

7. Übung Wahrscheinlichkeitstheorie (Wintersemester 2010/11)

Aufgabe 35

Die Außentemperatur $T(t)$ kann durch folgenden stochastischen Prozess beschrieben werden:

$$T(t) = -10 \cdot X(t) \cos\left(\frac{2\pi}{360 \text{ Tage}} t\right) + 0,2Y(t)$$

wobei $-\cos(\cdot)$ den Einfluss der Jahreszeiten beschreibt. $X(t)$ und $Y(t)$ sind unkorrelierte weiße gaußsche Prozesse, die die ganzen unvorhersehbaren Einflüsse erfassen. Es gilt $\Phi_{XX}(f) = 4$ und $\Phi_{YY}(f) = 2$ für alle f .

- Geben Sie die AKF von $T(t)$ an, die als Maß der Unabhängigkeit von der Temperatur zweier verschiedener Zeitpunkte dienen kann.
- Ist $T(t)$ (schwach) stationär?

Aufgabe 36

Gegeben sei eine homogene Markoffkette mit dem in Abbildung 1 dargestellten Übergangsgraphen. Der Anfangszustand zum Zeitpunkt $t = 0$ sei 1.

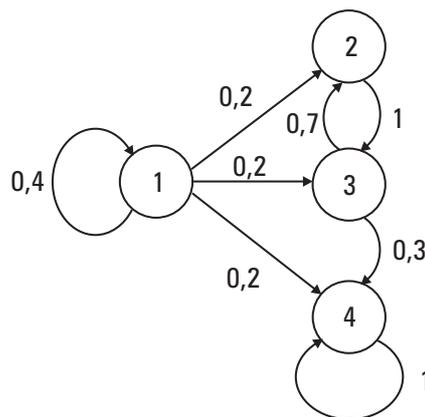


Abbildung 1: Übergangsgraph.

- Man stelle die Übergangsmatrix \underline{P} auf.
- Man berechne die Wahrscheinlichkeit der einzelnen Zustände nach einem und nach zwei Schritten.
- Wie groß ist die mittlere Dauer bis zur Absorption in Zustand 4?

Aufgabe 37

Betrachtet wird folgendes Würfelspiel: Es wird mit einem Würfel gewürfelt und die geworfenen Augenzahlen werden fortlaufend addiert. Der verwendete Würfel zeigt auf drei Seiten die 1, auf zwei Seiten die 2 und auf einer Seite die 3. Das Spiel ist beendet, sobald eine Summe von 4 erreicht oder überschritten wird.

- Zeichnen Sie den Übergangsgraphen des Spieles, das als homogene Markoffkette modelliert werden kann. Leiten Sie daraus die Übergangsmatrix \underline{P} ab.
- Berechnen Sie die durchschnittliche Spieldauer des Spieles (diese entspricht der mittleren Absorptionsdauer der Markoffkette).

Aufgabe 38

Gegeben sei folgender Übergangsgraph einer homogenen Markoffkette. Der Anfangszustand zum Zeitpunkt $t = 0$ ist 1.

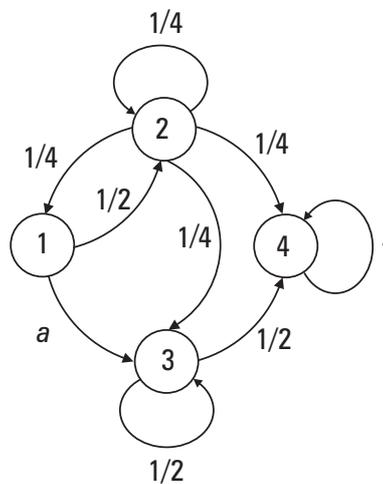


Abbildung 2: Übergangsgraph.

- Man gebe die Übergangsmatrix \underline{P} an. Welcher Wert muss für a gesetzt werden?
- Welcher Zustand ist nach drei Schritten ($t = 3$) am wahrscheinlichsten?
- Wie groß ist die mittlere Dauer bis zur Absorption in 4?

Übungstermine: 08.11.10, 22.11.10, 06.12.10, 20.12.10, 10.01.11, 24.01.11, **07.02.11**