Institut für Technische Mechanik
Prof. Dr.-Ing. habil. A. Fidlin
Prof. Dr.-Ing. C. Proppe
Prof. Dr.-Ing. W. Seemann

Bearbeitungsbögen für die Prüfung im Fach

Einführung in die Technische Mechanik I: Statik und Festigkeitslehre

12. August 2017 Bearbeitungszeit: 75/120 Minuten

Name: . . . .

Vorname: . . . .

Matrikelnummer: . . . .

Hinweise zum Ausfüllen der Bearbeitungsbögen

Die vollständige Rechnung muss auf den nachfolgenden Blättern und mit erkennbarem Lösungsweg durchgeführt werden. Reicht der vorgegebene Platz nicht aus, verwenden Sie bitte die Rückseite des jeweiligen Bogens unter genauer Angabe der jeweiligen Aufgabenteilnummer.
Das Endergebnis jeder Teilaufgabe muss in das eingerahmte Feld am Ende der jeweiligen Aufgabe eingetragen werden. Nur dieses Ergebnis wird auf Korrektheit überprüft und gewertet! Bitte den durch den senkrechten Strich abgeteilten rechten Rand nicht überschreiben!

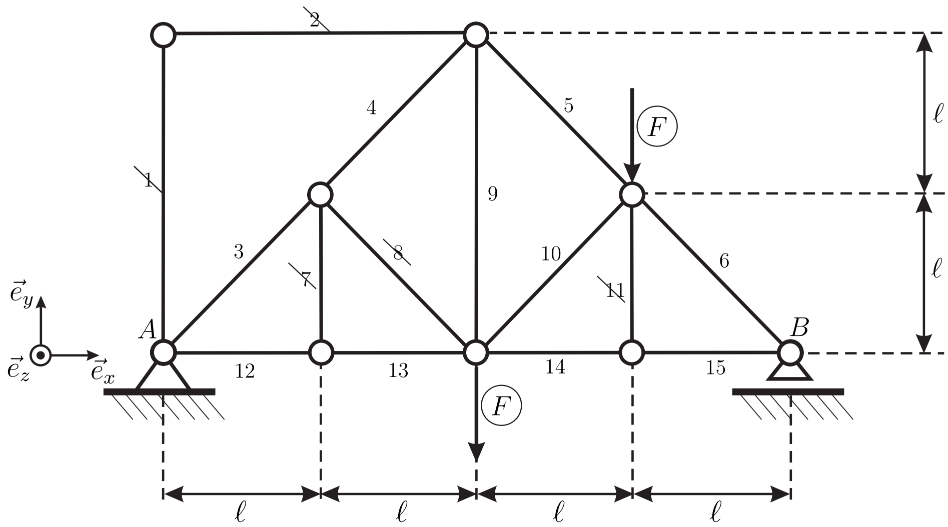
Die Bearbeitungsbögen sind von **1** bis **25** durchnummeriert. Prüfen Sie bitte auf Vollständigkeit!

Punkte:

Aufgabe 1:	Aufgabe 2:
Aufgabe 3:	Aufgabe 4:
Aufgabe 5:	Aufgabe 6:
Aufgabe 7:	Aufgabe 8:
Aufgabe 9:	Aufgabe 10:
Aufgabe 11:	Aufgabe 12:

Aufgabe 1
(3 Punkte)

Gegeben ist das nachfolgende Fachwerk, welches aus 15 Stäben besteht.
Die für die Aufgaben notwendigen Zusammenhänge sind der Skizze zu entnehmen.

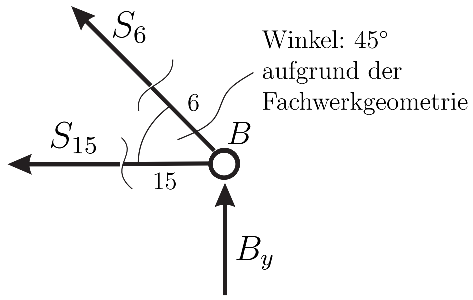


Gegeben: F, ℓ

1.1 Geben Sie alle Nullstäbe des Fachwerks an. (2 Punkte)

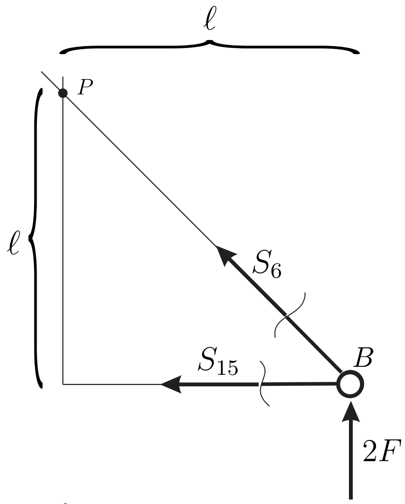
Nullstäbe: 1,2,7,8,11

Für eine andere Belastung des Fachwerks ergibt sich der nachfolgende Freischnitt am Lagerpunkt B, an dem Stab 6 und Stab 15 zusammentreffen.



1.2 Geben Sie die Stabkraft S_{15} in Abhängigkeit von F an, wenn $B_y = 2F$ gilt. (1 Punkt)

Variante 1:



Momentengleichgewicht um P:

$$\Rightarrow 2F\ell - lS_{15} = 0$$
$$\Rightarrow S_{15} = 2F$$

Kräftegleichgewichte

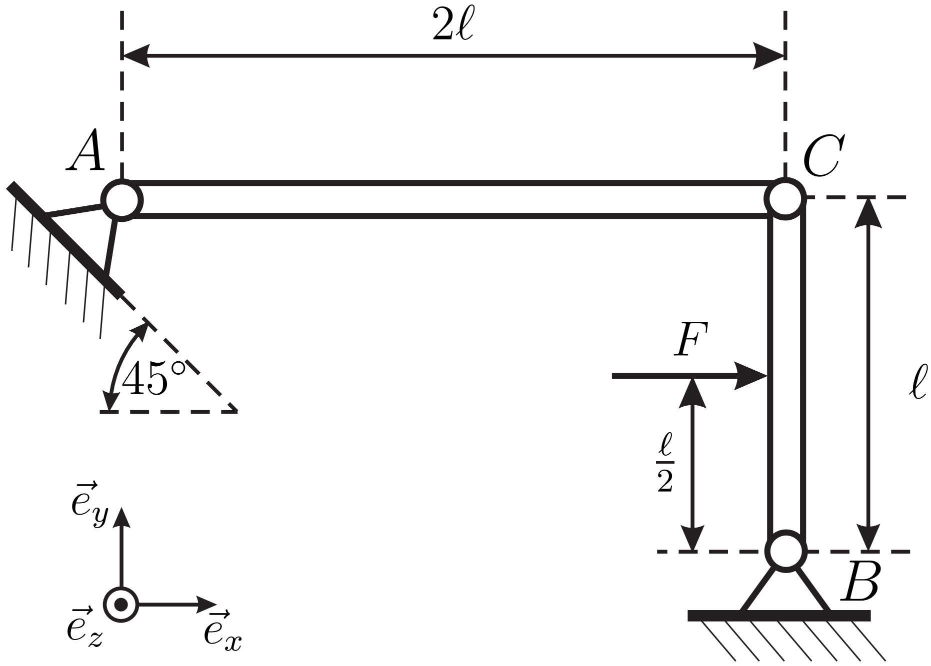
Variante 2:

$$\uparrow: 2F + S_6 \sin(\frac{\pi}{4}) = 0$$
$$\rightarrow: -S_{15} - S_6 \cos(\frac{\pi}{4}) = 0$$
$$\Rightarrow S_{15} = -S_6 \cos(\frac{\pi}{4}) = \frac{2F}{\sin(\frac{\pi}{4})} \cos(\frac{\pi}{4}) = \frac{2F}{\tan(\frac{\pi}{4})} = 2F$$

$S_{15} = 2F$

Aufgabe 2
(4 Punkte)

Gegeben ist das folgende System zweier Stäbe, die über ein Gelenk miteinander verbunden sind. Die notwendigen Zusammenhänge sind der Skizze zu entnehmen.

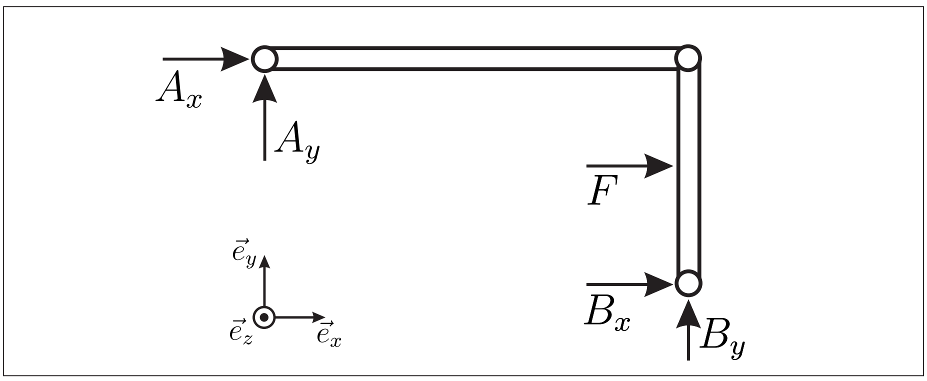


Gegeben: F, ℓ

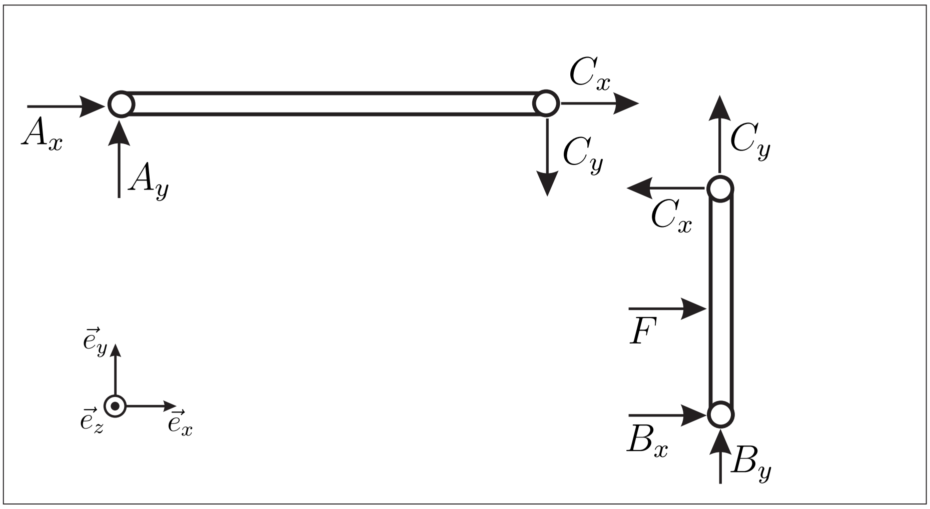
2.1 Ist das gegebene System statisch bestimmt oder statisch unbestimmt? (1 Punkt)

☑ statisch bestimmt	☐ statisch unbestimmt

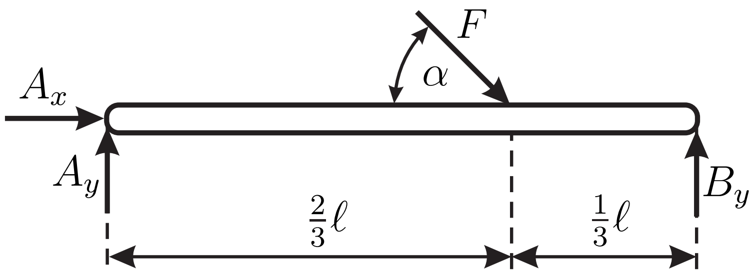
2.2 Schneiden Sie das Gesamtsystem frei und zeichnen Sie alle wirkenden Kräfte und Momente ein. (1 Punkt)



2.3 Schneiden Sie den vertikalen sowie den horizontalen Stab frei und zeichnen Sie alle wirkenden Kräfte und Momente ein. (1 Punkt)



Im Folgenden ist der Freischnitt eines weiteren Systems gegeben.



2.4 Berechnen Sie die Lagerkraft B_y in Abhängigkeit von F, ℓ und α. (1 Punkt)

Momentengleichgewicht um $\stackrel{\frown}{A}$:

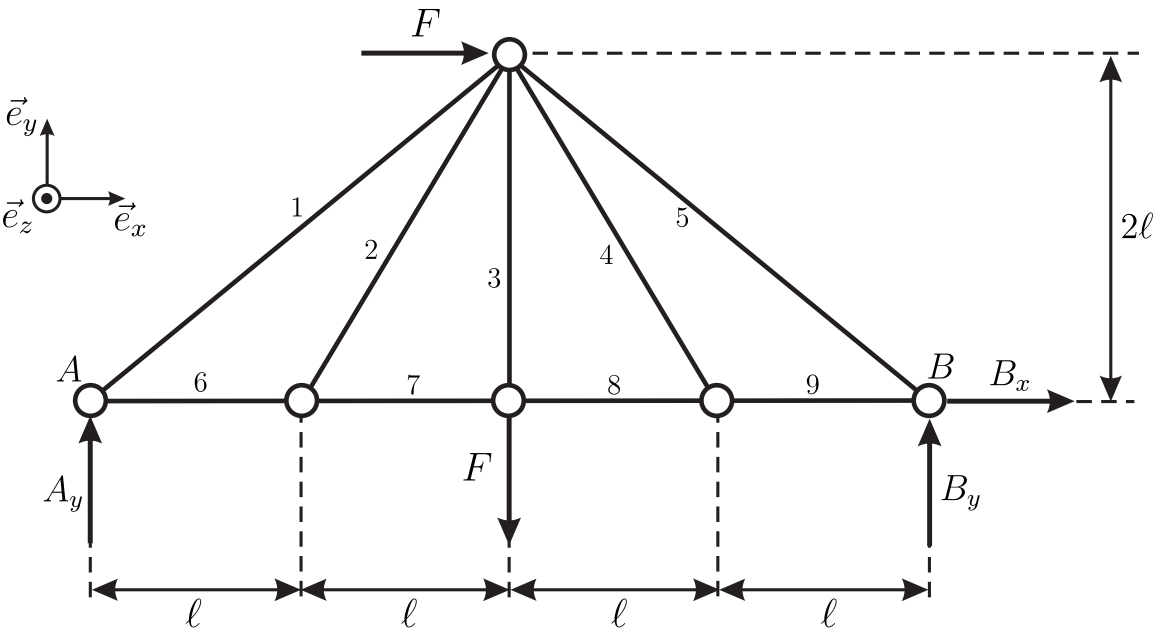
$$\frac{2}{3}\ell \cdot F \sin\alpha - \ell B_y = 0$$

$$B_y = \frac{2}{3} \cdot F \sin\alpha$$

$\boxed{B_y = \frac{2}{3} \cdot F \sin\alpha}$

Aufgabe 3
(3 Punkte)

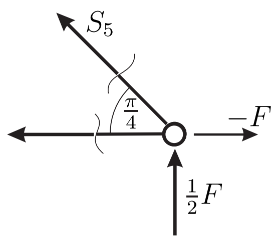
Gegeben ist der folgende Freischnitt eines Fachwerks, welches aus 9 Stäben besteht.



Die Lagerkräfte an den Lagerstellen A und B sind hierbei durch $A_y = \frac{1}{2}F$, $B_x = -F$ und $B_y = \frac{1}{2}F$ gemäß der im Freischnitt angenommenen Richtungen gegeben.

Gegeben: F, ℓ

3.1 Berechnen Sie die Stabkraft S_5 in Stab 5. Nutzen Sie hierbei die Vorzeichenkonvention aus der Vorlesung. (1 Punkt)



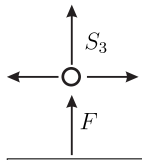
Kräftegleichgewicht vertikal liefert:

$$S_5 \sin(\frac{\pi}{4}) + \frac{1}{2}F = 0$$

$$S_5 = -\frac{1}{2}F\frac{2}{\sqrt{2}}$$

$$\boxed{S_5 = -\frac{1}{2}F\frac{2}{\sqrt{2}} = -\frac{F}{\sqrt{2}}}$$

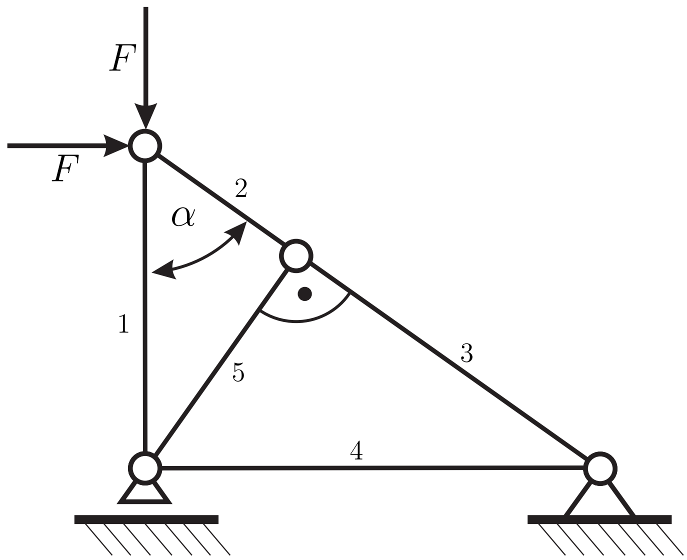
3.2 Wird Stab 3 auf Zug oder auf Druck belastet, wenn $F > 0$ gilt? (1 Punkt)



$\rightarrow S_3 > 0$ für $F > 0$

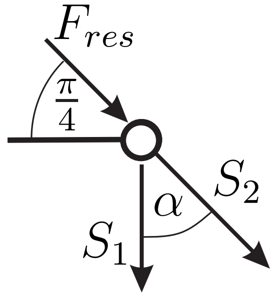
Zug oder Druck in Stab 3: auf Zug (für $F > 0$)

Für die letzte Teilaufgabe soll nun das folgende Fachwerk betrachtet werden:



3.3 Wie muss der Winkel α (mit $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$) gewählt werden, sodass die Belastung von Stab 1 betragsmäßig minimal wird. (1 Punkt)

$$\rightarrow \text{Intuition: } \alpha = \frac{\pi}{4}$$



$$\rightarrow\!: F + S_2 \sin\alpha = 0$$
$$\downarrow\!: F + S_2 \cos\alpha + S_1 = 0$$
$$\Rightarrow S_1 = -F - S_2 \cos\alpha$$
$$= -F + \frac{F}{\sin\alpha}\cos\alpha = F\left(-1 + \frac{1}{\tan\alpha}\right)$$
$$\Rightarrow S_1 \text{ minimal, falls } \tan\alpha = 1$$

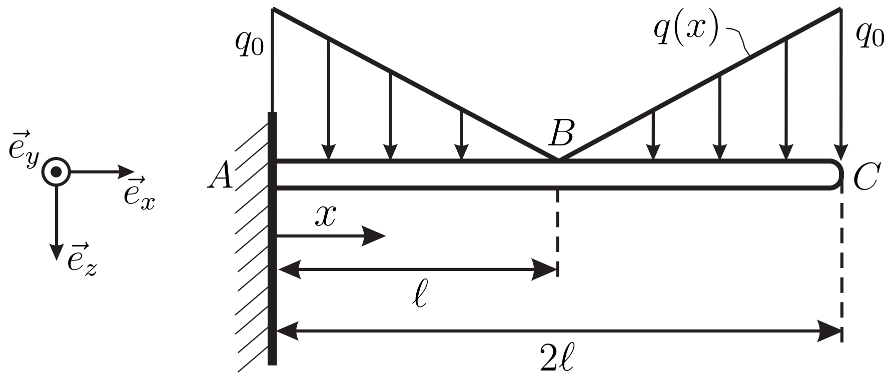
$\alpha = \frac{\pi}{4}$ (da $\tan(\frac{\pi}{4}) = 1$ gilt)

Aufgabe 4
(3 Punkte)

Gegeben ist ein in A fest eingespannter Balken, der durch die stückweise definierte lineare Streckenlast $q(x)$ gemäß

$$q(x) = \begin{cases} \frac{q_0}{\ell}(\ell - x) & 0 \leq x \leq \ell \\ \frac{q_0}{\ell}(-\ell + x) & \ell \leq x \leq 2\ell \end{cases}$$

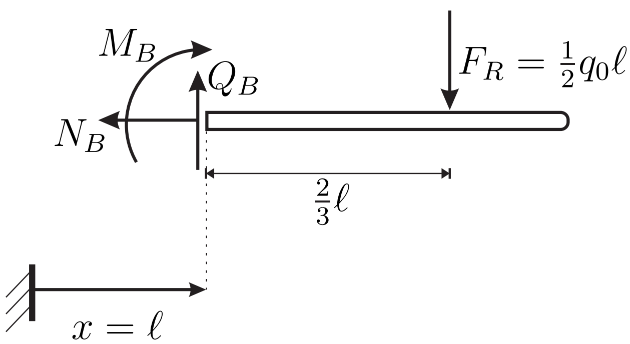
belastet wird. Alle weiteren Zusammenhänge sind der Skizze zu entnehmen.



Gegeben: q_0, ℓ

4.1 Bestimmen Sie den Wert $Q_B = Q(x = \ell)$ der Querkraft an der Stelle $x = \ell$ gemäß Vorzeichenkonvention aus der Vorlesung. (1 Punkt)
Schnitt bei $x = \ell$:

$$\boxed{Q_B = \frac{1}{2} q_0 \ell}$$



4.2 Bestimmen Sie den Wert $M_B = M(x = \ell)$ des Biegemoments an der Stelle $x = \ell$ gemäß der Vorzeichenkonvention aus der Vorlesung. (1 Punkt)

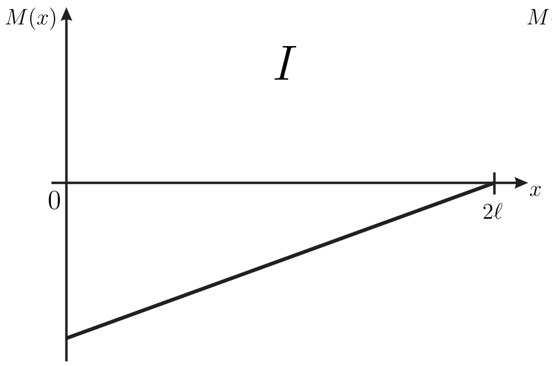
gleicher Schnitt wie bei 4.1

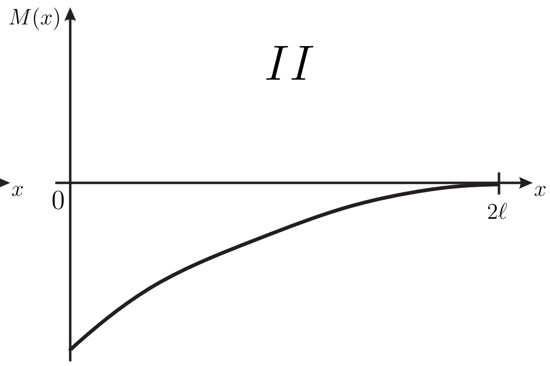
$$\Rightarrow M_B + \frac{2}{3}l\frac{1}{2}q_0\ell = 0$$
$$M_B = -\frac{1}{3}q_o\ell^2$$

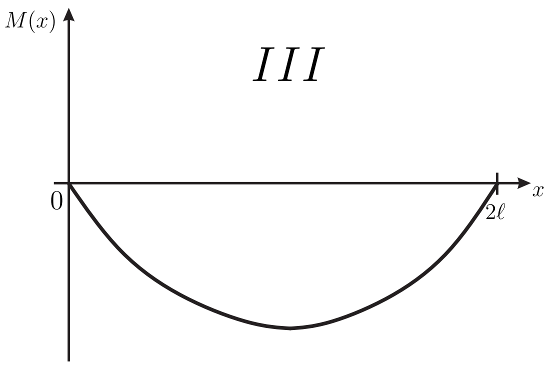
$M_B = -\frac{1}{3}q_0\ell^2$

4.3 Welcher der folgenden qualitativen Biegemomentverläufe I, II oder III passt zu dem gegebenen System? (1 Punkt)

Biegemomentverlauf I, II oder III: **II**

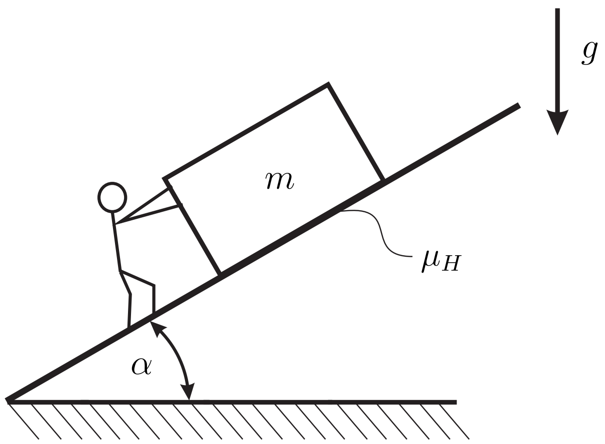




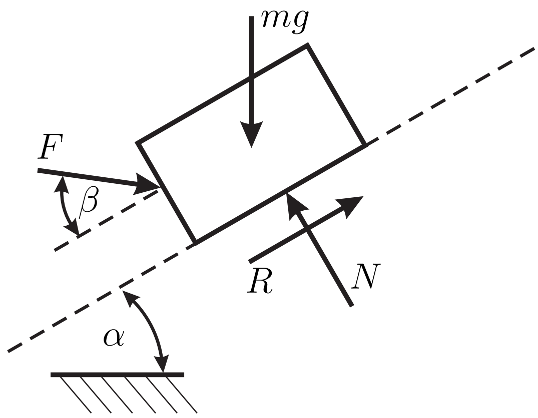


Aufgabe 5
(3 Punkte)

Eine Person hält einen Massenblock der Masse m auf einer schiefen Ebene (Winkel α). Es gilt der Haftreibungskoeffizient μ_H zwischen Block und Ebene.



Die Person übt gemäß gegebenem Freischnitt unter dem Winkel β eine Kraft F auf den Massenblock aus.



Gegeben: m, g, α, β, μ_H

5.1 Geben Sie die Normalkraft N an. (1 Punkt)

Kräftegleichgewicht in Normalenrichtung:

$$N - F\sin\beta - mg\cos\alpha = 0$$

$$\boxed{N = F\sin\beta + mg\cos\beta}$$

5.2 Geben Sie die Haftreibungskraft R an. (1 Punkt)
Hinweis: Das Coulomb'sche Reibgesetz wird hierfür nicht benötigt.

Kräftegleichgewicht in tangentiale Richtung:

$$R + F\cos\beta - mg\sin\alpha = 0$$

$$\boxed{R = -F\cos\beta + mg\sin\alpha}$$

Für bestimmte Werte von α und β sind die Normal- und Haftreibungskraft entsprechend der im Freischnitt eingezeichneten Richtungen wie folgt gegeben:

$$N = \frac{\sqrt{3}}{2}mg\,, \quad R = -F + \frac{1}{2}mg$$

Verwenden Sie diese Zusammenhänge für die nachfolgende Teilaufgabe.

5.3 Ermitteln Sie die maximal zulässige Masse m_{krit}, so dass das System gerade noch in Ruhe bleibt. (1 Punkt)

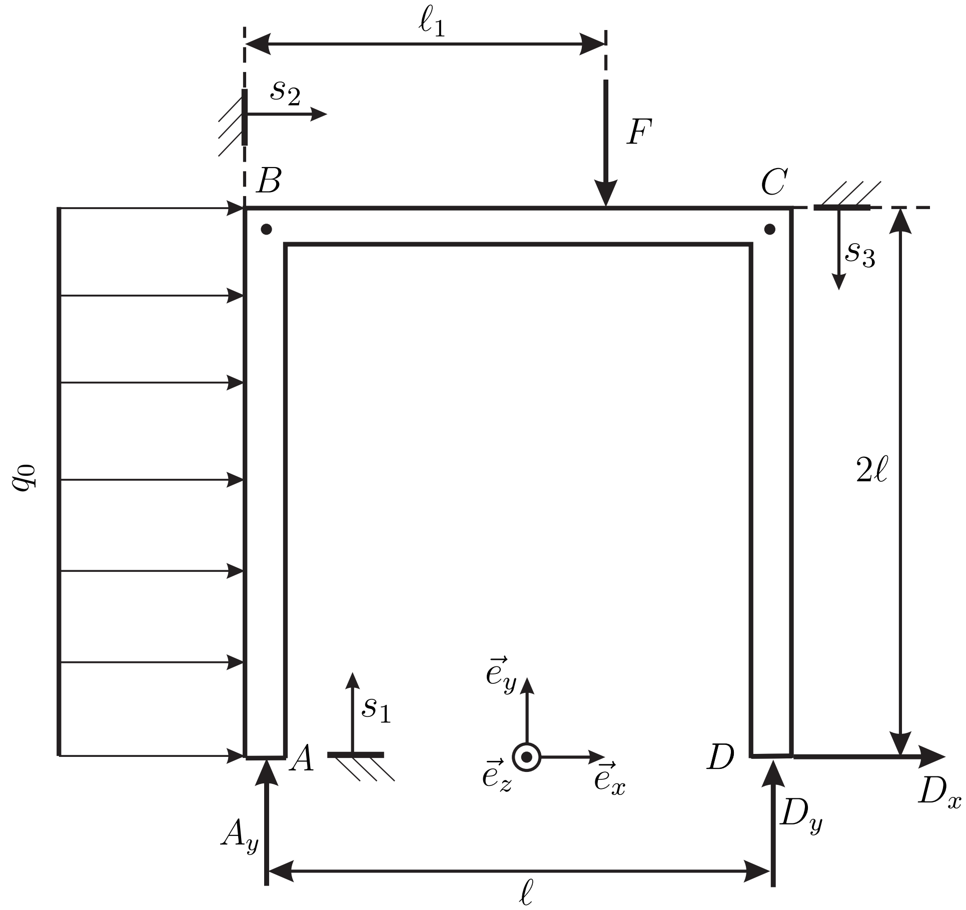
Block rutscht, wenn R die Haftreibungsgrenze überschreitet:

$$\begin{aligned} R &\geq \mu_H N \\ -F + \frac{1}{2}mg &\geq \mu_H \frac{\sqrt{3}}{2}mg \\ mg\left(\frac{1}{2} - \mu_H\frac{\sqrt{3}}{2}\right) &\geq F \\ m &\geq \underbrace{\frac{F}{g}\frac{2}{1-\sqrt{3}\mu_H}}_{=m_{krit}} \end{aligned}$$

$$\boxed{m_{\text{krit}} = \tfrac{F}{g}\tfrac{2}{1-\sqrt{3}\mu_H}}$$

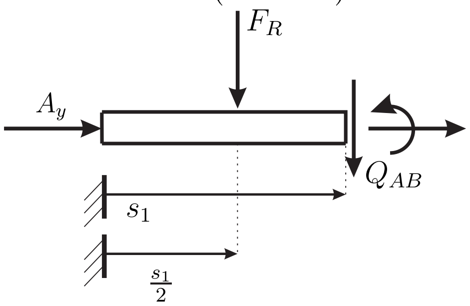
Aufgabe 6
(4 Punkte)

Gegeben ist ein U-förmiger Balken, der durch eine konstante Streckenlast q_0 und eine Einzelkraft F (es gilt: $\ell_1 \in [0, \ell]$) belastet wird.
Die Lagerkräfte in den Punkten A und D sind gemäß der im Freischnitt angenommenenn Richtungen durch $A_y = \frac{\ell - \ell_1}{\ell} F$, $D_x = -2q_0\ell$ und $D_y = \frac{\ell_1}{\ell} F$ gegeben.
Alle weiteren Zusammenhänge sind der Skizze zu entnehmen.



Gegeben: ℓ, $\ell_1 \in [0, \ell]$, q_0, F

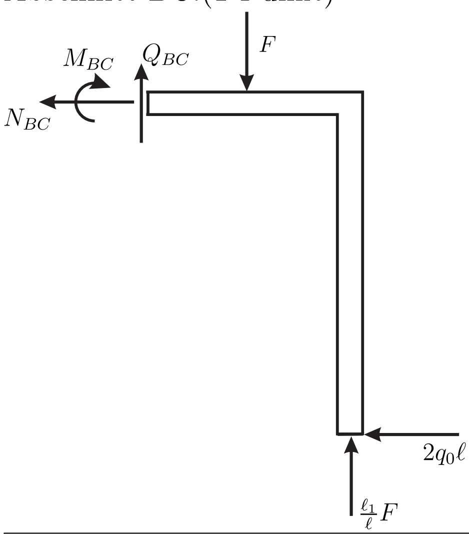
6.1 Bestimmen Sie den Schnittgrößenverlauf für die Querkraft $Q_{\mathrm{AB}}(s_1)$ im Abschnitt AB. (1 Punkt)



$$F_R = q_0 s_1$$
$$\Rightarrow Q_{AB} + F_R = 0$$
$$Q_{AB} = -q_0 s_1$$

$Q_{\mathrm{AB}}(s_1) = -q_0 s_1$

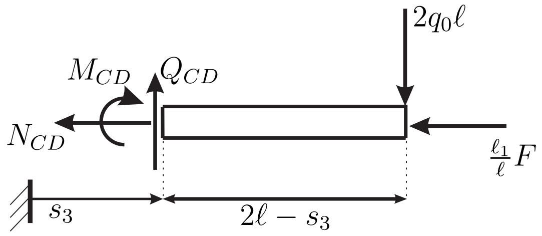
6.2 Bestimmen Sie den Schnittgrößenverlauf für die Normalkraft $N_{\mathrm{BC}}(s_2)$ im Abschnitt BC.(1 Punkt)



$$N_{BC} + 2q_0\ell = 0$$
$$N_{BC} = -2q_0\ell$$

$N_{\mathrm{BC}}(s_2) = -2q_0\ell$

6.3 Bestimmen Sie den Schnittgrößenverlauf für das Biegemoment $M_{\mathrm{CD}}(s_3)$ im Abschnitt CD.(1 Punkt)



$$M_{CD} + (2\ell - s_3) \cdot 2q_0\ell = 0$$

$M_{\mathrm{CD}}(s_3) = (s_3 - 2\ell) \cdot 2q_0\ell$

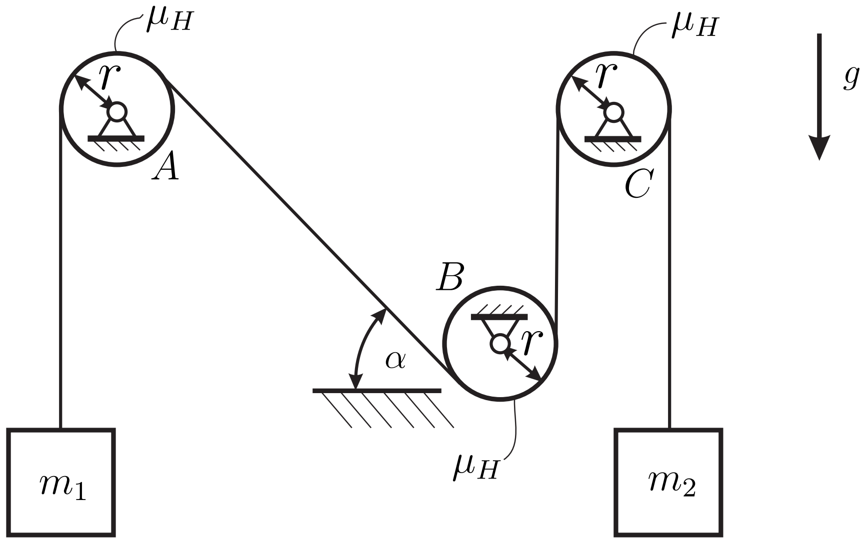
6.4 Wie muss ℓ_1 gewählt werden, damit die Normalkraft $N_{\mathrm{CD}}(s_2 = \ell)$ in der Mitte des Abschnitts CD betragsmäßig möglichst groß wird? (1 Punkt)

Aus Freischnitt 6.3 lässt sich ableiten $N_{CD} = -\frac{\ell_1}{\ell}F$
$|N_{CD}|$ maximal für $\ell_1 = \ell$
Achtung: $\ell_1 \in [0, \ell]$

$\ell_1 = \ell$

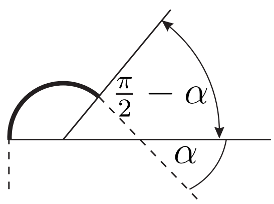
Aufgabe 7
(3 Punkte)

Gegeben ist das folgende System aus drei Rollen mit jeweiligem Radius r, auf denen ein undehnbares Seil verläuft. An den Enden des Seils sind gemäß Skizze die Massen m_1 und m_2 angebracht.
Für alle Rollen gilt der gleiche Reibungskoeffizient μ_H.



Gegeben: r, m_1, m_2, g, μ_H

7.1 Wie groß sind die einzelnen Umschlingungswinkel des Seils auf den Rollen A, B und C? (1 Punkt)



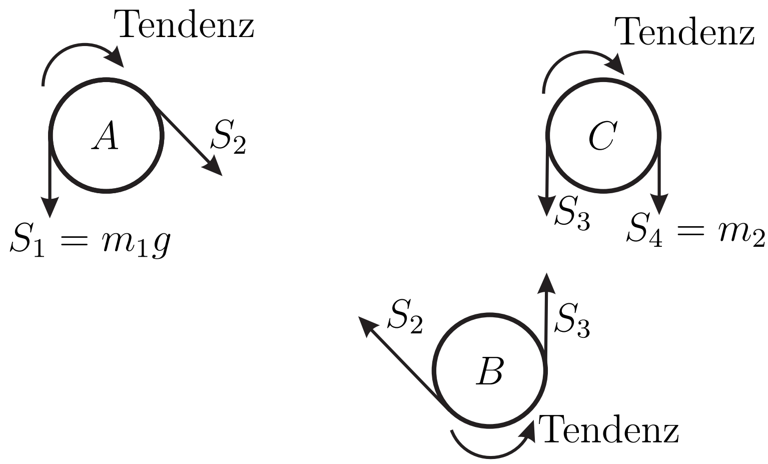
A: $\alpha_A = \pi - \left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \frac{\pi}{2} + \alpha$
B: $\alpha_B = \alpha_A = \frac{\pi}{2} + \alpha$
C: $\alpha_C = \pi$

Winkel für Rolle A: $\frac{\pi}{2} + \alpha$

Winkel für Rolle B: $\frac{\pi}{2} + \alpha$

Winkel für Rolle C: π

7.2 Bestimmen Sie das minimale Massenverhältnis $\frac{m_2}{m_1}$, bei dem die Masse m_2 gerade beginnt, sich vertikal nach unten zu bewegen.
(2 Punkte)



$\rightarrow$ Haften noch möglich für:

$S_4 \leq S_3 e^{\mu_H \alpha_C} \leq (S_2 e^{\mu_H \alpha_B}) e^{\mu_H \alpha_C} \leq ((S_1 e^{\mu_H \alpha_A}) e^{\mu_H \alpha_B}) e^{\mu_H \alpha_C}$

$\Rightarrow S_4 \leq S_1 e^{\mu_H (\alpha_A + \alpha_B + \alpha_C)} = S_1 e^{2\mu_H (\pi + \alpha)}$

$\rightarrow$ Grenzfall für einsetzende Bewegung:

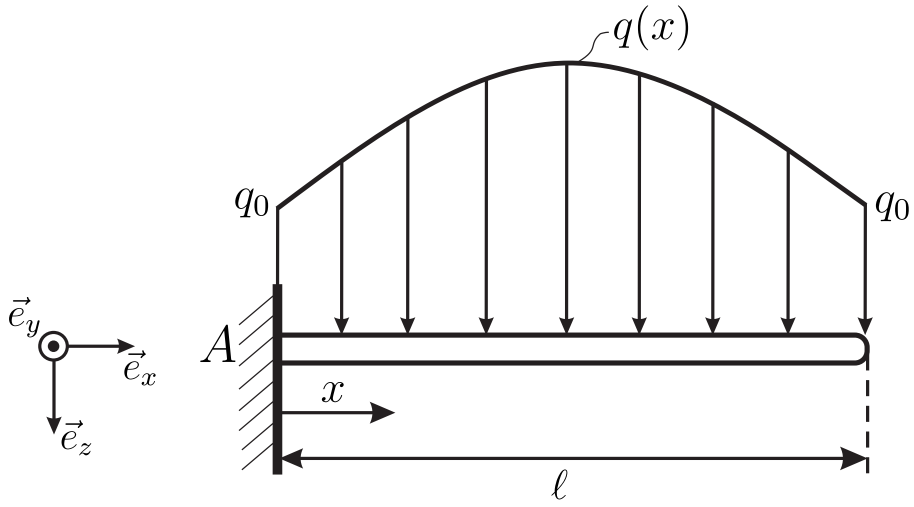
$m_2 g = m1_g e^{2\mu_H (\pi + \alpha)}$

$$\frac{m_2}{m_1} = e^{2\mu_H (\pi + \alpha)}$$

$$\boxed{\frac{m_2}{m_1} = e^{2\mu_H (\pi + \alpha)}}$$

Aufgabe 8
(3 Punkte)

Gegeben ist ein in A fest eingespannter Balken, auf den die symmetrische Streckenlast $q(x) = -4q_0\left(\frac{x}{\ell} - \frac{1}{2}\right)^2 + 2q_0$ wirkt.



Gegeben: q_0, ℓ

8.1 Bestimmen Sie den Wert F_R der zur Wirkung der Streckenlast $q(x)$ äquivalenten Kraft. (1 Punkt)

F_R entspricht dem Integral

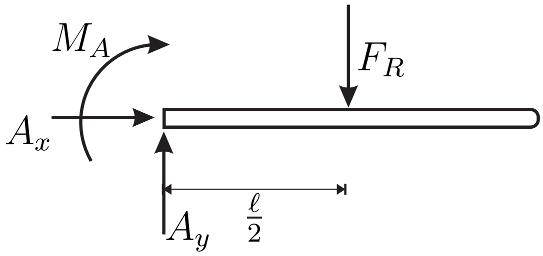
$$F_R = \int_0^\ell q(x)\mathrm{d}x = \left[-\frac{4}{3}q_0\ell\left(\frac{x}{\ell} - \frac{1}{2}\right)^3 + 2q_0x\right]_0^\ell$$
$$= -\frac{4}{3}q_0\ell\left(1 - \frac{1}{2}\right)^3 + 2q_0\ell + \frac{4}{3}q_0\ell\left(-\frac{1}{2}\right)^3$$
$$= -\frac{4}{3}q_0\ell\frac{1}{8} + 2q_0\ell - \frac{4}{3}q_0\ell\frac{1}{8}$$
$$= 2q_0\ell - \frac{1}{3}q_0\ell = \frac{5}{3}q_0\ell$$

$F_R = \frac{5}{3}q_0\ell$

Der Wert F_R der äquivalenten Kraft ist nun als gegeben anzunehmen. Ergebnisse aus den vorherigen Aufgaben müssen nicht eingesetzt werden.

8.2 Bestimmen Sie die Lagerkräfte A_x, A_y sowie das Lagermoment M_A der festen Einspannung in Abhängigkeit von F_R und ℓ. (2 Punkte)

äquivalentes System:



Angriffspunkt von F_R aufgrund von Symmetrie mittig bei $\frac{\ell}{2}$

$$\Rightarrow A_y = F_R$$
$$A_x = 0$$
$$M_A = -\frac{\ell}{2}F_R$$

$A_x = 0$

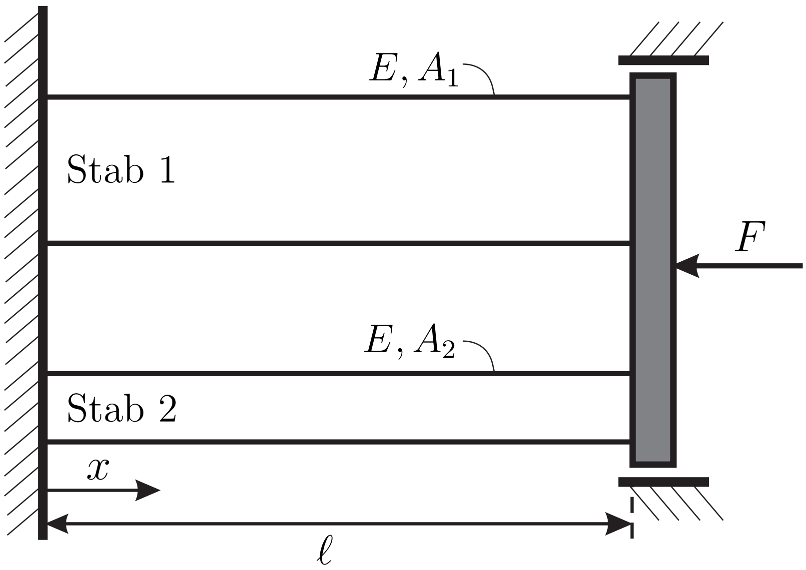
$A_y = F_R$

$M_A = -\frac{\ell}{2}F_R$

Aufgabe 9
(4 Punkte)

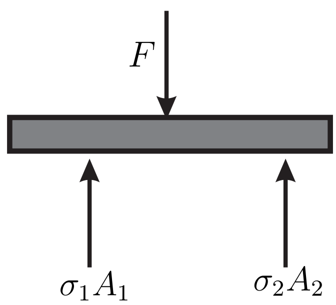
Im Folgenden soll ein System aus linear elastischen Stäben (Stab 1 und Stab 2) mit jeweils gleichem Elastizitätsmodul E betrachtet werden.
Die Querschnittsflächen sind durch A_1 für Stab 1 und durch A_2 für Stab 2 gegeben.
Beide Stäbe haben im unverformten Zustand die gleiche Länge ℓ und sind auf der linken Seite bei $x = 0$ fest eingespannt.
Auf der rechten Seite wirkt gemäß Skizze über eine starre Platte eine Kraft F auf die beiden Stäbe. Die Platte ist hierbei horizontal geführt, sodass die Verschiebungen der beiden Stabenden gleich sind.
Daraus ergeben sich die gleichen, über die Länge konstanten Normalspannungen σ_1 bzw. σ_2 für Stab 1 und Stab 2:

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \text{konst.}$$



Gegeben: E, A_1, A_2, ℓ, F

9.1 Bestimmen Sie die konstanten Normalspannungen σ_1 bzw. σ_2 in den beiden Stäben in Abhängigkeit von F, A_1 und A_2. (2 Punkte)
<u>Freischnitt Platte</u>:



Kräftegleichgewicht

$$\sigma_1 A_1 + \sigma_2 A_2 = F$$

mit $\sigma_1 = \sigma_2$ folgt:

$$\sigma_1 = \frac{F}{A_1 + A_2}$$

$\sigma_1 = \sigma_2 = \frac{F}{A_1+A_2}$

9.2 Bestimmen Sie mit Hilfe des Hooke'schen Gesetzes die sich einstellenden Verschiebungen $u_1(x)$ und $u_2(x)$ für Stab 1 und Stab 2. Die Ergebnisse sind in Abhängigkeit von A_1, A_2, F und ℓ anzugeben. (2 Punkte)

$$\begin{aligned}
\varepsilon_1 &= \frac{\mathrm{d}u_1}{\mathrm{d}x} = \frac{\sigma_1}{E} = \frac{F}{E(A_1 + A_2)} \\
\varepsilon_2 &= \frac{\mathrm{d}u_2}{\mathrm{d}x} = \frac{\sigma_2}{E} = \frac{F}{E(A_1 + A_2)} \\
u_1 &= \frac{F}{E(A_1 + A_2)} x + C_1,\ C_1 = 0 (u_1(0) = 0) \\
u_2 &= \frac{F}{E(A_1 + A_2)} x + C_2,\ C_2 = 0 (u_2(0) = 0)
\end{aligned}$$

Damit ergibt sich:

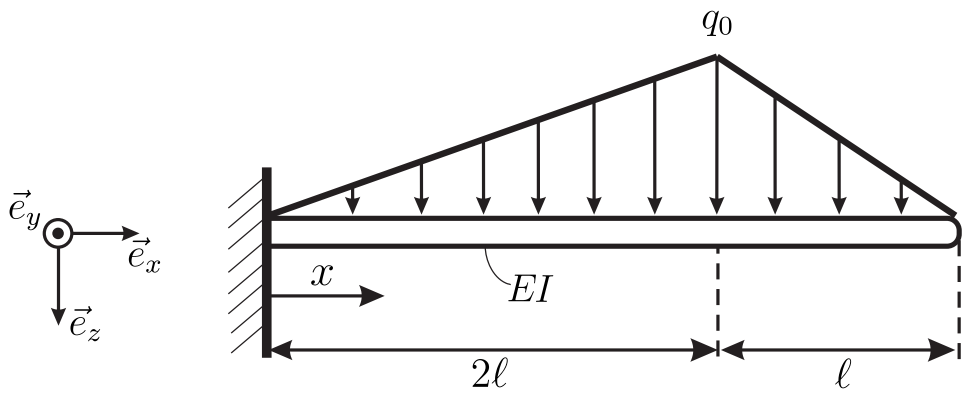
$$u_1 = u_2 = \frac{F}{E(A_1 + A_2)} x$$

$u_1(x) = \frac{F}{E(A_1+A_2)} x$

$u_2(x) = u_1(x)$

Aufgabe 10
(7 Punkte)

Es soll der dargestellte Biegebalken mit der Biegesteifigkeit $EI =$ konst. betrachtet werden.



Der Biegemomentverlauf ergibt sich für die dargestellte Belastung durch die Streckenlast wie folgt:

$$M(x) = \begin{cases} -\frac{1}{12} q_0 \ell^2 \left(\frac{x^3}{\ell^3} - 18\frac{x}{\ell} + 30 \right) & x \in [0, 2\ell) \\ \frac{1}{6} q_0 \ell^2 \left(\frac{x}{\ell} - 3 \right)^3 & x \in [2\ell, 3\ell] \end{cases}$$

Entsprechend wird auch die Biegelinie stückweise definiert:

$$w(x) = \begin{cases} w_1(x) & x \in [0, 2\ell) \\ w_2(x) & x \in [2\ell, 3\ell] \end{cases}$$

Alle weiteren Zusammenhänge sind der Aufgabenskizze zu entnehmen.

Gegeben: $EI =$ konst., ℓ, q_0

10.1 Geben Sie alle zur Berechnung der Biegelinie $w(x)$ notwendigen Rand- und Übergangsbedingungen an. (1 Punkte)

Rand-/Übergangsbedingungen:

$$w_1(0) = w_1'(0) = 0$$

$$w_1(2\ell) = w_2(2\ell); \; w_1'(2\ell) = w_2'(2\ell)$$

10.2 Bestimmen Sie die Biegelinie $w(x)$ für $x \in [0, 3\ell]$ (6 Punkte).

$$w_1'(x) = \int -\frac{M(x)}{EI}\mathrm{d}x$$

$x \in [0, 2\ell]$:

$$= \frac{1}{12}\frac{q_0\ell^2}{EI}\left(\frac{1}{4}\frac{x^4}{\ell^3} - 9\frac{x^2}{\ell} + 30x + \underbrace{C_1}_{=0, w_1'(0)=0}\right)$$

$$w_1(x) = ... = \frac{1}{12}\frac{q_0\ell^2}{EI}\left(\frac{1}{20}\frac{x^5}{\ell^3} - 3\frac{x^3}{\ell} + 15x^2 + \underbrace{C_2}_{=0, w_1(0)=0}\right)$$

$x \in [2\ell, 3\ell]$:

$$w_2'(x) = ... = -\frac{1}{6}\frac{q_0\ell^2}{EI}\left(\frac{1}{4}\ell(\frac{x}{\ell} - 3)^4 + C_3\right)$$

$$w_1(x) = ... = -\frac{1}{6}\frac{q_0\ell^2}{EI}\left(\frac{1}{20}\ell^2(\frac{x}{\ell} - 3)^5 + C_3x + C_4\right)$$

Bestimmung von C_3 und C_4 aus Übergangsbedingungen:

$$w_1(2\ell) = \frac{47}{15}\frac{q_0\ell^4}{EI}$$

$$w_1'(2\ell) = \frac{7}{3}\frac{q_0\ell^3}{EI}$$

$$w_2(2\ell) = \frac{q_0\ell^4}{EI}\left(\frac{1}{120} - \frac{1}{3}\frac{C_3}{\ell} - \frac{1}{6}\frac{C_4}{\ell^2}\right) \overset{!}{=} w_1(2\ell)$$

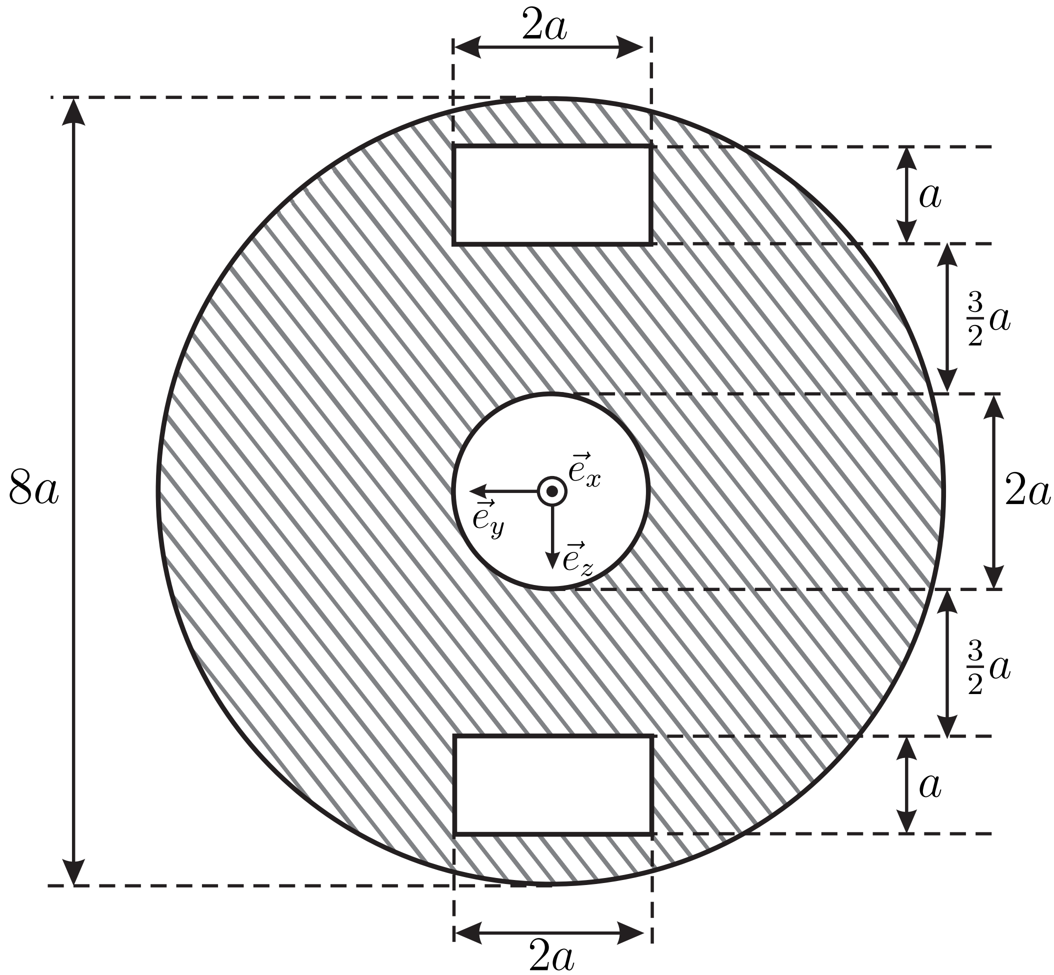
$$w_2'(2\ell) = \frac{q_0\ell^3}{EI}\left(-\frac{1}{24} - \frac{1}{6}\frac{C_3}{\ell}\right) \overset{!}{=} w_1'(2\ell)$$

$$\Longrightarrow C_3 = -\frac{57}{4}\ell; C_4 = \frac{39}{4}\ell^2$$

$$\boxed{w(x) = \begin{cases} \frac{1}{12}\frac{q_0\ell^2}{EI}\left(\frac{1}{20}\frac{x^5}{\ell^3} - 3\frac{x^3}{\ell} + 15x^2\right) & x \in [0, 2\ell] \\ -\frac{1}{6}\frac{q_0\ell^2}{EI}\left(\frac{\ell^2}{20}(\frac{x}{\ell} - 3)^5 - \frac{57}{4}x\ell + \frac{39}{4}\ell^2\right) & x \in [2\ell, 3\ell] \end{cases}}$$

Aufgabe 11
(5 Punkte)

Gegeben ist der nachfolgende, symmetrisch aufgebaute Balkenquerschnitt.
Alle geometrischen Zusammenhänge sind der Aufgabenskizze zu entnehmen.



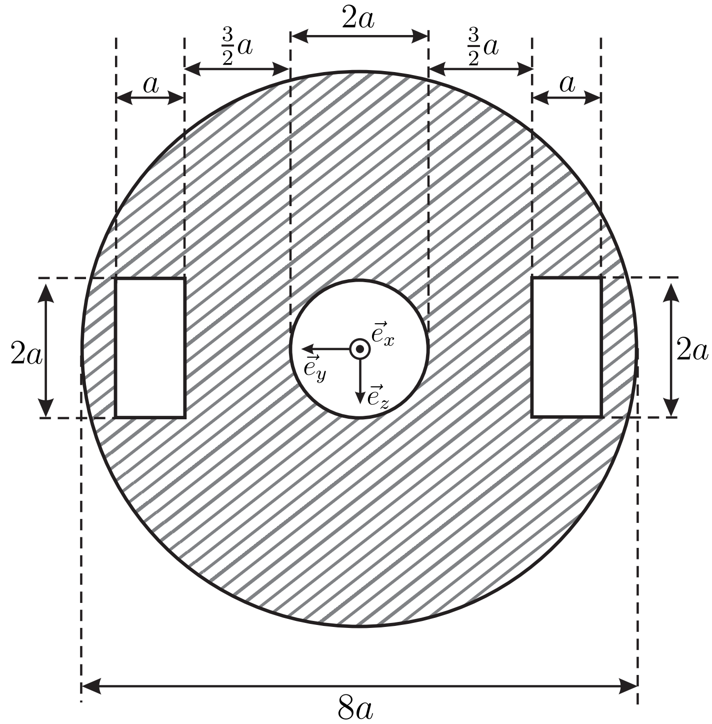
Gegeben: a

11.1 Berechnen Sie das Flächenmoment I_y bzgl. des Flächenmittelpunkts.
(4 Punkte)

$$I^{(0)}_{y,Kreisring} = \frac{\pi}{4}\left((4a)^4 - a^4\right) = \frac{\pi}{4}255a^4 = \pi\frac{255}{4}a^4$$
$$I_{y,Rechteck} = \frac{1}{12}(2a)a^3 = \frac{1}{6}a^4$$
$$I^{(0)}_{y,Rechteck} = \frac{1}{6}a^4 + z_S^2 A = \frac{1}{6}a^4(3a)^2 2a^2 = \frac{1}{6}a^4 + 18a^4 = \frac{109}{6}a^4$$
$$I^{(0)}_{y,res} = \frac{255}{4}\pi a^4 - 2\frac{109}{6}a^4 = a^4\left(\frac{255}{4}\pi - \frac{109}{3}\right)$$

$$\boxed{I_y = a^4\left(\tfrac{255}{4}\pi - \tfrac{109}{3}\right)}$$

11.2 Geben Sie das Flächenmoment I_z bzgl. des Flächenmittelpunkts für das um 90 Grad gedrehte Profil (vgl. nachfolgende Abbildung) an. (1 Punkt)



gleicher Wert, wie bei I_y im umgedrehten Profil!

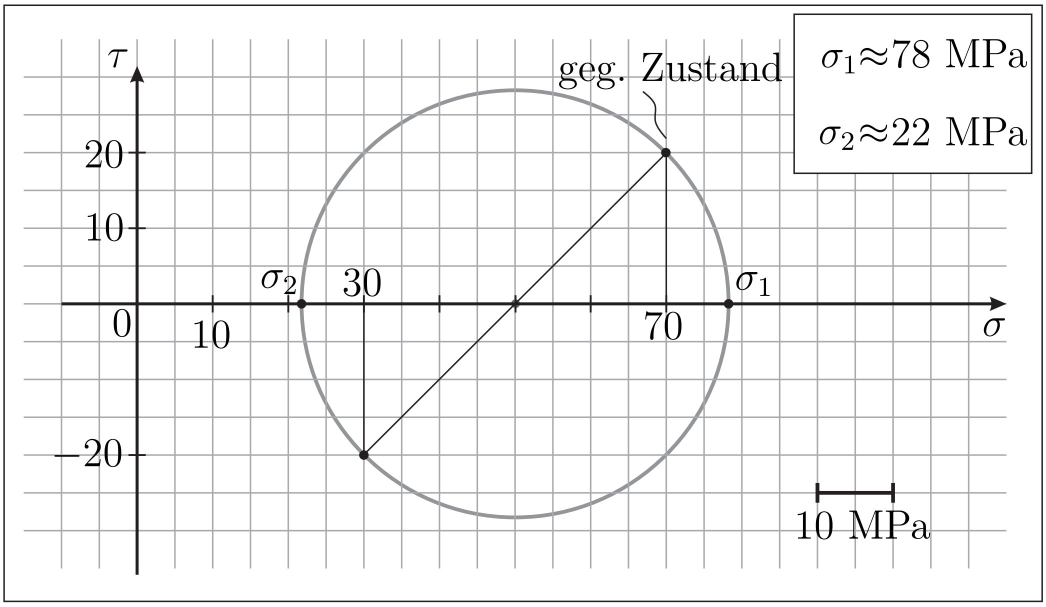
$I_z = I_y$ (aus 11.2)

Aufgabe 12
(2 Punkte)

Für einen ebenen Spannungszustand sind die folgenden Spannungen gegeben:

$$\sigma_x = 70\,\text{MPa}, \quad \sigma_y = 30\,\text{MPa}, \quad \tau_{xy} = 20\text{MPa}.$$

Alle Lösungen der Teilaufgaben sind in der nachfolgenden Skizze einzutragen.



12.1 Wählen Sie unter Berücksichtigung der gegebenen Spannungswerte einen geeigneten Maßstab und ergänzen Sie das Diagramm mit einer entsprechenden Achsenskalierung. Führen Sie dazu eine geeignete Achsenbeschriftung ein und kennzeichnen Sie den vorgegebenen Spannungszustand. (1 Punkt)

12.2 Lesen Sie aus dem vervollständigten Diagramm näherungsweise die beiden Hauptspannungen σ_1 und σ_2 in MPa ab. (1 Punkt)