

Systemdynamik und Regelungstechnik

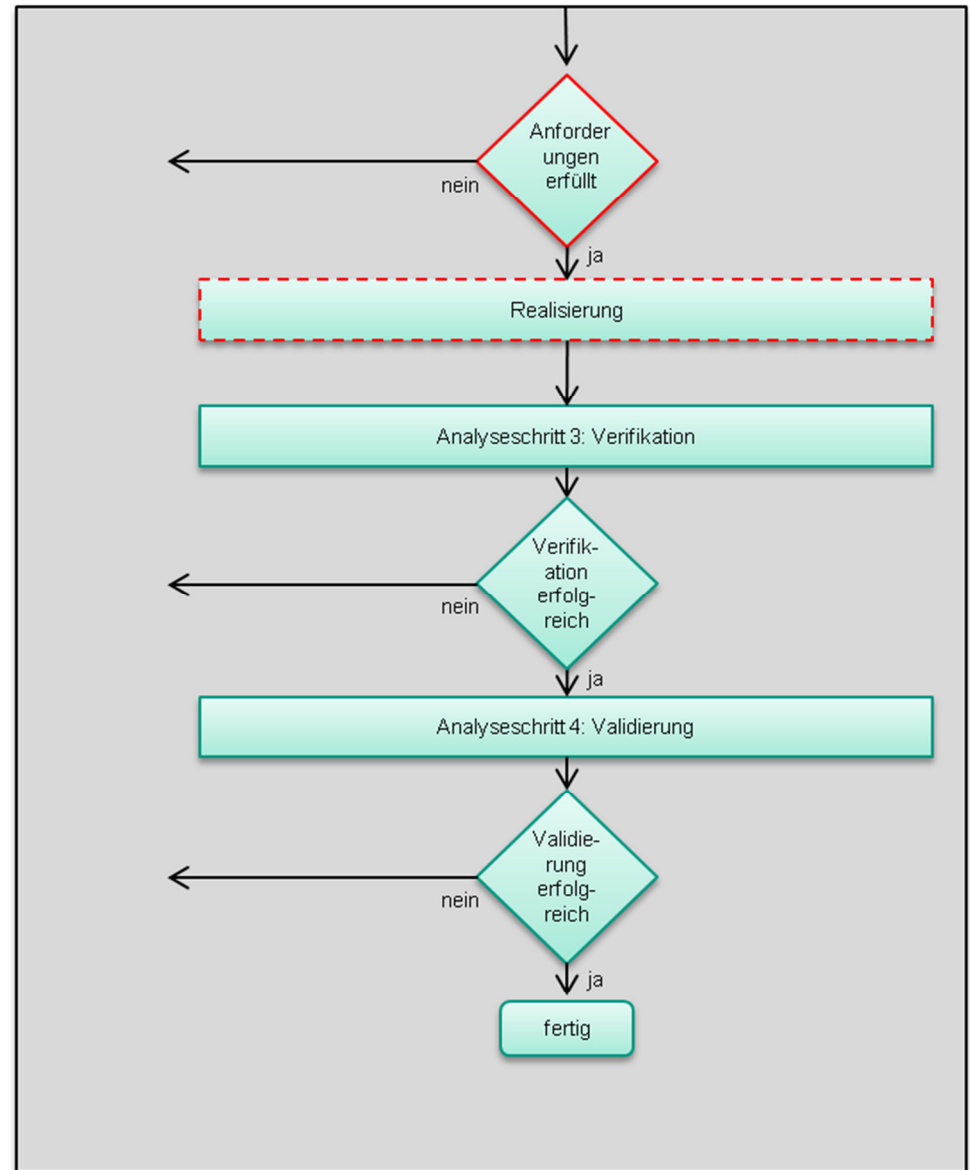
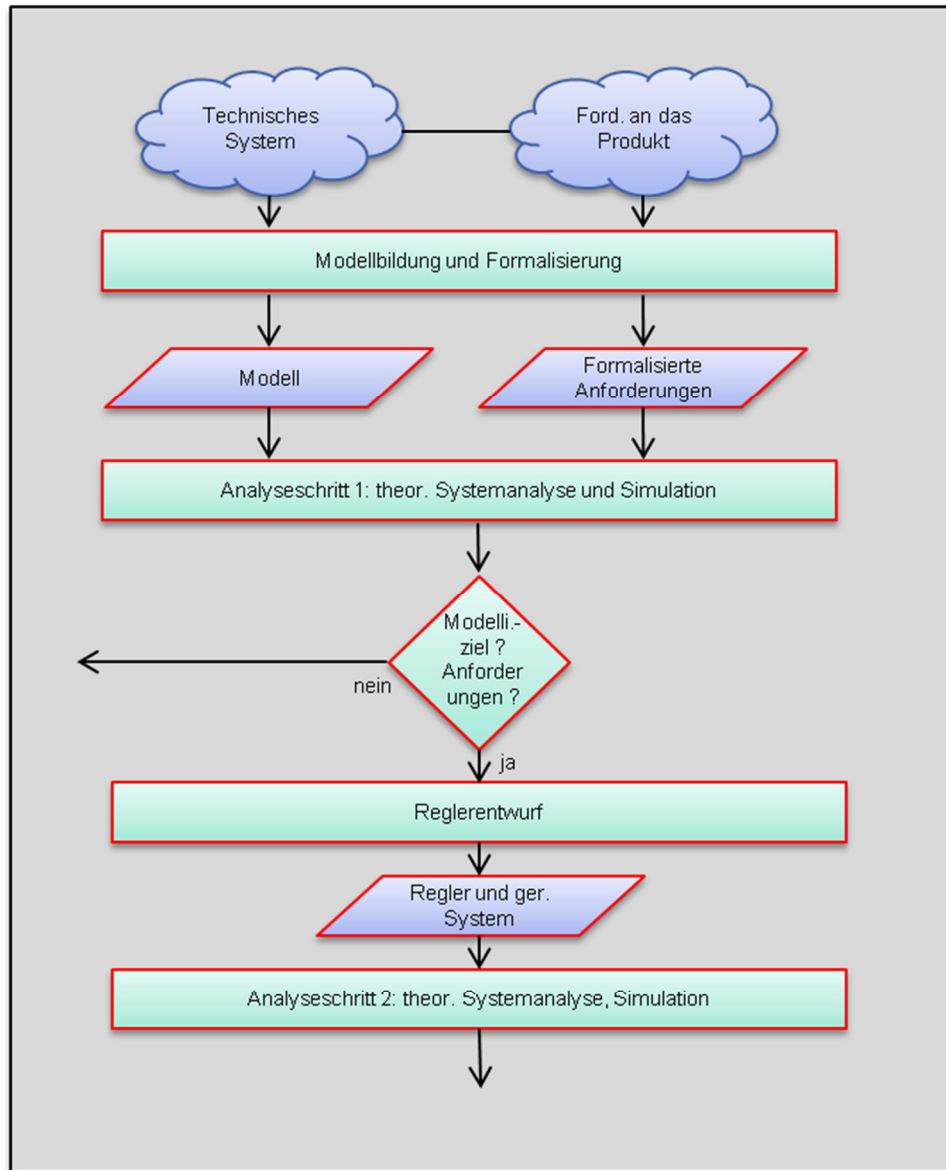
Übung 2: Modellbildung, Signalflussbild, Linearisierung

Lukas Kölsch, M. Sc.

INSTITUT FÜR REGELUNGS- UND STEUERUNGSSYSTEME (IRS)



Entwicklungsablauf für Regelungssysteme



Übung/Tutorium 2: Themen

Übung

Tutorium

Modellbildung

Signalflussbild[umformungen]

Linearisierung

Pole / Nullstellen

Modellbildung

■ Beschreibung eines realen (technischen) Systems

■ Mathematisch:

■ Differentialgleichungen

$$F(t) = -cx(t) - d\dot{x}(t)$$

■ Übertragungsfunktionen (Laplace-Transformation)

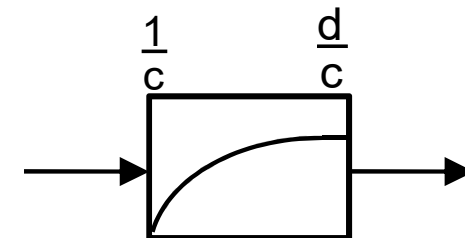
→ ggf. Linearisierung !

$$G(s) = \frac{F(s)}{X(s)} = -\frac{1}{c + d \cdot s}$$

■ Graphisch:

■ Blockschaltbild

■ Hier: Signalflussbild



■ Sonstige (z.B. sprachlich)

Modellbildung - Vorgehensweise

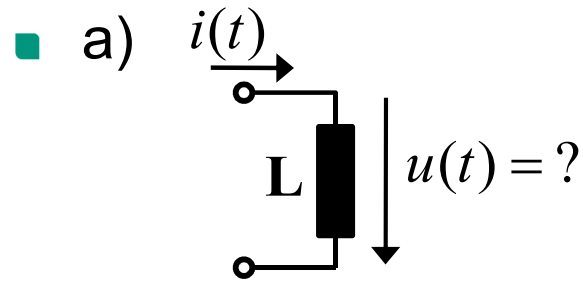


- Festlegung der Modelltiefe
 - „Wie genau soll das Modell sein?“
- Zerlegung des Systems in Teilsysteme
 - Einfache E/A-Beziehungen
- Aufstellen der Modellgleichungen
 - Rückwärts, von gewünschter Ausgangsgröße zu Eingangsgröße
- Ggf. Übersetzung in Signalflussbild

- Zusammenfassen der Modellgleichungen
 - Im Bildbereich
- Signalflussbildumformungen

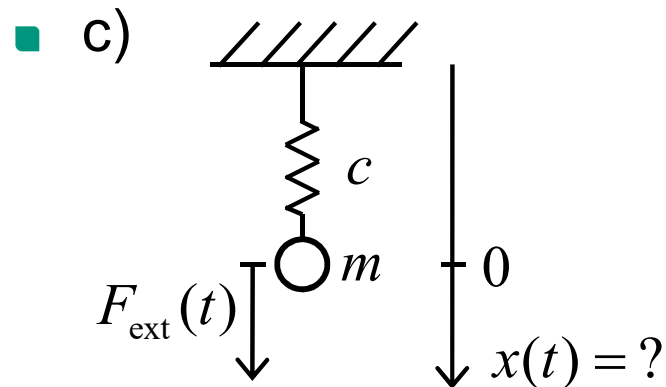
Aufgabe 14 (TR)

■ Aufstellen von Modellgleichungen



$$u(t) = L \frac{d}{dt} i(t)$$

$$G(s) = \frac{U(s)}{I(s)} = Ls$$



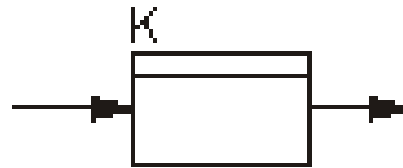
$$m\ddot{x}(t) = F_{\text{ext}}(t) - cx(t)$$

$$G(s) = \frac{X(s)}{F_{\text{ext}}(s)} = \frac{1}{c + ms^2}$$

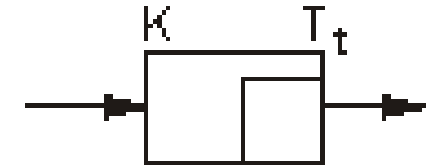
■ b), d)-f) selbstständig bzw. im Tutorium

Signalflussbild – Elementare Regelkreisglieder

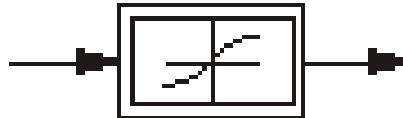
■ P-Glied



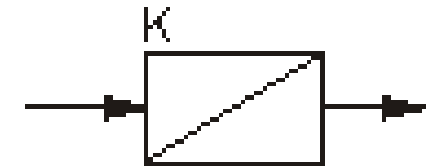
■ T_t -Glied
(Totzeit)



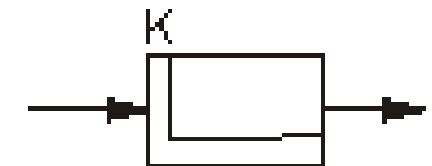
■ Kennlinienglied



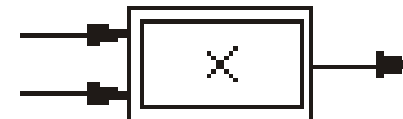
■ I-Glied



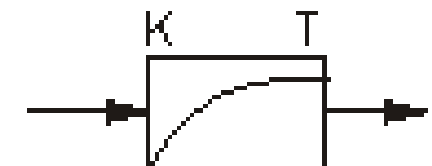
■ D-Glied



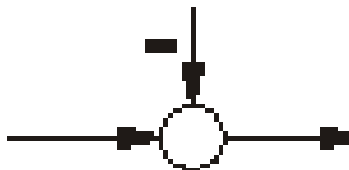
■ Multiplizierglied



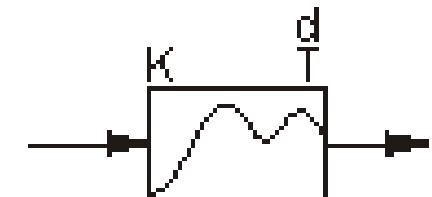
■ PT_1 -Glied



■ Summationsstelle

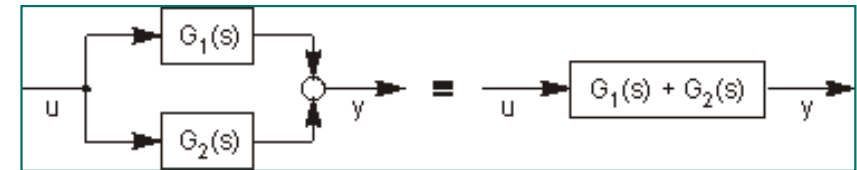


■ PT_2 -Glied



Signalflussbild – Umformungen

■ Parallel- und Reihenschaltung

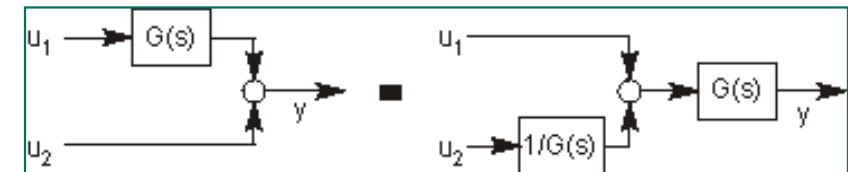
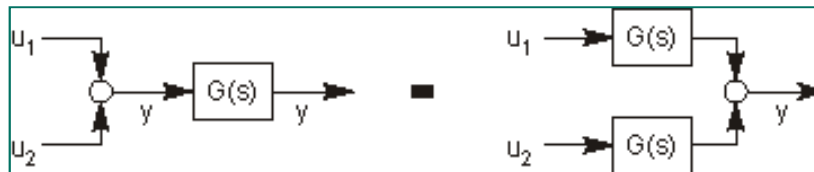


■ Vertauschung zweier Blöcke



■ Verlegung von Blöcken

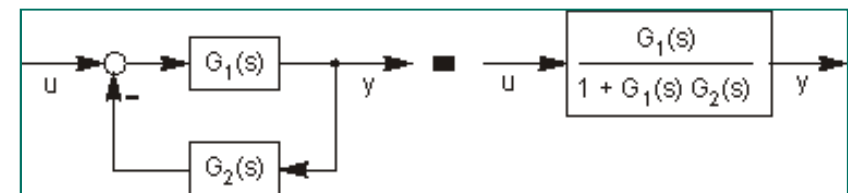
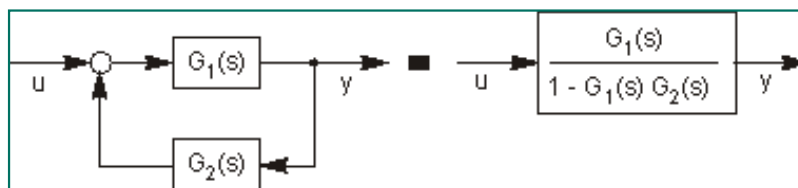
■ Vor/hinter Summationsstelle



■ Vor/hinter Verzweigungsstelle

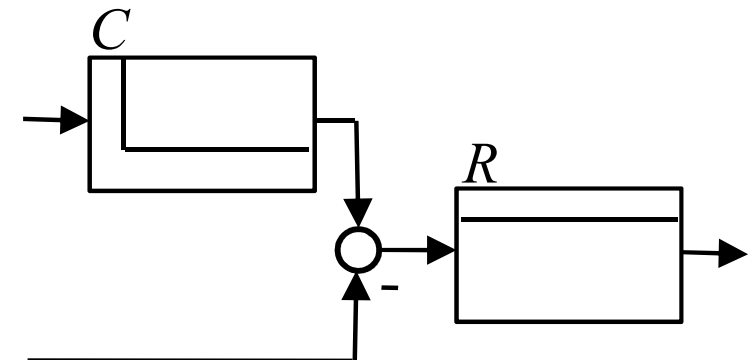
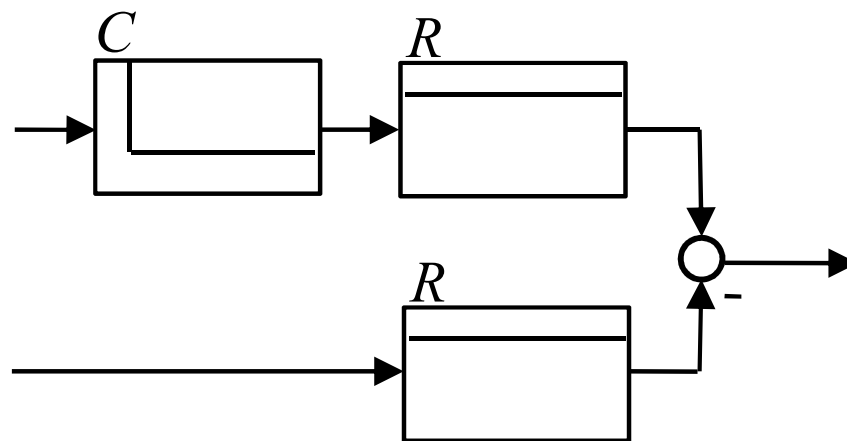
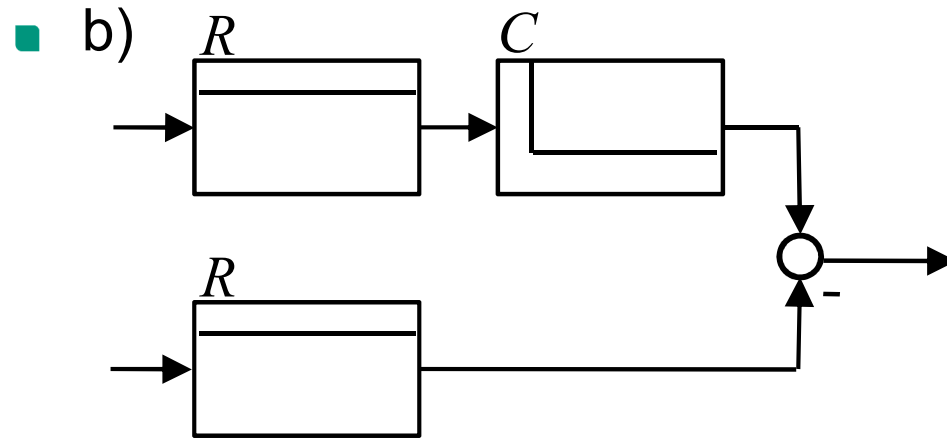


■ Mit- und Gegenkopplung

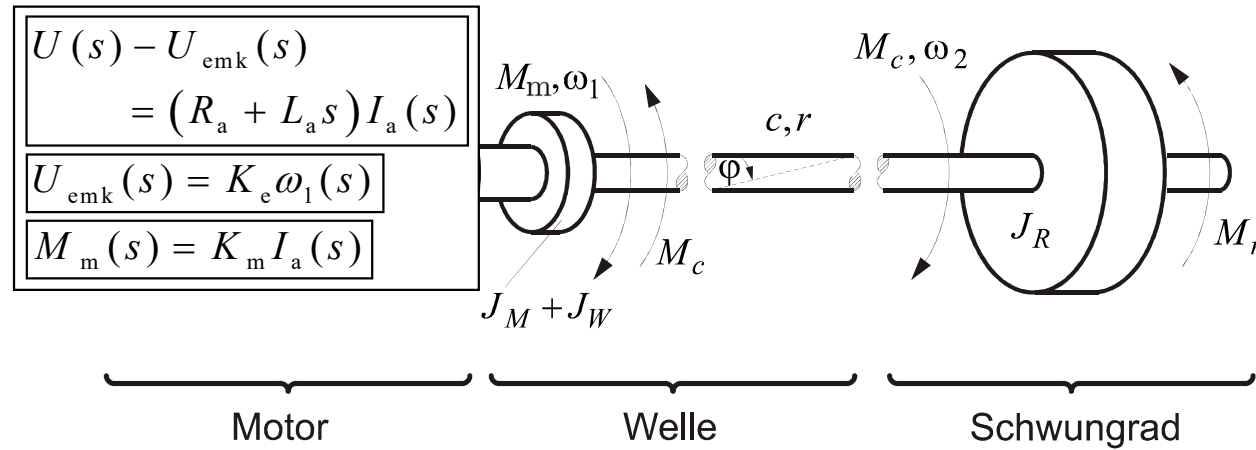


Aufgabe 15 (TR)

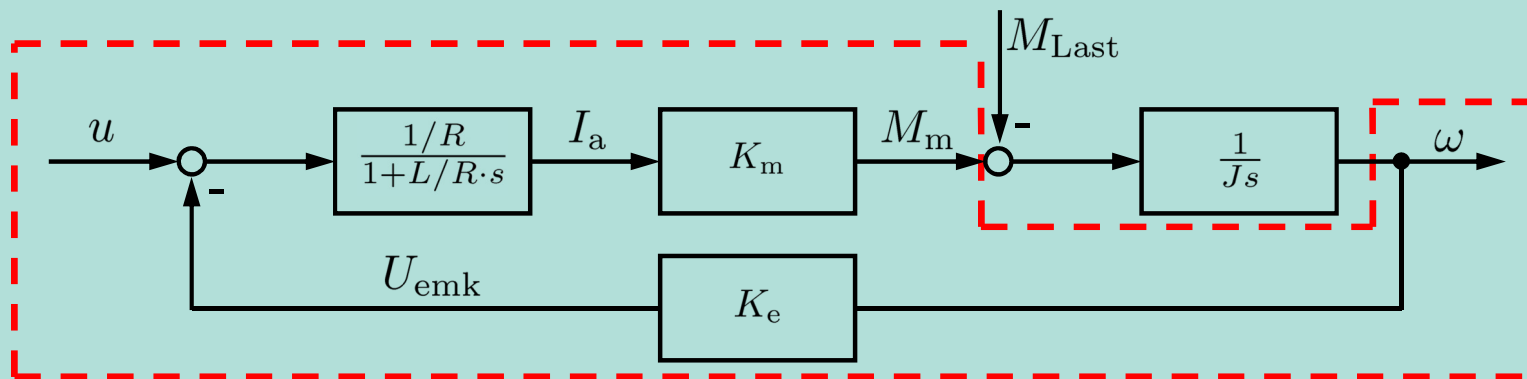
■ Signalflussbildumformungen



Aufgabe 16 (UE)

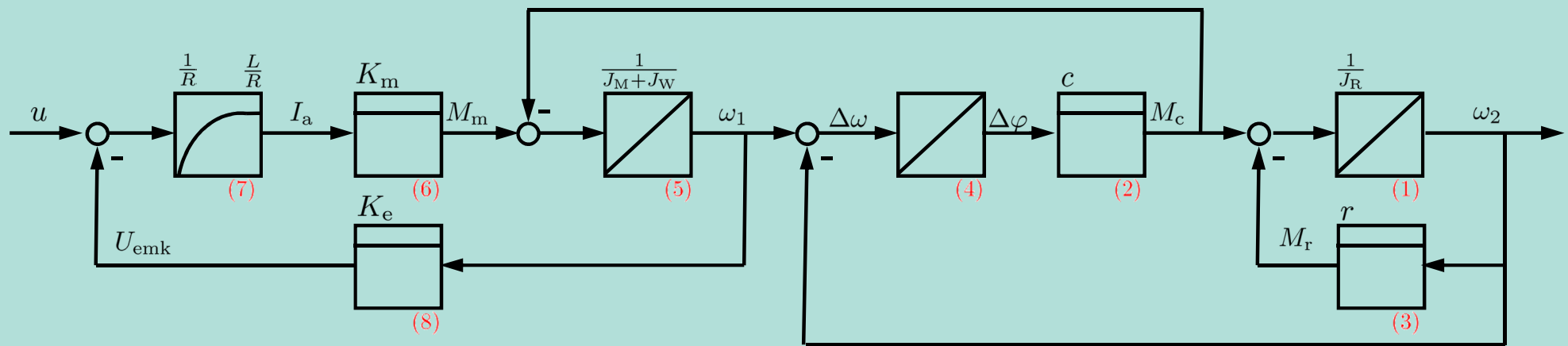
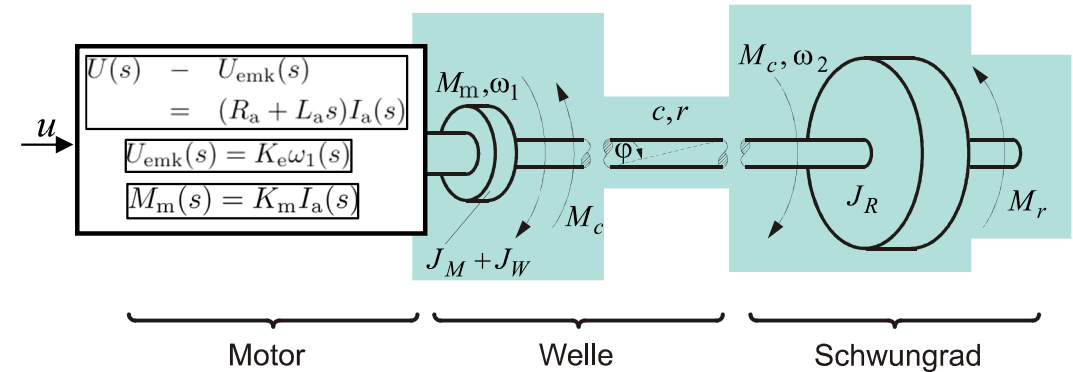


Gleichstrommotor

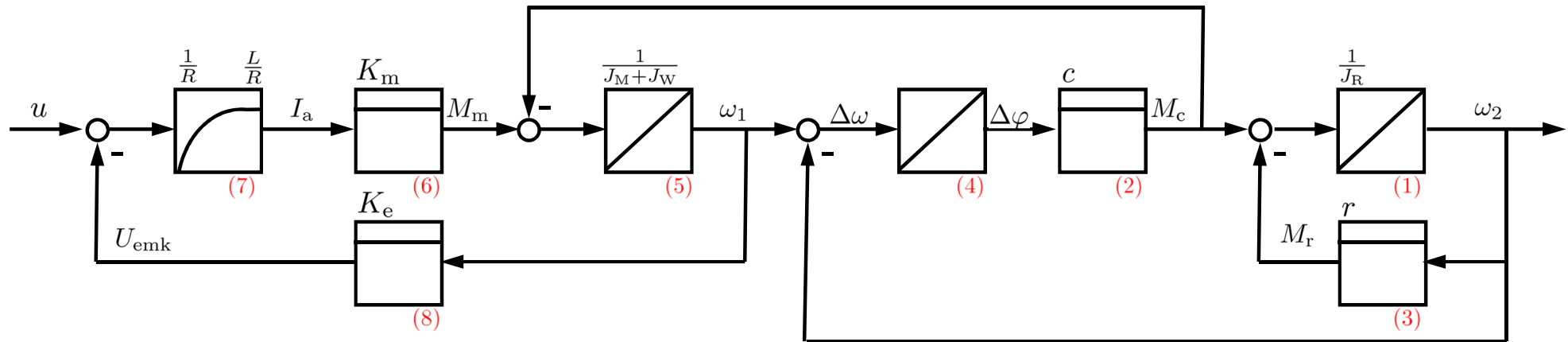


Aufgabe 16 (2)

$$\begin{aligned}\omega_2(s) &= \frac{1}{J_R s} (M_c(s) - M_r(s)) \\ M_c(s) &= c \Delta \varphi(s) \\ M_r(s) &= r \cdot \omega_2(s) \\ \Delta \varphi(s) &= \frac{1}{s} (\omega_1(s) - \omega_2(s)) \\ \omega_1(s) &= \frac{1}{(J_M + J_W) s} (M_m(s) - M_c(s)) \\ M_m(s) &= K_m I_a(s) \\ I_a(s) &= \frac{1/R}{1 + L/R s} (U(s) - U_{emk}(s)) \\ U_{emk}(s) &= K_e \omega_1(s)\end{aligned}$$



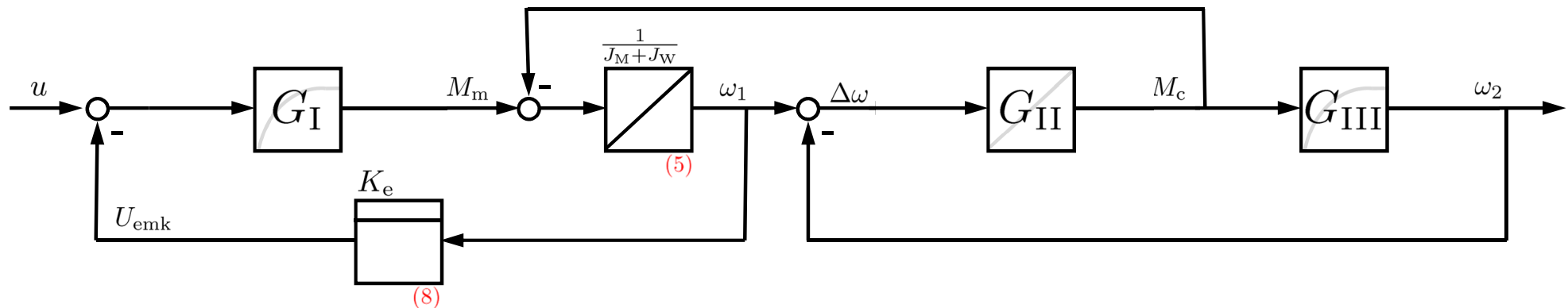
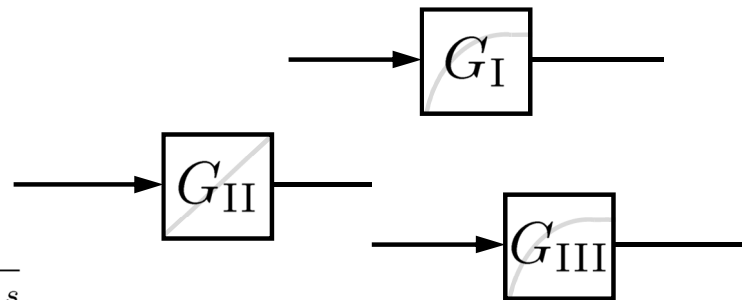
Aufgabe 16 (3)



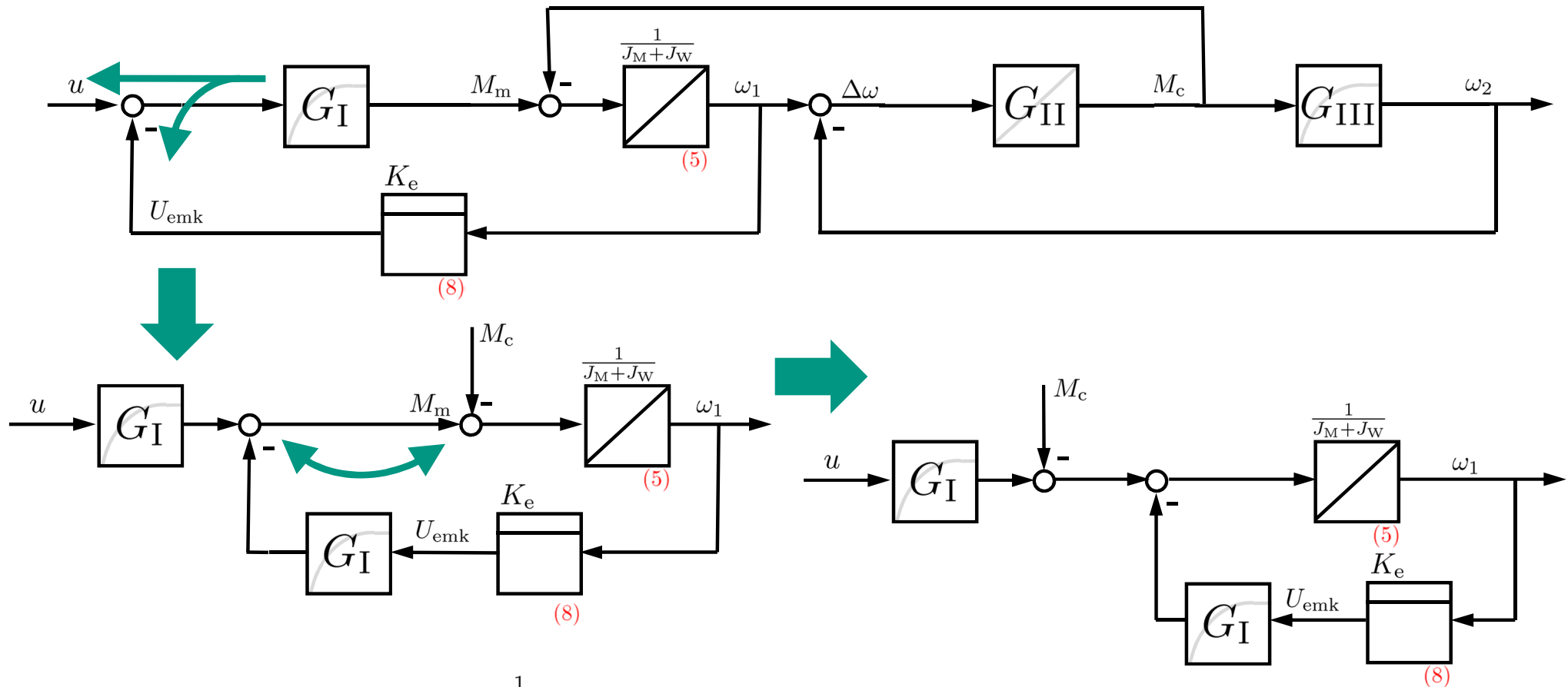
$$G_I = G_6 \cdot G_7 = \frac{\frac{K_m}{R}}{1 + \frac{L}{R}s}$$

$$G_{II} = G_2 \cdot G_4 = \frac{c}{s}$$

$$G_{III} = \frac{G_1}{1 + G_1 \cdot G_3} = \frac{\frac{1}{r}}{1 + \frac{J_R}{r}s}$$



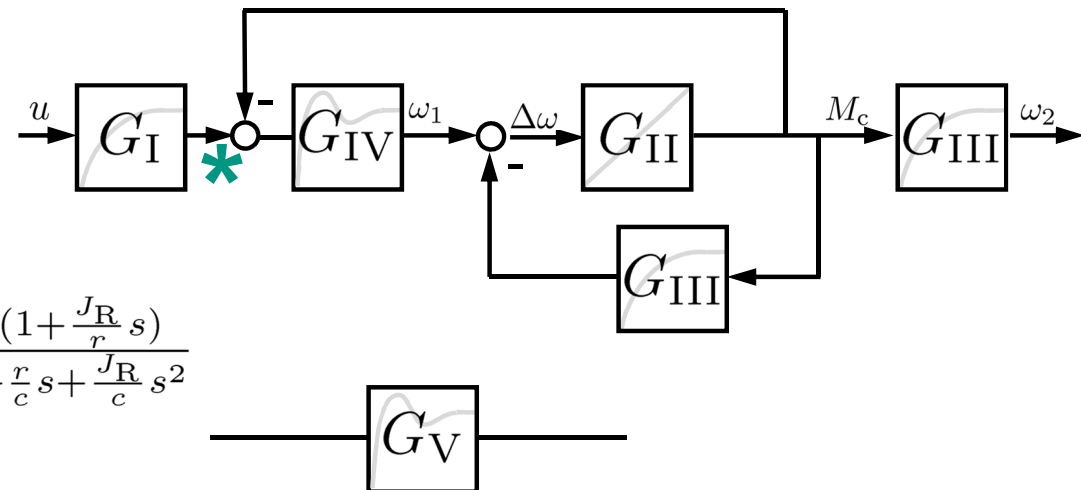
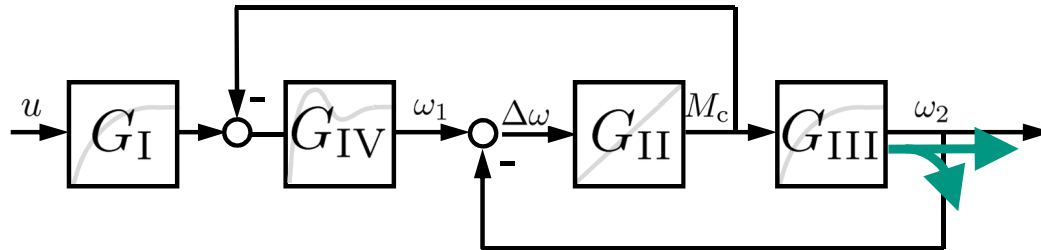
Aufgabe 16 (4)



$$\begin{aligned}
 G_{IV} &= \frac{G_5}{1 + G_5 \cdot G_8 \cdot G_I} = \frac{\frac{1}{(J_M + J_W)s}}{1 + \frac{K_e}{(J_M + J_W)s} \cdot \frac{\frac{K_m}{R}}{1 + \frac{L}{R}s}} \\
 &= \frac{\frac{R}{K_m K_e} (1 + \frac{L}{R}s)}{1 + \frac{R(J_M + J_W)}{K_m K_e}s + \frac{L(J_M + J_W)}{K_m K_e}s^2}
 \end{aligned}$$



Aufgabe 16 (5)



$$G_V = \frac{G_{II}}{1 + G_{II} \cdot G_{III}} = \frac{\frac{c}{s}}{1 + \frac{c}{s} \cdot \frac{\frac{1}{r}}{1 + \frac{J_R}{r} s}} = \frac{r(1 + \frac{J_R}{r} s)}{1 + \frac{r}{c} s + \frac{J_R}{c} s^2}$$

! Größe * physikalisch nicht interpretierbar !

Linearisierung - Bedeutung

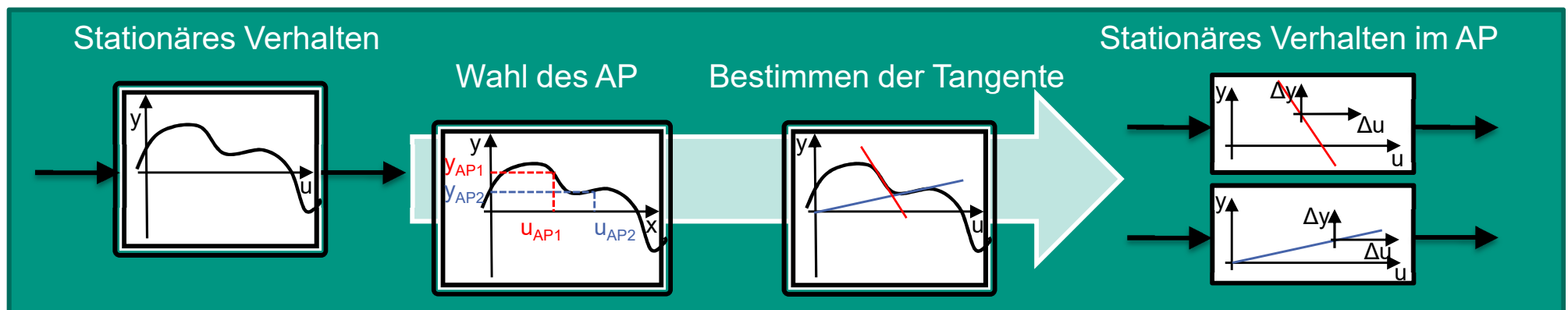
■ SRT behandelt nur LTI-Systeme

Stationäres Übertragungsverhalten unabhängig von Zeitpunkt
und Höhe des Eingangssignals
→ Notwendig für Transformation in den Frequenzbereich

■ Reale Systeme aber oft nichtlinear !

→ Stationäres Übertragungsverhalten abhängig vom
Arbeitspunkt !

■ Linearisierung um den Arbeitspunkt (AP)



Linearisierung - Vorgehensweise



Ausgangspunkt:

nichtlin. DGL in expliziter Form:

$$\overset{(n)}{y} = f \left(\overset{(n-1)}{y}, \dots, y, \overset{(m)}{u}, \dots, u \right)$$

- Wahl/Bestimmen des Arbeitspunktes (AP):

$$(u_{AP}, y_{AP})$$

- Aufstellen der impliziten Differentialgleichung:

$$g \left(\overset{(n)}{y}, \overset{(n-1)}{y}, \dots, y, \overset{(m)}{u}, \dots, u \right) = 0$$

- Linearisieren mittels

$$\left. \frac{\partial g}{\partial \overset{(n)}{y}} \right|_{AP} \cdot \Delta \overset{(n)}{y} + \dots + \left. \frac{\partial g}{\partial \dot{y}} \right|_{AP} \cdot \Delta \dot{y} + \left. \frac{\partial g}{\partial y} \right|_{AP} \cdot \Delta y + \left. \frac{\partial g}{\partial \overset{(m)}{u}} \right|_{AP} \cdot \Delta \overset{(m)}{u} + \dots + \left. \frac{\partial g}{\partial \dot{u}} \right|_{AP} \cdot \Delta \dot{u} + \left. \frac{\partial g}{\partial u} \right|_{AP} \cdot \Delta u = 0$$

→ lineare DGL:

$$\tilde{g} \left(\Delta \overset{(n)}{y}, \Delta \overset{(n-1)}{y}, \dots, \Delta y, \Delta \overset{(m)}{u}, \dots, \Delta u \right) = 0$$

- ggf. Umformen der linearisierten DGL und Transformation in den Frequenz-Bereich, evtl. Normierung

Aufgabe 11 (TR)

■ Linearisierung

■ a) $\dot{y} = -5y^2 + u$, $u_{AP} = 125$

■ Arbeitspunkt: $y_{AP} = \pm 5$

■ Taylor-Entwicklung im Arbeitspunkt:

$$\left. \frac{\partial g}{\partial \dot{y}} \right|_{AP} \cdot \Delta \dot{y} + \left. \frac{\partial g}{\partial y} \right|_{AP} \cdot \Delta y + \left. \frac{\partial g}{\partial u} \right|_{AP} \cdot \Delta u = 0$$

$$\Delta \dot{y} \pm 50 \Delta y - \Delta u = 0$$



$$\Delta \dot{y} = \mp 50 \Delta y + \Delta u$$



Aufgabe 17 (TU)

Füllstandsversuch:

- Modellbildung
- Arbeitspunkt
- Linearisierung
- Normierung
- Signalflussbild

