

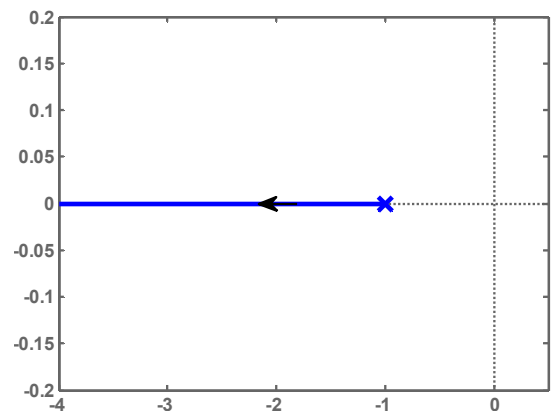
**Aufgabe 39 (TU)**

- a) in der Darstellung der Pole und Nullstellen von  $F_o(s)$  lässt sich ablesen, dass der offene Kreis instabil ist, da ein Pol in der rechten Halbebene liegt.
- b) das spezielle Nyquistkriterium ist nicht anwendbar, da das System instabil ist (Pol rechts). Mit dem allgemeinen Nyquistkriterium kann jedoch Stabilität des geschlossenen Kreises gezeigt werden, da der Fahrstrahl eine Winkeländerung von  $+180^\circ$  vollzieht und genau ein Pol rechts sowie kein Pol auf der imaginären Achse liegt.
- c) Durchtrittsfrequenz hier bei erstem Nulldurchgang des Amplitudengangs, ablesen:  $\omega_D \approx 1,1 \text{ rad/s} \rightarrow$  hier kann Phasengang bei ca  $330^\circ$  abgelesen werden, durch Verschiebung des Winkels um  $360^\circ$  nach unten ergibt sich eine Phase von ca  $-30^\circ$ . Somit beträgt der Phasenrand etwa  $150^\circ$   
Bei ca.  $4,5 \text{ rad/s}$  erreicht die Phase das erste mal  $-180^\circ$  (abgelesen  $180^\circ$ ), hier ist der Amplitudengang bereits auf etwa  $-12\text{dB}$  gefallen. Somit beträgt der Amplitudenrand ca.  $12\text{dB}$ .
- d) Nein, das stationäre Verhalten kann aus den bisherigen Darstellungen nicht abgelesen werden. Dazu muss der geschlossene Kreis berechnet werden und dessen NOK, FKL oder Sprungantwort geplottet werden. Da das System stabil ist, kann in allen Darstellungen der stationäre Endwert abgelesen werden.
- e) Um stationäre Genauigkeit zu gewährleisten sollte ein Integrator im offenen Kreis enthalten sein. Da die Strecke kein I-Verhalten aufweist muss also der Regler einen I-Anteil enthalten.

# Aufgabe 41 (TR)

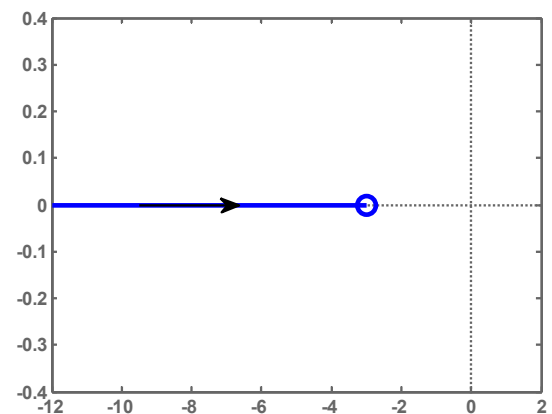
- a) R1:  $n=1, m=0 \rightarrow 1$  Ast strebt nach  $\infty$   
R3: reelle Achse links von -1 ist Teil der WOK

$\rightarrow$  WOK vollständig bestimmt



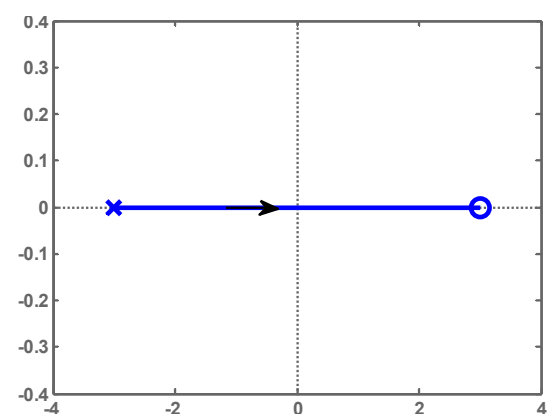
- b) R1:  $m=1, n=0 \rightarrow 1$  Ast kommt von  $\infty$   
R3: reelle Achse links von -3 ist Teil der WOK

$\rightarrow$  WOK vollständig bestimmt



- c) R1:  $m=n=1 \rightarrow$  kein Ast strebt nach  $\infty$   
R3: reelle Achse zwischen -3 und +3 ist Teil der WOK

$\rightarrow$  WOK vollständig bestimmt



- d) R1:  $n=2, m=0 \rightarrow 2$  Äste streben nach  $\infty$   
R3: reelle Achse ist kein Teil der WOK (da kein Pol/NSte auf ihr)

R4: Wurzelschwerpunkt:  $\delta_W = \frac{\{-2 - 2\} - \{0\}}{2 - 0} = -\frac{4}{2} = -2$

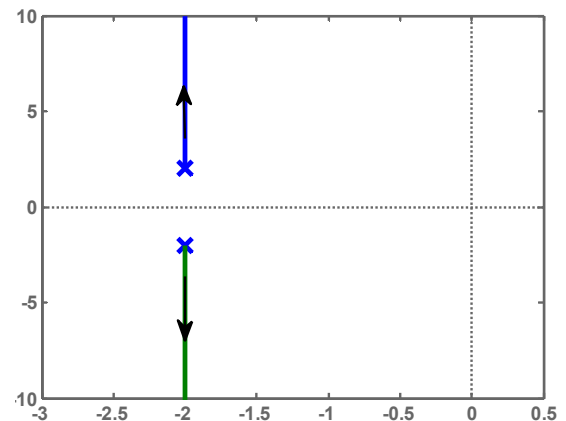
R5: Anstiegswinkel der Asymptoten:  $\varphi_0 = 1 \cdot \frac{\pi}{2}$ ,  $\varphi_1 = 3 \cdot \frac{\pi}{2}$

R8: Polaustrittswinkel:

$$\varphi_{10} = -\frac{1}{-1 \cdot 1} \left\{ -1 \cdot \frac{\pi}{2} \right\} + 1 \cdot \frac{\pi}{-1 \cdot 1} = -\frac{3\pi}{2} \triangleq \frac{\pi}{2}$$

$$\varphi_{20} = -\frac{1}{-1 \cdot 1} \left\{ -1 \cdot \left( -\frac{\pi}{2} \right) \right\} + 1 \cdot \frac{\pi}{-1 \cdot 1} = -\frac{\pi}{2} \triangleq \frac{3\pi}{2}$$

→ WOK vollständig bestimmt



e) R1:  $m=n=2 \rightarrow$  kein Ast strebt nach  $\infty$

R3: reelle Achse ist kein Teil der WOK

R4/5: kein Wurzelschwerpunkt/Anstiegswinkel, da keine Asymptoten

R6/7: keine Verzweigungen

R8: Polaustritts-/Nullstellen-Eintrittswinkel

$$\text{oberer Pol: } \varphi_{10} = -\frac{1}{-1 \cdot 1} \left\{ -1 \cdot \frac{\pi}{2} + 1 \cdot 0,947\pi + 1 \cdot 0,852\pi \right\} + 1 \cdot \frac{\pi}{-1 \cdot 1} = 0,3\pi \approx 54^\circ$$

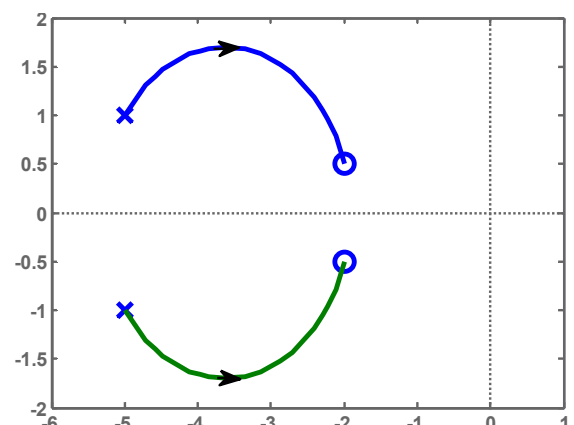
$$\text{unterer Pol: } \varphi_{20} \approx -54^\circ = 306^\circ \text{ (aus Symmetriegründen)}$$

$$\text{obere NSt: } \varphi_{30} = -\frac{1}{1 \cdot 1} \left\{ 1 \cdot \frac{\pi}{2} - 1 \cdot 1,95\pi - 1 \cdot 0,148\pi \right\} + 1 \cdot \frac{\pi}{1 \cdot 1} = 2,65\pi \approx 107^\circ$$

$$\text{untere NSt: } \varphi_{40} \approx -107^\circ = 253^\circ \text{ (aus Symmetriegründen)}$$

R9: kein SP mit imag. Achse

→ WOK vollständig bestimmt



f) R1:  $m=n=2 \rightarrow$  kein Ast strebt nach  $\infty$

R3: reelle Achse zwischen -1,5 und 0,5 ist Teil der WOK

R4/5: kein Wurzelschwerpunkt/Anstiegswinkel, da keine Asymptoten

R6: Verzweigungspunkt:

$$\left\{ \frac{1}{s - \frac{1}{2} + j\frac{1}{2}} + \frac{1}{s - \frac{1}{2} - j\frac{1}{2}} \right\} - \left\{ \frac{1}{s + \frac{1}{2}} + \frac{1}{s + \frac{3}{2}} \right\} = \frac{2s-1}{s^2 - s + \frac{1}{2}} - \frac{2s+2}{s^2 + 2s + \frac{3}{4}} \stackrel{!}{=} 0$$

$$\Rightarrow (2s-1)\left(s^2 + 2s + \frac{3}{4}\right) - (2s+2)\left(s^2 - s + \frac{1}{2}\right) = 3s^2 + \frac{1}{2}s - \frac{7}{4} = 0$$

$$\Rightarrow s_{1,2} = -\frac{1}{12} \pm \frac{1}{12}\sqrt{85}$$

$\Rightarrow$  da Verzweigung zwischen -1,5 und -0,5 liegen muss:

$$\Rightarrow s_1 = \frac{1}{12}(-1 - \sqrt{85}) \approx -0,85$$

R7: Winkel zwischen benachbarten Kurvenstücken:  $\Delta\psi = \frac{\pi}{2}$

R8: Polaustritts-/Nullstellen-Eintrittswinkel

$$\varphi_{10} = 0^\circ, \varphi_{20} = 180^\circ \text{ (aus R3)}$$

$$\text{obere NSte: } \varphi_{30} = -\frac{1}{1 \cdot 1} \left\{ 1 \cdot \frac{\pi}{2} - 0,078\pi - 0,148\pi \right\} + 1 \cdot \frac{\pi}{1 \cdot 1} = 0,726\pi = 131^\circ$$

$$\text{untere NSte: } \varphi_{40} = -131^\circ = 229^\circ \text{ (aus Symmetriegründen)}$$

R9: Schnittpunkte mit imag. Achse

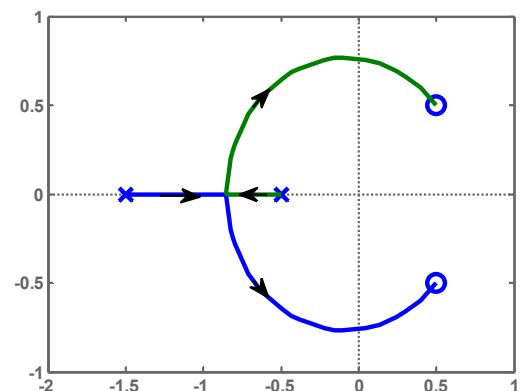
$$k\left(-\omega^2 - j\omega + \frac{1}{2}\right) + \left(-4\omega^2 + j8\omega + 3\right) = -\omega^2(k+4) + 3 + \frac{k}{2} + j(\omega(8-k)) = 0$$

$$\Rightarrow -\omega^2(k+4) + 3 + \frac{k}{2} \stackrel{!}{=} 0 \wedge \omega(8-k) = 0 \Rightarrow \omega = 0 \vee k = 8$$

$$\text{a) } \omega = 0 \Rightarrow k = -6 \rightarrow \text{f.A.}$$

$$\text{b) } k = 8 \Rightarrow -12\omega^2 + 7 = 0 \Rightarrow \omega = \pm\sqrt{\frac{7}{12}} \approx \pm 0,76$$

$\rightarrow$  WOK vollständig bestimmt



g) R1:  $n=3, m=1 \rightarrow 2$  Äste streben nach  $\infty$

R3: reelle Achse zwischen -2 und +1 ist Teil der WOK

$$R4: \text{Wurzelschwerpunkt: } \delta_W = \frac{\{-2-1-1\} - \{1\}}{3-1} = -\frac{5}{2}$$

$$R5: \text{Anstiegswinkel der Asymptoten: } \varphi_0 = 1 \cdot \frac{\pi}{2}, \quad \varphi_1 = 3 \cdot \frac{\pi}{2}$$

R6/7: keine Verzweigungen

R8: Polaustritts-/Nullstellen-Eintrittswinkel

$$\varphi_{10} = 0^\circ, \quad \varphi_{20} = 180^\circ \text{ (aus R3)}$$

$$\text{oberer Pol: } \varphi_{30} = -\frac{1}{-1 \cdot 1} \left\{ -1 \cdot \frac{\pi}{2} - 1 \cdot 0,35\pi + 1 \cdot \frac{3\pi}{4} \right\} + 1 \cdot \frac{\pi}{-1 \cdot 1} = 0,898\pi = 162^\circ$$

$$\text{unterer Pol: } \varphi_{40} = -162^\circ = 198^\circ \text{ (aus Symmetriegründen)}$$

R9: Schnittpunkte mit imag. Achse

$$\begin{aligned} 10k(j\omega - 1) + (j\omega + 2)(-\omega^2 + j2\omega + 5) \\ = -4\omega^2 + 10(1-k) + j(-\omega^3 + 9\omega + 10k\omega) = 0 \end{aligned}$$

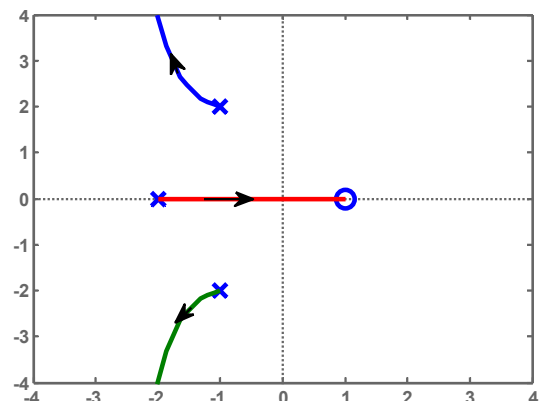
$$\Rightarrow -4\omega^2 + 10(1-k) \stackrel{!}{=} 0 \quad \wedge \quad -\omega(\omega^2 - 9 - 10k) = 0$$

$$\Rightarrow \omega = 0 \quad \vee \quad \omega = \pm\sqrt{9+10k}$$

$$a) \omega = 0 \Rightarrow k = 1$$

$$b) \omega = \pm\sqrt{9+10k} \Rightarrow k = -\frac{13}{25} < 0 \rightarrow \text{WOK nur für positive } k \text{ zu zeichnen}$$

→ WOK vollständig bestimmt



## Aufgabe 42 (TR)

- a) Kompensation der größten Streckenzeitkonstanten  $\rightarrow T_v=5, T_N=0,5$

$$\rightarrow G_R(s) = k_R \frac{1+5s}{1+0,5s} \quad \rightarrow F_o(s) = 166,6k_R \frac{(2s+2,4)(0,4s+1)}{(1+0,5s)(2s+13)(s^2+4s)}$$

Im SISO-Tool den Amplitudengang soweit hochschieben (bzw.  $k_R$  erhöhen), bis im Phasengang gerade  $60^\circ$  Phasenreserve erreicht sind  $\rightarrow k_R=0,543$

Problem: Im Bodediagramm „r to u“, also von Führungs- zu Stellgröße sieht man, dass hohe Frequenzen verstärkt werden  
 $\rightarrow$  „Stellgliedflattern“

Abhilfe: Hinzufügen eines weiteren Reglerpols weit links, z.B. bei -100 führt zu einer Dämpfung der hohen Frequenzen ohne dabei die sonstige Charakteristik allzu stark zu verändern

- b) Die Voraussetzungen für eine vollständige Kompensation sind gegeben, da die Strecke stabil und minimalphasig ist und die Mitkopplung der Wunsch-Führungsübertragungsfunktion keine Pole rechts der imaginären Achse aufweist.

$\rightarrow$  Die Übertragungsfunktion des Kompensationsreglers kann in MATLAB

$$\text{direkt aus } F_w(s) \text{ und } G_s(s) \text{ berechnet werden: } R(s) = \frac{1}{G_s(s)} \frac{F_w(s)}{1 - F_w(s)}$$

Allerdings kürzt MATLAB aus numerischen Gründen identische Pole und Nullstellen nicht vollständig, daher ist es hilfreich sich im Anschluss die gekürzte Übertragungsfunktion von  $G_R(s)$  durch  $R\_gekürzt=minreal(R)$  anzuzeigen. Hierbei erhält man:

$$R(s) = \frac{100}{3} \frac{s^4 + 46,6s^3 + 572,6s^2 + 827s + 300}{s(s+45)(s^2+2s+10)}$$

- c) Nein, mit einem P-Regler lässt sich die Forderung nach stationärer Genauigkeit nicht erreichen (nicht durch WOK, aber z.B. durch Sprungantwort sichtbar).  $\rightarrow$  Regler braucht I-Anteil  $\rightarrow$  Idee: PI-Regler

Achtung: Kompensation des instabilen Streckenpols nicht zulässig!

$\rightarrow$  Wahl der Zeitkonstante durch Aufgabenstellung frei, z.B.  $T_R=0,5$

Durch Variation von  $k_R$  stabilen Bereich ermitteln:  $k_R > 2/3$

Für bessere Dämpfung (siehe z.B. Sprungantwort) ist  $k$  größer als ca. 3 zu wählen

$$\rightarrow \text{Regler (z.B.): } G_R(s) = 3 \frac{1+0,5s}{s}$$