4. Übung Wahrscheinlichkeitstheorie

(Wintersemester 2011/12)

Aufgabe 17

Eine CPU funktioniert mit einer Wahrscheinlichkeit von $P_{CPU} = 10^{-2}$ innerhalb der Garantiezeit nicht mehr. Ein Händler möchte nun berechnen, wie groß die Wahrscheinlichkeit P_{defekt} ist, dass er von seinen 200 verkauften CPUs höchstens 2 zurücknehmen muss.

a) Was für eine Wahrscheinlichkeitsverteilung liegt vor? Begründung!

b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit P_{defekt}?

c) Gibt es eine Verteilung, die das Problem approximiert? Wenn ja, welche? Begründung! Wie groß ist der Approximationsfehler?

Aufgabe 18

Ein Satellit sendet einen Symbolstrom aus. Jedes Symbol dieser Aussendung wird durch eine Normalverteilte Störung $\mathcal{N}(0;0{,}2)$ beeinträchtigt. Ein Symbol der Aussendung kann korrekt empfangen werden, so lange der Betrag der Störung unter 0,5 liegt.

a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, ein Symbol korrekt zu empfangen?

b) Die Störung ist jetzt nicht mehr mittelwertfrei, sondern hat (bei unveränderter Standardabweichung) einen Mittelwert von $\mu = 0{,}1$. Wie groß ist jetzt die Wahrscheinlichkeit, das Symbol korrekt zu empfangen?

Aufgabe 19

In einem Produktionsprozess werden Ladegeräte für Mobiltelefone hergestellt. Bevor die Ladegeräte mit den Mobiltelefonen zusammen verpackt werden, wird die Ladespannung von jedem Ladegerät einmal gemessen. Die Messwerte der Ladespannungen der verschiedenen Ladegeräte genüge näherungsweise einer normalverteilten Zufallsvariablen mit $\mu = 4{,}5$ Volt und $\sigma = 0{,}07$ Volt. Alle Ladegeräte, bei denen die Messung um mehr als 5 % vom Sollwert $\mu_{SW} = 4{,}5$ Volt abweicht, sollen aussortiert werden.

a) Wieviel Prozent der Ladegeräte werden aussortiert?

b) Der Hersteller möchte seinen Produktionsprozess so verbessern, dass nur noch halb soviele Ladegeräte wie in a) aussortiert werden. Auf welchen Wert müsste er dazu σ senken?

c) Durch einen Produktionsfehler verschiebt sich der Mittelwert μ auf 4,6 Volt (σ ist 0,07 Volt). Wie groß ist jetzt der Prozentsatz, der aussortiert wird?

Aufgabe 20

Ein Fischer steht am Rheinufer und zählt die vorbeischwimmende Flaschenpost. Die Zufallsgröße X gebe die (zufällige) Zeitdifferenz an, die zwischen der Ankunft der einzelnen Flaschen verstreicht. Es liegen 80 (auf ganze Tage aufgerundete) Beobachtungen vor, die in folgender Tabelle zusammengefasst sind:

Verstrichene Tage	1	2	3	4	5	6
Anzahl der Beobachtungen	45	23	6	3	2	1

a) Ermitteln Sie die relativen Häufigkeiten der Zufallsvariablen X und geben Sie diese in einem Säulendiagramm wieder.

b) Gehen Sie nun von einer Exponentialverteilung von X mit dem Parameter $\lambda = 0{,}7$ aus. Wie groß ist der Erwartungswert und die Standardabweichung der Zufallsvariablen X?

c) Bestimmen Sie, ausgehend von der in b) betrachteten Verteilung, die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Fischer nach Ankunft einer Flaschenpost in den folgenden 3 Tagen keine weitere Flaschenpost beobachten kann.

Aufgabe 21

Die Zerfallszeit X einer radioaktiven Substanz ist eine exponentialverteilte Zufallsgröße. Unter der Halbwertszeit versteht man diejenige Zeit, in der $50\,\%$ der radioaktiven Substanz zerfallen ist. Dies ist der Median der Zufallsgröße X. Für Radon beträgt die Halbwertszeit $3{,}83$ [Tage].

a) Bestimmen Sie den Parameter λ dieser Exponentialverteilung!

b) Nach welcher Zeit sind $95\,\%$ der Atome zerfallen?

Übungstermine: 31.10.11, 14.11.11, 28.11.11, **12.12.11**, 19.12.11, 09.01.12, 23.01.12, 06.02.12