) Berechnen Sie zunächst die Pole und Nullstellen des Systems! Lassen Sie sich die Lage in der komplexen s-Ebene anzeigen und geben Sie die faktorisierte Darstellung von $G(s)$ an!
Ist das System stabil? Ist es stationär genau? Betrachten Sie ggf. auch die Sprungantwort des Systems!

Nun sollen die Einstellregeln nach dem Betragsoptimum zum Einsatz kommen.

- b) Welcher Streckentyp liegt hier vor, d.h. welche Regel (aus der Tabelle zum Betragsoptimum, siehe z.B. Formelsammlung) sollte verwendet werden?
- c) Berechnen Sie je einen PI-Regler für den Fall eines allgemeinen Nennerpolynoma (erster Streckentyp) sowie für den Fall einer großen Zeitkonstante (2.Streckentyp)! Plotten Sie sich die Sprungantworten der mit diesen Reglern geschlossenen Kreise und überlegen Sie erneut, welcher Streckentyp (welche Regel) hier besser geeignet ist!
- d) Variieren Sie die Streckenzeitkonstanten, sodass eine deutlich größte Zeitkonstante vorliegt und wiederholen Sie Aufgabenteil c) für die veränderte Strecke! Welchen Schluss können Sie daraus über die verschiedenen Fälle der Einstellregeln nach dem Betragsoptimum ziehen?

Aufgabe 33 (TR)

Diskretisieren Sie die folgenden zeitkontinuierlichen Regler jeweils mithilfe der Euler- und der Tustin-Approximation sowie mithilfe der Z-Transformation!

Diskretisieren Sie die Regler für verschiedene Abtastzeiten T ebenfalls in MATLAB mit dem Befehl `c2d` und Vergleichen Sie die Ergebnisse!

a) +

$$G_{R1}(s) = 5,76$$

b) +

$$G_{R2}(s) = \frac{7}{s}$$

c) ++

$$G_{R3}(s) = \frac{4(1+s)}{s}$$

d) +++

$$G_{R4}(s) = k_R(1+T_V s)$$

e) ++++

$$G_{R5}(s) = \frac{(1+3s)(1+\frac{5}{2}s)}{s}$$

Aufgabe 34 (UE) ++/+

Ein zeitkontinuierliches System mit der Übertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{e^{-T_t s}}{s(s+1)}$$

soll durch einen zeitdiskreten Regler so geregelt werden, dass der geschlossene Regelkreis bei sprunghörmiger Anregung endliche Einstellzeit besitzt und die Stellgröße nach endlicher Zeit auf einen konstanten Wert einschwingt.

a) Kann die Abtastzeit T_A völlig frei gewählt werden oder sind dabei besondere Bedingungen zu beachten? Wenn ja, welche?

Im Folgenden gelte für die Totzeit $T_t = \ln(2)$.

b) Entwerfen Sie zunächst einen zeitkontinuierlichen Regler für dieses System! Welcher Reglertyp empfiehlt sich hier? Legen Sie den Regler so aus, dass die Durchtrittsfrequenz bei 0,75 rad/s liegt! Diskretisieren Sie anschließend den entworfenen Regler mit Hilfe der z-Transformation und einer sinnvollen aber nicht zu kleinen Abtastzeit!

Alternativ soll auch ein zeitdiskreter Reglerentwurf erfolgen.

- c) Diskretisieren Sie das System $G(s)$ ebenfalls mit der z -Transformation und einer sinnvollen nicht zu kleinen Abtastzeit! Berechnen Sie nun die z -Übertragungsfunktion des gesuchten zeitdiskreten Reglers!
- d) Implementieren und vergleichen Sie die beiden Regelkreise mit den Reglern aus b) und c) sowie der kontinuierlichen Strecke in SIMULINK! Welcher Regler erzeugt hier das bessere Führungsverhalten? Wie ändert sich das jeweilige Verhalten der geregelten Kreise bei einer Verkleinerung der Streckentotzeit, wenn die Regler nicht verändert werden?

Aufgabe 35 (TR)

Entwerfen Sie für die folgenden zeitdiskreten Strecken die jeweils angegebenen Reglertypen und geben Sie den dazugehörigen Regleralgorithmus an! Simulieren Sie die resultierenden Regelkreise auch mit SIMULINK! Was ändert sich, wenn statt der zeitdiskreten die entsprechende (rücktransformierte) zeitkontinuierliche Strecke mit dem jeweiligen Regler geregelt wird?

a) +

$$G_z(z) = \frac{z^{-1} + \frac{1}{2}z^{-2}}{1 - \frac{1}{2}z^{-1} + \frac{1}{2}z^{-2}} \cdot z^{-2}, \text{ Deadbeat-Regler}$$

b) ++

$$G_z(z) = \frac{2z+1}{8z^2 - 6z + 1}, \text{ Deadbeat- und schneller Deadbeat-Regler}$$

c) +

$$G_z(z) = \frac{2z-1}{z^2 - \frac{1}{2}z - \frac{1}{4}}, \text{ Kompensationsregler mit } F_{wz}(z) = \frac{2}{3z-1}$$

Aufgabe 36 (TU) ++

Gegeben ist ein stark schwingendes technisches System mit der Übertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{80}{s^2 + 0,1s + 100}.$$

Im Folgenden soll das System durch einen teilweise kompensierenden Regler so geregelt werden, dass die Ausgangsgröße schwingungsfrei den vorgegebenen Sollwert erreicht. Da der Regler auf einem Mikrokontroller mit einer begrenzten Taktfrequenz von 100 Hz implementiert werden muss, soll ein echt zeitdiskreter Reglerentwurf erfolgen.

- a) Führen Sie für die Strecke eine entsprechende Zeitdiskretisierung mit MATLAB durch! Hängt die resultierende zeitdiskrete Strecke vom gewählten Approximationsverfahren ab?
- b) Entwerfen Sie mit dem Wurzelortskurvenverfahren einen Regler für die zeitdiskretisierte Strecke und geben Sie dessen Übertragungsfunktion an!

Im Folgenden wird der zeitdiskrete Regler

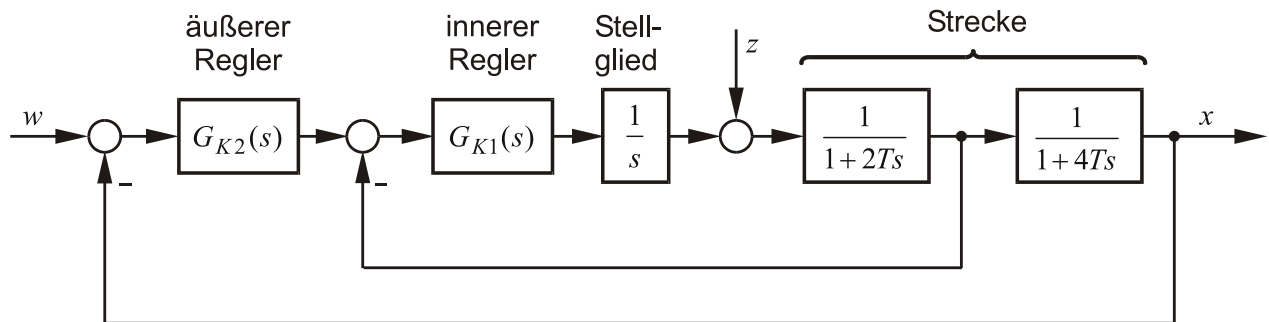
$$G_{Rz}(z) = \frac{3z^3 - 4z + 1}{z^4 - 1,25z^3 + 0,375z^2 + 0,25z - 0,1875}$$

betrachtet.

- c) Berechnen Sie den zugehörigen Regleralgorithmus und implementieren Sie diesen in SIMULINK mit Hilfe von Schieberegistern! Vergleichen Sie die Sprungantwort des so aufgebauten Reglers mit derjenigen des Reglers als zeitdiskrete Übertragungsfunktion!

Aufgabe 37 (TU) +++

Die nachstehend abgebildete Kaskadenregelung ist zu entwerfen.



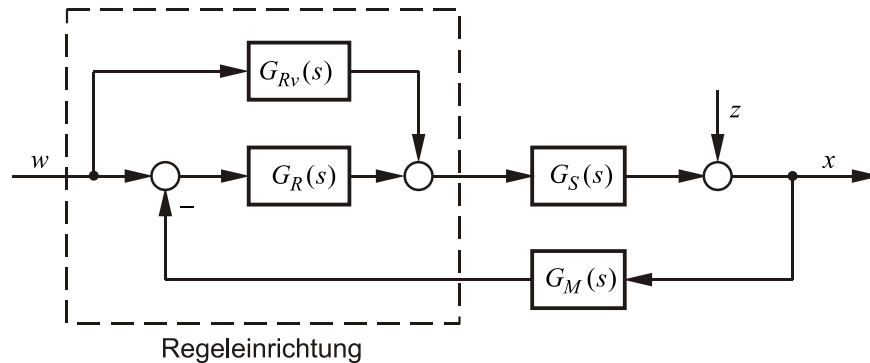
- Bestimmen Sie $G_{K1}(s)$ so, dass der unterlagerte Regelkreis PT_1 -Verhalten mit der Übertragungskonstante $K_i = 1$ und der Zeitkonstante $T_i = T$ besitzt. Um welchen Reglertyp handelt es sich dabei?
- Fassen Sie den inneren Regelkreis mit dem restlichen Teil der Strecke zu einer neuen, fiktiven Strecke zusammen! Wie lautet ihre Übertragungsfunktion?
- Um stationäre Genauigkeit zu erreichen, soll die Reglerkaskade nun mit einem idealen PI-Regler $G_{K2}(s) = K_{R2} \frac{1+4Ts}{s}$ im äußeren Kreis betrieben werden. Berechnen Sie die Führungs-Übertragungsfunktion des gesamten Kaskadenregelkreises!
- Entwerfen Sie zum Vergleich eine einschleifige Regelung für die gesamte Strecke! Wählen Sie dazu einen geeigneten idealen Reglertyp aus und berechnen Sie auch hier die Führungs-Übertragungsfunktion des geschlossenen Kreises!

Hinweis: Sie brauchen den Verstärkungsfaktor des Reglers nicht explizit zu berechnen.

- Nun sollen die beiden Regelungsstrukturen bezüglich der Regelgüte miteinander verglichen werden. Berechnen Sie dazu jeweils die Zeitkonstante und Dämpfung des geschlossenen Kreises in Abhängigkeit der Reglerverstärkung!

Aufgabe 38 (UE) +++

In der folgenden Abbildung ist die Positionsregelung einer Antenne dargestellt.



Die Strecke besitzt die Übertragungsfunktion $G_S(s) = \frac{0,1(s+2)}{(s+0,2)(s+0,01)(s+1)^2}$ und die Messeinrichtung die Übertragungsfunktion $G_M(s)=1$. Für ein gutes Störverhalten soll ein PI-Regler eingesetzt werden.

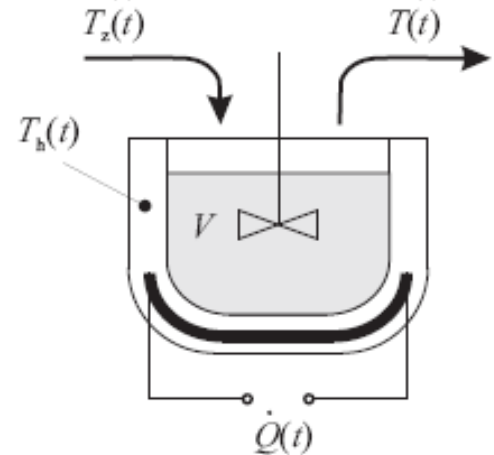
- Welchen Vorteil liefert eine solche Regelkreisstruktur wie in der Abbildung dargestellt?
- Bestimmen Sie für die Strecke $G_S(s)$ mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens die Reglerparameter dieses PI-Reglers (k_R , T_N) so, dass der Regelkreis möglichst schnell wird und für das Störverhalten eine gute Dämpfung erreicht wird.
- Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion $G_{RV}(s)$ so, dass die Führungsübertragungsfunktion ein PT_1 -Verhalten aufweist, d.h. für $G_w(s)$ soll gelten:

$$G_w(s) = \frac{1}{(1+100s)}$$

- Wie müsste die Übertragungsfunktion des Reglers bei einer klassischen Regelkreisstruktur lauten, um das gewünschte Führungsverhalten zu erzeugen? Wäre die Forderung für das Störverhalten des Regelkreises auch hier noch erfüllt?

Aufgabe 39 (TR) ++

Betrachtet wird ein Rührkesselreaktor, wie in der Abbildung dargestellt. Über die Heizwendel kann eine einstellbare Wärmemenge $\dot{Q}(t)$ zugeführt werden, um die gewünschte Reaktionstemperatur $T(t)$ im Kessel zu erzeugen. Die Temperatur $T_z(t)$ des zuströmenden Mediums kann dabei als Störgröße angesehen werden.



- a) Welche regelungstechnischen Möglichkeiten gibt es, die Reaktionstemperatur trotz variabler Temperatur $T_z(t)$ konstant zu halten, bzw. wie gewünscht einzustellen? Zeichnen Sie die Blockschaltbilder der jeweiligen Regelkreisstrukturen!

Im Folgenden soll eine Störgrößenaufschaltung realisiert werden. Das Streckenverhalten kann hierzu in zwei Teilen modelliert werden: Der Heizvorgang beschreibt den Wärmeübergang vom Reaktorboden auf die ihn angrenzende Flüssigkeit. Dieser lässt sich als PT1-Glied beschreiben:

$$G_{\text{Heiz}}(s) = \frac{5}{1 + 300s}$$

Im Weiteren folgt ein Mischprozess, welcher die Angleichung der Temperatur im gesamten Rührkessel beschreibt. Zur Vereinfachung sei dieser Mischvorgang als Verzögerungsglied modelliert:

$$G_{\text{Misch}}(s) = 0,0005 \frac{1}{\left(s + \frac{1}{100}\right)\left(s + \frac{1}{20}\right)}$$

- b) An welcher Stelle greift die Störgröße $T_z(t)$ an? Ist eine Störgrößenaufschaltung realisierbar? Falls ja, wie lautet diese? Falls nein, wie kann die Störung trotzdem teilweise kompensiert werden?
- c) Entwerfen Sie nun für das Führungsverhalten einen idealen PID-Regler mit dem Wurzelortskurvenverfahren! Dieser soll für stationäre Genauigkeit sorgen und den geschlossenen Regelkreis möglichst schnell machen! Stellen Sie den Regler so ein, dass im geschlossenen Kreis ein doppelter Pol im Verzögerungspunkt der WOK vorliegt!

Aufgabe 40 (TR) +++

- a) Es wird der in Abbildung 1.1 dargestellte Regelkreis mit den reellen Parametern α und $k > 0$ betrachtet. In diesem Aufgabenteil gelte $G(s) \bullet \circ g(t) = \sigma(t) \cdot t$.

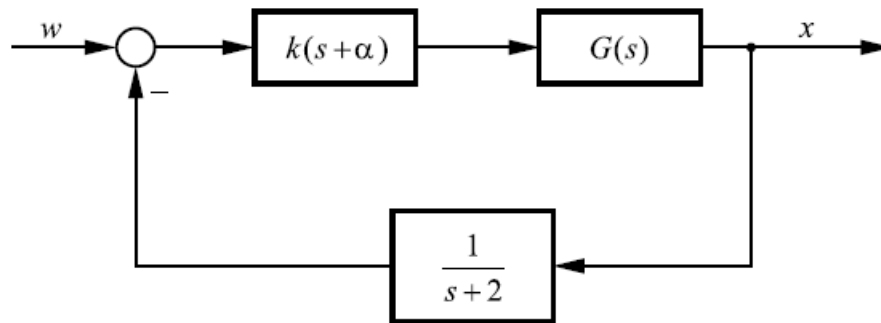


Abbildung 1.1

- Geben Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$ an.
 - Für welche Werte des Parameters α ist der geschlossene Kreis stabil?
 - Gibt es Parameterwerte α , für die der Regelkreis stationär genau ist?
- b) In diesem Aufgabenteil wird ein Übertragungsglied betrachtet, das durch $G(s) \bullet \circ g(t) = 1 - e^{-\frac{t}{2}}$ beschrieben wird.
- Geben Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$ an.
 - Skizzieren Sie die Impulsantwort $g(t)$ und geben Sie deren Steigung im Ursprung an.
 - Berechnen Sie die Sprungantwort $h(t)$.
- c) Gegeben ist die nichtlineare Differentialgleichung

$$\ddot{x}(t) + 2 \cdot \dot{x}(t) \cdot x(t) - \dot{x}^2(t) + x(t) = u(t) \quad (1.1)$$

- Welche Nichtlinearitäten sind in (1.1) enthalten?
- Bestimmen Sie die Ruhelage der Differentialgleichung (1.1) für eine konstante Eingangsgröße $u = u_R$.
- Linearisieren Sie das System (1.1) um die Ruhelage mit $u_R = 1$ und geben Sie das linearisierte System als Übertragungsfunktion an!

d) Für die Strecke $G_S(s) = \frac{0,1}{(1+0,1s)(1+0,2s)(0,1+s)}$ soll ein PI-Regler $G_R(s) = k_R \frac{1+T_R s}{s}$ mit Hilfe der Frequenzkennlinien entworfen werden.

- Bestimmen Sie dazu die Zeitkonstante des Reglers nach den aus der Vorlesung bekannten Einstellregeln und zeichnen Sie die Geradennäherungen des Amplituden- und Phasengangs des korrigierten offenen Kreises in das vorbereitete Diagramm in den Lösungsblättern.
- Bestimmen Sie die Reglerverstärkung so, dass der Regelkreis möglichst schnell wird und eine Phasenreserve von 60° eingehalten wird.
- Ist die Phasenreserve bei diesem System ein Maß für die Dämpfung?
- Wäre es sinnvoll anstatt des PI-Reglers einen PD-Regler zu verwenden?

e) In Abbildung 1.2 sind 6 Nyquist-Ortskurven von offenen Kreisen (N_1 – N_6) gegeben. Weiterhin sind die Übertragungsfunktionen G_1 – G_6 gegeben.

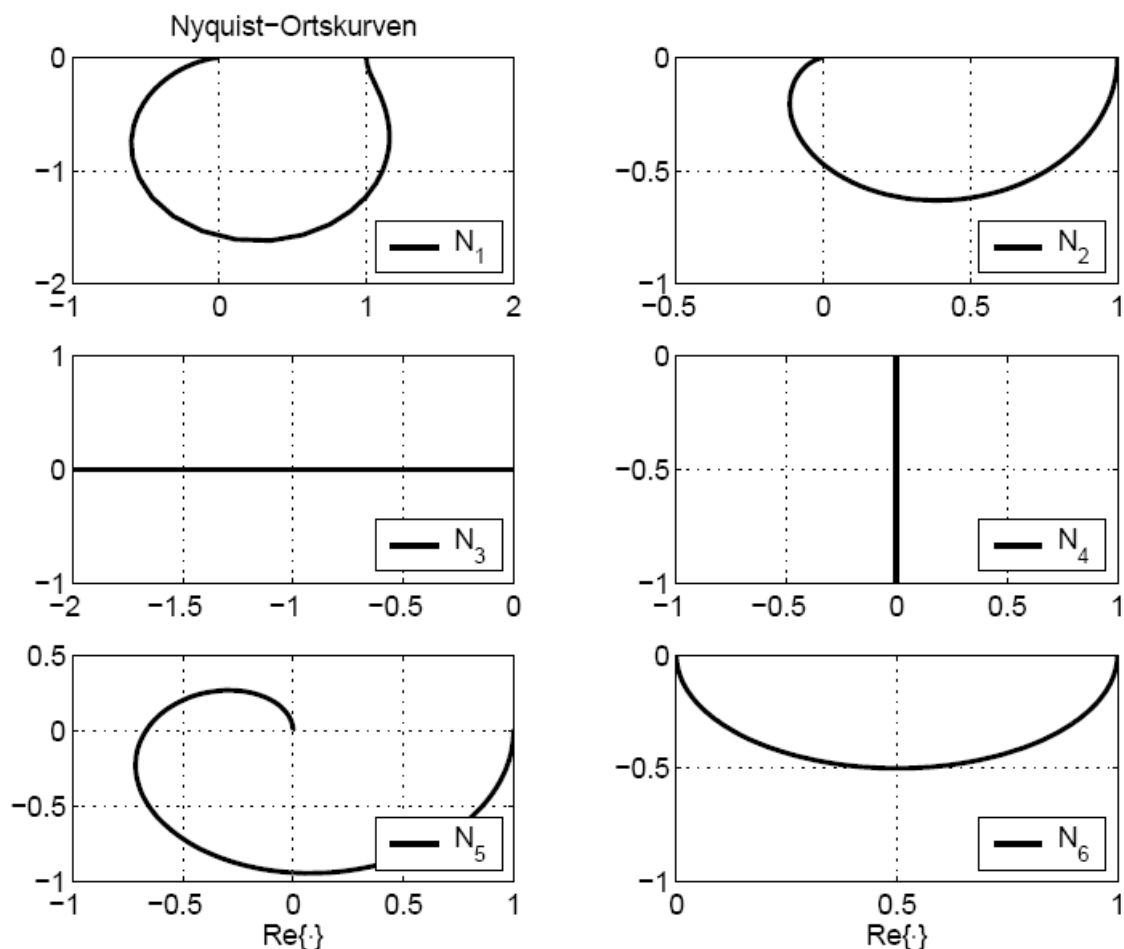


Abbildung 1.2

$$G_1(s) = \frac{2}{s^2+3s+2}; G_2(s) = \frac{10}{s^2+2s+10}; G_3(s) = \frac{1}{s^2}; G_4(s) = \frac{1}{s}; G_5(s) = \frac{1}{s+1}; G_6(s) = \frac{2-2s}{s^2+3s+2}$$

- Geben Sie an, welches Verhalten die Übertragungsfunktionen G_1 – G_6 aufweisen (I, I2, PT1, PT2, PD, PID, allpasshaltig).
- Ordnen Sie anschließend die Übertragungsfunktionen den entsprechenden Nyquist-Ortskurven zu.
- Nun sollen Standardregelkreise betrachtet werden, bei denen die Übertragungsfunktionen G_1 – G_6 als Übertragungsfunktionen des offenen Kreises angenommen werden. Beurteilen Sie die Stabilität der Standardregelkreise und geben Sie an, ob die Standardregelkreise stationär genau sind.

Aufgabe 41 (TR) +++

Der Student Alfons Pilar hat bei seiner Klausur in SRT vergessen, für ein gegebenes System 3. Ordnung, das mit einem P -Regler mit $k \geq 0$ geregelt wird, einen Ast der Wurzelortskurve in die Lösungsblätter einzuzeichnen.

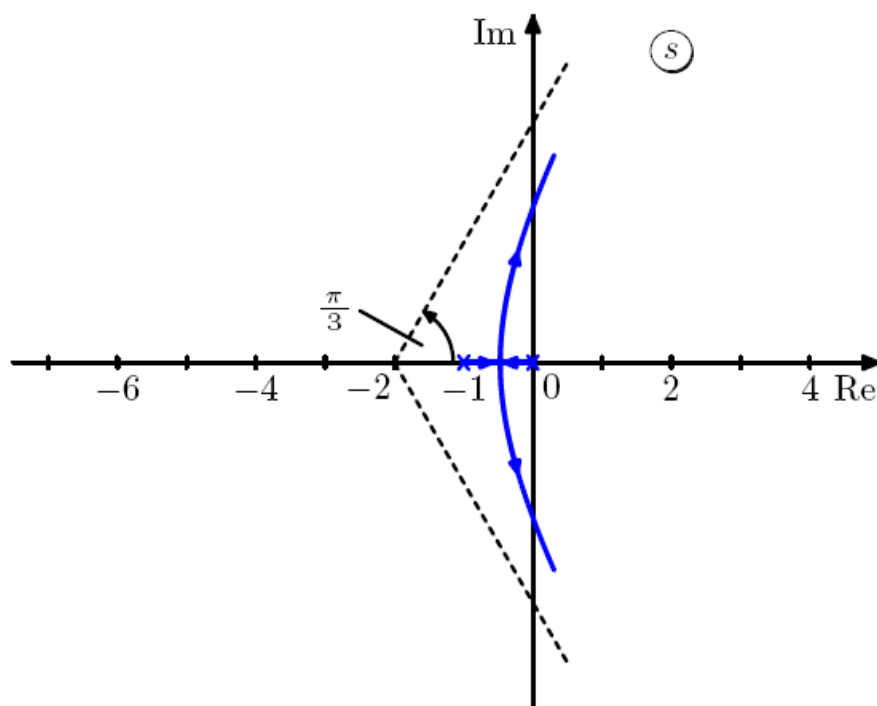


Abbildung 2.1: unvollständige Wurzelortskurve

- a) Ermitteln Sie anhand der unvollständigen Wurzelortskurve aus Abbildung 2.1 die Übertragungsfunktion des offenen Kreises so, dass diese Übertragungsfunktion für $k = 1$ die Verstärkung 1 besitzt und zeichnen sie den fehlenden Ast der Wurzelortskurve in das entsprechende Diagramm in den Lösungsblättern ein.

- b) Durch Hinzufügen eines einfachen dynamischen Regelglieds kann erreicht werden, dass der geschlossene Kreis für beliebige k (mit $k > 0$) stabil bleibt.
- Um welche Art von Regelglied handelt es sich hierbei?
 - Bestimmen Sie die möglichen Werte für die Zeitkonstante dieses Regelglieds.
- c) Betrachten Sie noch einmal die ursprüngliche Wurzelortskurve aus Aufgabenteil a). Ermitteln Sie die natürliche Frequenz und die Kreisverstärkung des gegebenen Systems an der Stabilitätsgrenze.
- d) Die Strecke soll nun mit einem PI -Regler geregelt werden. Bestimmen Sie mit Hilfe des Verfahrens nach Ziegler-Nichols die Parameter eines PI -Reglers.
- e) Gegeben ist das Signalflussbild in Abbildung 2.2. Die Kennlinien der beiden Kennlinienglieder sind in Abbildung 2.3 genau dargestellt.

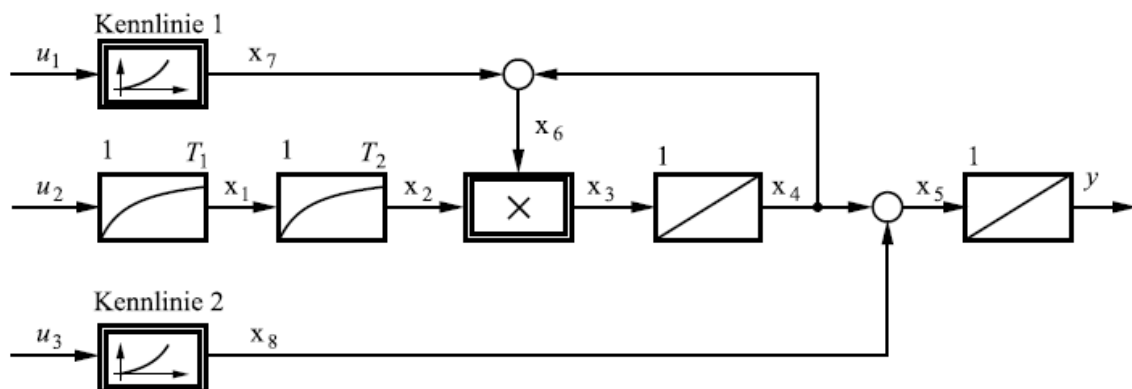


Abbildung 2.2

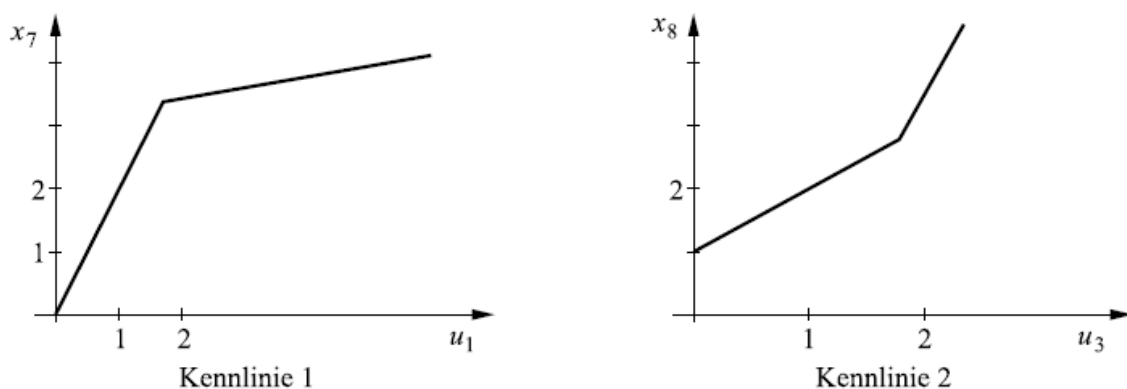


Abbildung 2.3

- Welche Bedingungen erfüllen die Größen x_3 und x_5 in einem stationären Zustand?
- Existiert ein stationärer Zustand für $u_{1R} = u_{3R} = 1$?
- Falls ja, berechnen Sie die Werte der Größen $x_{1R}, \dots, x_{8R}$ in Abhängigkeit von u_{2R} in diesem stationären Zustand.