



6. Übung Wahrscheinlichkeitstheorie (Wintersemester 2010/11)

Aufgabe 30

Im Werk einer Fahrradfabrik werden verschiedene Präzisionsmetallteile hergestellt. Während einer Schicht werden 5000 Stück eines Typs A hergestellt. Bei der Qualitätskontrolle werden 3% dieser Teile als defekt klassifiziert und aussortiert.

- Berechnen sie näherungsweise die Wahrscheinlichkeit dafür, dass während einer Schicht zwischen 125 und 180 Teile aussortiert werden?
- Die aussortierten Teile werden nach Schichtende zur Wiederverwertung in einem Kessel auf einmal eingeschmolzen. Wie viele Teile muss der Kessel fassen, damit er mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,98 nicht überfüllt ist?

Aufgabe 31

Die Rechnungsbeträge in einem Fast-Food Restaurant sind unabhängige identisch verteilte Zufallsvariablen X_n mit dem Erwartungswert $E\{X_n\} = 4$ Euro und der Standardabweichung $D\{X_n\} = 1$ Euro.

- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die ersten 100 Kunden an einem Tag zusammen mehr als 420 Euro ausgeben?
- Mit welcher Wahrscheinlichkeit geben die ersten 100 Kunden zusammen zwischen 390 Euro und 410 Euro aus?

Aufgabe 32

Gegeben ist ein mittelwertfreier komplexwertiger stochastischer Prozess $Z(t) = X(t) + jY(t)$. Man zeige, dass folgende Aussagen äquivalent sind:

- Die Komponentenprozesse $X(t)$ und $Y(t)$ sind gemeinsam stationär.
- Für die AKF von Z gilt $\varphi_{ZZ^*}(t_1, t_2) = \varphi_{ZZ^*}(t_1 - t_2)$.

Aufgabe 33

$X(n)$ sei ein mittelwertfreier, zeitdiskreter stationärer Zufallsprozess mit der mittleren Leistung $\varphi_{XX}(0) = \sigma_x^2$, dessen Werte für $n \neq k$ unkorreliert sind.

- Berechnen Sie $\varphi_{XX}(m)$.
- Berechnen Sie die AKF $\varphi_{YY}(m)$ von

$$Y(n) = \frac{X(n) - X(n-1)}{2}.$$

- Zeichnen Sie φ_{XX} und φ_{YY} in dasselbe Koordinatensystem.

Aufgabe 34

Gegeben sind zwei stochastische Prozesse

$$x(\xi, t) = 1 + \sin(2\pi f_0 t + \Psi_1(\xi))$$

und

$$y(\xi, t) = 1 + \cos(2\pi f_0 t + \Psi_2(\xi))$$

Die Zufallsvariablen $\Psi_1(\xi)$ und $\Psi_2(\xi)$ haben folgende Dichten:

$$f_{\Psi_i}(\Psi_i) = \begin{cases} \frac{1}{2\pi} & \text{für } -\pi \leq \Psi_i < \pi, \quad i = 1, 2 \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

- Man bestimme $\Phi_{XY}(f)$ für den Fall: $\Psi_1(\xi)$ und $\Psi_2(\xi)$ unabhängig
- Man bestimme $\Phi_{XY}(f)$ für den Fall: $\Psi_1(\xi) = \Psi_2(\xi) = \Psi(\xi)$

Übungstermine: 08.11.10, 22.11.10, 06.12.10, 20.12.10, 10.01.11, **24.01.11**, 07.02.11